



# ÇOKLU KAFES KODLAMALI MODÜLASYONUN TOPLANABİLİR BEYAZ GAUSS GÜRÜLTÜLÜ KANAL VE YAVAŞ SÖNÜMLÜ RİCIAN KANAL İÇİN PERFORMANS ANALİZİ

**Eyüp TUNA\*, Necmi TAŞPINAR\*\***

\*İnönü Üniversitesi, Malatya Meslek Yüksekokulu, Haberleşme Programı, 44100/Malatya

\*\*Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektronik Bölümü, 38039/Kayseri

Geliş Tarihi : 22.10.1998

## ÖZET

Bu çalışmada, sistem performansını arttırmanın bir yolu olarak literatürde bulunan çoklu kafes kodlamalı modülasyon (MTCM) tanıtılmıştır. MTCM sistemi, sistemin band genişliğini ve karmaşıklığını arttırmaksızın, karşılığı olan TCM sisteminden daha iyi performans sağlar. Bu, 1/2 oranlı TCM ve 2/4 oranlı MTCM şemaları örnek verilerek gösterilmiştir. AWGN ve yavaş sönmümlü Rician haberleşme kanalları üzerinden iletildikleri kabul edilerek bit hata olasılıklarının üst sınırlarını veren eşitlikler değerlendirilmiştir. Bu eşitlikler kullanılarak bit hata olasılıklarının üst sınırları  $E_b/N_0$ 'ın fonksiyonu olarak çizilip karşılaştırma yapılmıştır. Karşılaştırma her iki durumda da 2/4 oranlı MTCM şemasının bit hata olasılığı üst sınırınının 1/2 oranlı TCM şemasınıninkinden daha düşük olduğunu göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler :** TCM, MTCM, AWGN kanal, Rician kanal

## PERFORMANCE ANALYSIS OF MULTIPLE TRELLIS CODED MODULATION FOR AWGN CHANNEL AND SLOWLY FADING CHANNEL

## ABSTRACT

In this work, we study briefly on the multiple trellis coded modulation (MTCM) which is found in literature as a way of increasing the performance of the system. An MTCM system provides better performance than a TCM counterpart without increasing the bandwidth and complexity of the system. This is illustrated by giving the rate 1/2 trellis coded modulation (TCM) and the rate 2/4 MTCM schemes as examples. Equations of upper bounds on their bit error probabilities are evaluated by assuming that they are transmitted over an AWGN and a slowly fading Rician communication channels. A comparison is made by plotting upper bounds of bit error probabilities as functions of  $E_b/N_0$ , by using these equations. The comparison yields that the upper bound on the bit error probability of the rate 2/4 MTCM scheme is lower than that of the rate 1/2 TCM scheme for both cases.

**Key Words :** TCM, MTCM, AWGN channel, Rician channel

## 1. GİRİŞ

Gücün sınırlı olduğu ve ayrılan frekans aralığının başka kullanıcılarla paylaşılmak zorunda kaldığı bir ortamda, mümkün olduğunca düşük miktarda güç harcanarak ve kullanılan bandın genişliğini

arttırmadan arzu edilen seviyede bir sistem performansının elde edilmesi istenir. Bu amaçla geliştirilen çözümlerden birisi de kafes kodlamalı modülasyondur.

Kafes kodlamalı modülasyon (TCM), kodlanmamış  $2^m$  noktalı aynı tip modülasyona göre daha fazla band genişliği gerektirmeden kayda değer miktarda performans gelişmesi sağlayan,  $m/(m + 1)$  oranlı bir kafes kodunu uygun bir eşleme fonksiyonuna göre  $M = 2^{m+1}$  noktalı bir işaret takım yıldızının noktalarına eşleyen bir modülasyon tekniğidir (Ungerboeck, 1982).

İlk TCM şeması 1976 yılında önerilmiştir (Ungerboeck and Csajka 1976). Daha detaylı çalışmaların sonuçlarını veren Ungerboeck'in 1982'deki bir yayınının (Ungerboeck, 1982) arkasından günümüze kadar yapılan pek çok çalışma TCM'in teorisinin ve özelliklerinin iyi anlaşılabilir bir noktaya gelmesine sebep olmuştur.

Performans kazancının ölçüsü ve ulaşılabilen en üst sınırı, işaret-gürültü oranı (SNR), kafes kodlayıcısının ve kod çözücüsünün karmaşıklığı, modülasyon seviyelerinin sayısı (M) gibi daha pek çok faktörün bir fonksiyonudur. TCM sistemleri için performans kazancının asimtotik ölçüsü,

$$\gamma = \frac{d_{\text{free}}^2 / E_b}{d_{\text{min}}^2 / E_b} \quad (1)$$

ifadesiyle verilebilir. Buradaki  $d_{\text{free}}$  ve  $E_b$  sırasıyla TCM'de iletilen iki işaret arasındaki minimum Öklid uzaklığı ve bir bitin iletilmesi için gerekli enerjidir.  $d_{\text{min}}$  ve  $E_b$ ' ise sırasıyla kodlanmamış iletimde iki işaret arasındaki minimum uzaklık ve bir bitin iletilmesi için gerekli enerjidir.

