

**T.C**  
**İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ EĞRİ EKSENLİ**  
**PİZOELEKTRİK KİRİŞLERİN MEKANİK VE ELEKTRİKSEL**  
**DAVRANIŞLARI**

**AHMET TURAN ÖNAL**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**  
**ANABİLİM DALI**

**MALATYA**  
**OCAK 2016**

**T.C**  
**İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ EĞRİ EKSENLİ**  
**PİZOELEKTRİK KİRİŞLERİN MEKANİK VE ELEKTRİKSEL**  
**DAVRANIŞLARI**

**AHMET TURAN ÖNAL**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**  
**ANABİLİM DALI**

**MALATYA**  
**OCAK 2016**

Tezin Başlığı : Foksiyonel Derecelendirilmiş Eğri Eksenli Piezoelektrik Kirişlerin Mekanik ve Elektriksel Davranışları

Tezi Hazırlayan : Ahmet Turan ÖNAL

Sınav Tarihi : 25.01.2016

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

### **Sınav Jüri Üyeleri**

**Doç. Dr. Mete Onur KAMAN** .....  
Fırat Üniversitesi

**Doç. Dr. Cem ONAT** .....  
İnönü Üniversitesi

**Tez Danışmanı :** **Yrd. Doç. Dr. Eray ARSLAN** .....  
İnönü Üniversitesi

**Prof. Dr. Alaattin ESEN**  
Enstitü Müdürü

## **ONUR SÖZÜ**

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Foksiyonel Derecelendirilmiş Eğri Eksenli Piezoelektrik Kirişlerin Mekanik ve Elektriksel Davranışları” başlıklı bu çalışmanın bilimsel, ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada yönetimine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

**Ahmet Turan ÖNAL**

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ EĞRİ EKSENLİ PIEZOELEKTRİK KİRİŞLERİN MEKANİK VE ELEKTRİKSEL DAVRANIŞLARI

Ahmet Turan ÖNAL

İnönü Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

67 + XI sayfa

2016

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Eray ARSLAN

Bu çalışmada, bir eğri eksenli fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik kirişin mekanik ve elektriksel davranışlarını tarif eden genel bir matematiksel model geliştirilmiştir. İlk olarak bu model, “Eyleyici (actuator)” olarak davranan fonksiyonel derecelendirilmiş kirişteki deformasyon analizini yapmak için kullanılmıştır. Elde edilen sayısal sonuçlar literatürdeki iki tabakalı (bimorph) ve derecelendirilmiş eyleyici model sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Daha sonra matematiksel model, “Algılayıcı (sensör)” olarak davranan bir ucu sabit diğer ucuna eğilme momenti uygulanan piezoelektrik eğri eksenli fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş için çözülmüştür. Algılayıcıda oluşan gerilme, elektrik potansiyeli ve yer değiştirme bileşenleri dağılımları çizelgeler halinde sunulmuştur. Eğri eksenli derecelendirilmiş ve iki tabakalı algılayıcı sonuçları karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Piezoelektrik malzemeler, Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, Fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzemeler, eğri eksenli kiriş, algılayıcı (sensör), eyleyici (actuator).

## **ABSTRACT**

Master Thesis

### **MECHANICAL AND ELECTRICAL BEHAVIORS OF FUNCTIONALLY GRADED PIEZOELECTRIC CURVED BARS**

Ahmet Turan ÖNAL

Inonu University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Mechanical Engineering

67 + XI sayfa

2016

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Eray ARSLAN

In this study, a mathematical model which describes the mechanical and electrical behaviors of functionally graded piezoelectric curved bar is developed. First, this model is used for the deformation analysis of a bar designed as “actuator”. The numerical results are compared with those of the models for bimorph and functionally graded actuators in the literature. The mathematical model is then solved for a functionally graded piezoelectric curved bar behaving as a “sensor”, fixed at one end; the other end is under pure bending moment. Distribution of stresses, electric potential and displacement components which are developed in the sensor are presented in figures. The results for bimorph and graded sensors are compared.

Keywords: Piezoelectric materials, functionally graded materials, functionally graded piezoelectric materials, curved functionally graded bar, sensor, actuator.

## TEŞEKKÜR

Bu alıőmanın her aőamasında en yoğun zamanlarında bile desteğini esirgemeyen, önerileriyle bana yol gösteren danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Eray ARSLAN'a;

Yüksek lisans süresince eğitimime gereken zamanı ayırmam konusunda bana yardımcı olan görev yaptığım kurumum T.C.D.D Vagon Bakım Onarım Atölye Müdürlüğünün değerli müdürlerine ve mesai arkadaşlarıma;

Ayrıca tüm hayatım boyunca olduğu gibi yüksek lisans çalıőmalarım sürecince de benden desteklerini esirgemeyen değerli eőim ve ailem'e

teşekkür ederim.

# İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT .....	ii
TEŞEKKÜR .....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	viii
TABLolar DİZİNİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. PİEZOELEKTRİK MALZEMELER.....	3
2.1. Piezoelektrik Malzemelerin Yapısı ve Özellikleri.....	3
2.2. Piezoelektrik Malzemelerin Çalışma Prensipleri.....	3
2.3. Uygulama Alanları.....	4
3. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER (FDM).....	7
3.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Özellikleri.....	8
3.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Üretim Yöntemleri.....	9
3.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Kullanım Alanları.....	12
4. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK MALZEMELERİN ÖZELLİKLERİ VE KULLANIM ALANLARI.....	15
5. LİTERATÜR.....	17
6. PROBLEMİN TANIMI VE ÇÖZÜMÜ İÇİN UYGULANAN YÖNTEMLER.....	20
7. TEMEL DENKLEMLER.....	21
8. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK MALZEME İÇİN GENEL ÇÖZÜM.....	24
8.1. Gerilmeler.....	24
8.2. Elektrik Alan.....	25
8.3. Yer Değiştirme.....	25
9. ALGILAYICI VE EYLEYİCİ İÇİN ÇÖZÜMLER.....	27
9.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Algılayıcı için Çözüm.....	27
9.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Eyleyici için Çözüm.....	28
10. SAYISAL SONUÇLAR.....	29
10.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Eyleyici için Sayısal Sonuçlar (Modelin Sınanması).....	30



10.2.	Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Algılayıcı için Sayısal	
	Sonuçlar.....	34
11.	SONUÇ VE ÖNERİLER.....	63
12.	KAYNAKÇA.....	64
13.	ÖZGEÇMİŞ.....	67

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$A, B$	Sabitler
$C_i$	Keyfi integrasyon sabitleri ( $i=1-4$ )
$D_i$	Keyfi integrasyon sabitleri ( $i=1-3$ )
$D_r$	Radyal indüksiyon akımı
$D_\theta$	Açısal indüksiyon akımı
$E_r$	Radyal elektrik alanı
$E_\theta$	Açısal elektrik alanı
$g$	Piezoelektrik sabitler ( $10^{-3} m^2 C^{-1}$ )
$g_{31}$	Piezoelektrik sabiti
$M$	Algılayıcı kirişe uygulanan eğilme momenti
$S$	Elastik sabitler ( $10^{-12} m^2 N^{-1}$ )
$V_0$	Eyleyici kirişe uygulanan elektrik potansiyeli
$\varepsilon_r$	Radyal şekil değiştirme bileşeni
$\varepsilon_\theta$	Açısal şekil değiştirme bileşeni
$\zeta$	Dielektrik sabitler ( $10^6 m F^{-1}$ )
$r_{in}$	Eğri eksenli kirişin iç yüzeyi
$r_{out}$	Eğri eksenli kirişin dış yüzeyi
$r_{ort}$	Eğri eksenli kirişin orta kesit yüzeyi
$u$	Radyal yer değiştirme
$v$	Açısal yer değiştirme
$\emptyset$	Elektrik potansiyeli
$\sigma_r$	Radyal Gerilme bileşeni
$\sigma_\theta$	Açısal Gerilme bileşeni
$\tau_{r\theta}$	Kayma gerilmesi

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa no:

Şekil 2.1.	Piezoelektrik Malzeme üzerine basınç uygulanması sonucu oluşan voltaj [5].....	4
Şekil 2.2.	Piezoelektrik Malzemeye voltaj verilmesi ile genişmesi [5].....	4
Şekil 2.3.	Algılayıcı Piezoelektrik Malzemenin karayollarındaki uygulaması [6].....	5
Şekil 2.4.	Piezoelektrik Malzemenin demiryollarındaki uygulamaları [6].....	5
Şekil 2.5.	Piezoelektrik etkiden yararlanılarak rüzgardan elektrik üretimi görseli [7].....	6
Şekil 3.1.	(a) Homojen, (b) Tabakalı, (c) Geleneksel kompozit ve (d) FDM'nin iç yapısı ve özelliklerinin değişimi.....	7
Şekil 3.2.	Örnek bir FDM'de metal ve seramik malzemelerin birbirleri içerisindeki değişimleri [9].....	8
Şekil 3.3.	FDM'lerin üretim yöntemleri.....	9
Şekil 3.4.	Termal sprey yöntemi ile FDM üretimi [11].....	10
Şekil 3.5.	Tabaka laminasyonu yöntemi ile FDM üretimi [11].....	10
Şekil 3.6.	Islak toz spreyleme yöntemi ile FDM üretimi [11].....	10
Şekil 3.7.	Homojenleştirme yöntemi ile FDM üretimi [11].....	11
Şekil 3.8.	Ayrıştırma yöntemi ile FDM üretimi [11].....	11
Şekil 3.9.	Mitsubishi Materials Corp'un üretimi kalemler [10].....	12
Şekil 3.10.	FDM'nin kullanıldığı yalıtım malzemeleri [11].....	13
Şekil 3.11.	FDM'den üretilmiş dental implant [11].....	13
Şekil 4.1.	Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Malzemelerin, derecelendirilmemiş malzemelere göre yapısal olarak karşılaştırılması [12].....	15
Şekil 4.2.	Ultrasonik görüntüleme kullanılan dönüştürücülerin yapısı [12] (a) ultrasonik dönüştürücü resmi (b) ultrasonik dönüştürücünün yapısı.....	16
Şekil 5.1.	Literatürdeki sınıflandırma.....	17
Şekil 6.1.	Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Eğri eksenli Kiriş.....	20

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 10.1.	Piezoelektrik Sabiti $g_{31}$ 'in radyal koordinat boyunca değişimi.....	30
Çizelge 10.2.	$V_0 = 100 V$ için radyal gerilme dağılımı .....	31
Çizelge 10.3.	$V_0 = 100 V$ için açısız gerilme dağılımı .....	32
Çizelge 10.4.	$\theta=0$ için ( $r=r_{out}$ )'daki radyal ve açısız yer değiştirmelerin artan elektrik potansiyeli ile değişimleri.....	33
Çizelge 10.5.	$V_0 = 100 V$ için, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ aralığında ( $r=r_{ori}$ )'da oluşan radyal ve açısız yer değiştirmeler.....	34
Çizelge 10.6.	$M = 0.1 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısız gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısız yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	38
Çizelge 10.7.	$M = 0.2 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısız gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısız yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	39
Çizelge 10.8.	$M = 0.4 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısız gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısız yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	40
Çizelge 10.9.	$M = 0.6 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısız gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısız yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	41
Çizelge 10.10.	$M = 0.8 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısız gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısız yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	42
Çizelge 10.11.	$M = 1 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısız gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısız yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	43
Çizelge 10.12.	$M = 2 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısız gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısız yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	44

Çizelge 10.13. $M = 3 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değıştirme ( $\theta = 0$ ).....	45
Çizelge 10.14. $M = 4 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değıştirme ( $\theta = 0$ ).....	46
Çizelge 10.15. $M = 5 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değıştirme ( $\theta = 0$ ).....	47
Çizelge 10.16. $M = 6 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değıştirme ( $\theta = 0$ ).....	48
Çizelge 10.17. $M = 7 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değıştirme ( $\theta = 0$ ).....	49
Çizelge 10.18. $M = 8 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değıştirme ( $\theta = 0$ ).....	50
Çizelge 10.19. $M = 9 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değıştirme ( $\theta = 0$ ).....	51
Çizelge 10.20. $M = 10 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değıştirme ( $\theta = 0$ ).....	52
Çizelge 10.21. $M = 12 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değıştirme ( $\theta = 0$ ).....	53
Çizelge 10.22. $M = 14 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değıştirme ( $\theta = 0$ ).....	54

Çizelge 10.23. $M = 16 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısıl yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	55
Çizelge 10.24. $M = 18 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısıl yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	56
Çizelge 10.25. $M = 20 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısıl yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	57
Çizelge 10.26. $M = 25 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısıl yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	58
Çizelge 10.27. $M = 30 Nm$ için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısıl yer değiştirme ( $\theta = 0$ ).....	59
Çizelge 10.28. $M = 1.0 Nm$ , ( $r = r_{out}$ )'da oluşan radyal ve açısıl yer değiştirmelerin $\theta$ 'ya göre değişimi.....	60
Çizelge 10.29. $M = 10 Nm$ , ( $r = r_{out}$ )'da oluşan radyal ve açısıl yer değiştirmelerin $\theta$ 'ya göre değişimi.....	61
Çizelge 10.30. $M = 30 Nm$ , ( $r = r_{out}$ )'da oluşan radyal ve açısıl yer değiştirmelerin $\theta$ 'ya göre değişimi.....	62

## TABLÖLAR DİZİNİ

**Sayfa no:**

Tablo 10.1. Piezoelektrik malzeme için fiziksel özellikler .....	29
--	----

## 1. GİRİŞ

Günümüzde teknolojinin gelişmesine paralel olarak kullanım amacına daha uygun ve daha gelişmiş özellikte cihazlar tasarlanmaktadır. Üretilen bu cihazlarda kullanılan aktif/akıllı malzemelerle ilgili birçok çalışma ve proje geliştirilmiştir. Kullanılan bu malzemelerden birisi piezoelektrik malzemelerdir. Piezoelektrik malzemeler; yapısında bulunan kristallere bağlı olarak mekanik yükün etkisi ile elektrik potansiyeli meydana getirir. Belli bir kuvvet altında malzeme deforme olduğu anda elektriksel yük gözlemlenebilir. Bu tip kullanım “algılayıcı (sensör)” olarak adlandırılır. Diğer taraftan bu etkinin karşısı olarak piezoelektrik malzemeye bir elektrik alan uygulandığı sırada piezoelektrik malzemelerde mekanik gerilim/uzama şeklinde bir durum gerçekleşir. Bu tip kullanım ise “eyleyici (actuator)” olarak adlandırılır.

Piezoelektrik malzemenin algılayıcı ve eyleyici özelliklerinden dolayı tasarımcılar bu malzemeyi birçok uygulamada kullanmaktadır. Bu malzemeler genellikle fiziksel olarak sert ve kimyasal olarak tepkimeye girmeyen malzemelerdir ve üretimi görece olarak daha ucuzdur. Piezo seramik elementlerin alaşımları, şekilleri ve boyutları, özel uygulamalara hizmet edebilmesi için uygun hale getirilebilmektedir. Piezoelektrik malzemeler, piezoelektrik etki doğrultusunda çalışmaktadır. Bu durum, mekanik değişimlere tepki veren malzemelerin mekanik değişimler doğrultusunda elektriksel potansiyel üretmelerini sağlamaktadır. Yani, basınç uygulanmış veya genişletilmiş piezoelektrik malzemeler belirli bir voltaj değeri üretmektedir. Bu etki tam ters şekilde seramik elemanının şeklinin değiştirilmesi veya uygulanan mekanik baskı sonucunda da oluşması mümkündür [1].

Günümüzde önemi artan bir diğer malzeme çeşidi ise Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerdir (FDM). FDM’ler fiziksel ve kimyasal özellikler bakımından farklı olan katmanlı malzemelerin, sürekli değişen bir kompozisyonda ve derecelendirilmiş bir yapıda birbiriyle çeşitli yöntemler vasıtasıyla birleştirilmiş bir malzemedir [2]. FDM’lerin tabakalı malzemelere göre çeşitli avantajları vardır. Bu malzemeler, derecelendirilmiş yapısı nedeniyle ısıl genleşme katsayılarından dolayı oluşan ısıl gerilmeleri, fiziksel ve kimyasal özelliklerdeki ani değişimlerden dolayı oluşabilecek olumsuzlukları azaltır. FDM’lerin mekanik özellikleri (elastisite modülü, yoğunluğu, ısıl iletim katsayısı, akma gerilmesi vb.) sürekli bir fonksiyon formunda geometri üzerinde uygun bir şekilde değişir. Bu durumda, cisimde oluşan mekanik gerilmenin azaltılması ve gerilme dağılımının sürekli olmasından dolayı malzemenin mukavemetinin ve ısıl direncinin artması, malzemenin yorulma ömrünün uzaması ve hafiflemesi mümkün olabilmektedir. FDM’lerin özellikleri, çeşitli kullanım alanları ve üretim yöntemleri Bölüm 3’te detaylı olarak sunulmuştur.



Bu çalışmada, piezoelektrik özellik gösteren, fonksiyonel derecelendirilmiş eğri eksenli kirişin yer değiştirme, gerilme ve elektrik potansiyeli değişimlerini tarif eden (analitik) matematiksel denklemler türetilmiş ve bunlar için sayısal sonuçlar sunulmuştur. Eğri eksenli fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik çubuk eleman için genel bir davranış modeli tarif edilmiştir. Kirişin radyal doğrultuda polarize edildiği kabul edilmiştir. Malzemenin piezoelektrik sabitinin radyal doğrultuda lineer bir fonksiyona bağlı olarak değiştiği varsayılmıştır. Bu çalışma için, malzemenin diğer mekanik ve piezoelektrik sabitleri geometri boyunca sabit alınmıştır. İlk olarak, genel denklemler türetilmiştir. Sınır koşullarında gerekli düzenlemeler yapılarak, dış yüzeyinden elektrik uygulanan eğri eksenli kiriş için bu modelin eyleyici davranışını tarif eden sayısal sonuçlar literatürdeki diğer çalışmalarla kıyaslanmıştır. Bu kıyaslamaların amacı, oluşturulan modelin sınanmasını sağlamaktır. Sonuçlar, bu analitik modelin, literatürdeki diğer modellerle aynı sonuçları verdiğini göstermiştir. Ardından, eğilme momenti altında çalışan algılayıcı eleman için çözümler elde edilmiş ve bu (lineer) fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik algılayıcının gerilme, yer değiştirme ve elektrik potansiyeli üretimi üzerindeki avantajları (ve dezavantajları) belirlenmiştir.

Çalışmanın içeriği genel olarak şu şekilde oluşturulmuştur: Bölüm 2’de piezoelektrik malzemelerin yapısı, çalışma prensipleri ve uygulama alanları tanıtılmıştır. Bölüm 3’de FDM’lerin özellikleri, kullanım alanları ve üretim yöntemlerinden bahsedilmiştir. Bölüm 4’te fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzemenin özellikleri ve kullanım alanları sunulmuştur. Bölüm 5’de piezoelektrik malzemeler, FDM’ler ve fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzemelerle ilgili literatürdeki çalışmalardan bahsedilmiştir. Bölüm 6’da problemin tanımı ve çözümü ile ilgili uygulanan yöntemler tanıtılmıştır. Bölüm 7’de problemin çözümü için uygulanacak temel denklemler belirlenmiştir. Bölüm 8’de fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzeme için genel çözüm türetilmiştir. Bölüm 9’da fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzemenin algılayıcı ve eyleyici olarak çözümü gösterilmiştir. Bölüm 10’da malzemenin algılayıcı ve eyleyici olması durumunda elde edilen sayısal sonuçlar sunulmuştur. Bölüm 11’de sonuç ve öneriler ve Bölüm 12’de ise kaynaklar gösterilmiştir.

## 2. PİEZOELEKTRİK MALZEMELER

Piezoelektrik alanında yapılan çalışmalar 1880 yılında Jaques ve Pierre Curie, temel bazı kristal minerallerin, olağan dışı karakteristik özellikler gösterdiklerini saptamasıyla başlamıştır. Piezoelektrik özelliği gösteren malzemelerin yapısında bulunan bu kristallere mekanik bir kuvvet uygulandığında, kristaller elektriksel olarak kutuplanmıştır. Kuvvet artırıldığında elektriksel kutuplaşma daha fazla artmıştır. Daha sonraları, bu etkinin tersi de görülmüştür. Eğer bu kristal mineraller bir elektrik alanına tabi tutulursa, elektrik alanın gücü kadar kısalıp, uzayabiliyorlardı. Bu duruma, Yunanca'daki piezein (basınç veya sıkıştırma anlamına gelen) kelimesinden esinlenerek piezoelektrik etki ve ters piezoelektrik etki ismi verilmiştir [1]. Piezoelektrik malzemeler günümüzde teknolojinin gelişmesi ve maliyetlerin azalması neticesinde birçok uygulamada kullanılmaktadır.

### 2.1. Piezoelektrik Malzemelerin Yapısı ve Özellikleri

Piezoelektrik malzemelerin yapısında bulunan kristaller üzerine uygulanan mekanik yükün etkisi ile elektrik potansiyeli meydana getirir. Piezoelektrik malzemelerde mekanik gerilim/uzama davranışları ile elektriksel kutuplaşma arasında bağlantı mevcuttur. Belli bir kuvvet altında malzeme deforme olduğu anda elektriksel yük gözlemlenebilir. Bu tip kullanımı algılayıcı olarak adlandırabiliriz. Bunun karşıtı bir etki de elektrik alan uygulandığı sırada piezoelektrik malzemelerde oluşabilen mekanik gerilim/uzama şeklinde gerçekleşir. Bu tip kullanımı ise eyleyici olarak adlandırılır [3].

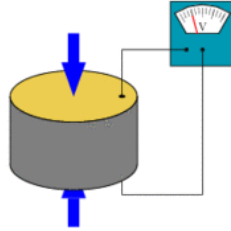
Piezoelektrik özellik gösteren seramikler çeşitli özel uygulamalarda kullanılması amacıyla şekil ve boyut açısından uygun hale getirilmektedir [1]. Baryum Titanat ( $BaTiO_3$ )'tan üretilen seramiklerde elektriksel etki altında piezoelektrik özelliğe rastlanabilmektedir. Baryum Titanatın yapısal bazı nitelikleri, piezoelektriksel özelliğin ortaya çıkmasına engel teşkil etmektedir. Kurşun zirkonat ve kurşun titan alaşımlarından üretilen seramikler, diğer seramiklere göre daha duyarlı ve daha yüksek sıcaklık değerlerinde çalışabilmektedir ve "PZT" olarak adlandırılan bu materyaller şu anda en geniş kullanım alanına sahip piezoelektrik seramiklerdir [4].

### 2.2. Piezoelektrik Malzemelerin Çalışma Prensipleri

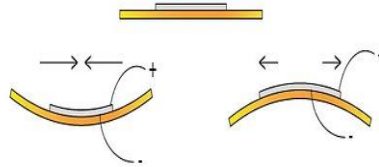
Piezoelektrik malzemeler; uygulanan kuvveti elektrik enerjisine veya tersi olarak uygulanan elektrik enerjisini mekanik kuvvete dönüştürebildiklerinden dolayı bu özelliklerinden yararlanılarak algılayıcı ve eyleyici olarak kullanılmaktadır.

Kutuplu piezoelektrik seramik malzemeye mekanik basınç veya germe işlemi uygulandığında bu malzeme çift kutuplu hale geçmektedir ve voltaj değeri üretmektedir. Basınç veya çekme işlemi uygulanırsa belli bir voltaj değeri elde edilmektedir yani seramik malzeme basınç veya gerginlik durumlarındaki mekanik enerjiyi elektrik enerjisine çevirebilmektedir [1].