TCM'de kodlanmamış sisteme göre band-genişliği artışı istenmediği gibi enerji artışının olmamasına da çalışılır. Bu sağlandığında Denk. (1),

$$\gamma = \frac{d_{\text{free}}^2}{d_{\text{min}}^2} \quad (2)$$

şeklini alır. Bu ifadeden de görülebileceği gibi minimum Öklid uzaklığının artırılması bir performans kazancı sağlar. Bu ise, kabul edilebilir seviyede düşük sistem bit hata oranlarında, iletim için gerekli bit enerjisinin gürültü spektral yoğunluğuna oranındaki ( $E_b / N_o$ ) maksimum azalmanın bir göstergesidir. TCM'de serbest Öklid uzaklığını arttırmanın bir yolu, kodun kafes diyagramının durum sayısını arttırmaktır. Fakat bu çözüm kodun karmaşıklığını da arttırır. TCM şemalarında genellikle aralarında eşit uzaklık bulunan işaret noktalarının oluşturduğu simetrik işaret takım yıldızları kullanılır. Simetrik takım

yıldızının kullanılması, kodlanmamış sistemler için optimum olmasına ve her ne kadar simetrik takım yıldızı kullanan TCM sistemlerinde kodlama yapılmamış sistemlere göre bir performans artışı sağlanmış olmasına rağmen, TCM için her zaman optimum olmayabilir. Buradan yola çıkılarak serbest Öklid uzaklığını ve dolayısıyla performans kazancını arttırmak için bir başka çözüm olması amacıyla kodlamada simetrik takım yıldızlarının yerine asimetrik takım yıldızları kullanılmıştır. Simetrik takım yıldızlarını kullanan TCM sistemlerine göre ek performans iyileşmesi sağlayan asimetrik takım yıldızlarını kullanan pek çok TCM şeması geliştirilmiştir (Divsalar and Yuen, 1984; Simon and Divsalar, 1985). Asimetrik takım yıldızlarının kullanılması yönteminde asimtotik performans kazancı artışı ancak takım yıldızındaki noktaların birbirleriyle çakışmaları durumunda gerçekleşir. Bu ise kodun katastrofik kod hale gelmesi, yani sonlu sayıda kanal sembol hatasının sonsuz sayıda kodu çözülmüş bit hatası üretmesi demektir. Dolayısıyla bu limit değerine ulaşmak mümkün olmaz. Örneğin iki durumlu bir kod için aynı band genişliğindeki kodlanmamış sisteme göre asimtotik kazanç artışı hiç bir zaman ulaşamayacak 3 dB değeridir. Takım yıldızı içindeki noktaların birbirlerine çok yaklaşmaları sistemin faz senkronizasyonu hatalarına çok hassas hale gelmesine de sebep olur.

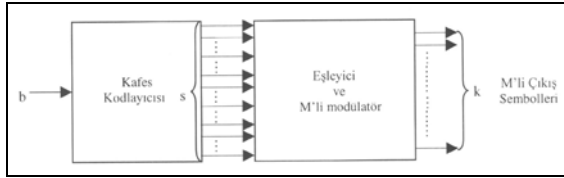
Bu çalışmanın ikinci bölümünde ele alınacak performans artışı sağlamanın başka bir yolu olan çoklu kafes kodlamalı modülasyon (MTCM) tekniğinde (Divsalar and Simon, 1988) asimetrik takım yıldızı kullanılmasına gerek kalmadan bu limit değere ulaşıldığı görülebilir. Bu teknik, kodun katastrofik hale gelmesi olumsuzluğunu önlediği gibi sistemin faz sıçramalarına daha hassas hale gelmesi gibi bazı problemlerin çözümünü de kolaylaştırır.

TCM'in geleneksel hata düzeltici kodları kullanan modülasyon şemalarına göre öncelikli avantajı, kodlama işlemi sonucu ortaya çıkan band genişliğinin alışılmış artışı olmadan güç verimliliğini arttırmasıdır. Nitekim, hem gücün ve hem de band genişliğinin sınırlı olduğu her hangi bir kanal TCM'e ideal olarak uyar. Böyle bir uygulama, verilen bir iletim kanalına fazla sayıda kullanıcı yerleştirmek isteğinin sınırladığı band genişliği, uyduların yayınlabileceği iletimin akı yoğunluğunun ve mobil antenlerin fiziksel boyutlarının sınırladığı bir gücün bulunduğu uydu kanallarıdır. Olağan ısı gürültü tabanına ek olarak işaret, uydu kanalı aracının hareketli olması sonucunda ortaya çıkan Doppler frekans kayması, ses gecikmesi, çok yönlü sönümlenme ve gölgeleme nedeniyle de kirlenir. Bu kirlenmelerin belki de en önemlisi, sonuncusudur. Çalışmanın üçüncü

bölümünde sönümlü bir kanalda TCM ve MTCM şemalarının başarımları analizleri verilecektir.

## 2. ÇOKLU KAFES KODLAMALI MODÜLASYON (MTCM)

MTCM'de  $mk/k$  ( $m + 1$ ),  $k = 2, 3, 4, \dots$ , oranlı bir kodlayıcının çıkışı uygun bir eşleme fonksiyonuna göre  $2^{m+1}$  noktalı bir işaret takım yıldızının  $k$  tanesine eşlenir. Her bir iletim aralığında kodlayıcıya  $km$  tane bit girer ve modülatörü  $k$  tane sembol terk eder. Dolayısıyla  $2^m$ -noktalı kodlanmamış sisteme göre hiç bir ek band genişliği gerekli olmaz. Şekil 1'de her bir iletim aralığında  $b$  tane giriş biti ve  $s$  tane çıkış sembolü, uygun bir eşleme fonksiyonu aracılığıyla  $k$  tane  $M$ 'li sembole eşlenen bir kodlayıcı ile gerçekleştirilen bir MTCM modülatörü verilmiştir (Biglieri et al., 1991).



Şekil 1. Genel MTCM vericisi

Sonuca ulaşmak için kodlayıcının  $s$  tane ikili çıkış sembolü  $m_1, m_2, \dots, m_k$  sembolü içeren  $k$  tane gruba bölünür. Bu gruplardan her birisi uygun bir eşleme fonksiyonu yoluyla  $M_i$ 'li çıkış sembollerine eşlenir. Burada belirtilen  $M_i = 2^{m_i}$ , ( $i = 1, 2, \dots, k$ ), ile kodlayıcının çıkışındaki  $s$  adet ikili semboller arasında en genel halde,

$$s = \sum_{i=1}^k m_i = \sum_{i=1}^k \log_2 M_i = \log_2 \prod_{i=1}^k M_i \quad (3)$$

bağıntısı vardır. Özel, fakat yaygın bir durum olan  $M_1 = M_2 = \dots = M_k$  olması halinde bu bağıntı,

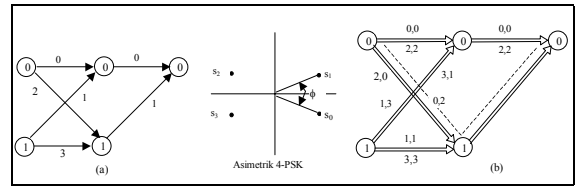
$$s = k \log_2 M \quad (4)$$

gibi basit bir şekil alır.

Şekil 1'de verilen verici için başarımları (bit hızının iletim bandı-genişliğine oranı) giriş biti sayısı  $b$  ve kodun çoklama sayısı  $k$  değerlerinin seçimine bağlıdır ve  $r = b / k$  (bit / Sn / Hz) şeklinde ifade edilir. Bu oran tam sayı olabilir veya olmayabilir. Tam sayı olmaz ise o takdirde bu orandaki bir MTCM'in TCM karşılığı olmaz. Şekil 2a ve b'de 1/2 oranlı kafes kodlanmış QPSK şeklindeki bir TCM şeması ve 2/4, yani  $2 \times 1 / 2 \times (1 + 1)$  oranlı ikili bir kafes kodlanmış QPSK şeklindeki 2TCM

şeması için iki durumlu kafes diyagramları gösterilmiştir (Biglieri et al., 1991).

2/4 oranlı bir kodda  $m = 1$ ,  $k = 2$  olduğundan  $b = mk = 2$  olur ve kafes diyagramının her bir düğümünden  $2^{mk} = 4$  dal çıkacaktır. Ancak kafeste yalnızca iki düğüm olduğundan Şekil 2b'de görüldüğü gibi her bir düğüm çifti arasında paralel geçişler olması kaçınılmazdır. Yine  $k = 2$  olduğundan kafes diyagramının her bir dalına iki QPSK çıkış sembolü karşılık gelecektir. Bu çıkış sembolleri Şekil 2b'deki kafes diyagramının dallarına etiketlenmiştir.



Şekil 2. (a) 1/2 oranlı TCM'in kafes diyagramı  
(b) 2/4 oranlı MTCM kafes diyagramı

Şekil 2 b'deki durum diyagramından 1 uzunluğundaki bir hata olayı için karesel Öklid uzaklığı

$$d_1^2 = 2d^2(0.2) = 2(4) = 8$$

ve 2 uzunluğundaki bir hata olayı için karesel Öklid uzaklığı

$$d_2^2 = d^2(0.0) + d^2(0.2) + d^2(0.1) + d^2(0.3) = 0 + 4 + 4 \sin^2 \frac{\phi}{2} + 4 \cos^2 \frac{\phi}{2} = 8$$

bulunur (Biglieri et al., 1991). Bu durumda minimum karesel Öklid uzaklığı  $d_{free}^2 = 8$  olur ve minimum karesel uzaklığı 4 olan kodlanmamış BPSK sistemine göre 3.01 dB'lik bir kodlama kazancı elde edilir. Bu kazanç 1/2 oranlı simetrik TCM şemasında, kodlayıcı ve kod çözücünün karmaşıklığının artması pahasına, ancak 4 durumlu kafes diyagramıyla sağlanabilir. Aynı miktardaki kazanç asimetrik TCM şemasında iki durumlu kafes diyagramıyla ancak takım yıldızı noktalarının birbirleriyle çakışmaları, yani kodun katastrofik hale gelmesi limitinde sağlanabilir ki, bu önceden de belirtildiği gibi mümkün değildir. Yapılan son işlemden, 2TCM şemasında elde edilen kazancın takım yıldızı işaretlerinin arasındaki  $\phi$  asimetri açısına bağlı olmadığı görülebilir. Öyle ise MTCM'de asimetrik takım yıldızı yerine, kodun katastrofik hale dönüşmesini ve sistemin faz hatalarına daha hassas duruma gelmesini önlemek bakımından simetrik takım yıldızının kullanılması tercih edilir.