Piezoelektrik seramiklerde iki çeşit etki görülür. Bunlar; düz ve ters etkidir. Düz etkide, uygulanan mekanik yüke karşılık elektrik yükü oluşur (bkz. Şekil 2.1). Ters etkide ise seramik, elektrik alanına tabi tutulunca malzemede mekanik bir hareket meydana gelir (bkz. Şekil 2.2.). Malzeme üzerine uygulanan yük veya potansiyel farktan dolayı malzeme belli bir doğrultuda genişler. Malzemenin şekil değiştirmesi uygulanan elektrik potansiyeli ile orantılıdır [4].



**Şekil 2.1.** Piezoelektrik malzeme üzerine basınç uygulanması sonucu oluşan voltaj [5].



**Şekil 2.2.** Piezoelektrik malzemeye voltaj verilmesi ile genişmesi [5].

### 2.3. Uygulama Alanları

Piezoelektrik özellik gösteren malzemeler günümüzde birçok alanda kullanılmaktadır. Örneğin,

*i.* Pikap kafalarının iğnelerinde ve mikrofonlarda transdüktör olarak kullanılır [4].

*ii.* Gemilerde derinlik ve hedef bulmaya yarayan sonar cihazlarda kullanılan ve titreşim yapan piezoelektrik maddeler, sıvı içinde boşluklar oluşturur. Herhangi bir cisimden yansıyor geri dönen dalganın, gidip dönme için aldığı zaman, o cismin konumunu belirlemede kullanılır [4].

iii. Radyo vericilerinin frekans kontrolleri, telefon iletişimi uygulamalarındaki dalga filtrelerinde kullanılır [4].

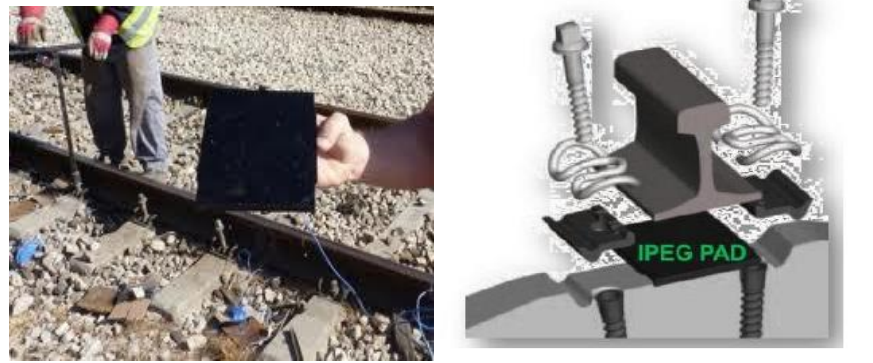
iv. Yüksek voltajlı elektrik türbinlerinin gerilim üretmek amacı ile rotorun sargılarının sarıldığı metallerde kullanılır [4].

v. Karayollarındaki Uygulamalar: Asfaltın altında beton zemin üzerine eklenen piezo jeneratörlerin üzeri bitümlü tabakayla kaplanarak korumaya alındıktan sonra üzeri asfalt ile kaplanır ve 30 yıla uzanan jeneratör ömrü sağlanır. Üretilen elektriğin şebekeye verilmesi ya da bataryalarda saklanması mümkün olacaktır. Saatte 500 ağır vasıta aracın geçtiği 1 km uzunluğunda yolda 200 kWh/h elektrik üretimi mümkün olacaktır [6] (bkz. Şekil 2.3.).



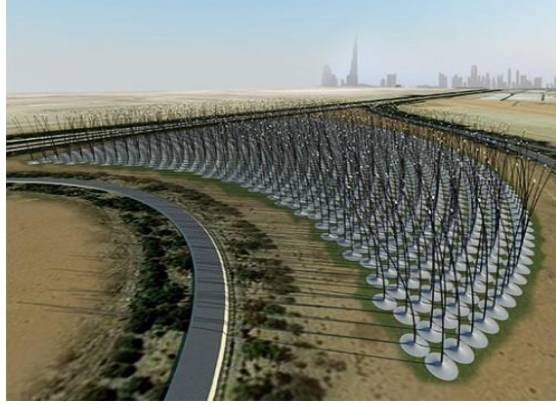
Şekil 2.3. Algılayıcı piezoelektrik malzemenin karayollarındaki uygulaması [6].

vi. Demiryollarındaki Uygulamalar: Mevcut traverslerde sadece titreşim izolasyonu için eklenmiş lastik tamponların değişimi ile elektrik üretimi ve trenlerin online yük-hız-yer takibi mümkün hale gelir [6] (bkz. Şekil 2.4.).



Şekil 2.4. Piezoelektrik malzemenin demiryollarındaki uygulamaları [6].

vii. Rüzgar Alanında Uygulamalar: Rüzgar türbinlerine alternatif olarak düşünülen bu sistemin amacı, bitki sapına benzeyen devasa sapların rüzgarda salınım yapmasıyla elektrik üretilmesidir. Bu sistemin temeli ise piezoelektrik prensibine dayanmaktadır. Bu sapların tepesine yerleştirilen LED'lerin parlaklığı rüzgarın hızına göre değişmektedir [7] (bkz. Şekil 2.5.).

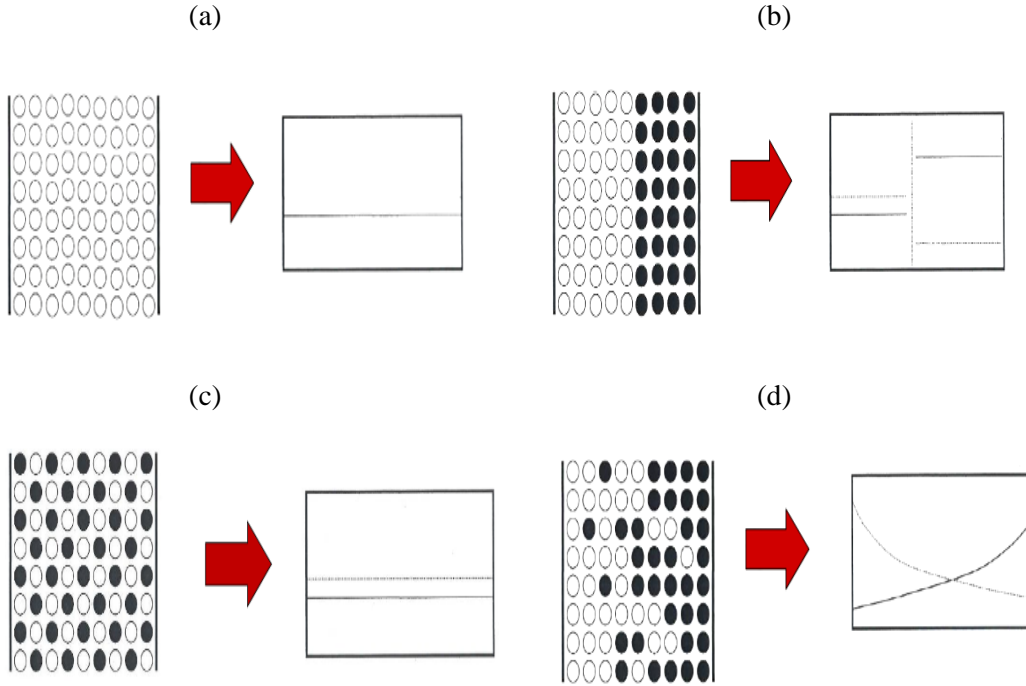


**Şekil 2.5.** Piezoelektrik etkiden yararlanılarak rüzgardan elektrik üretimi görseli [7].

Buraya kadar olan bölümde piezoelektrik malzemelerin özelliklerini ve kullanım alanlarını incelenmiştir. Bundan sonra piezoelektrik özellik gösteren eğri eksenli ve fonksiyonel olarak derecelendirilmiş olan kirişin mekanik ve elektriksel davranışlarını tarif eden bir matematiksel model üzerinde durulacaktır. Bunun için öncelikle FDM'ler tanıtılacaktır.

### 3. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER (FDM)

Teknolojinin gelişmesiyle birlikte, gereksinim duyulan bazı ihtiyaçların giderilmesi için malzemelerde homojen olmayan kademeli bir geçişe ihtiyaç duyulmuştur. FDM'ler (Functionally Graded Materials (FGM)) birbiriyle çeşitli yöntemler sonucunda birleştirilmiş, iki madde arasındaki farklı mekanik özelliklerden dolayı oluşan gerilmeleri derecelendirilmiş yapılarıyla azaltır. Ayrıca, fiziksel ve kimyasal özelliklerindeki ani değişimlerden dolayı oluşabilecek olumsuzlukları da düşürürler [2]. Şekil 3.1.'de, mühendislikte sıkça kullanılan malzemelerin yapılarına ve mekanik özelliklerinin yapı içerisindeki dağılımlarına örnekler verilmiştir. Şekil 3.1.a'da gösterilen homojen malzemelerde mekanik özellikler geometri boyunca sabittir. Şekil 3.1.b'deki tabakalı malzemedeki, arayüz koordinatında mekanik özelliklerde sıçramalar gözlemlenir. Geleneksel kompozit malzemelerde de malzemelerin mekanik özellikleri bir doğrultuda sabit olduğu gözlemlenir (bkz. Şekil 3.1.c). Ancak, Şekil 3.1.d'de görüldüğü gibi FDM'lerde mekanik özellikler belli bir fonksiyona bağlı olarak sürekli bir şekilde değişir ve sıçrama gerçekleşmez.

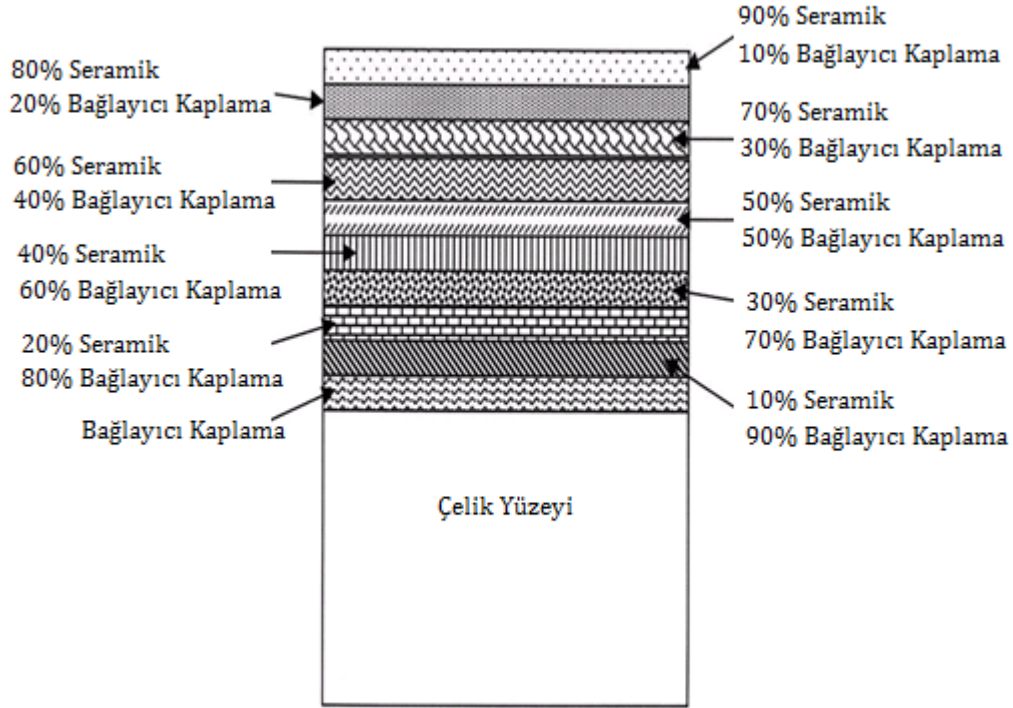


**Şekil 3.1.** (a) Homojen, (b) Tabakalı, (c) Geleneksel Kompozit ve (d) Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin iç yapısı ve özelliklerinin değişimi [41].

### 3.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Özellikleri

FDM’lerde farklı malzemeler bir araya gelerek yeni bir malzeme oluşur. Yeni oluşan malzemenin yapı ve özellikleri kendi içerisinde kademeli/dereceli olarak değişir ve bunun sonucunda malzeme özellikleri değişir. Burada hedeflenen; FDM uygulaması ile malzemelerin yapısal özelliklerinin gelişmesi ve farklı tipte uygulanan yüklerle (mekanik, ısı vs.) karşı direncinin artırılmasıdır. Bundan dolayı ideal malzeme kombinasyonları, metal ve seramikler önem kazanmıştır. Bu malzemelerden metal; tokluğa, elektrik geçirgenliğine, işlenebilirliğe, seramik ise; düşük yoğunluğa, yüksek mukavemete, katılığa ve ısıl dirence sahiptir. Bu iki özelliği birlikte bünyesinde taşıyan malzeme ise FDM olacaktır. İki farklı malzemenin (seramik ve metal) tek bir yapıda uyumlu şekilde çalışabilmesi için metal-seramik arası geçişler ani olmaması gerekir [8].

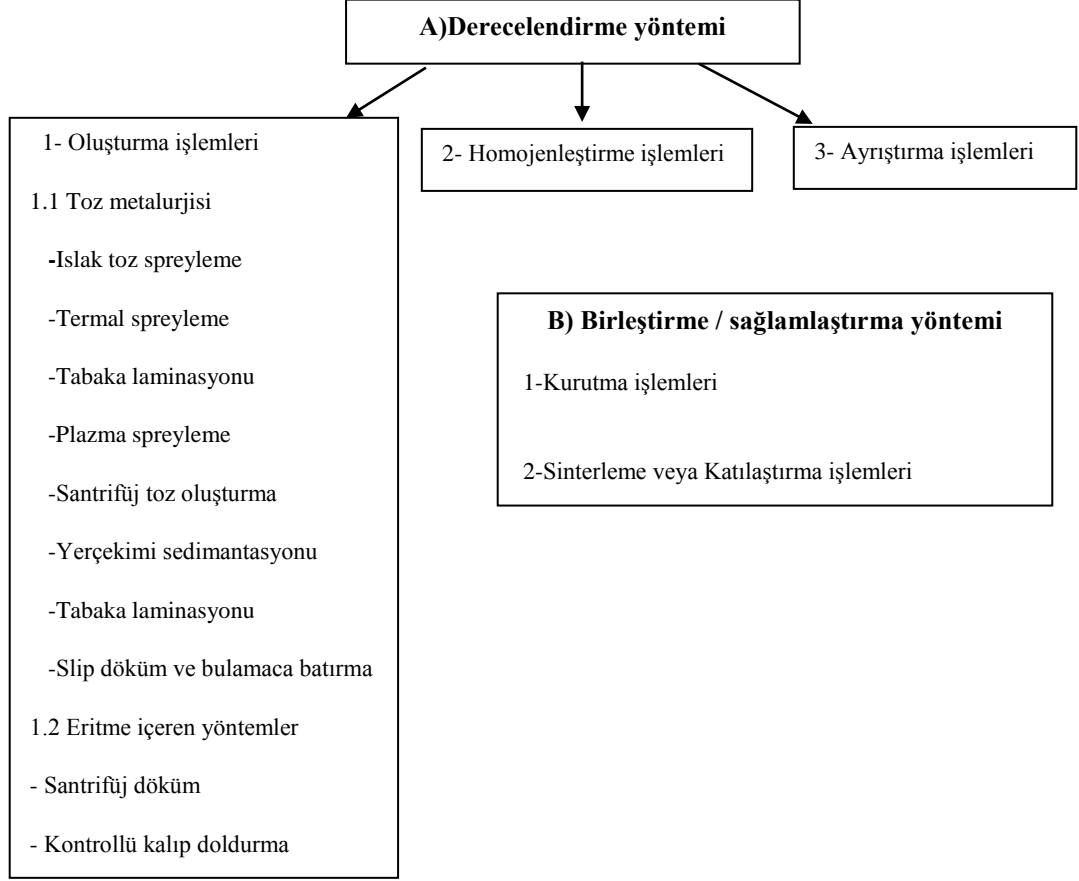
FDM ilk olarak, 1984’te Japonya’da bir uzay mekiği projesi sırasında, 10 mm’den ince bir kesit için, 2000 K seviyesinde bir yüzey sıcaklığına ve 1000 K’lik bir sıcaklık aralığına dayanabilecek bir ısıl bariyer malzemesi önerisi ile ortaya çıkmıştır [8]. 1984’ten bu yana, FDM ince filmleri çok geniş çapta araştırılmaktadır. En çok kullanılan FDM, bir metalden bir seramiğe doğru geçişin olduğu yapıdır [9]. Metal ve seramik malzeme geçişlerindeki değişimleri Şekil 3.2.’de gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Örnek bir FDM’de metal ve seramik malzemelerin birbirleri içerisindeki değişimleri [9].

### 3.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Üretim Yöntemleri

FDM'lerin üretim yöntemleri Şekil 3.3.'de gösterilmiştir.



Şekil 3.3. FDM'lerin üretim yöntemleri

**A) Derecelendirme yöntemi;** Homojen olmayan malzemenin oluşturulması aşamasıdır. Bu aşama üçe ayrılır [8].

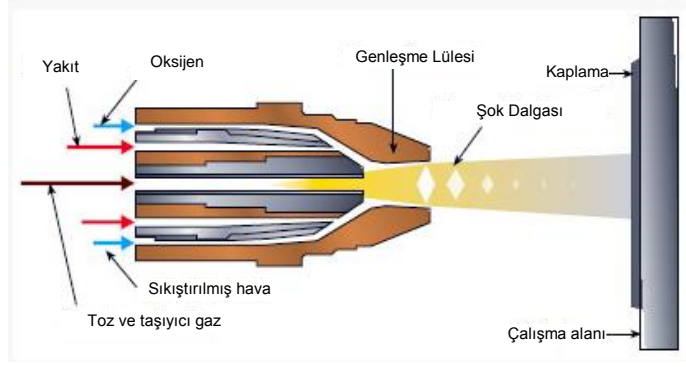
1. Oluşturma işlemleri: Ham malzemeler veya tozlardan dereceli malzemeyi oluşturmaya yöneliktir. Kendi içerisinde toz ve eritme içeren yöntemler olarak ikiye ayrılmaktadır [8].

Toz metalurjisi ile (bkz. Şekil 3.4.-3.5.-3.6.) FDM üretiminin çeşitli avantajları vardır [8].

Bunlar;

- Daha düşük maliyetler,
- Hammadde bulunmasının kolay olması,
- Daha az enerji tüketimi,
- Daha kısa işlem süreleri ve daha basit teçhizatların kullanılmasıdır.

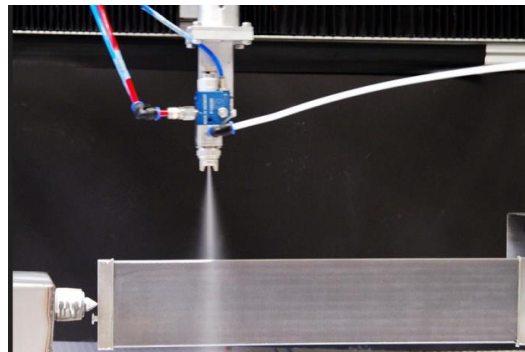




Şekil 3.4. Termal sprey yöntemi ile FDM üretimi [11].

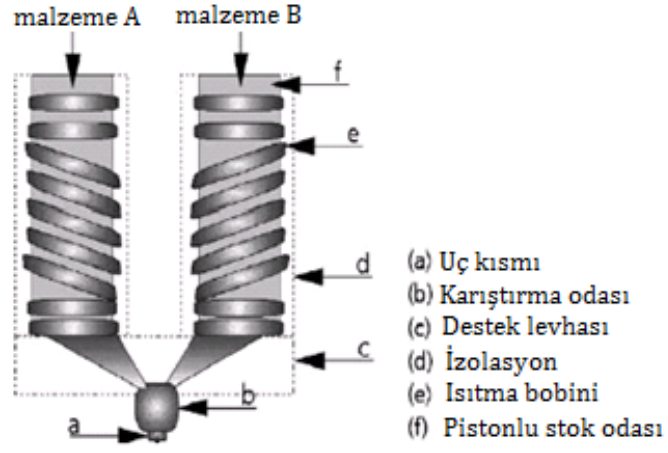


Şekil 3.5. Tabaka laminasyonu yöntemi ile FDM üretimi [11].



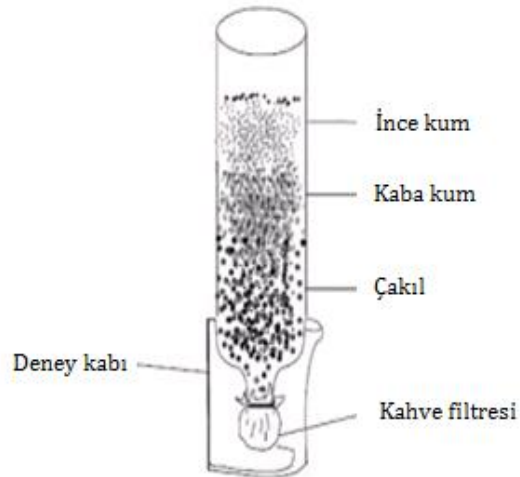
Şekil 3.6. Islak toz spreyleme yöntemi ile FDM üretimi [11].

2. Homojenleştirme işlemi: İki farklı malzemenin ani geçişinin yumuşak bir geçişe dönüştürülmesi işlemidir [8] (bkz. Şekil 3.7.).



Şekil 3.7. Homojenleştirme yöntemi ile FDM üretimi [11].

3. Ayırıştırma işlemi; Makroskopik olarak homojen görünen malzemenin, bir etki alanı ile (örneğin yer çekimi veya elektrik alanı) derecelendirilmesidir [8] (bkz. Şekil 3.8.).



Şekil 3.8. Ayırıştırma yöntemi ile FDM üretimi [11].

### 3.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Kullanım Alanları

FDM'ler, yüksek malzeme performansı gerektiren ısı bariyer kaplamalarda, kemik ve dental implant gibi biyomalzemelerde, piezoelektrik ve termoelektrik aygıtlar gibi uygulamalarda tercih edilmektedir. Ayrıca ileri uçak ve uzay sanayinde de kullanım alanları vardır [10].

#### 3.3.1. Uzay Taşıtları

FDM'ler ilk bu alan için tasarlanmıştır. FDM'ler yapısal malzeme ve enerji değiştirici malzeme olarak roket yapılarında ve motorun dış duvarında kullanılmaktadır [10].

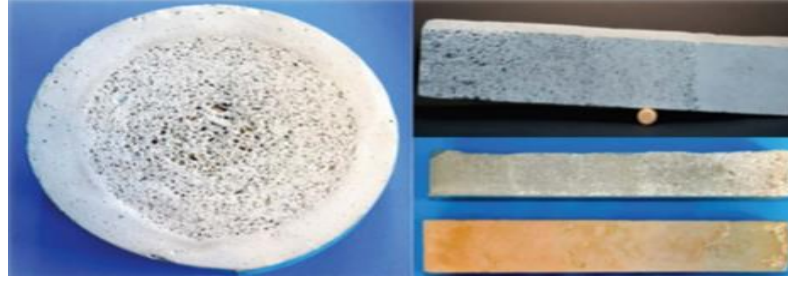
#### 3.3.2. Endüstriyel Malzemeler

Sanayi alanında kesici ve şekillendirici kalemlerde daha iyi bir mukavemet ve ısı direnç sağlaması için FDM'ler kullanılmaktadır. Mitsubishi Material Corp, UE6020 koduyla katlı CVD (Chemical vapor deposition-Kimyasal buhar biriktirme) malzemesini üretmiştir. Bu malzeme FDM'in yapısını benimseyen dereceli yüzey yapısına sahiptir [10] (bkz. Şekil 3.9.).

Binaların dış cephelerinde kullanılan yalıtım malzemelerinde FDM'ler kullanılmaktadır. Daha iyi ısı ve ses yalıtımı sağlamasının yanı sıra doğaya ve insan sağlığına daha az zarar veren ürünler elde edilmektedir (bkz. Şekil 3.10.).