TCM'de olduğu gibi MTCM'de de işaret noktaları takım yıldızı işaretleri arasındaki uzaklık maksimum olacak şekilde iki alt takım yıldızına bölünür. İki durumlu bir kafes için bir kez küme bölmeleme yeterli olur. Birinci alt takım yıldızındaki işaret noktaları "0" durumundan çıkan, ikinci alt takım yıldızındaki işaret noktaları "1" durumundan çıkan dallara etiketlenirler. MTCM'in çarpanı  $k$  ise o takdirde aynı durumlar arasında  $2^{mk-1}$  paralel geçiş olur. Bu paralel geçişlerin her birisine  $k$  sembolük bir dizi ( $k$  - tapıl) etiketlenir. Paralel yolların her hangi ikisi arasındaki minimum karesel Öklid uzaklığı (MKÖU) alt kümedeki işaret noktaları arasındaki minimum karesel uzaklığın iki katı, yani  $2 \times 4 \sin^2(\pi/2^m)$  olur. Aynı bölmelemede geri kalan sembollerin oluşturduğu  $2^{mk-1}$  adet  $k$  - tapıl farklı durumları birleştiren paralel geçişlere etiketlenir. Farklı durumları birleştiren paralel yolların arasındaki MKÖU alt kümedeki işaret noktaları arasındaki minimum karesel uzaklığın iki katı, yani  $8 \sin^2(\pi/2^m)$ 'dir. Bir durumdan çıkan, birisi çıktığı durumla aynı diğeri çıktığı durumdan farklı duruma giden yolların oluşturduğu bütün yol çiftlerinin arasındaki MKÖU alt kümedeki işaretlerin arasındaki minimum karesel uzaklığa eşittir, yani  $(4 \sin^2 \pi/2^m)$ 'dir. Şu ana kadar tanımlanan minimum karesel uzaklıklar üzerinde MTCM'in çarpanı  $k$ 'nın bir etkisi yoktur. Bu etki dördüncü olarak tanımlanacak olan MKÖU üzerinde görülür: Farklı iki durumdan çıkan birisi çıktığı durumla aynı diğeri çıktığı durumdan farklı bir durum olan bir durumda birleşen yolların oluşturduğu bütün yol çiftlerinin arasındaki MKÖU, birisi bir alt kümede diğeri ise diğer alt kümede yer alan iki işaret noktası arasındaki uzaklığın, yani iki alt kümenin elde edildiği takım yıldızının işaretleri arasındaki minimum karesel uzaklığın  $k$  katı olur, yani  $4k \sin^2(\pi/2^{m+1})$ 'dir.

Kafes diyagramında yer alan geçişlerin arasındaki minimum karesel uzaklıklar bu şekilde belirtildikten sonra 2 durumlu bir kafes diyagramından MKÖU 1 ve 2 uzunluğundaki hata olayları için sırasıyla,

$$\begin{aligned} d_1^2 &= 8 \sin^2(\pi/2^m), \\ d_2^2 &= 4 \sin^2(\pi/2^m) + 4k \sin^2(\pi/2^{m+1}) \end{aligned} \quad (5)$$

eşitlikleriyle elde edilebilir (Divsalar and Simon, 1988). Bu iki minimum karesel Öklid uzaklığından küçüğü, minimum karesel serbest Öklid (MKSÖ) uzaklığıdır. Yani, 2 durumlu bir MTCM şemasının MKSÖ uzaklığı için en genel halde,

$$d_{\text{free}}^2 = \min\{d_1^2, d_2^2\} = \min\left\{8 \sin^2 \frac{\pi}{2^m}, 4 \sin^2 \frac{\pi}{2^m} + 4k \sin^2 \frac{\pi}{2^{m+1}}\right\} \quad (6)$$

ifadesi elde edilir.

2 durumlu bir kafes diyagramıyla Denk. 6'dan 1/2 oranlı ( $k = 2$ ) kafes kodlamalı bir 2TCM için  $d_{\text{free}}^2 = 8$  elde edilir ki, bu yukarıda değişik şekilde elde edilen sonuç ile aynıdır. Kodlanmamış BPSK iletme göre 3.01 dB'lik bir kodlama kazancı sağlanırken, MKSÖ uzaklığı 6 olan 1/2 oranlı 2 durumlu kafes kodlamalı simetrik TCM şemasına göre 1.25 dB'lik bir ek kodlama kazancı sağlanmış olur. 1 / 2 oranlı kod için  $k$ 'nın 2'den büyük her değerinde 1 uzunluğunda hata olayının ortaya çıkardığı MKÖU, 2 uzunluğunda hata olayının ortaya çıkardığı MKÖU'dan küçük olacağı için  $d_{\text{free}}^2 = 8$  olacaktır, dolayısıyla  $k$ 'nın değerini arttırmanın bir anlamı olmaz.

Kafes kodun minimum serbest uzaklığındaki gelişme olarak ölçülen performans kazancı, bit hata olasılığının kabul edilebilir oranda büyük olması limiti içinde, gerekli bit enerjisinin gürültü spektral yoğunluğuna oranındaki gelişmeye eşittir. Daha pratik bir bakış açısından verilen bir bit hata olasılığı için bit enerjisinin gürültü spektral yoğunluğuna oranındaki azalmadır. Bu nedenle yukarıda değinilen minimum karesel serbest Öklid uzaklığı ile sistemin bit hata olasılığı arasındaki ilişkiyi belirtmek uygun olur.

Kod için çizilecek süper-durum diyagramından elde edilen transfer fonksiyonundan MTCM için bit hata olasılığına üst sınır,

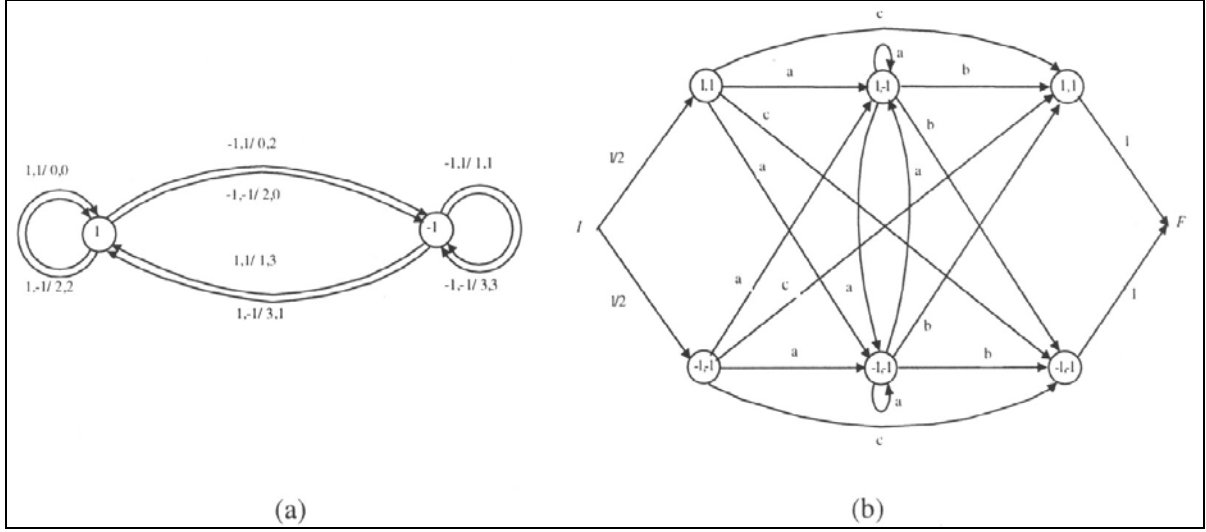
$$P_b \leq \frac{1}{2b} \operatorname{erf} \left( \sqrt{\frac{bE_b}{kN_o} \frac{d_{\text{free}}^2}{4}} \right) Z^{-d_{\text{free}}^2} \frac{\partial}{\partial I} T(D, I) |_{i=1, D=Z} \quad (7)$$

ifadesiyle verilir (Biglieri et al., 1991). Burada  $Z$  Bahattacharyya parametresi,  $E_b$  her bir kafes kodlanmış sembolün ilettiği bilgi bitinin enerjisi ve  $T(D; I)$  kodun süper-durum diyagramının transfer fonksiyonudur.

Örnek olarak alınan, 2 / 4 oranlı çoklu ( $k = 2$ ) kafes kodlamalı QPSK sisteminin Şekil 2b'de verilen kafes diyagramına karşılık olan durum diyagramı Şekil 3a'da ve eşdeğer süper-durum diyagramı Şekil 3b'de verilmiştir (Divsalar and Simon 1988).

Şekil 3a'daki durum diyagramının dalları giriş bitleri ve çıkış QPSK sembolleri ile etiketlenmişlerdir. Şekil 3b'deki süper-durum diyagramının dalları ise,

$$G = \sum \frac{1}{b} I^{\Omega} D^{\delta^2} \quad (8)$$



Şekil 3. 2/4 oranlı MTCM şeması a) Durum diyagramı b) Süper durum diyagramı

ifadesiyle hesaplanan kazançlarla etiketlenmişlerdir. Bu ifadedeki I indeksi,  $\Omega$  giriş biti dizilerinin arasındaki Hamming uzaklığı ve  $\delta^2$  süper durumların arasındaki geçişlere karşılık gelen k tane MPSK çıkış sembolü arasındaki toplam karesel Öklid uzaklığıdır. Denk. 8 kafes diyagramındaki paralel yolların mümkün oluşumlarının tamamını dikkate alır.

Şekil 3b’de verilen süper-durum diyagramından,

$$a = \frac{1}{2}(I + I^2)D^4, b = \frac{1}{2}(I + I)D^4, c = \frac{1}{2}ID^8$$

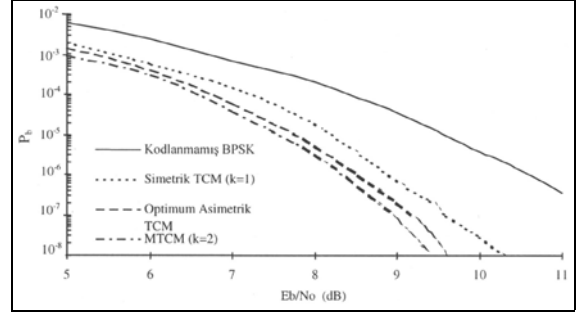
olduğu dikkate alınarak, kodun transfer fonksiyonu,

$$T(D; I) = \frac{(2I + 2I^2 + I^3)D^8 - (I^2 + I^3)D^{12}}{1 - (I + I^2)D^4} \quad (9)$$

olarak elde edilir. Bu transfer fonksiyonu Denk. 7’de yazılır ve Denk. 7’nin türevi alınırsa 2/4 oranlı iki durumlu çoklu ( $k = 2$ ) MTCM şemasındaki bit hata olasılığına üst sınır olarak,

$$P_b \leq \frac{1}{4} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right) \frac{9 - 8Z^4 + 4Z^8}{9(1 - 2Z^4)^2} \quad (10)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlik yardımıyla bit hata olasılığının üst sınırının  $E_b/N_0$ ’a göre değişimi Şekil 4’de çizilmiştir. Aynı şekil üzerinde karşılaştırma yapılması amacıyla kodlanmamış BPSK, 1/2 oranlı iki-durumlu kafes kodlanmış simetrik ve optimum asimetrik TCM şemalarındaki bit hata olasılıklarının üst sınırları da çizilmiştir (Biglieri et al., 1991).