Şekil 3.9. Mitsubishi Materials Corp'un üretimi kalemler [10].



**Şekil 3.10.** FDM'nin kullanıldığı yalıtım malzemeleri [11].

### 3.3.3. Biyomalzemeler

Tıp alanında kaybedilen veya onarılamayan sert yapıların (kemik, diş gibi) yerine nakil edilecek malzemelerden insan bünyesine ile daha uyumlu olan FDM'ler tercih edilmektedir. FDM'lerin kendi içerisindeki yapısal analizleri biyolojik malzemelerin yapısındakine benzer bir temel karakteristik içermektedir. Örneğin, insan kemiğinin yapısı, yoğun ve sert bir dış yapıdan gözenekli bir içyapıya doğru değiştiği için FDM karakterine uymaktadır [10]. Diş tedavisinde kullanılan yapay bir implant malzemesinin yapısı da benzer bir derecelenme göstermektedir (bkz. Şekil 3.11.).



**Şekil 3.11.** FDM'den üretilmiş dental implant [11].

### 3.3.1. Türbinler ve Dizel Motorlar

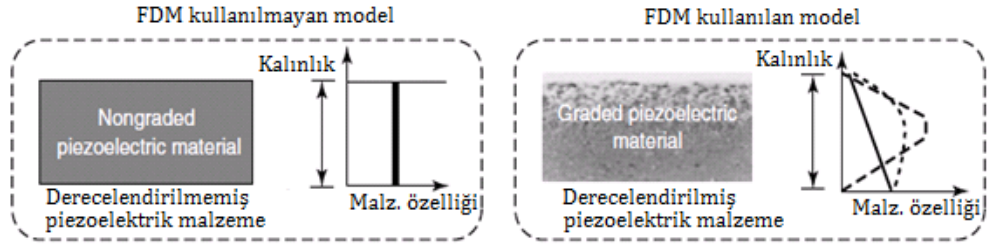
FDM'ler ısı bariyer kaplamalar olarak gaz türbinleri ve diğer enerji üreten elemanlarda, şu amaçlarla kullanılmaktadır:

- Motorun çalışma sıcaklığını yükseltmek ve böylece enerji verimini iyileştirmek,
- Motorun sıcak bölümlerinde bulunan metalik elemanların soğutma gereksinimlerini azaltmak,
- Eleman ömrünü uzatmak.

Isı bariyer kaplamalar, rutin olarak yanma odalarında, bazı durumlarda türbin nozulları ve hava araçlarının bıçaklarında ve güç üreten gaz türbinlerinde kullanılmaktadır. Son zamanlarda, yakıt tüketimini azaltmak amacıyla düşük ısı atan dizel motor elemanlarında ısı bariyer kaplamalarında da kullanılmaktadır. Enerji üreten gaz türbinleri ve dizel motorların, yükseltilmiş sıcaklıklarda daha yüksek verimlerle çalıştıkları anlaşılmıştır [8].

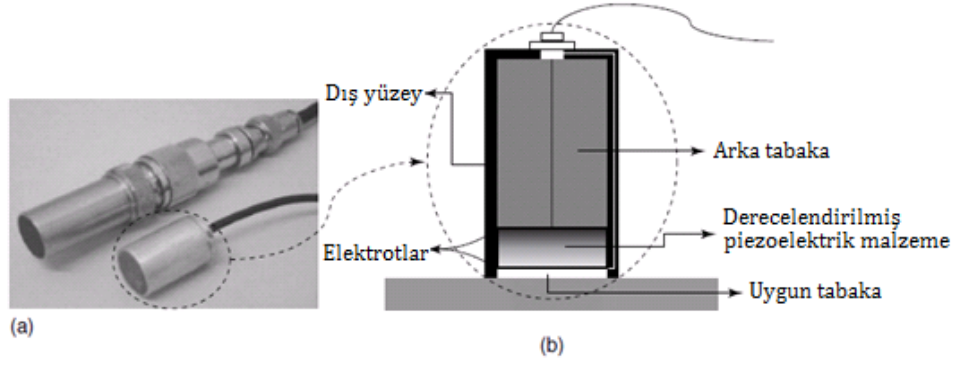
#### 4. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ PİEOZELEKTRİK MALZEMELERİN ÖZELLİKLERİ VE KULLANIM ALANLARI

Piezoelektrik özellikli FDM'lerin, dereceli olmayan piezoelektrik malzemelere göre avantajları vardır. Uygulamalarda en büyük avantaj mekanik gerilmenin yapı içerisinde azaltılması ve gerilme dağılımının daha orantılı ve sürekli olmasından dolayı artan mukavemetidir. Buna bağlı olarak malzemenin yorulma ömrünün uzaması gözlenebilir. Ayrıca bu malzemelerde, piezoelektrik özelliklerin de (öneğin üretilen elektrik potansiyelin de) ciddi anlamda değişimler söz konusu olmaktadır. Şekil 4.1.'de fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzemenin ve derecelendirilmemiş malzemenin yapısal özelliklerinin, malzemenin kalınlığına göre değişimi gösterilmiştir [12].



**Şekil 4.1.** Fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzemeler ile derecelendirilmemiş malzemelerin yapısal olarak karşılaştırılması [12].

Günümüzde FDM kavramına dayanarak piezoelektrik dönüştürücülerin üretimi ve tasarımı yapılmaktadır. Bu piezoelektrik dönüştürücüler ağırlıklı tahribatsız testler ve tıp alanında ultrasonik görüntüleyici olarak kullanılır. Günümüzde ultrasonik görüntüleme hızı, görüntü kalitesi, güvenlik ve düşük maliyet avantajlarından dolayı birçok klinik uygulamada geleneksel X-ışınlarının yerini almıştır. Basınç dalgalarının belirtilen frekansları üretmek ve yüksek kaliteli görüntü elde etmek için, ultrasonik güç çeviriciler kullanılmaktadır. Şekil 4.2.'de piezoelektrik fonksiyonel derecelendirilmiş bir yapının ultrasonik dönüştürücü olarak kullanılması gösterilmektedir [12].



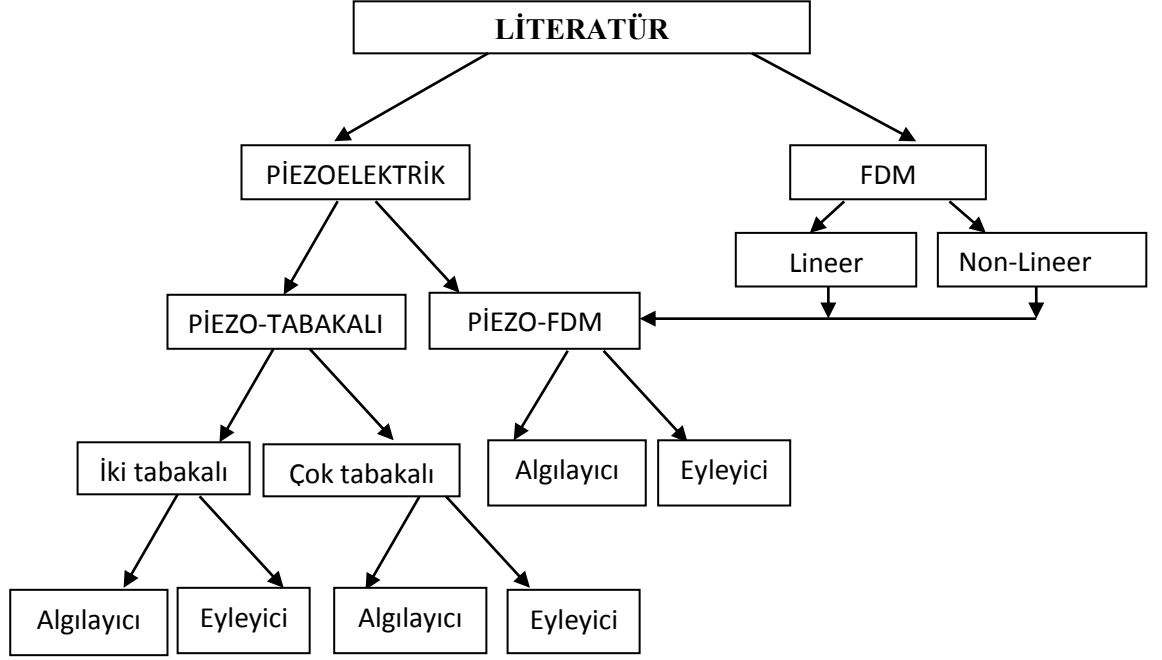
**Şekil 4.2.** Ultrasonik görüntülemelerde kullanılan dönüştürücülerin yapısı

(a) ultrasonik dönüştürücü resmi (b) ultrasonik dönüştürücünün yapısı [12].

Bu bilgiler doğrultusunda fonksiyonel derecelendirilmiş ve piezoelektrik özellik gösteren bir malzeme kullanım açısından bize tabakalı veya derecelendirilmemiş bir malzemeden çok daha üstün özellikler sunar. Derecelendirilmemiş bir malzemenin piezoelektrik özellik göstererek oluşturduğu algılayıcı veya eyleyici etkisi fonksiyonel derecelendirilmiş bir malzemeye göre daha sınırlı olacaktır. Nedeni ise FDM'nin derecelendirilmemiş malzemeye göre mekanik gerilmenin yapı içerisinde daha az ve sürekli olması ve mukavemet yönünden çok daha dayanıklı olmasıdır. Bu sebepten dolayı fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik özellik gösteren malzemelere, derecelendirilmemiş malzemelere göre daha fazla kuvvet uygulanabildiği için kullanım alanına göre algılayıcı olarak daha fazla elektrik alanı oluşturabilir. Diğer taraftan fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik malzemelerin yapısı derecelendirilmemiş malzemelere göre daha kararlı ve homojen bir şekilde olduğundan eyleyici kullanılması sonucunda elde edilecek sonuçlar tabakalı malzemelere göre üstün olabilir.

## 5. LİTERATÜR

Hem piezoelektrik malzemeler hem de FDM'lerin kullanımının yaygınlaşmasından dolayı literatürde birçok akademik çalışma bulunmaktadır. Yapılan çalışmaların malzemenin özelliğine göre sınıflandırılması Şekil 5.1.'de gösterilmiştir.



Şekil 5.1. Literatürdeki sınıflandırma

Piezoelektrik özellik gösteren iki tabakalı, çok tabakalı ve FDM'lerin, piezo özellik göstermeyen lineer ve non-lineer FDM'ler ile ilgili literatürde bulunan bazı akademik çalışmalar aşağıda sunulmuştur.

### 5.1. İki Tabakalı (Bimorph) Piezoelektrik Malzemelerle İlgili Çalışmalar

İki tabakalı eğri eksenli piezoelektrik eyleyicilerin mekanik ve elektriksel davranışları Shi [13] tarafından incelenmiştir. Araştırmacı çalışmasında, dış yüzeyine elektriksel yük uygulanan küçük boyutlu bir eyleyicinin üzerinde oluşacak gerilmeleri, yer değiştirmeleri ve elektrik potansiyelini tarif eden analitik bir model sunmuştur. Aynı geometri için algılayıcı davranışı Arslan ve Usta [4] tarafından incelenmiştir. Araştırmacılar, elastisite teorisinden faydalanarak, hem algılayıcı hem de eyleyici davranışlarını tarif edebilen ve Shi'nin [13] modelinden daha sade bir analitik model geliştirmişlerdir. Sınır koşullarında gerekli değişiklikler yapılarak eğri eksenli kirişin eyleyici davranışı elde edilmiş



ve Shi'nin [13] çalışmasıyla kıyaslanmıştır. Ardından, eğilme momenti altındaki iki tabakalı algılayıcının mekanik ve elektriksel davranışları sayısal olarak sunulmuştur. Simetrik olmayan piezoelektrik iki tabakalı algılayıcı özelliği gösteren konsol kiriş modellemesi Brissaud [14] tarafından yapılmıştır. Eğri eksenli piezoelektrik iki tabakalı eyleyici özelliği gösteren kirişlerin statik tepkime ve yer değiştirme analizleri Kuang vd. [15] tarafından incelenmiştir. Piezoelektrik özellik gösteren iki tabakalı çubuklarda deformasyon analizi yani eyleyici davranışları Aldraihem ve Khdeir [16] tarafından yapılmıştır. Piezoelektrik kristalleri içeren algılayıcı ve eyleyici özellikli iki tabakalı kirişlerin analizleri Shen [17] tarafından gerçekleştirilmiştir.

## **5.2. Çok Tabakalı (Multimorph) Piezoelektrik Malzemelerle İlgili Çalışmalar**

Algılayıcı özellikli çok katmanlı piezoelektrik kompozitlerin uçlarına uygulanan moment kuvvetiyle kirişte oluşan elektrik potansiyelinin analizlerini Shi vd. [18] yapmışlardır. Plakalar üzerine yapıştırılmış ve yama yapılmış piezoelektrik malzemeler üzerinde statik ve dinamik olarak yarı analitik çözümler Qing [19] tarafından türetilmiştir. Tabakalı piezoelektrik kirişlerin algılayıcı ve eyleyici olarak davranışları Shen vd. [20] tarafından incelenmiştir. Çok katmanlı piezoelektrik konsollar için matematiksel modeller Xiang [21] tarafından çıkarılmıştır. Çok katmanlı eğri eksenli piezoelektrik kompozitler için statik analizler Shi and Zhang [22] tarafından yapılmıştır. Çok katmanlı piezoelektrik özellikli konsolun algılayıcı ve eyleyici davranışları Xiang, ve Shi [23] tarafından incelenmiştir. Çok katmanlı piezoelektrik konsolun algılayıcı ve eyleyici özellikleri Weinberg [24] tarafından gerçekleştirilmiştir.

## **5.3. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerle İlgili Çalışmalar**

Sıkı geçmede (shrink fit) FDM'den üretilmiş diskin mekanik davranışları Arslan ve Mack [25] tarafından incelenmiştir. Eğilme momenti altında çalışan derecelendirilmiş eğri eksenli kirişin elastik dayanımı ile ilgili analizler Arslan ve Eraslan [26] tarafından yapılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş içi boş şaftların elastik, yarı plastik ve plastik olması durumlarında dönme esnasında düzlem gerilmelerinin analitik çözümleri Eraslan ve Arslan [27] tarafından gerçekleştirilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş dönen katı disklerin kompozit yapısına ait gerilme dağılımı ile ilgili matematiksel model ve analizler Zenkour [28] tarafından yapılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş plakaların lineer olmayan serbest titreşim analizi Woo vd. [29] tarafından incelenmiştir.

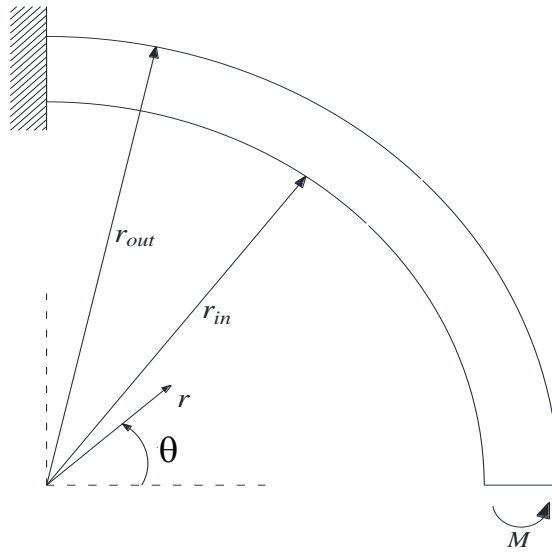
#### 5.4. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Malzemelerle İlgili Çalışmalar:

Bölüm 5.1’de de bahsedilen Shi [13]’nin çalışmasında ayrıca fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik eğri eksenli eyleyici için de bir matematiksel model geliştirmiştir. Eğri eksenli fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik eyleyici özellikli malzemenin eğilmesi sonucu oluşan gerilmelerin analizleri Shi and Zhang [30] tarafından yapılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş dönen millerin üzerine yerleştirilmiş piezoelektrik kristallerin elektriksel, ısı ve mekanik davranışlarını Arani vd. [31] incelemiştir. Elektriksel ve ısı-mekanik yük altında çalışan ve üzerine piezoelektrik malzemeler yerleştirilmiş fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin mekanik davranışlarını Alibeigloo [32] araştırmıştır. Elastisite teorisi ile piezoelektrik parametreler kullanarak piezoelektrik konsolun eğilme davranışları ve fonksiyonel derecelendirilmiş eyleyicilerin gerilme analizleri Tingtinga ve Zhifeia [33] tarafından yapılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik özellikli, algılayıcı olarak kullanılan ve dönen silindirin basınç ve termal yük altında analizleri Rahimi vd. [34] tarafından incelenmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik panellerin üç boyutlu halinin elastisite teorisine dayanarak dinamik analizi ile ilgili çalışmalar Javanbakht vd. [35] tarafından yapılmıştır. İki boyutlu fonksiyonel derecelendirilmiş eğri eksenli piezoelektrik eyleyicilerin analizi Zhang ve Shi [36] tarafından gerçekleştirilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik giriş konsolların eğilme analizi Tao ve Zheng [37] tarafından yapılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik konsolun yük altındaki eğilme analizleri Shi ve Chen [38] tarafından incelenmiştir.

Bu çalışmada ise; mekanik yük altında çalışan lineer olarak fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik eğri eksenli algılayıcı için bir analitik model hazırlanmış ve sayısal sonuçlar incelenmiştir.

## 6. PROBLEMİN TANIMI VE ÇÖZÜMÜ İÇİN UYGULANAN YÖNTEMLER

Lineer fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik eğri eksenli kiriş geometrisi Şekil 6.1.'de gösterilmiştir. Kiriş, iç yüzeyi " $r_{in}$ " ve dış yüzeyi " $r_{out}$ " olan fonksiyonel olarak derecelendirilmiş bir malzemedir. Kirişin piezoelektrik özellik gösterdiği kabul edilmektedir. Matematiksel (analitik) model oluşturulurken silindirik koordinat sistemi kullanılmıştır. Bu sistemi radyal koordinat  $r$ , açılal koordinat  $\theta$  ve eksenel koordinat  $z$  asal eksenleri oluşturmaktadır. Düzlem gerilme durumu kabul edilmesi nedeniyle eksenel yöndeki gerilme ihmal edilmiştir ( $\sigma_z = 0$ ). Şekil 6.1.'de gösterilen kirişin radyal  $r$  yönünde kutuplaştırılması (polarize edilmesi) söz konusudur. Silindirik simetri kabulü nedeniyle radyal  $u$  ve açılal  $v$  yer değıştirme ifadeleri radyal ve silindirik koordinatlara bağılı birer fonksiyonken diğel tüm büyüklükler sadece radyal koordinat  $r$ 'nin fonksiyonlarıdır. Kirişin bir ucu ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ) mesnetle sabitlenmiştir, diğel ucuna ise ( $\theta = 0$ ) eğilme momenti  $M$  uygulanmaktadır. Kirişel uygulanan moment, kademeli olarak arttırılmakta ve her moment değelirinin kirişte oluşturduğu deformasyon, gerilme ve elektrik potansiyeli tespit edilmektedir. Kirişin eyleyici olarak kullanılması durumunda (bu durumda kirişel elektrik yük tatbik edilmekte ve eğilme momenti uygulanmamaktadır) elde edilen radyal yer değıştirmeler, açılal yer değıştirmeler, radyal gerilmeler ve açılal gerilmeler; Shi'nin [13] ve Arslan ve Usta'nın [4] çalışmasındaki sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Kirişel eğilme momenti uygulanır (ve herhangi bir elektriksel yük uygulanmaz) ise, model algılayıcı davranışı tarif edilmiş olur. Bu durumda oluşacak radyal gerilmeler, açılal gerilmeler, yer değıştirmeler ve elektrik potansiyeli değelirleri elde edilmiş ve Arslan ve Usta'nın [4] çalışmasındaki (çift tabakalı (bimorph) algılayıcı için) sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar Bölüm 11.1 ve 11.2'de verilmiştir.



Şekil 6.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik eğri eksenli kiriş

## 7. TEMEL DENKLEMLER

Matematiksel model için aşağıdaki temel denklemler kullanılmıştır. Hooke yasası;

$$\varepsilon_{\theta} = S_{11}\sigma_{\theta} + S_{13}\sigma_r + g_{31}D_r \quad (1)$$

$$\varepsilon_r = S_{13}\sigma_{\theta} + S_{33}\sigma_r + g_{33}D_r \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir [4]. Burada;  $\varepsilon_{\theta}, \varepsilon_r$ : Açısal ve radyal doğrultudaki şekil değiştirmeleri,  $\sigma_{\theta}, \sigma_r$ : Açısal ve radyal doğrultudaki gerilmeleri,  $D_r$ : radyal doğrultudaki elektrik sabitini,  $S_{11}, S_{13}, S_{33}$ : elastik sabitleri,  $g_{31}, g_{33}$ : piezoelektrik sabitlerini temsil etmektedir.

Piezoelektrik sabiti olan  $g_{31}$ 'in radyal yönde aşağıdaki denklemde tanımlandığı gibi radyal doğrultuda lineer olarak değiştiği kabul edilmiştir:

$$g_{31} = Ar + B \quad (3)$$

Şekil 6.1.'de gösterildiği gibi eğri eksenli fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin iç yüzeyi " $r_{in}$ ", dış yüzeyi ise " $r_{out}$ " olarak tanımlanmıştır. Piezoelektrik sabiti  $g_{31}$  ise fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin iç yüzeyinde  $g_{31i}$ 'e ve kirişin dış yüzeyinde ise  $g_{31o}$ 'e eşittir. Yani;

$$g_{31}(r_{in}) = g_{31i} \quad (4)$$

$$g_{31}(r_{out}) = g_{31o} \quad (5)$$

Denklemler (3)-(4)-(5) yardımıyla  $A$  ve  $B$  sabitleri aşağıdaki şekilde bulunur:

$$A = \frac{g_{31i} - g_{31o}}{r_{in} - r_{out}}, \quad (6)$$

$$B = -\frac{r_{out}g_{31i} - r_{in}g_{31o}}{r_{in} - r_{out}}. \quad (7)$$

Diğer malzeme sabitlerinin kiriş boyunca sabit kaldığı kabul edilmiştir.

Bir diğer temel denklem olarak kullanılan potansiyel fark ifadesi;

$$E_r = -g_{31}\sigma_\theta - g_{33}\sigma_r + \zeta_{33}D_r \quad (8)$$

şeklinde ifade edilir [4]. Burada;  $E_r$  : radyal yöndeki elektrik alanını,  $\zeta_{33}$  : dielektrik sabitini temsil eder.

Belirtilen diğer sabitler gibi  $\zeta_{33}$  dielektrik sabitinin de radyal koordinat boyunca değişmediği kabul edilmiştir. Kirişin deformasyon ve şekil değiştirme ilişkileri;

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (9)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad (10)$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} = 0 \quad (11)$$

şeklinde ifade edilir [26]. Burada;  $u$ : radyal yer değiştirmeyi,  $v$ : açısız yer değiştirmeyi,  $\gamma_{r\theta}$  : kayma şekil değiştirmesini temsil eder. Radyal yöndeki denge denklemi (herhangi bir gövde kuvvetinin olmadığı durum için);

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (12)$$

ve elektriksel alan ( $E_r$ ) ile elektrik potansiyeli ( $\phi$ ) arasındaki ilişki;

$$E_r = -\frac{d\phi}{dr} \quad (13)$$

şeklinde tanımlanabilir [4].