Şekil 4. Kodlanmamış BPSK, 1/2 oranlı simetrik ve asimetrik TCM, 2/4 oranlı MTCM’in bit hata olasılığının üst sınırlarının  $E_b/N_0$ ’na göre değişimleri

## 2. 1. Yavaş Sönümlü Kanallarda MTCM

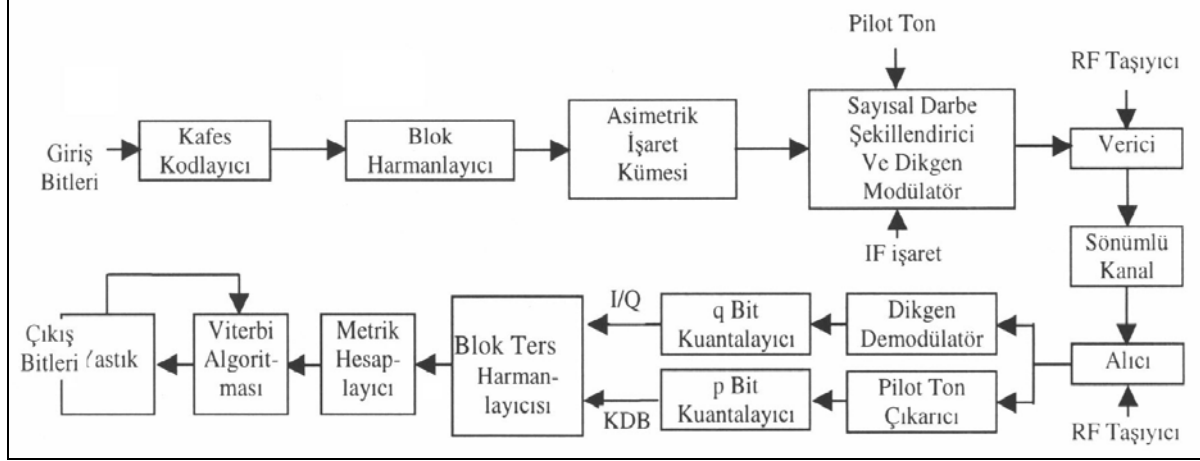
Bir çok uydu kanalı, sönümlemenin N sembol süresince sabit olarak kabul edildiği yavaş sönümlü Rician kanalı olarak ele alınabilir (Acha and Carrasco, 1994). Bu tür kanallarda yapılan iletim için sadece AWGN kanallardaki ısı gürültüye ek bir hata nedeni oluşturmayan, fakat aynı zamanda alıcıda taşıyıcının tekrar elde edilebilmesini zorlaştıran sönümleme,

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp \left( -\frac{r^2 + s^2}{2\sigma^2} \right) I_0 \left[ \frac{rs}{\sigma^2} \right] \quad (11)$$

şeklinde ifade edilen r genliğinin olasılık yoğunluk fonksiyonu ile belirtilir. Bu eşitlikte yer alan iki değer  $K = s^2/2\sigma^2$  oranına Rician parametresi denir (Acha and Carrasco, 1994).  $s^2$ , alıcının antenine gelen işaretin direkt olarak gelen bileşeninin ortalama enerjisini;  $2\sigma^2$ , yansıtılarak gelen kompleks bileşenlerinin her birisinin ortalama enerjisini temsil

eder.  $I_0(x)$  ise birinci mertebeden sıfır dereceli değiştirilmiş Bessel fonksiyonudur. İşaretin alıcının antenine yansiyarak gelen bileşenleri yok ise ( $\sigma^2 = 0$ )  $K = \infty$  olur. Bu durumda kanal AWGN kanal haline dönüşür. Eğer işaretin alıcının antenine yansiyarak gelen bileşenleri direkt gelen bileşenlerini bastırarak kadar güçlü ise ( $\sigma^2 \approx 0$ )  $K = 0$  olur. Bu durumda ise

kanal Rayleigh sönümlü kanalı adını alır. Bir iletim aralığı süresince Denk. 11'deki  $r$ 'nin değerinin sabit kaldığı kabul edilirse kanal yavaş sönümlü kanal haline gelir. Şekil 5'de yavaş sönümlü bir Rician kanalı kullanan sistemin blok diyagramı verilmiştir (Biglieri et al., 1991).



Şekil 5. Sönümlü bir kanalı kullanan haberleşme sistemi blok diyagramı

Veri veya sayısal olarak kodlanmış işareti temsil eden giriş bitleri b/s oranlı kafes kodlayıcıda kodlandıktan sonra, bir sembol süresinden daha büyük süreli genlik sönümlenmelerinin sebep olduğu grupsal (burst) hataları dağıtmak için harmanlanırlar. Her ne kadar pratikte harmanlama derinliği sınırlı ise de analiz amacıyla sınırsız olduğu kabul edilir. Bu kabul, kanalın çok iyi bilinen hata olasılığını sınırlama tekniklerinin uygulanabildiği belleksiz bir kanal haline gelmesini sağlar. Pratikteki sonuç sadece biraz kötü olur. Harmanlanan s sembol grupları küme bölmeleme metotlarına ve Ungerboeck'in küme bölmeleme kurallarına uygun olarak MPSK sembollerine eşlenirler (Ungerboeck, 1987). Eşlenen işaret gruplarının aynı fazdaki ve dikgen bileşenleri, semboller arası girişimi sınırlamak amacıyla, sayısal olarak şekillendirilirler ve daha sonra kanal üzerinden iletilebilmeleri için dikgen taşıyıcılar üzerine modüle edilirler. Eğer alıcıda sönümlenmeye maruz kalmış taşıyıcıyı tekrar elde etmek için pilot ton kalibrasyon yöntemi kullanılmış ise (McGeeHan and Bateman, 1984; Davarian, 1987), iletim kanalına vermeden önce bu son işarete bir pilot ton işareti eklenir.

Alıcıda sönümlenmeye uğramış, gürültü ile kirlenmiş aynı fazdaki ve dik fazdaki işaret bileşenleri elde edilen pilot ton işareti yardımıyla demodüle edilirler, yumuşak kararlı kod çözme için q bit kuantalanırlar ve sonra ters harmanlanırlar. Kod çözücüdeki Viterbi kod çözme algoritması için seçilen metrik, kanal durum bilgisinin (KDB) sağlanıp

sağlanamamasına bağlıdır (Hagenauer, 1980). KDB, tekrar elde edilen pilot tondan sağlanır. Bu işlem için gerekli olan p kuantalama bitlerinin sayısı q'dan oldukça az olur, çünkü KDB'nin doğruluk derecesi yumuşak kararların kendisiyle karşılaştırıldığında ikinci planda kalır. Son işlem olarak Viterbi kod çözücüsünde kod çözümü yapılır ve elde edilen işaret bir yastıkta depolanır.

Bu şekildeki bir iletim kanalından iletilecek TCM işareti için bit hata olasılığına üst sınır,

$$P_b \leq \frac{1}{2b} \frac{\partial}{\partial I} \bar{T}(D, I) \Big|_{I=1, D=Z} \quad (12)$$

ifadesiyle bulunur. Bu eşitlik Denk.7'de verilen ifade ile benzerdir, ancak buradaki  $\bar{T}(D; I)$  transfer fonksiyonu, harmanlama işlemi her bir M-PSK sembolü için yapıldığından bu şekilde alınmıştır. Rician kanal için, KDB var olması durumunda, Şekil 2a'da durum diyagramı verilen 1/2 oranlı iki durumlu simetrik TCM şemasındaki bit hata olasılığına üst sınır için Denk. 12'den,

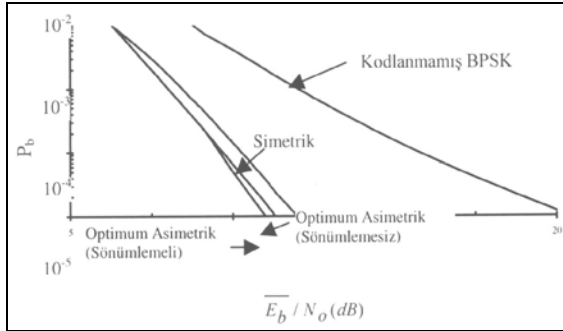
$$P_b \leq \frac{\xi_1 \xi_3 Z^{\xi_1 + \xi_3}}{(1 - \xi_2 Z^{\xi_2})^2} \quad (13)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte

$$\xi_i = \frac{\beta_i K}{1 + K + \beta_i \gamma}, \quad \xi_i \frac{1 + K}{1 + K + \beta_i \gamma}, \quad i=1,2,3,\dots, \quad \gamma = \frac{\bar{E}_b}{4N_0} \quad (14)$$

kısaltmaları kullanılmıştır (Biglieri et all., 1991).

1/2 oranlı iki-durumlu simetrik TCM şemasının Denk. 14'deki kısaltmalarda  $\beta_1 = 4$ ,  $\beta_2 = \beta_3 = 2$  alarak  $K = 10$  (tipik uydu kanalı) için Denk.13'de verilen bit hata olasılığının üst sınırı  $\bar{E}_b / N_0$ 'ın fonksiyonu olarak Şekil 6'da çizilmiştir (Biglieri et all., 1991). Karşılaştırma amacıyla, aynı kanaldan kodlanmamış BPSK işaretin iletilmesi durumunda bit hata olasılığının üst sınırı da verilmiştir.



Şekil 6. 1/2 oranlı TCM'in Rician sönümleme ( $K = 10$ ) durumunda  $\bar{E}_b / N_0$  oranına göre bit hata olasılığı performansının değişimi

Şekil 3b'de verilen süper-durum diyagramından 2/4 oranlı iki durumlu çoklu ( $k = 2$ ) kafes kodlamalı QPSK şeklindeki bir MTCM şemasının aynı kanaldan iletilmesi durumunda bit hata olasılığına üst sınırı veren denklemi bulmak için, Şekil 3b'de verilen süper durum diyagramından elde edilen

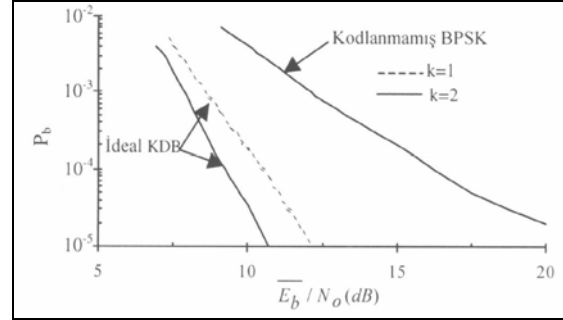
$$T(D, I) = \frac{(2I + 2I^2 + I^3)D^8 - (I^2 + I^3)D^{12}}{1 - (I + I^2)D^4} \quad (15)$$