Bu problemde, silindirik simetrik kabul edildiğinden dolayı kayma gerilmesi ( $\tau_{r\theta}$ ) sıfırdır. Ayrıca bu sebepten, açısız yöndeki indüksiyon akımı ( $D_\theta$ ) 'da sıfır olur. Böylece radyal yöndeki indüksiyon akımı ( $D_r$ ) şu şekilde yazılabilir;

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r D_r) = 0 \quad (14)$$

Bu denklemin çözüümü;

$$D_r = \frac{C_1}{r} \quad (15)$$

olur. Buradaki,  $C_1$  keyfi integrasyon sabitidir. Silindirik simetri kabulü nedeniyle silindirik koordinat sistemi için uygunluk bağıntısı;

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_\theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial r} = 0 \quad (16)$$

kullanılarak,

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \varepsilon_\theta) - \varepsilon_r = C_2 \quad (17)$$

denklemini türetilebilir [26]. Burada  $C_2$  bir diğer keyfi integrasyon sabitidir.

## 8. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ PİEZOELEKTRİK MALZEME İÇİN GENEL ÇÖZÜM

Temel denklemler yardımıyla piezoelektrik eğri eksenli fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş için (yani hem algılayıcı hem de eyleyici analizi için kullanılabilir) gerilme, yer değiştirme ve elektrik alan ile ilgili çözümler bulunabilir.

### 8.1. Gerilmeler

Denklem (1) ve (2)'deki ifadeler denklem (17)'de yerine yazılırsa;

$$\frac{\partial}{\partial r} (rS_{11}\sigma_{\theta} + S_{13}\sigma_r + g_{31}D_r) - S_{13}\sigma_{\theta} + S_{33}\sigma_r + g_{33}D_r = C_2, \quad (18)$$

ya da denklemler (12) ve (15) kullanılarak;

$$r^2S_{11}\sigma_r'' + 3rS_{11}\sigma_r' + (S_{11} - S_{33})\sigma_r = C_1 \left( \frac{g_{33}}{r} - A \right) + C_2 \quad (19)$$

elde edilir. Bu ikinci dereceden  $r$ 'ye bağlı diferansiyel denklemin çözümü;

$$\sigma_r = \frac{C_1}{r} \left( -\frac{Ar}{S_{11}-S_{33}} - \frac{g_{33}}{S_{33}} \right) + \frac{C_2}{S_{11}-S_{33}} + C_3r^{-1-S} + C_4r^{-1+S} \quad (20)$$

olur. Burada  $C_3$  ve  $C_4$  integrasyon sabitleridir ve

$$S = \frac{\sqrt{S_{33}}}{\sqrt{S_{11}}} \quad (21)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Denge denklemi (12) yardımıyla açılal yöndeki gerilme bileşeni elde edilir:

$$\sigma_{\theta} = -\frac{AC_1}{S_{11}-S_{33}} + \frac{C_2}{S_{11}-S_{33}} - C_3Sr^{-1-S} + C_4Sr^{-1+S} \quad (22)$$

## 8.2. Elektrik Alan

Radyal yöndeki elektrik alanı ( $E_r$ ) için denklem (13) kullanılarak denklem (8) aşağıdaki formu alır:

$$-\phi'(r) = -g_{31}\sigma_\theta - g_{33}\sigma_r + \zeta_{33}D_r. \quad (23)$$

Denklemler (15), (20) ve (22)'deki ifadeler, denklem (23)'de yerine yazılır ve çözülürse;

$$\begin{aligned} \phi(r) = C_1 \left\{ -\frac{Ar(2(B+g_{33})+Ar)}{2(S_{11}-S_{33})} - \frac{(g_{33}^2+S_{33}\zeta_{33}) \ln(r)}{S_{33}} \right\} + \frac{C_2r[2(B+g_{33})+Ar]}{2(S_{11}-S_{33})} \\ - \frac{C_3r^{-S}[g_{33}-(B+g_{33})S+(B+Ar)S^2]}{S(1-S)} + \frac{C_4r^S(g_{33}+(B+g_{33})S+(B+Ar)S^2)}{S(1+S)} + C_5 \end{aligned} \quad (24)$$

elektrik potansiyel ifadesi ( $\phi$ ) elde edilir. Burada yeni integrasyon sabiti  $C_5$  denkleme eklenmiştir.

## 8.3. Yer Değiştirme

Radyal ve açılmal yer değiştirme bileşenleri için Timoshenko ve Goodier [39] formülasyonu takip edilmiştir. Denklemler (1), (2), (15), (20) ve (22) yardımıyla şekil değiştirme bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\varepsilon_r = -\frac{(AC_1-C_2)+(S_{13}+S_{33})}{S_{11}-S_{33}} + C_3r^{-1-S}(-SS_{13} + S_{33}) + C_4r^{-1+S}(SS_{13} + S_{33}), \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta = C_1 \left( -\frac{A(S_{13} + S_{33})}{S_{11} - S_{33}} - \frac{g_{33} S_{13} - B \cdot S_{33}}{r \cdot S_{33}} \right) + \frac{C_2(S_{11} + S_{13})}{S_{11} - S_{33}} - C_3r^{-1-S}(S \cdot S_{11} - S_{13}) \\ + C_4r^{-1+S}(S \cdot S_{11} - S_{13}) \end{aligned} \quad (26)$$

Radyal yer değiştirme bileşeni için denklemler (25) ve (9) kullanılır ve

$$u = \frac{r(AC_1-C_2)+(S_{13}+S_{33})}{S_{11}-S_{33}} + \frac{C_3r^{-S}(S \cdot S_{13}-S_{33})}{S} + \frac{C_4r^S(S \cdot S_{13}+S_{33})}{S} + f_1(\theta) \quad (27)$$

türetilir. Buradaki  $f_1(\theta)$ ,  $\theta$ 'ya bağlı herhangi bir fonksiyondur. Denklem (10)'dan



$$\varepsilon_{\theta} r - u = \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad (28)$$

elde edilir. Bu denklemdaki  $\varepsilon_{\theta}$  ve  $u$  yerine denklem (26) ve (27)'deki ifadeler yerleştirilir ve  $\theta$ 'ya göre integral alınırsa açısız yer değiştirme bileşeni aşağıdaki formu alır:

$$v = \left[ C_1 \left( B - \frac{g_{33} S_{13}}{S_{33}} \right) + C_2 r + \frac{r^{-S} (C_3 - C_4 r^{2S}) (-S^2 S_{11} + S_{33})}{S} \right] \theta - \int f_1(\theta) + f_2(r). \quad (29)$$

Burada  $f_2(r)$ ,  $r$ 'e bağlı bilinmeyen bir fonksiyonu temsil etmektedir. Denklem (27) ve (29) denklem (11)'de yerleştirilir ve elde edilen diferansiyel denklem özölürse ;

$$f_1(\theta) = \frac{C_1 (B S_{33} - g_{33} S_{13})}{S_{33}} + D_2 \cos \theta + D_3 \sin \theta \quad (30)$$

$$f_2(r) = r D_1 \quad (31)$$

elde edilir. Burada  $D_1, D_2$  ve  $D_3$  rastgele alınan integrasyon sabitleridir. Bu iki fonksiyon denklem (27) ve (29)'de yerlerine yerleştirilir ve radyal ve açısız yer değiştirme bileşenleri son şeklini alır:

$$u = C_1 \left( B - \frac{g_{33} S_{13}}{S_{33}} - \frac{Ar(S_{13} + S_{33})}{SS_{11} - S_{33}} \right) + \frac{C_2 r (S_{13} + S_{33})}{S_{11} - S_{33}} + \frac{C_3 r^{-S} (S S_{13} - S_{33})}{S} + \frac{C_4 r^S (S S_{13} + S_{33})}{S} + D_2 \cos \theta + D_3 \sin \theta \quad (32)$$

$$v = r(D_1 + C_2 \theta) + D_3 \cos \theta - D_2 \sin \theta \quad (33)$$

## 9. ALGILAYICI VE EYLEYİCİ İÇİN ÇÖZÜMLER

### 9.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Algılayıcı için Çözüm

Algılayıcı özelliği göstermesi istenen fonksiyonel derecelendirilmiş piezoelektrik eğri eksenli kirişin uygulanan eğilme momenti ile kirişte oluşacak gerilme, yer değiştirme ve elektrik potansiyeli değişimlerinin tespit edilmesi için bu modelde elde edilen denklemlerdeki bilinmeyen 8 sabitin (  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, D_1, D_2, D_3$  ) hesaplanması gerekmektedir. Bu amaçla; aşağıdaki 8 adet sınır koşulları kullanılır.

İç (  $r = r_{in}$  ) ve dış yüzeylerde (  $r = r_{out}$  ) elektrik potansiyelinin sıfır olması nedeniyle;

$$\emptyset|_{r=r_{in}} = 0 \quad (34)$$

$$\emptyset|_{r=r_{out}} = 0 \quad (35)$$

İç (  $r = r_{in}$  ) ve dış yüzeylerin (  $r = r_{out}$  ) serbest yüzey olması nedeniyle;

$$\sigma_r|_{r=r_{in}} = 0 \quad (36)$$

$$\sigma_r|_{r=r_{out}} = 0 \quad (37)$$

Sabit mesnette (  $\theta = \pi/2$  ) yer değiştirmelerin ve türevlerinin sıfır olması gerektiğinden;

$$u|_{r=\frac{r_{in}+r_{out}}{2}, \theta=\frac{\pi}{2}} = 0 \quad (38)$$

$$v|_{r=\frac{r_{in}+r_{out}}{2}, \theta=\frac{\pi}{2}} = 0 \quad (39)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \theta}|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = 0 \quad (40)$$

Kirişin serbest ucundan ( $\theta = 0$ ) moment  $M$  uygulanması nedeniyle;

$$\int_{r_{in}}^{r_{out}} \sigma_{\theta} r dr = -M \quad (41)$$

Burada belirtilmelidir ki, Şekil 6.1.'de gösterilen momentin yönü negatiftir. Bu sınır koşulları kullanılarak sabitler sayısal yöntemler kullanılarak hesaplanmıştır.

## 9.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Eyleyici için Çözüm

Shi'nin [13] çalışmasında piezoelektrik eğri eksenli fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin eyleyici olarak davranışı için sonuçlar elde edilmişti. Ayrıca, Arslan ve Usta [4] eğri eksenli piezoelektrik bi-morph tetikleyici için bir matematiksel model oluşturmuştur. Bu çalışmada piezoelektrik eğri eksenli fonksiyonel derecelendirilmiş algılayıcının davranışını incelemek amacıyla elde ettiğimiz bu matematiksel modelin güvenilirliğini test etmek, Shi'nin [13] ve Arslan ve Usta'nın [4] sonuçlarıyla karşılaştırmak için sınır koşullarında bazı değişiklikler yaparak mümkün olabilmektedir. Bu amaçla sınır koşulları (35) ve (41) aşağıdaki gibi tekrar tanımlanır.

$$\phi|_{r=r_{out}} = V_0 \quad (42)$$

$$\int_{r_{in}}^{r_{out}} \sigma_{\theta} r dr = 0 \quad (43)$$

Buradaki  $V_0$  kirişin dış yüzeyine uygulanan elektrik potansiyelini temsil etmektedir. Diğer sınır koşulları (Denklemler 34, 36-40) aynı kalır.

## 10. SAYISAL SONUÇLAR

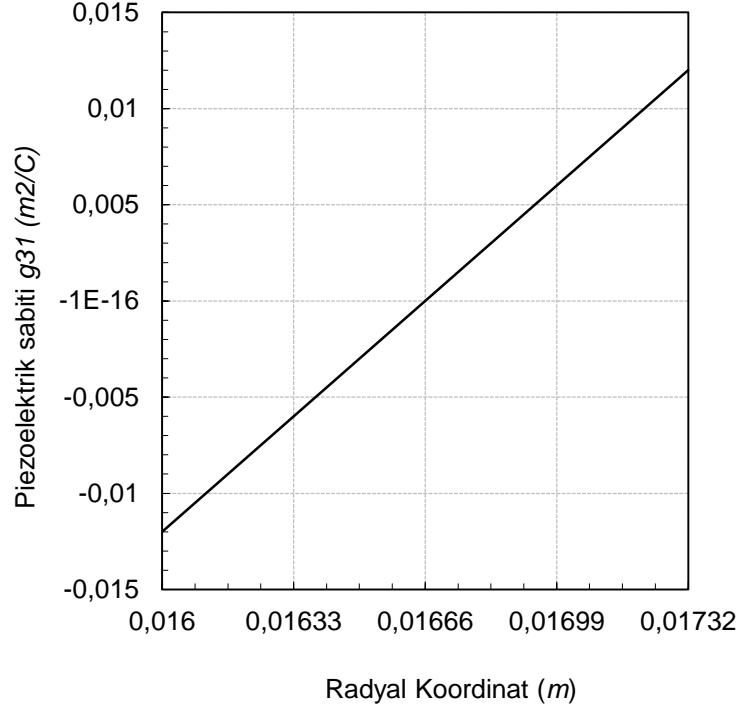
Sayısal sonuçların elde edilmesi için Fortran programı hazırlanmış ve program farklı sınır koşulları için çalıştırılmıştır. Sabitlerin hesaplanması için non-lineer denklem takımı çözücüsü olan “Minpack.for” [40] alt programı kullanılmıştır. Bu sayede sınır koşulları belli olan önceden elde ettiğimiz denklemlerin problemin eyleyici veya algılayıcı olması durumuna göre bilinmeyen sabitleri hesaplanmıştır.

Şekil 6.1.’de gösterilen eğri eksenli kirişin iç yüzey ve dış yüzey yarıçapları olarak  $r_{in} = 16.0 \times 10^{-3} \text{ m}$  ve  $r_{out} = 17.32 \times 10^{-3} \text{ m}$  alınmıştır. Sayısal sonuçların bulunması için kirişte kullanılan malzemenin piezoelektrik ve elastik sabitleri Tablo 10.1’de verildiği gibidir. Piezoelektrik malzeme olarak PZT-4 için belirlenen sabitler kullanılmıştır [13].

**Tablo 10.1.** Piezoelektrik Malzeme için fiziksel özellikler

Elastik Sabitler ( $10^{-12} \text{ m}^2 \text{ N}^{-1}$ )			Piezoelektrik Sabitler ( $10^{-3} \text{ m}^2 \text{ C}^{-1}$ )			Dielektrik Sabitler ( $10^6 \text{ m F}^{-1}$ )
$S_{11}$	$S_{13}$	$S_{33}$	$g_{31i}$	$g_{31o}$	$g_{33}$	$\zeta_{33}$
10.82	-2.0	8.28	-12	12	26	86.92

Önceki bölümlerde bahsedildiği gibi, piezoelektrik sabiti  $g_{31}$  Denklem (3)’de verilen doğrusal fonksiyona bağlı olarak radyal koordinat boyunca Çizelge 10.1.’de gösterildiği gibi değişmektedir. Bu denklemdeki  $A$  ve  $B$  sabitleri denklemler (6) ve (7) kullanılarak ve Tablo 10.1.’deki değerler yardımıyla sırasıyla  $A = 18.18 \times 10^{-3}$  ve  $B = -12$  olarak hesaplanmıştır.

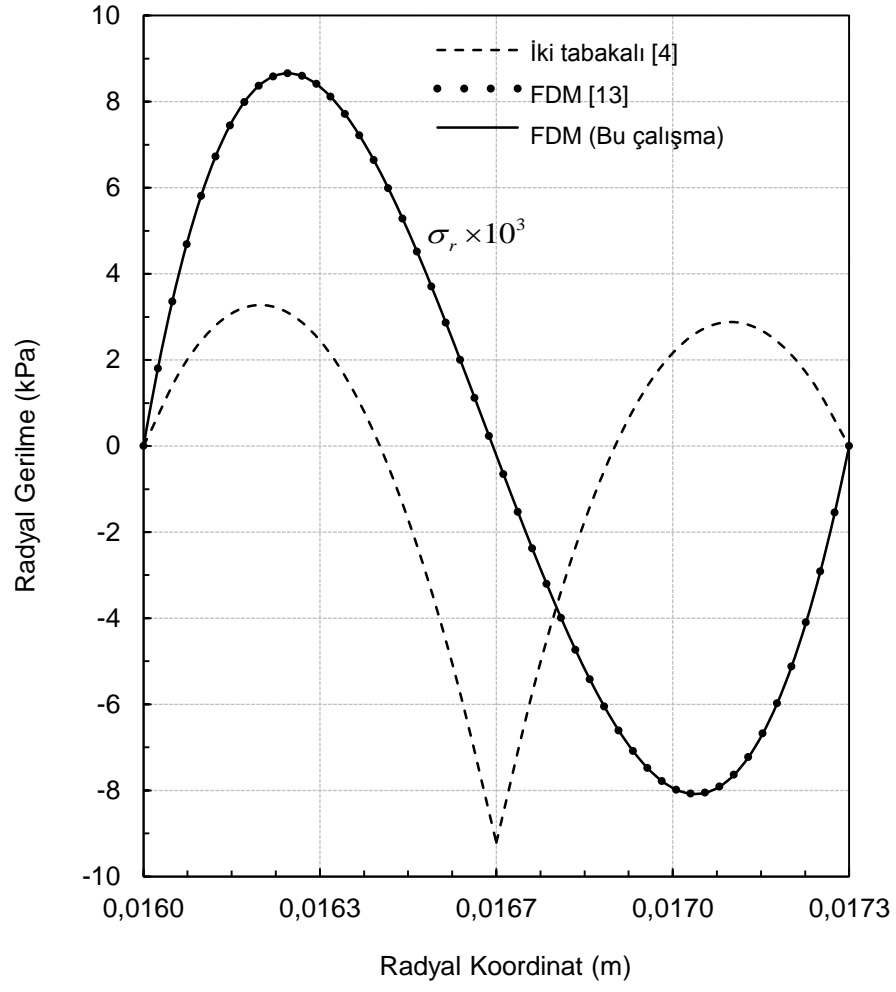


**Çizelge 10.1.** Piezoelektrik Sabiti  $g_{31}$  'in radyal koordinat boyunca değışimi

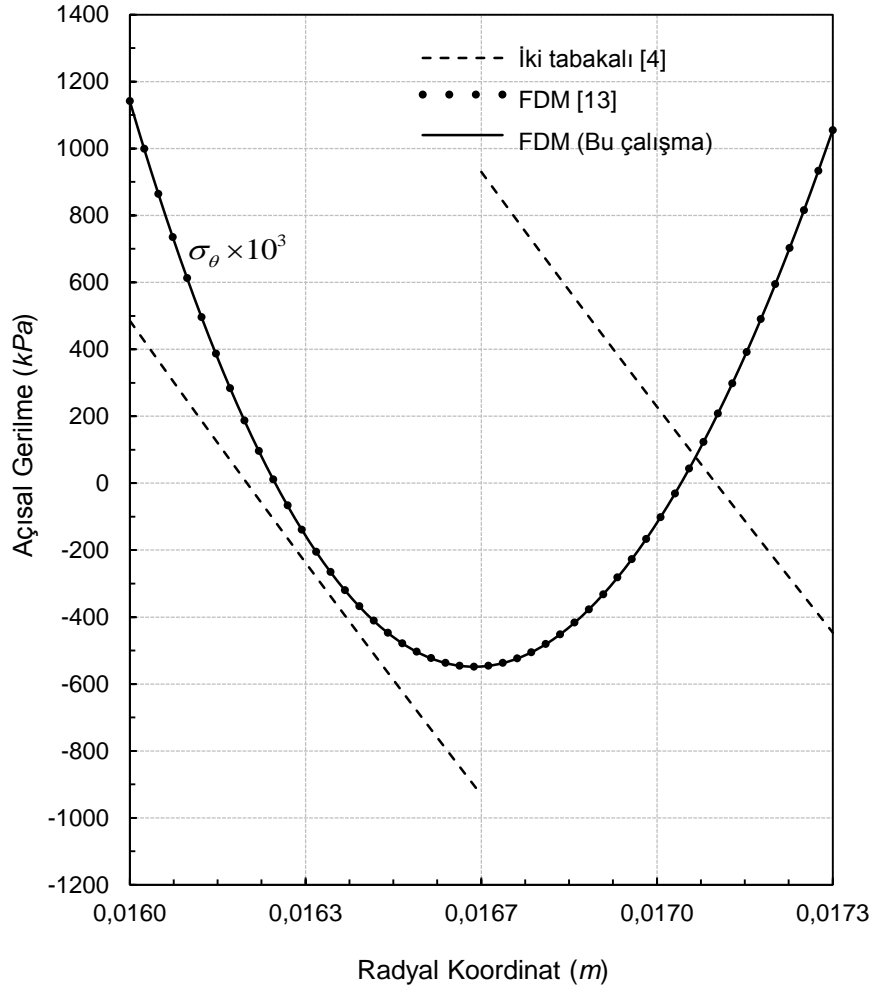
### 10.1. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Eyleyici için Sayısal Sonuçlar (Modelin Sınanması)

Bölüm 9'da sunulan Denklem (34), (36)-(40), (42) ve (43)'deki sınır koşulları kullanılmıştır. Tablo 10.1. deki sabitler yardımıyla eyleyici olarak davranan kiriş için sayısal sonuçlar elde edilmiştir. Dış yüzeyine uygulanan elektrik potansiyeli  $V_0 = 100$  V olarak alınmıştır.

Çizelge 10.2. ve 10.3.'de,  $V_0 = 100$  V altındaki eyleyici için radyal ve açılmal gerilmenin radyal koordinat boyunca değışimi çizilmiştir. Bu şekilde, kesik çizgiler Arslan ve Usta'nın [4] bi-morph (iki tabakadan oluşan eyleyici modeli) çalışmasının sonuçlarını; noktalar ise Shi'nin [13] FDM piezoelektrik eyleyici için elde ettiği sonuçları ve düz çizgiler bu çalışmada elde edilen matematiksel modelin eyleyici için çözümünü temsil etmektedir.



**Çizelge 10.2.**  $V_0 = 100 V$  için radyal gerilme dağılımı

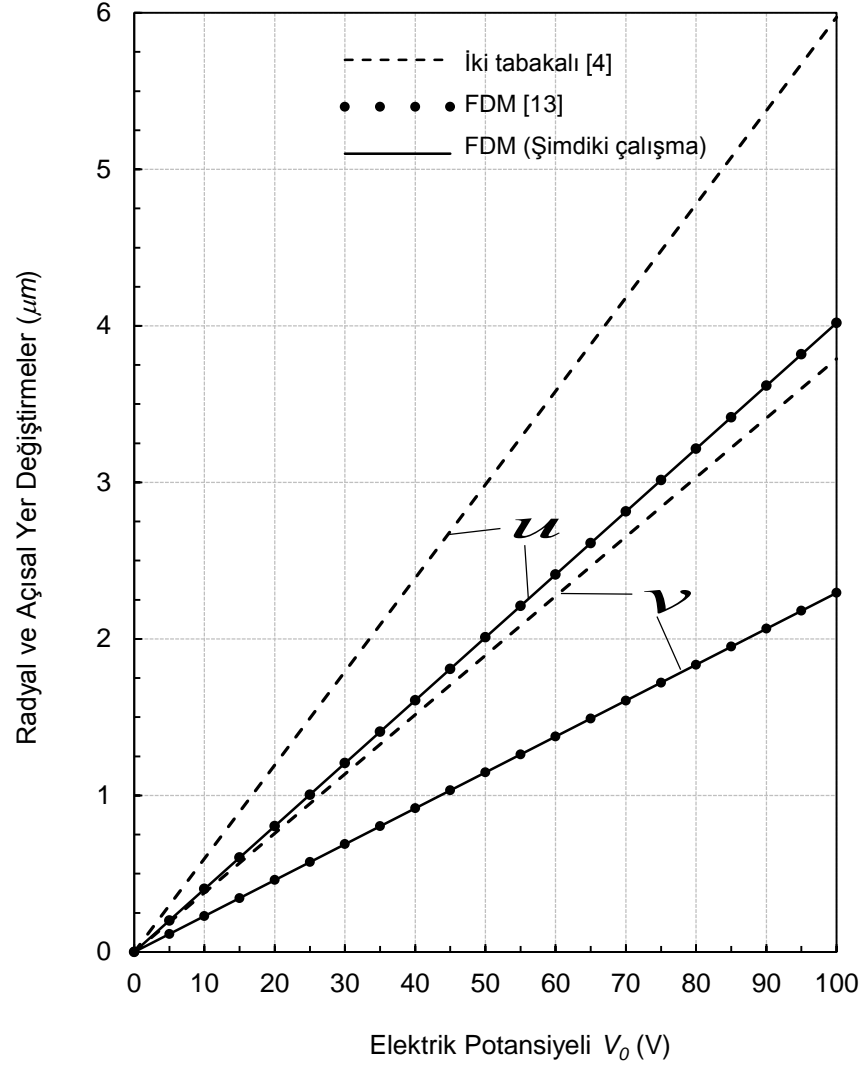


**Çizelge 10.3.**  $V_0 = 100 V$  için açısal gerilme dağılımı

Çizelge 10.4.'de,  $\theta=0$  için  $r = r_{out} = 0.0173$ 'deki radyal ve açısal yer değiştirmelerin artan elektrik potansiyeli ile değişimleri gösterilmiştir. Çizelge 10.5.'de farklı açılar için ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ), kirişin orta kesitinde;

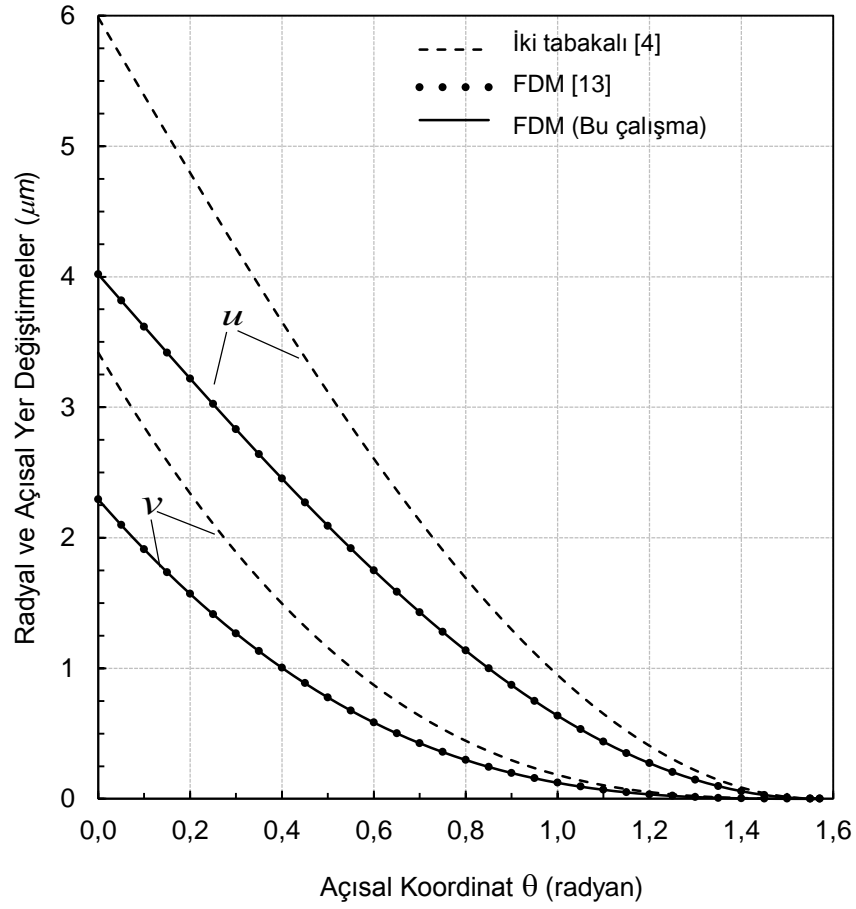
$$r_{ort} = (r_{in} + r_{out})/2 \quad (44)$$

oluşan radyal ve açısal yer değiştirme bileşenlerinin değişimi sunulmuş olup bu çalışmada elde edilen sonuçlar Usta ve Arslan'ın [4] ve Shi'nin [13] çözümüyle karşılaştırılmıştır.



**Çizelge 10.4.**  $\theta=0$  için  $(r=r_{ort})$ 'daki radyal ve açısız yer değıştirmelerin artan elektrik potansiyeli ile değışimleri





**Çizelge 10.5.**  $V_0 = 100 V$  için,  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  aralığında ( $r=r_{ort}$ )’da oluşan radyal ve açisal yer değiştirmeler

Çizelgeler 10.2. ve 10.5.’de görüldüğü gibi bu çalışma ile Shi’nin [13] çalışmasının sonuçları birbiriyle tamamen uyumludur. Bu da, bu modelin doğru sonuç verdiği anlamına gelmektedir. Bu durum; modelin doğruluğunun sınanmış olmasının bir göstergesidir ve algılayıcı olarak kullanılan kiriş davranışının tespiti için uygulanabileceğini göstermektedir. Diğer bir yandan, iki tabakalı eyleyici [4] ile fonksiyonel derecelendirilmiş eyleyicinin davranışları arasındaki farkın ciddi boyutlarda olduğu gözlenmektedir. Sonuçlardaki bu fark, FDM eyleyicilerde bimorph (iki tabakalı) eyleyicilerden daha küçük yer değiştirmelerin olduğu şeklinde yorumlanabilir.

## 10.2. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Piezoelektrik Algılayıcı için Sayısal Sonuçlar

Bu bölümde, piezoelektrik eğri eksenli fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin algılayıcı olarak kullandığında eğilme momenti altında kirişte oluşacak gerilme, yer değiştirme ve elektrik potansiyelinin radyal koordinat boyunca dağılımları çizelgeler ile

sunulmuştur. Sayısal sonuçlar elde edilirken Bölüm 9'da tarif edilen sınır koşulları uygulanmıştır. Kiriş geometrisi  $r_{in} = 16.0 \times 10^{-3} \text{ m}$  ve  $r_{out} = 17.32 \times 10^{-3} \text{ m}$  (bkz. Şekil 6.1.) olarak kabul edilmiştir. Sayısal sonuçları elde ederken piezoelektrik malzemenin fiziksel özellikleri Tablo 10.1.'den alınmıştır. Yer değiştirme bileşenleri için sayısal sonuçlar,  $\theta=0$  değeri için elde edilmiştir.

Eğilme momenti ( $M$ ) yükünün  $0 \leq M \leq 30 \text{ Nm}$  değerleri arasında değiştiği kabul edilmiş ve farklı moment değerleri için elde edilen sonuçlar Çizelgeler 10.6.-10.27.'de sunulmuştur. Her çizelgede; açısız gerilmenin ( $\sigma_\theta$ ) radyal koordinat ( $r$ ) boyunca dağılımı, radyal gerilmenin ( $\sigma_r$ ) radyal koordinat ( $r$ ) boyunca dağılımı, açısız radyal ve açısız yer değiştirmeler'in ( $u$  ve  $v$ ) dağılımı ve elektrik potansiyelinin ( $\Phi$ ) dağılımı gösterilmiştir. Burada da Bölüm 10.1.'deki çizelgelerde olduğu gibi bu modelin sonuçları, Arslan ve Usta'nın [4] bi-morph (iki tabakalı) modeli ile karşılaştırılmıştır. Çizelgelerde radyal gerilmenin birimi  $kPa$  iken açısız gerilmenin ki  $MPa$  olarak hesaplanmıştır. Ayrıca yer değiştirmeler için  $mm$  ve elektrik potansiyeli için  $Volt$  birimleri kullanılmıştır.

$M=1 \text{ Nm}$ ,  $M=10 \text{ Nm}$  ve  $M=30 \text{ Nm}$  altında algılayıcının  $r=r_{out}$  radyal koordinatında radyal ve açısız yer değiştirmelerin  $\theta$ 'ya göre değişimi Çizelge 10.28.-10.29.'da gösterilmiştir. Çizelgelerde uygulanan farklı eğilme momentlerine karşılık kirişte farklı sonuçlar elde edilmiştir. Uygulanan eğilme momenti  $M$  değeri arttıkça gerilmelerde, yer değiştirmelerde ve özellikle elektrik potansiyeli dağılımında artış gözlenmiştir.

Çizelge 10.6.'da  $M=0.1 \text{ Nm}$  değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme  $0.006 \text{ Mpa}$ , maksimum açısız gerilme değeri  $0.353 \text{ Mpa}$ , maksimum açısız yer değiştirme değeri  $0.0016 \text{ mm}$  ve maksimum elektrik potansiyeli  $0.36 \text{ Volt}$  olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.7.'de  $M=0.2 \text{ Nm}$  değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme  $0.013 \text{ Mpa}$ , maksimum açısız gerilme değeri  $0.707 \text{ Mpa}$ , maksimum açısız yer değiştirme değeri  $0.003 \text{ mm}$  ve maksimum elektrik potansiyeli  $0.72 \text{ Volt}$  olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.8.'de  $M=0.4 \text{ Nm}$  değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme  $0.027 \text{ Mpa}$ , maksimum açısız gerilme değeri  $1.414 \text{ Mpa}$ , maksimum açısız yer değiştirme değeri  $0.0065 \text{ mm}$  ve maksimum elektrik potansiyeli  $1.45 \text{ Volt}$  olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.9.'da  $M=0.6 \text{ Nm}$  değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme  $0.04 \text{ Mpa}$ , maksimum açısız gerilme değeri  $2.12 \text{ Mpa}$ , maksimum açısız yer değiştirme değeri  $0.0097 \text{ mm}$  ve maksimum elektrik potansiyeli  $2.18 \text{ Volt}$  olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.10.'da  $M=0.8 \text{ Nm}$  değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme  $0.054 \text{ Mpa}$ , maksimum açısız gerilme değeri  $2.82 \text{ Mpa}$ , maksimum açısız yer değiştirme değeri  $0.013 \text{ mm}$  ve maksimum elektrik potansiyeli  $2.91 \text{ Volt}$  olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.11.'de  $M=1$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.068 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 3.53 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.016 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 3.64 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.12.'de  $M=2$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.136 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 7.07 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.032 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 7.29 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.13.'de  $M=3$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.204 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 10.6 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.048 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 10.9 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.14.'de  $M=4$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.271 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 14.1 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.065 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 14.5 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.15.'de  $M=5$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.341 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 17.6 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.081 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 17.5 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.16.'da  $M=6$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.409 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 21.2 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.097 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 21.8 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.17.'de  $M=7$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.477 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 24.7 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.114 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 25.5 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.18.'de  $M=8$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.545 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 28.2 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.130 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 29.1 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.19.'da  $M=9$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.614 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 31.8 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.146 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 32.8 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.20.'de  $M=10$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.677 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 35.3 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.163 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 36.4 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.21.'de  $M=12$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0.818 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 42.4 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.195 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 43.7 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.22.'de  $M=14$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 0,955 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 49.5 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.228 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 51 Volt olduğu tespit edilmiştir.

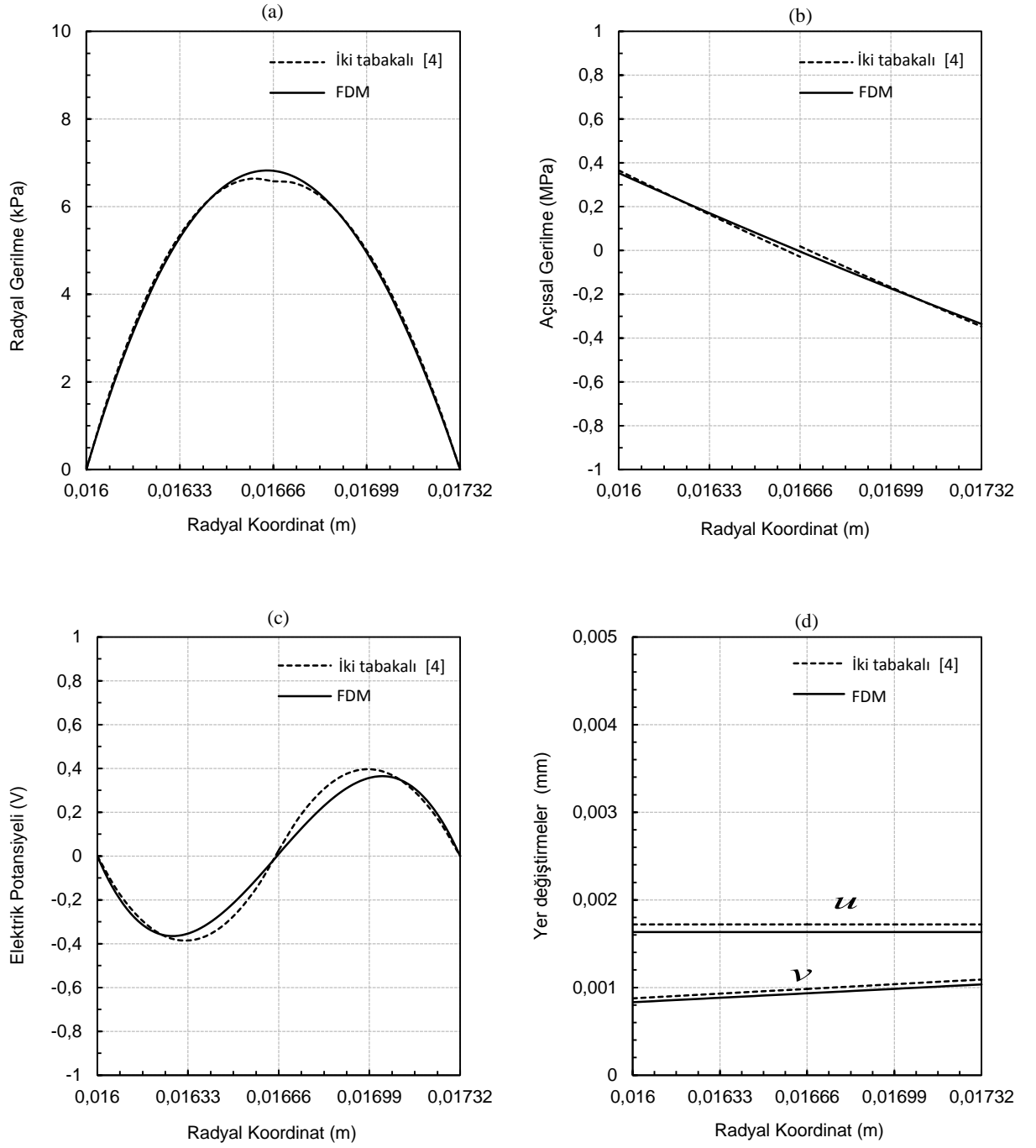
Çizelge 10.23.'de  $M=16$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 1.091 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 56.5 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.261 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 58.3 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.24.'de  $M=18$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 1.228 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 63.6 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.293 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 65.6 Volt olduğu tespit edilmiştir.

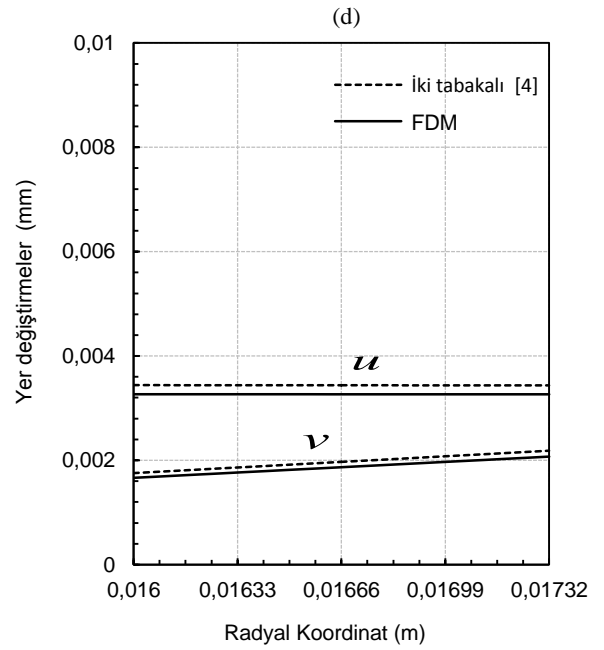
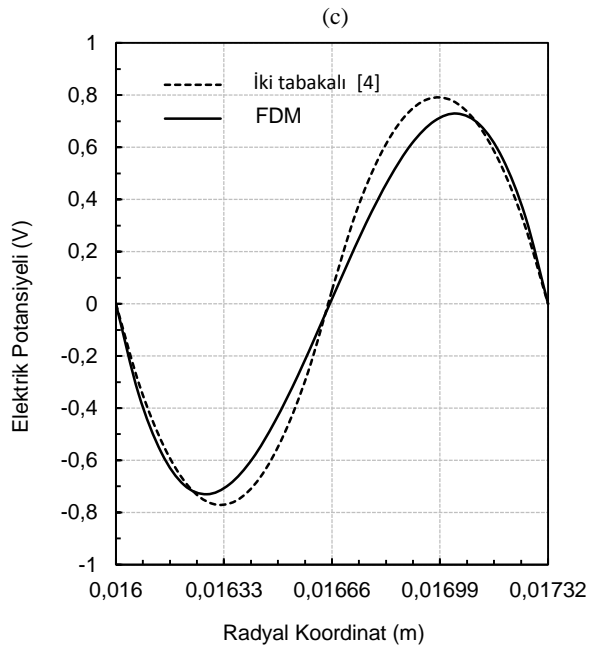
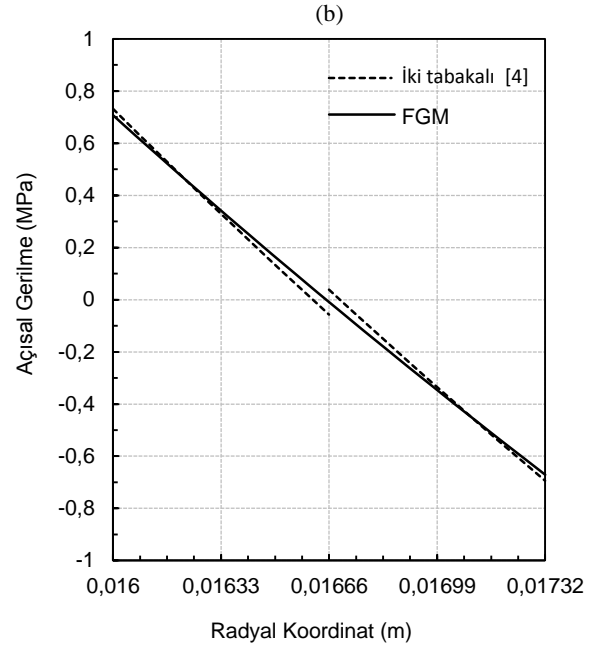
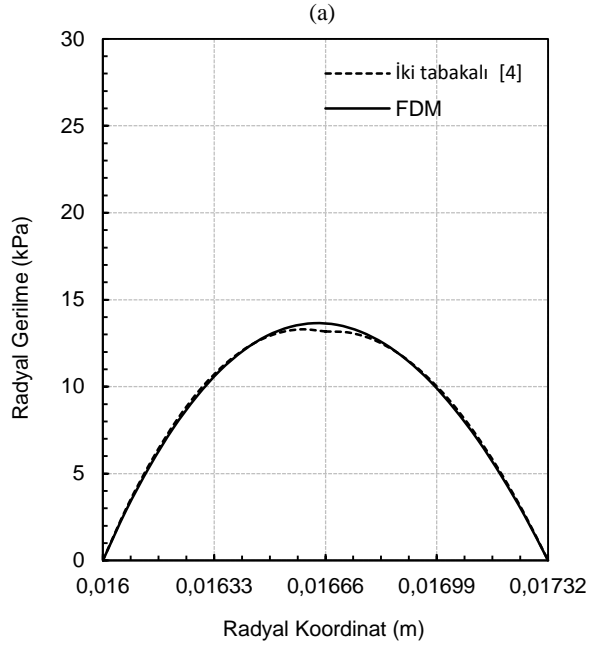
Çizelge 10.25.'de  $M=20$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 1.364 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 70.7 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.326 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 72.9 Volt olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 10.26.'da  $M=25$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 1.706 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 88.4 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.408 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 91.1 Volt olduğu tespit edilmiştir.

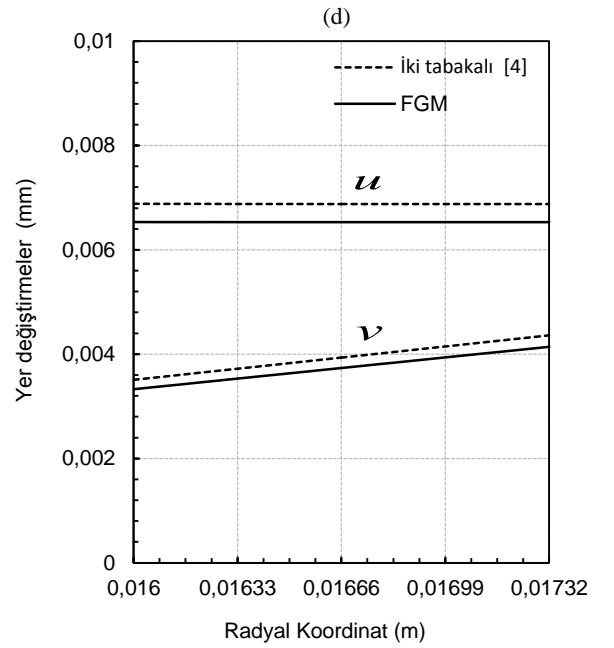
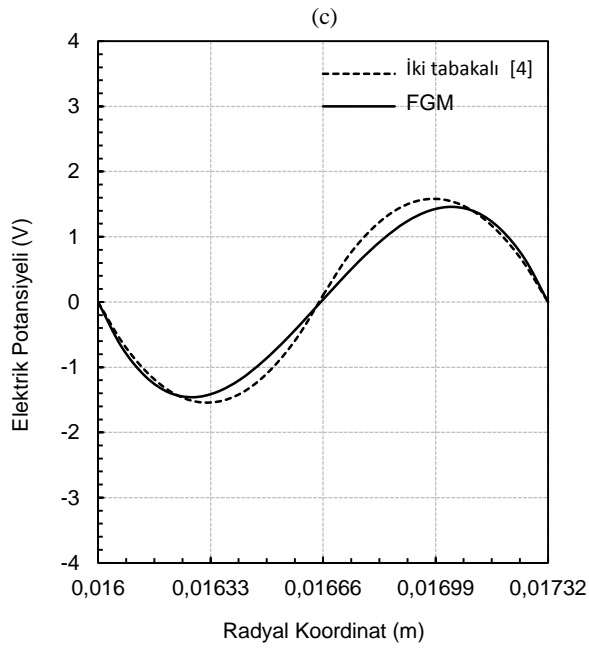
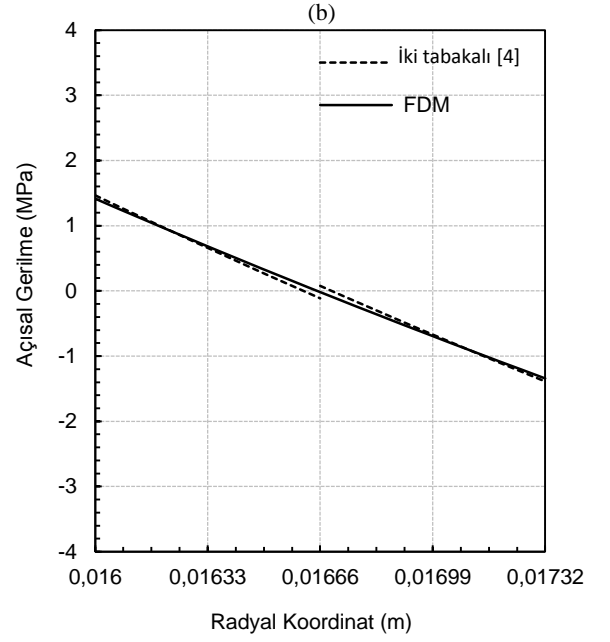
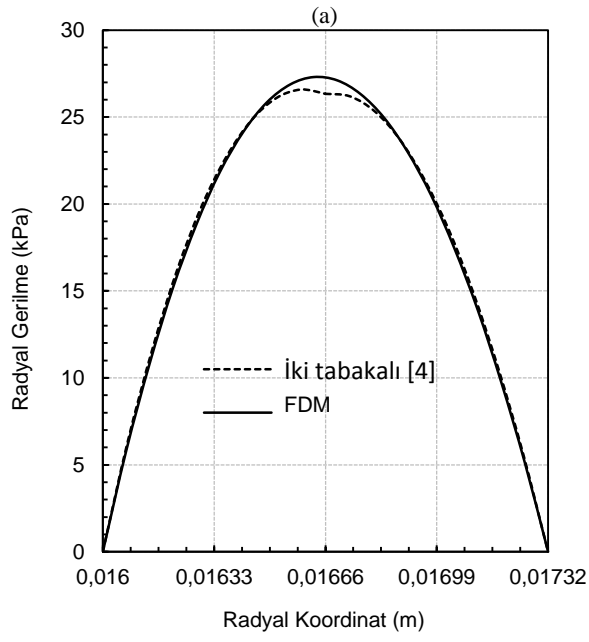
Çizelge 10.27'de  $M=30$  Nm değerinde kirişte oluşan maksimum radyal gerilme 2.047 Mpa, maksimum açısai gerilme değeri 106.1 Mpa, maksimum açısai yer değıştirme değeri 0.489 mm ve maksimum elektrik potansiyeli 109.3 Volt olduğu tespit edilmiştir.