şeklindeki transfer fonksiyonu Denk. 12'de yazılır ve Denk. 13'ün elde edilmesindeki yol takip edilir. Sonuçta,

$$P_b \leq \frac{(1 + \xi_2 Z^{\zeta_2}) \xi_2^2 Z^{2\zeta_2} + 4(2 - \xi_2 Z^{\zeta_2}) \xi_2^2 Z^{\zeta_2} + 2\xi_1 - (5 - 4\xi_2 Z^{\zeta_2}) \xi_2^3 Z^{3\zeta_2}}{(1 - 2\xi_2 Z^{\zeta_2})^2} \quad (16)$$

denklemi elde edilir (Biglieri et all., 1991). Buradaki  $\xi_i$  ve  $\zeta_i$  ( $i = 1, 2$ ) değerleri,  $\beta_1 = \beta_2 = 4$  alınarak Denk. 14'deki eşitliklerden bulunurlar. Rician kanalda ( $K=10$ ) 2/4 oranlı iki durumlu çoklu kafes kodlamalı MTCM şemasının iletiminde bit hata olasılığının üst sınırı, elde edilen son eşitliğe göre  $\bar{E}_b / N_0$ 'ın fonksiyonu olarak Şekil 7'de çizilmiştir (Biglieri et all., 1991). Aynı şekil üzerinde, karşılaştırma

yapılması amacıyla, 1/2 oranlı iki durumlu TCM şemasının Şekil 6'da verilen üst sınır eğrisi tekrar verilmiştir.



Şekil 7. 1/2 oranlı TCM ve 2/4 oranlı MTCM şemalarının Rician sönümleme ( $K=10$ ) durumunda  $\bar{E}_b / N_0$  oranına göre bit hata olasılığı performanslarının değişimleri

### 3. SONUÇ

Bir TCM şemasında bit hata olasılığının üst sınırının belirlenmesinde minimum serbest Öklid uzaklığı önemli bir parametredir. Minimum serbest Öklid uzaklığının artırılması aynı  $\bar{E}_b / N_0$  oranında daha küçük bir hata olasılığının elde edilmesi veya aynı bit hata olasılığında bir işaretin daha az enerji harcanarak iletilmesi demektir.

TCM sisteminde minimum serbest Öklid uzaklığını arttırmak için kodun kafes diyagramının durum sayısını arttırmak bir yoldur, fakat bu sistemin karmaşıklığını da artırır; kodlamada asimetrik takım yıldızı kullanmak başka bir yoldur, bu ise sistemi faz hatalarına daha hassas bir hale getirir. Diğer bir yol ise çoklu TCM yani MTCM kullanmaktır.

Bir MTCM, çalışmada verilen 1/2 oranlı TCM ve 2/4 oranlı MTCM örneklerinden ve çizilen bit hata olasılığı üst sınırı eğrilerinin karşılaştırılmasından görüleceği gibi, karşılığı olan TCM şemasından daha iyi bir performans sağlamaktadır. Bu performans gelişmesi hem AWGN kanallar üzerinden iletimde ve hem de sönümlü kanallar üzerinden iletimde görülür.

### 4. KAYNAKÇA

Acha, V., Carrasco R. A. 1994. "Trellis Coded Q<sup>2</sup>PSK Signals. Part 2: Land Mobile Satellite Fading Channels", IEE Proc.-Commun., 141 (3), 159-165.

Biglieri, E., Divsalar D., McLane P. J., Simon K. 1991. Introduction to Trellis-Coded Modulation With Applications, McMillon Publishing Comp., NewYork.

Davarian, F. 1987. "Mobile Digital Communication Via Tone Calibration", IEEE Trans. on Vehicular Technology, Vol. VT-36, (2), 55-62.

Divsalar, D., Yuen J. H. 1984. "Asymmetric MPSK for Trellis Codes", In Proc. of GLOBECOM'84, Atlanta G. A., No. 26-29, pp. 20. 6. 1-20. 6.8.

Divsalar, D., Simon M. K. 1985. "Combined Trellis Coding with Asymmetric Modulations", In Proc. of GLOBECOM'85, New Orleans, pp. 21.2.1-21.2.7.

Divsalar, D., Simon M. K. 1988. Multiple Trellis Coded Modulation (MTCM), IEEE Trans. on Communications, Vol. COM-36, No. 4, pp. 410-419.

Hagenauer, J. 1980. "Viterbi Decoding of Convolutional Codes for Fading and Burst Channels", International Zurich Seminars on Digital Communications, Zurich, Switzerland, pp. G2. 1, G2. 7.

McGeehan, J., Bateman, A. 1984. "Phase-lock Transparent Tone-in-Band (TTIB): A New Spectrum

Configuration Particularly Suited to the Transmission of Data Over SSB Mobile Radio Networks", IEEE Trans. on Communications, Vol. COM-32, No. 1, pp. 81-87.

Simon, K., Divsalar D. 1985. "Combined Trellis Coding with Asymmetric MPSK Modulation", Pasadena, C.A., JPL Publication, No 24.

Ungerboeck, G., Csajka I. 1976. "On Improving Data Link Performance by Increasing the Channel Alphabet and Introducing Sequence Coding", Proc. of Int. Symp. on Information Theory, Ronneby, Sweden.

Ungerboeck, G. 1982. "Channel Coding With Multi-level/Phase Signals", IEEE Trans. Information Theory, Vol. IT-28, pp. 55-67.

Ungerboeck, G. 1987. "Trellis-Coded Modulation With Redundant Signal Sets. Part I: Introduction. Part II: State of the art.", IEEE Comm. Mag., Vol. 25, pp. 12-22.