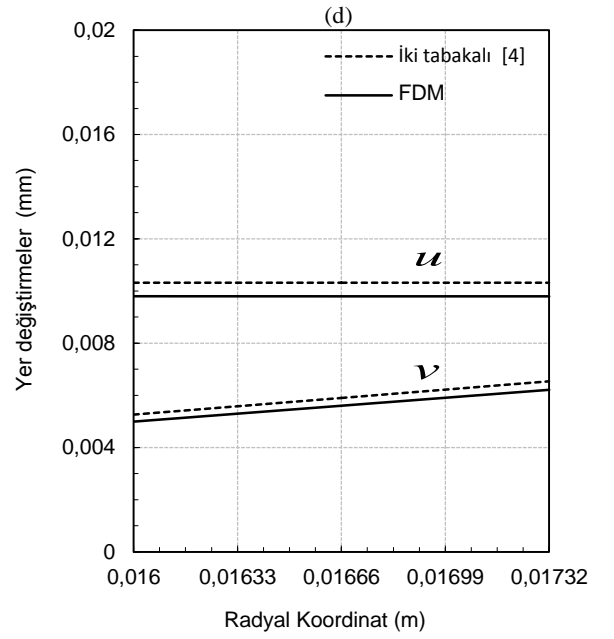
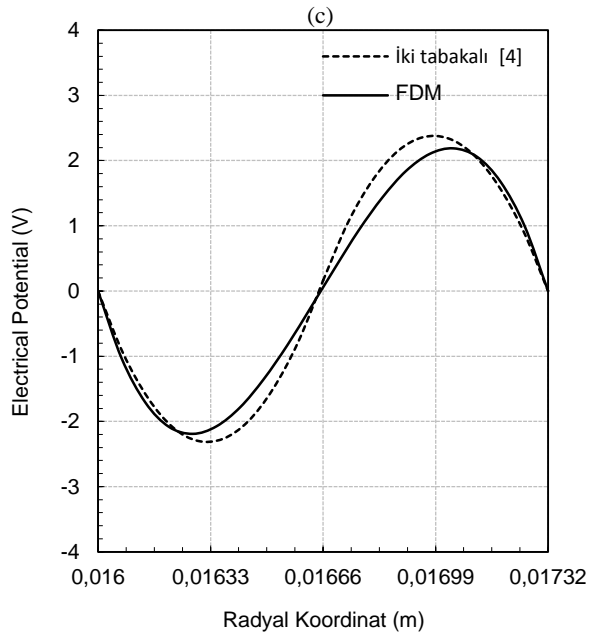
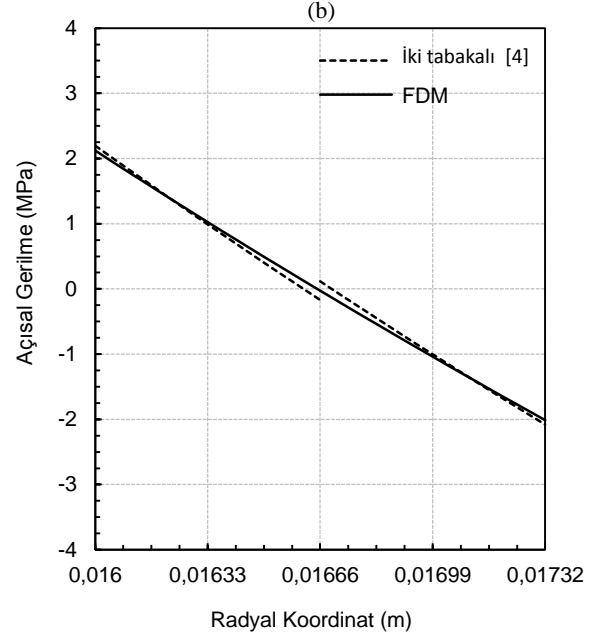
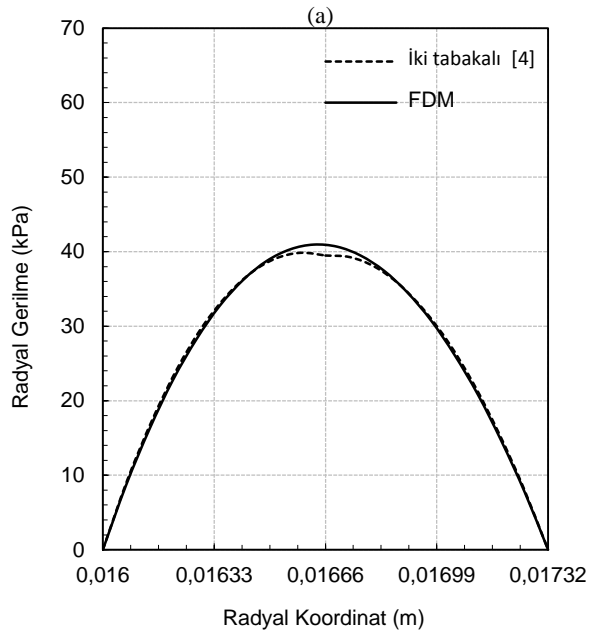
**Çizelge 10.6.**  $M = 0.1 \text{ Nm}$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



**Çizelge 10.7.**  $M = 0.2 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değiştirme ( $\theta = 0$ )

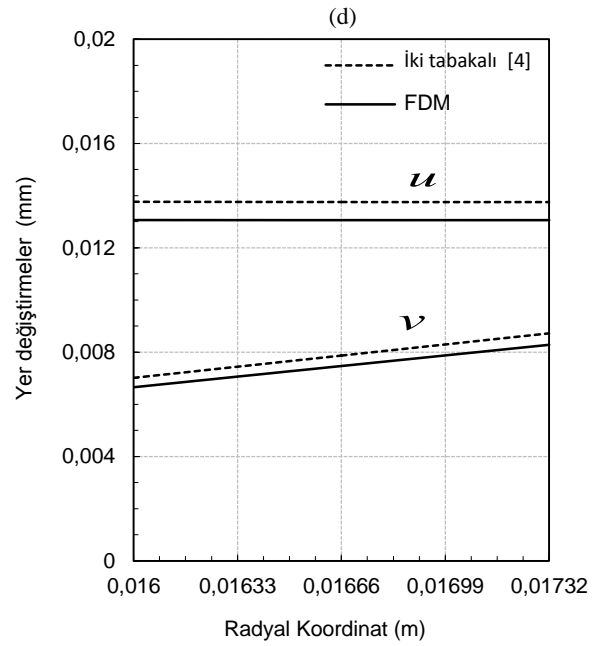
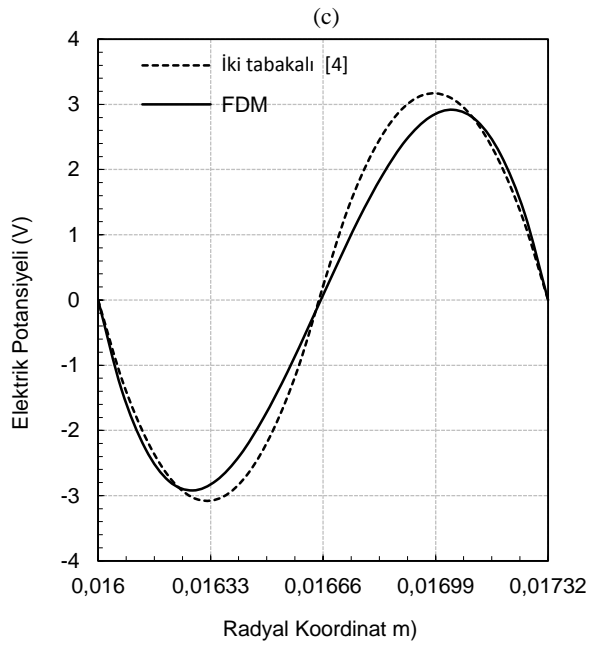
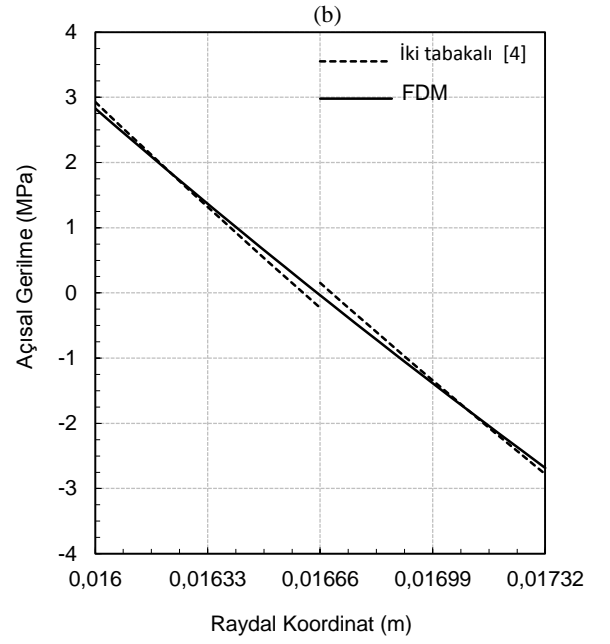
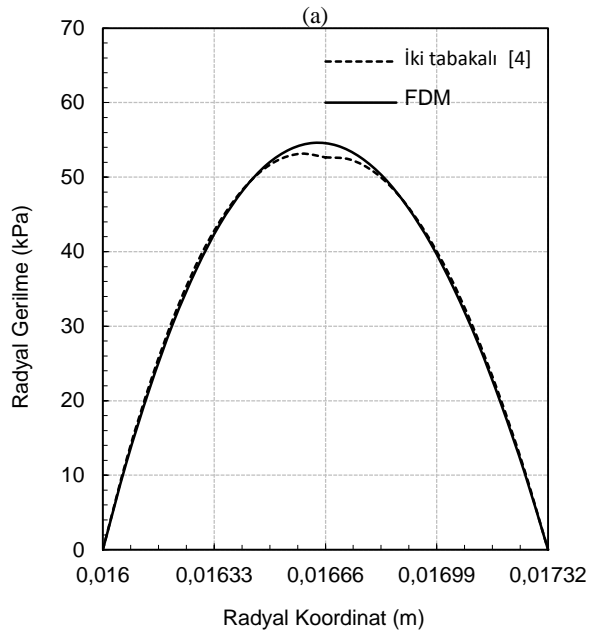


**Çizelge 10.8.**  $M = 0.4 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )

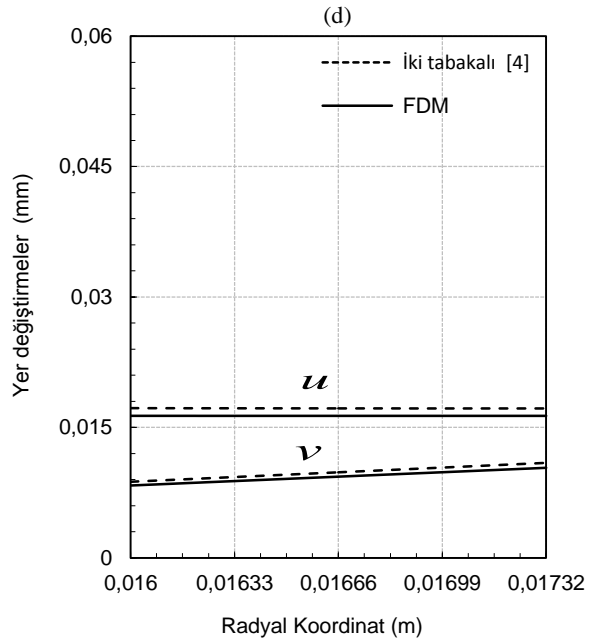
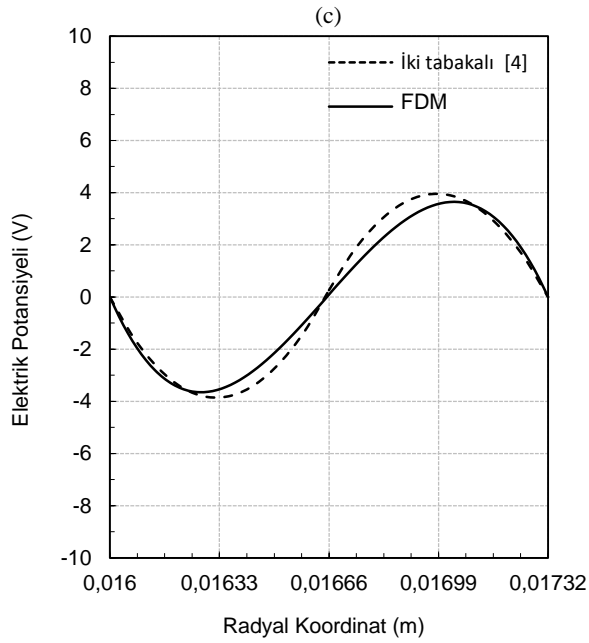
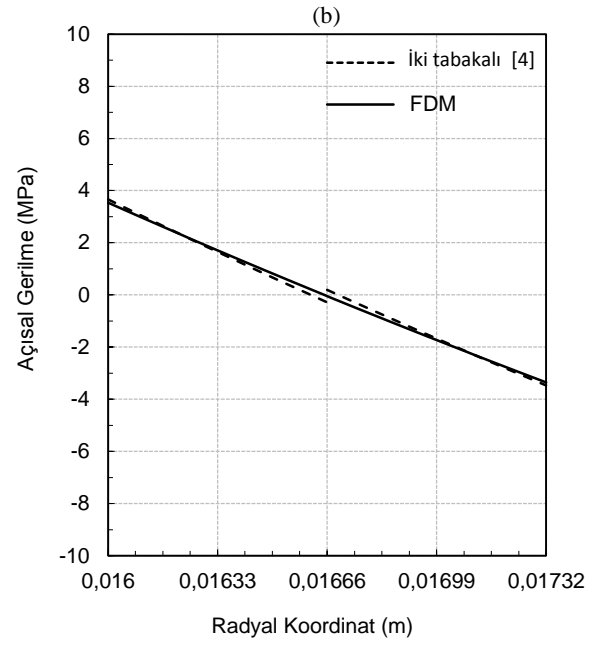
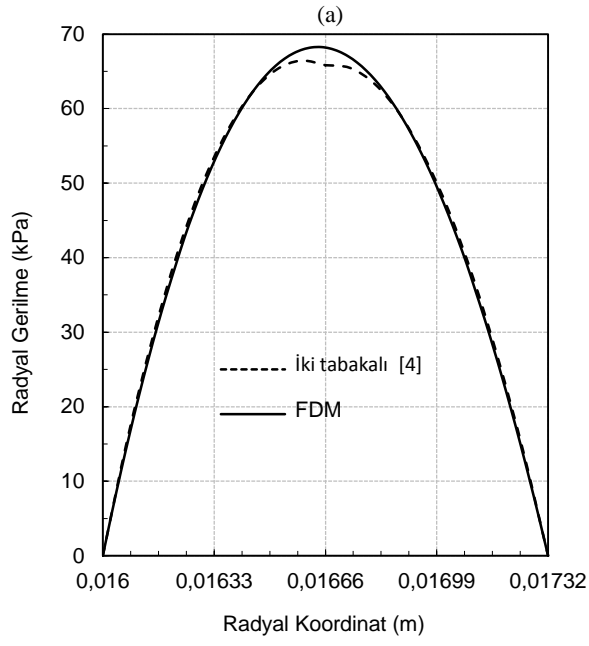


**Çizelge 10.9.**  $M = 0.6 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )

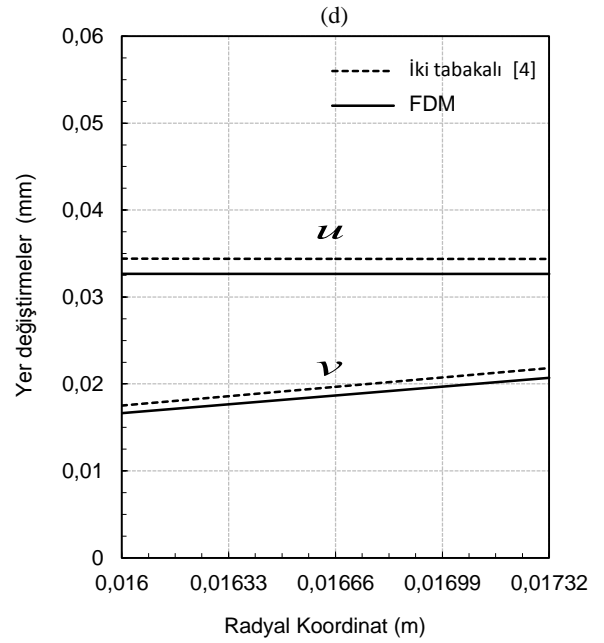
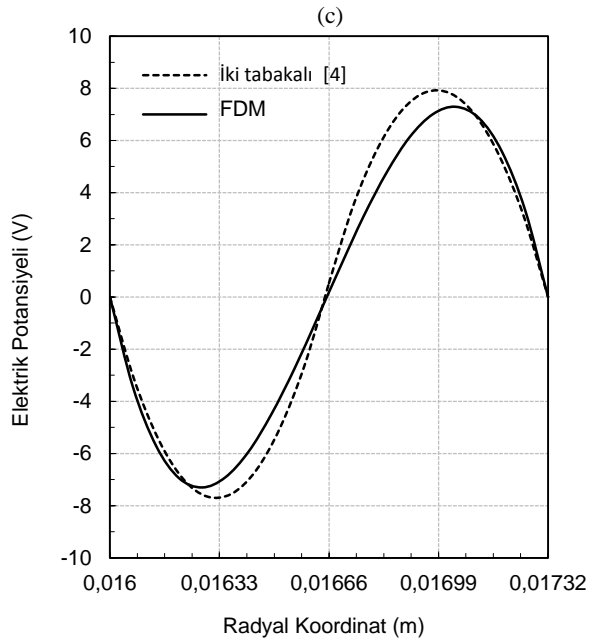
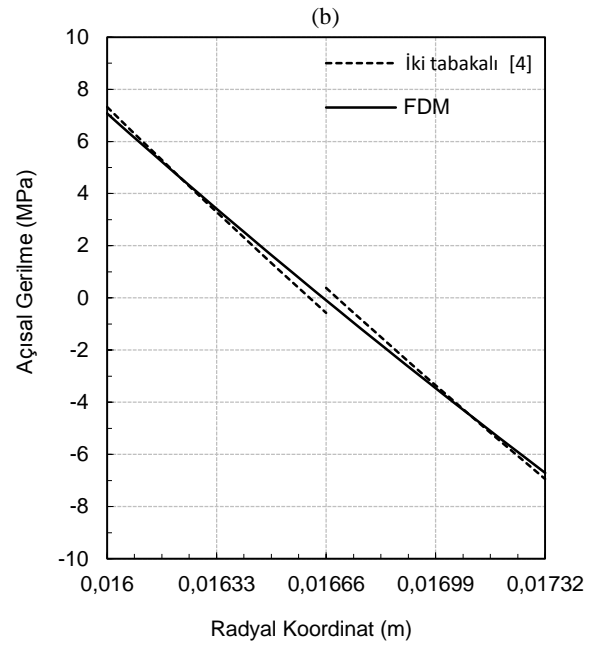
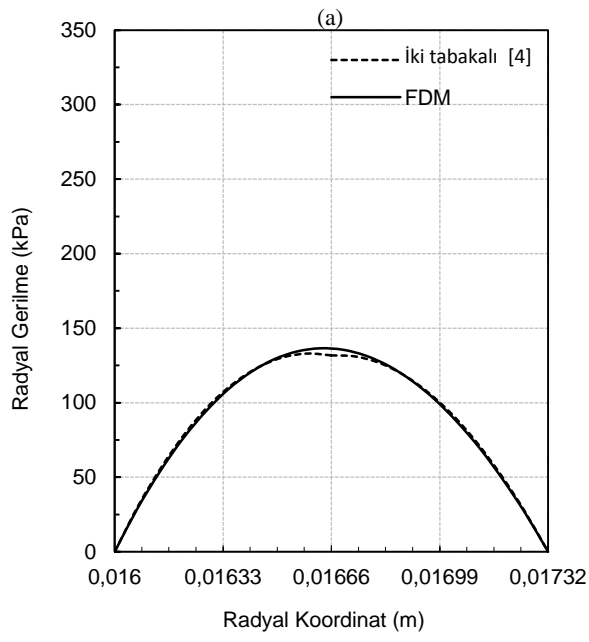




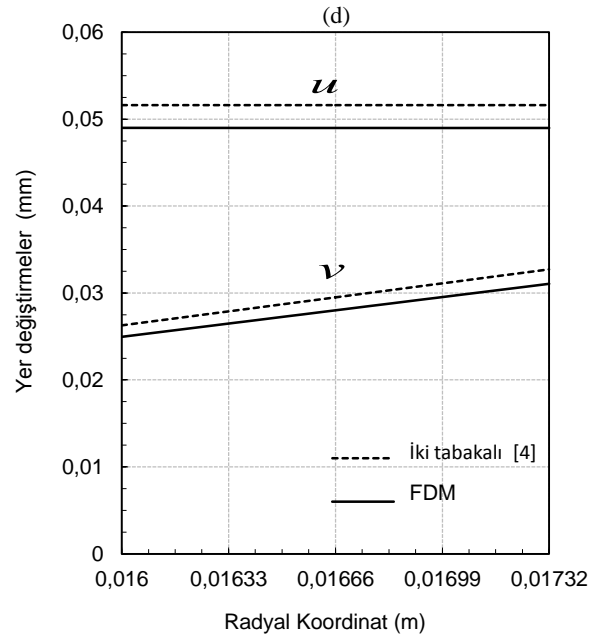
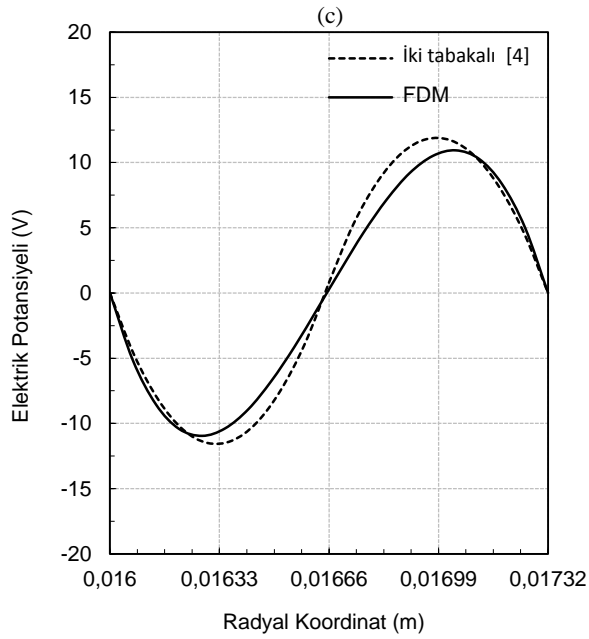
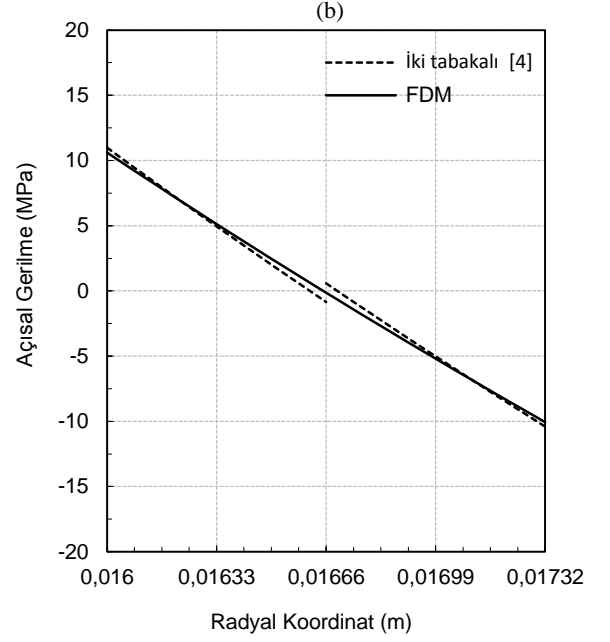
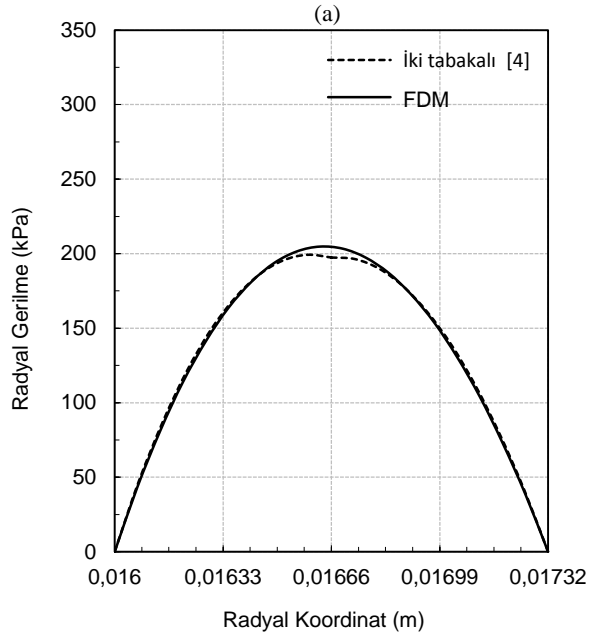
**Çizelge 10.10.**  $M = 0.8 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



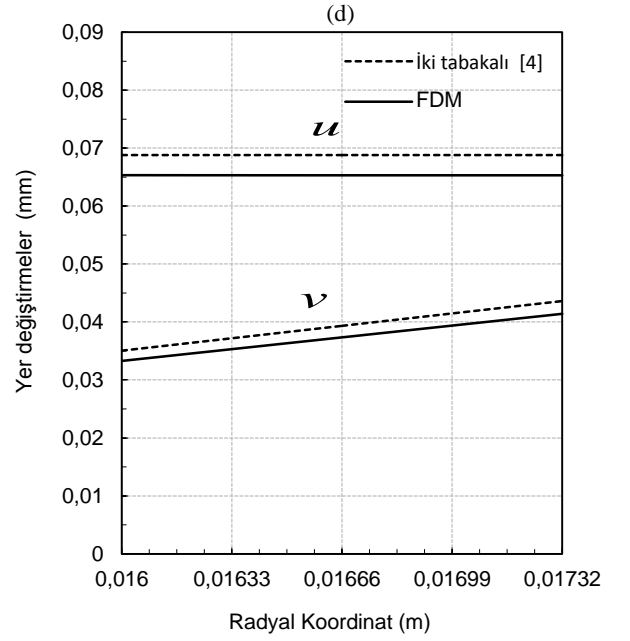
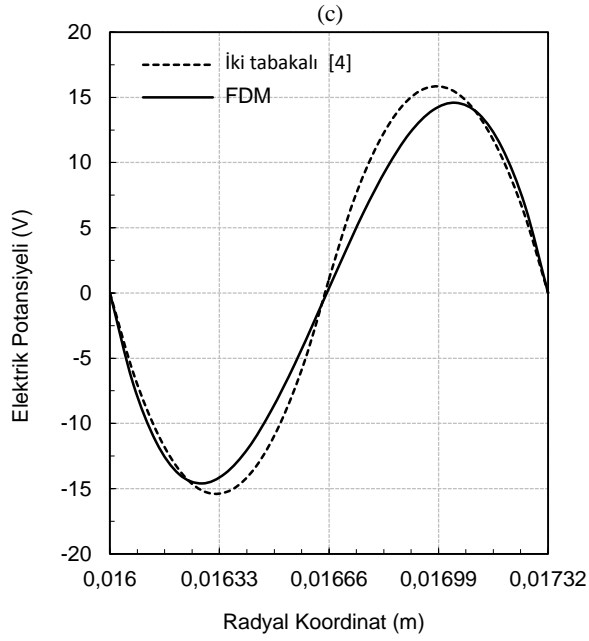
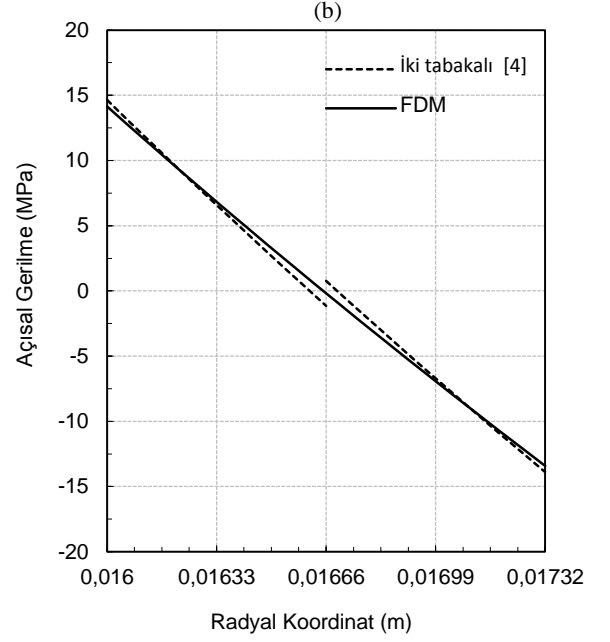
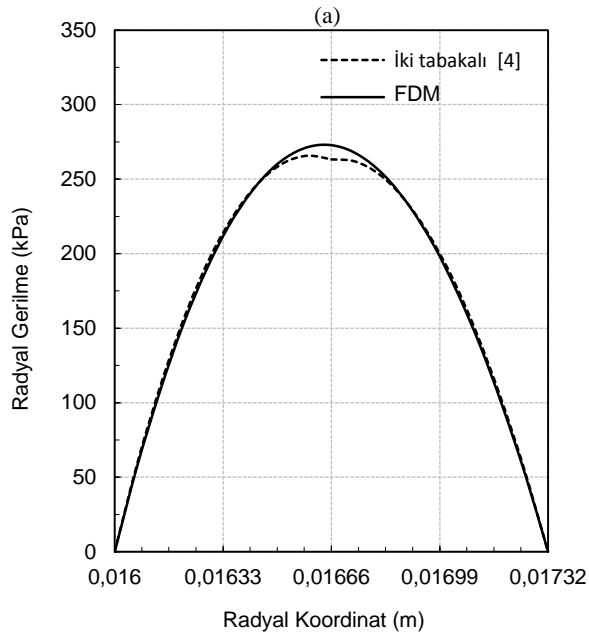
**Çizelge 10.11.**  $M = 1 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



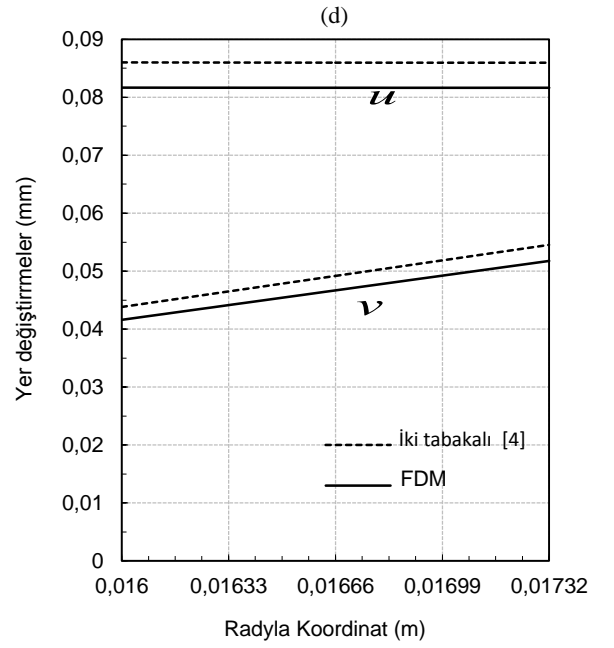
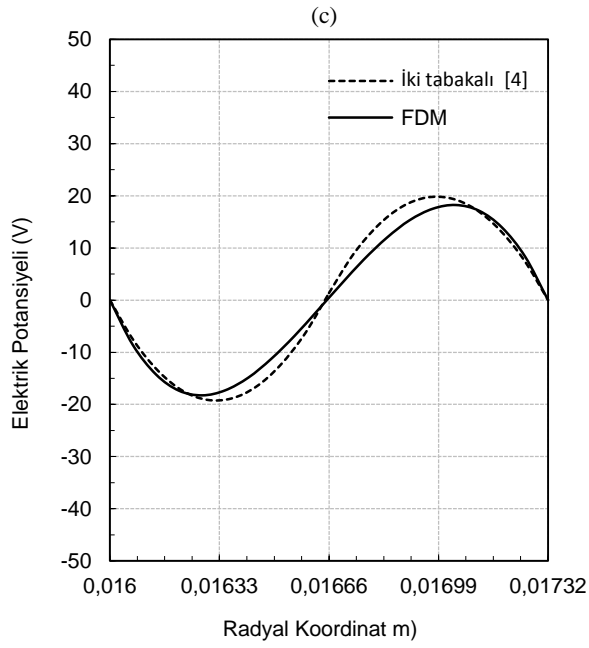
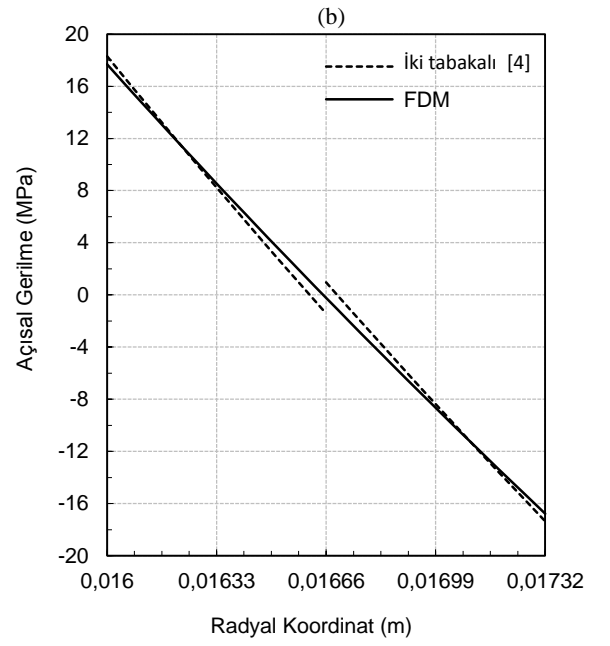
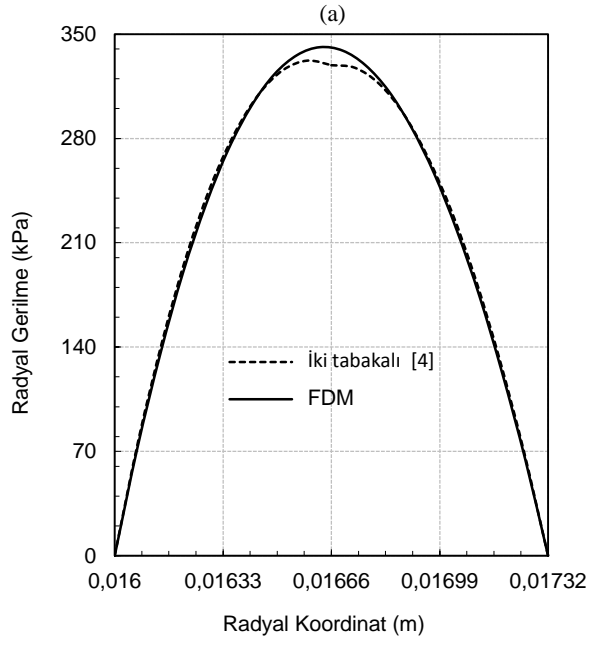
**Çizelge 10.12.**  $M = 2 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



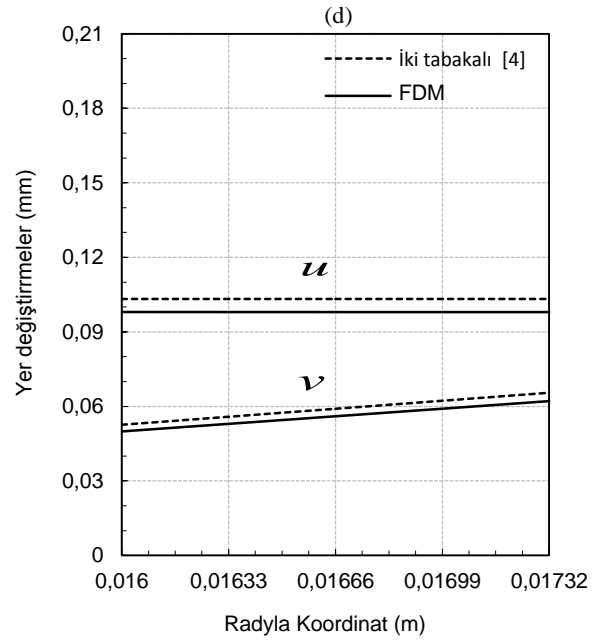
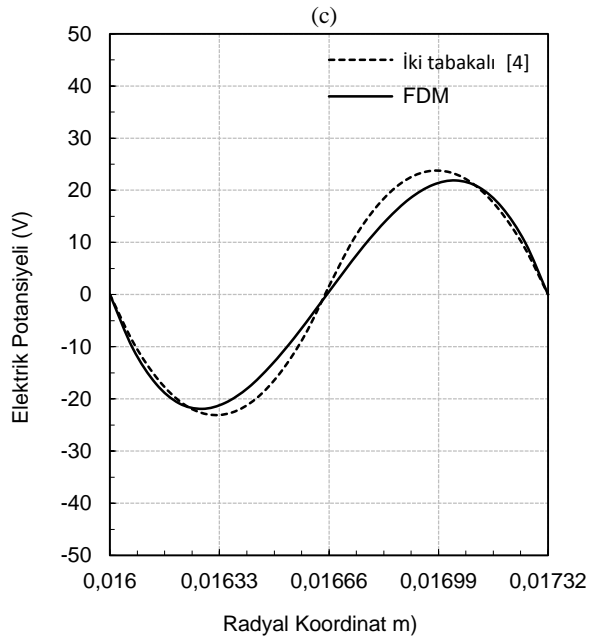
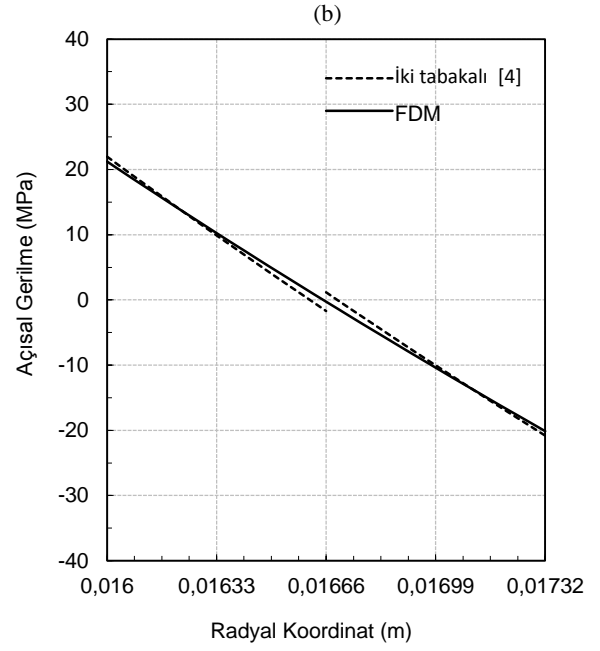
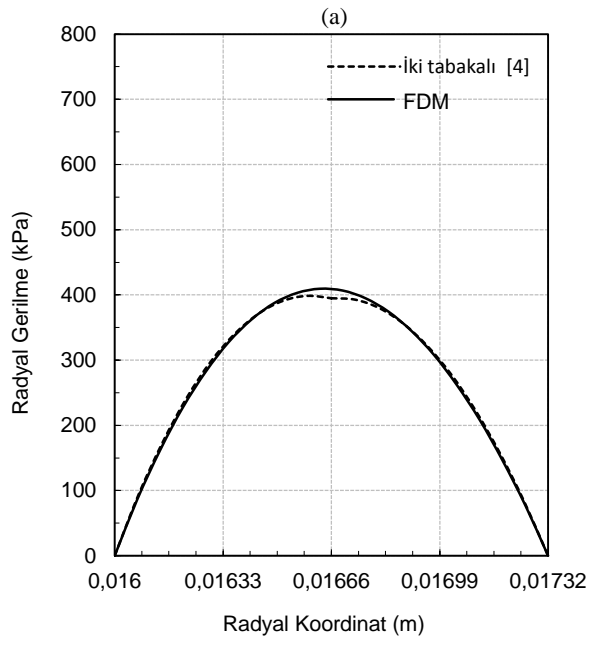
**Çizelge 10.13.**  $M = 3 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



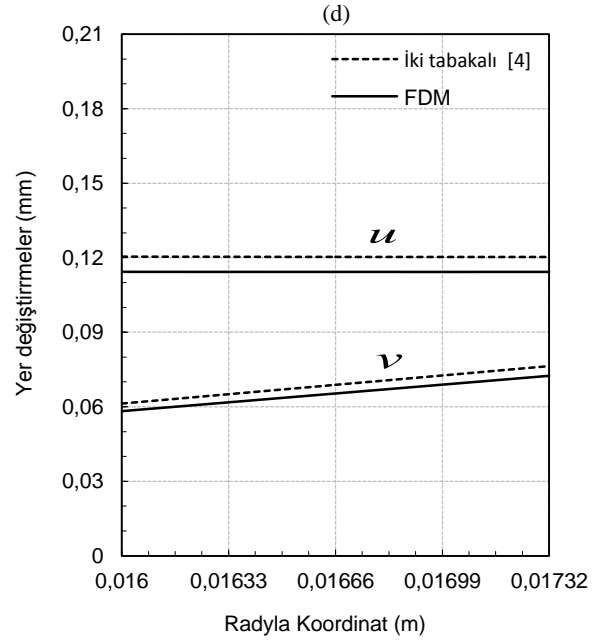
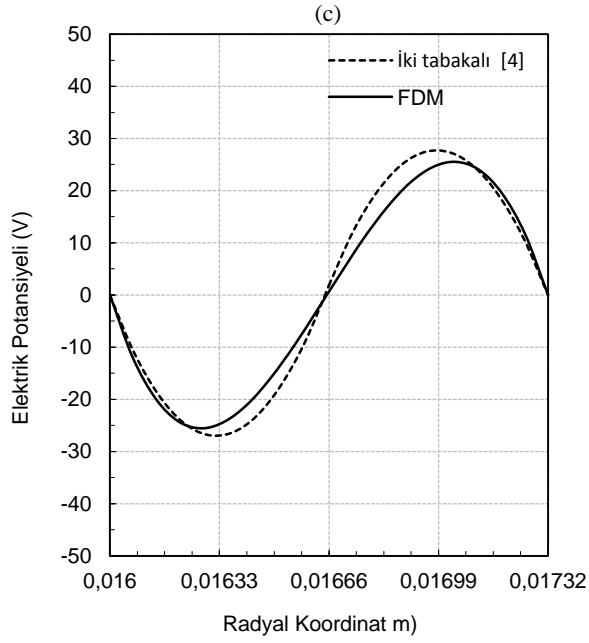
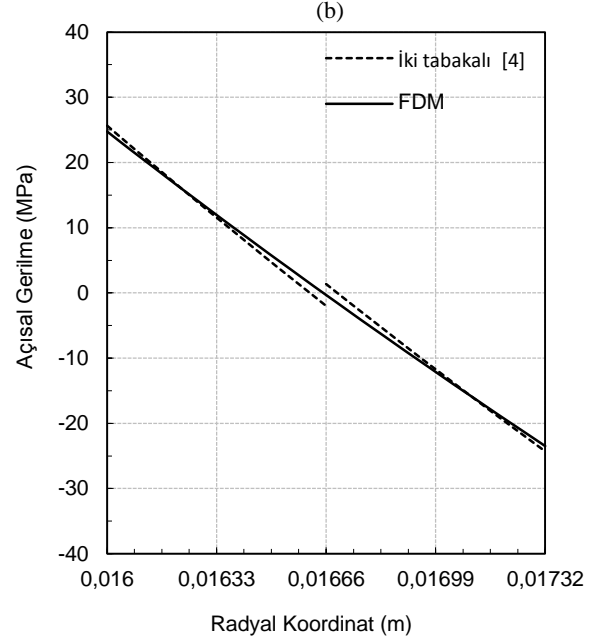
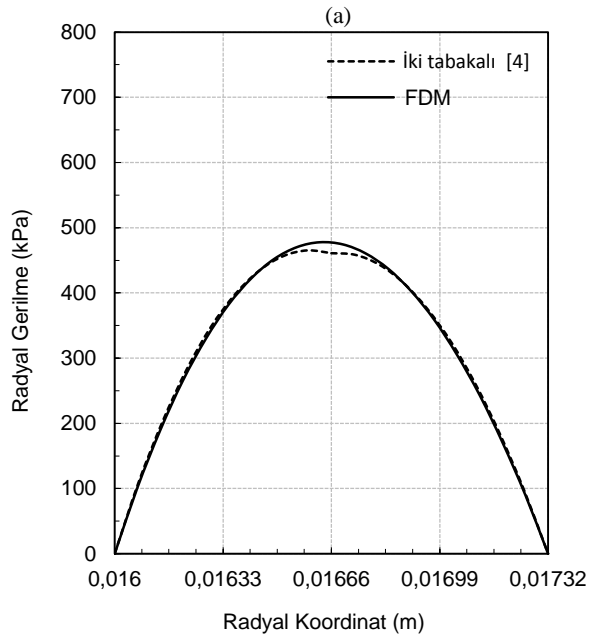
**Çizelge 10.14.**  $M = 4 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



**Çizelge 10.15.**  $M = 5 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )

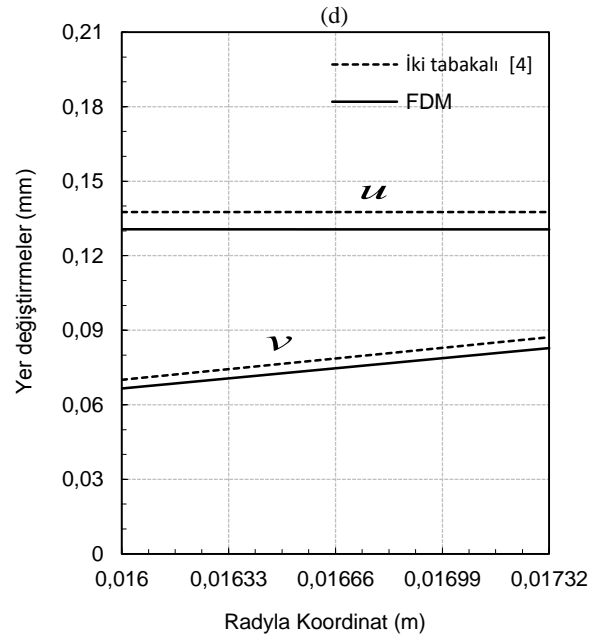
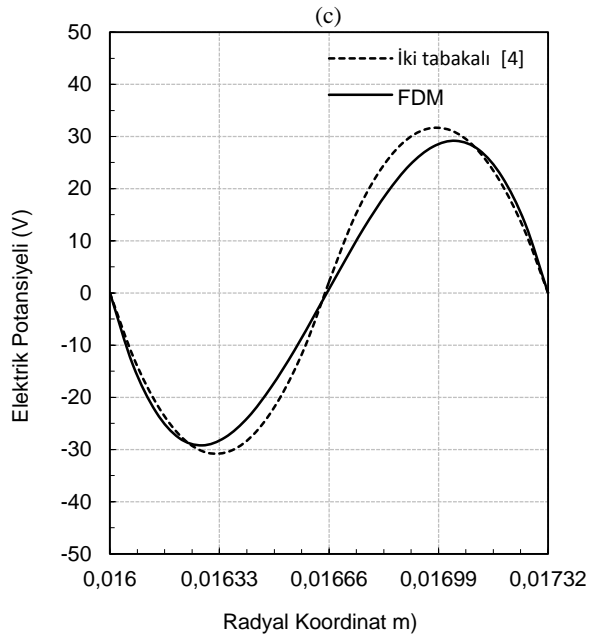
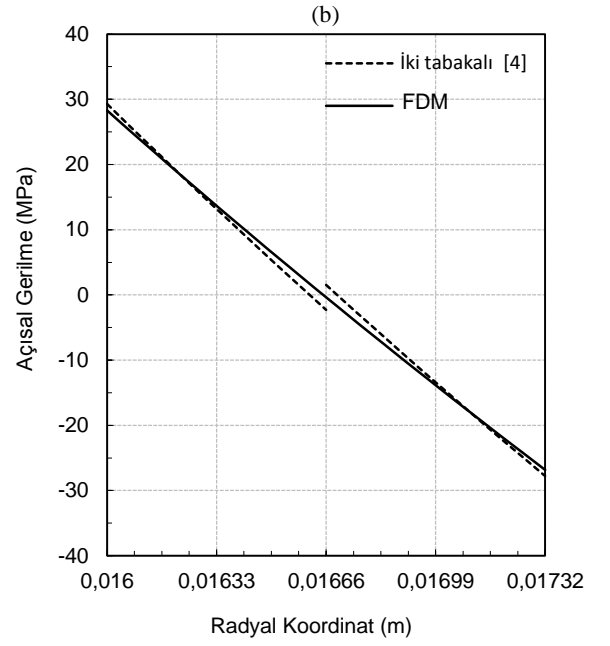
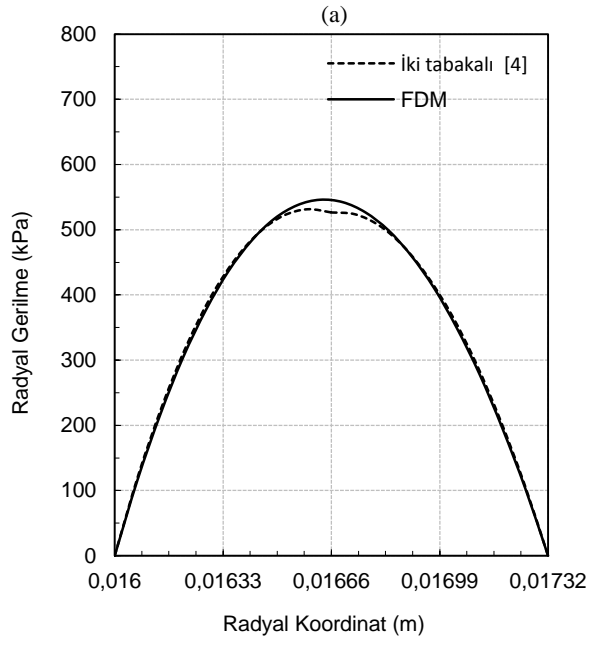


**Çizelge 10.16.**  $M = 6 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )

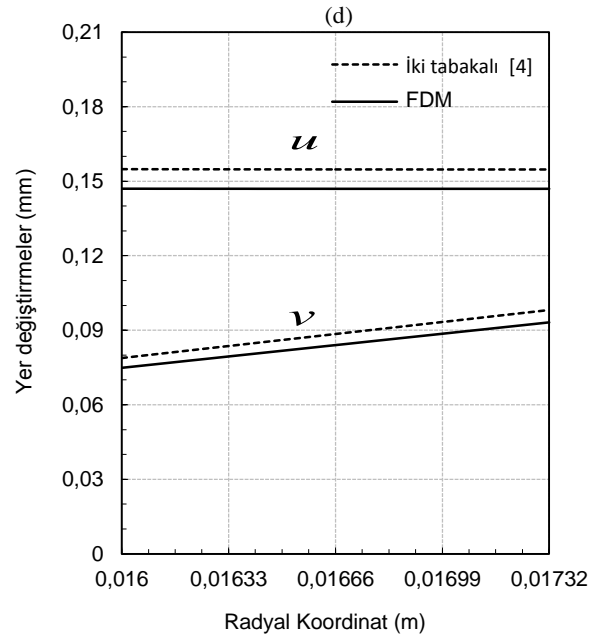
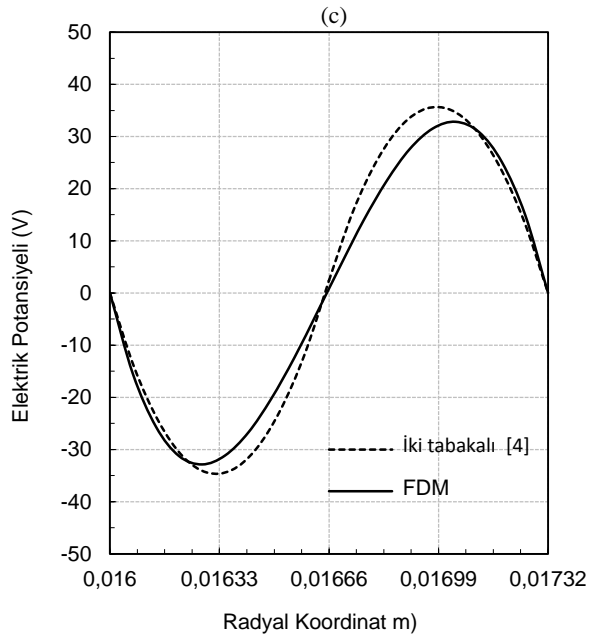
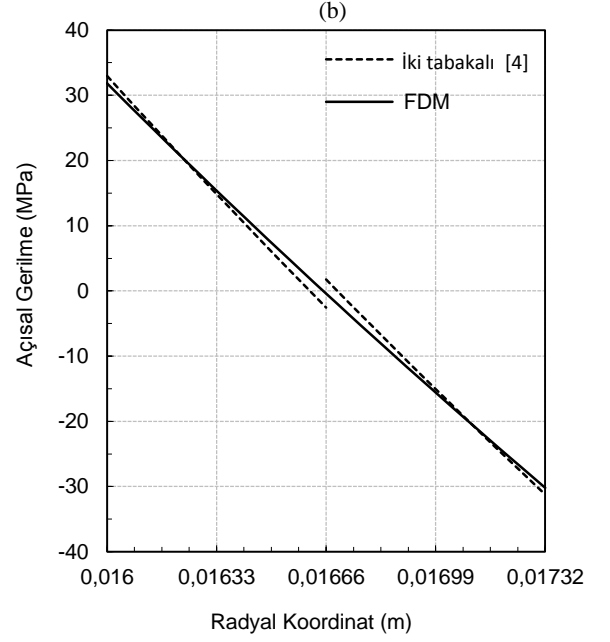
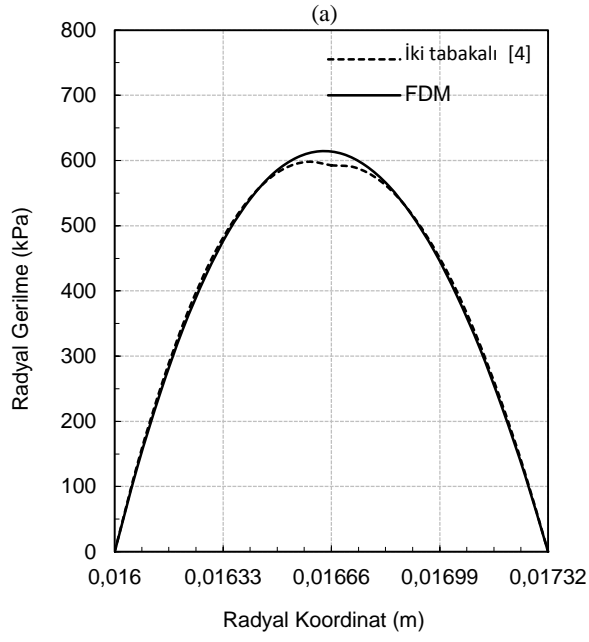


**Çizelge 10.17.**  $M = 7 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )

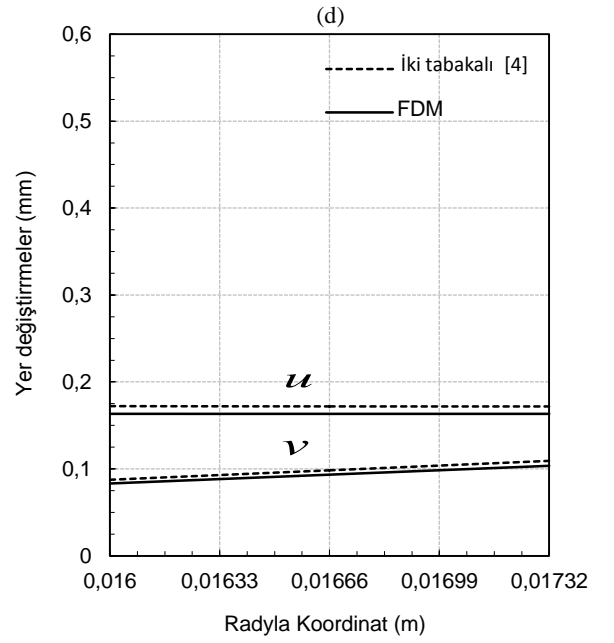
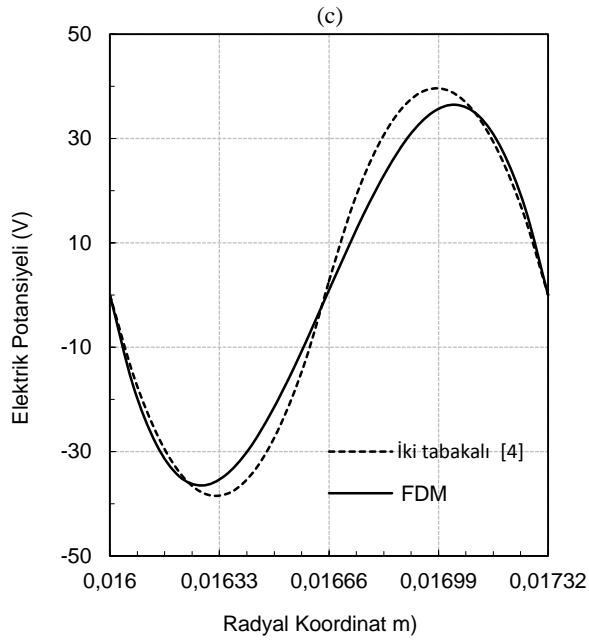
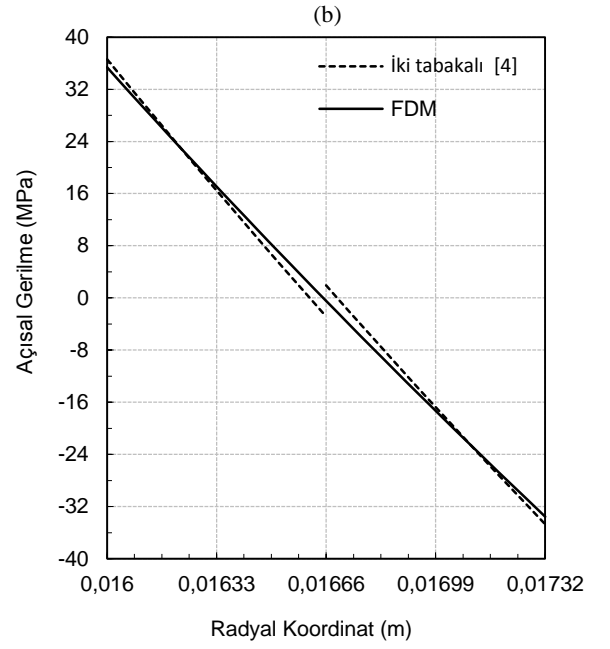
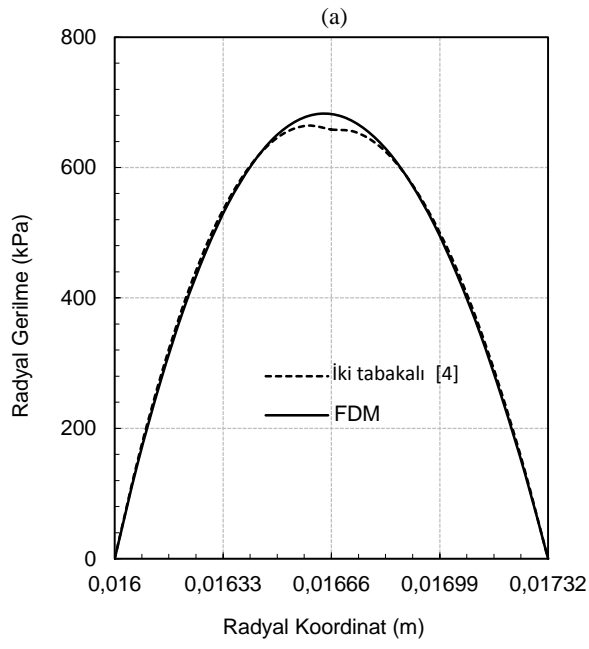




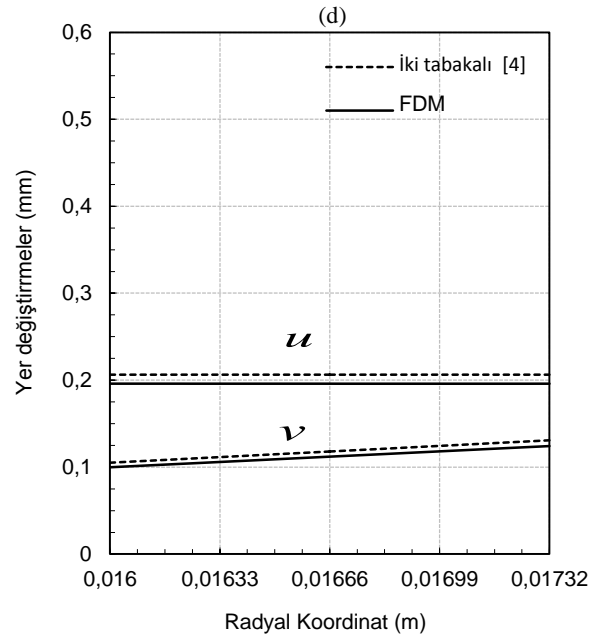
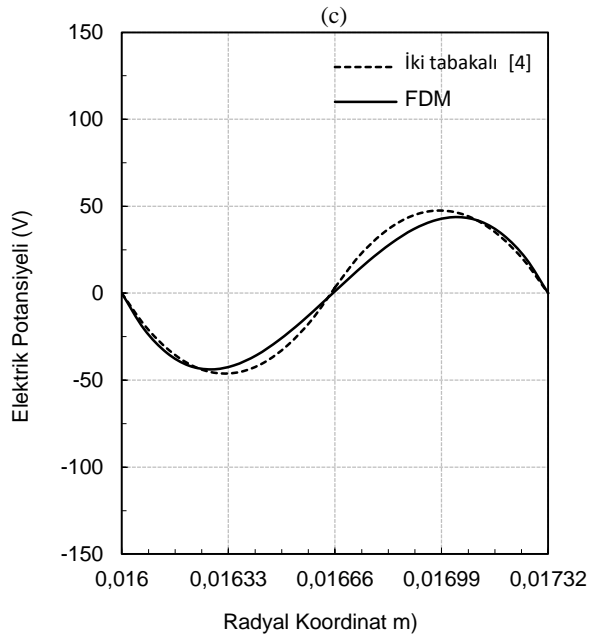
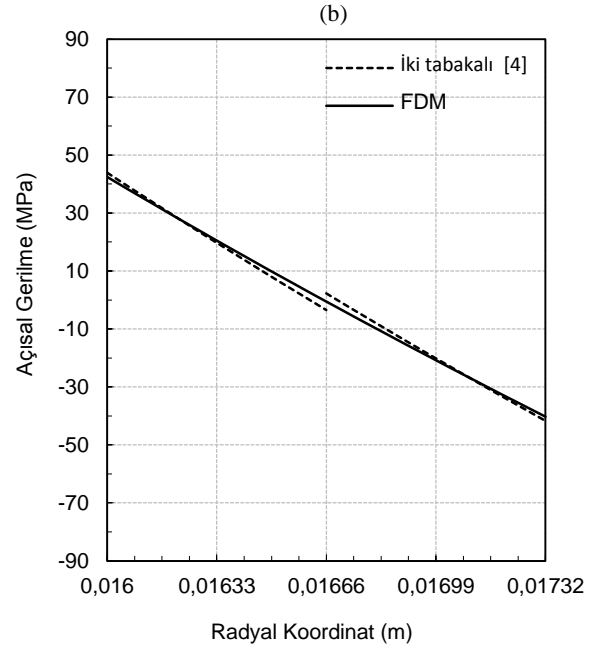
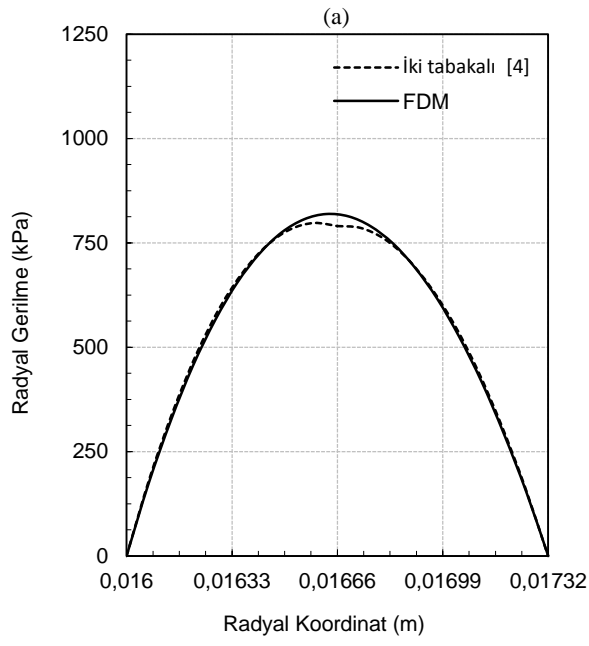
**Çizelge 10.18.**  $M = 8 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



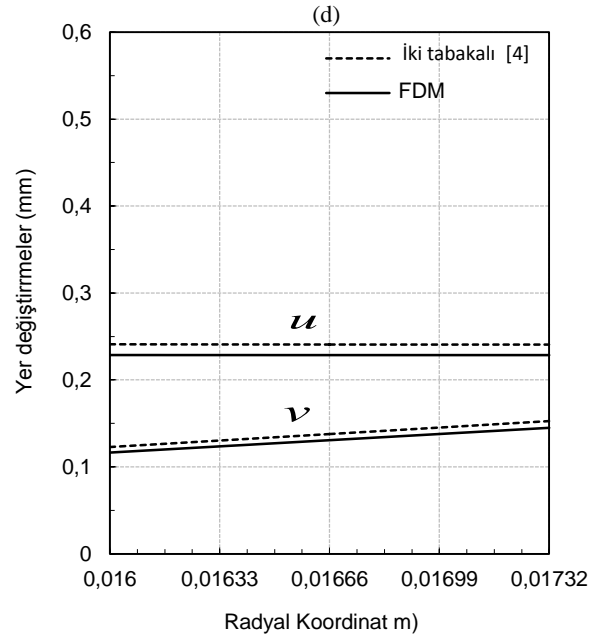
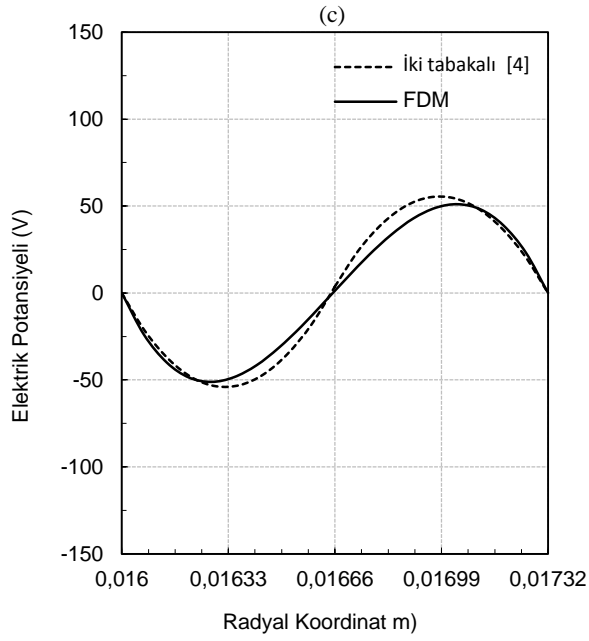
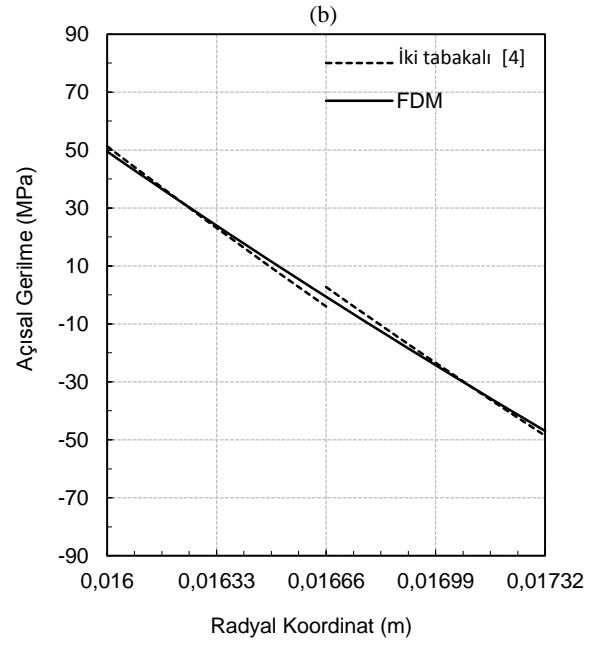
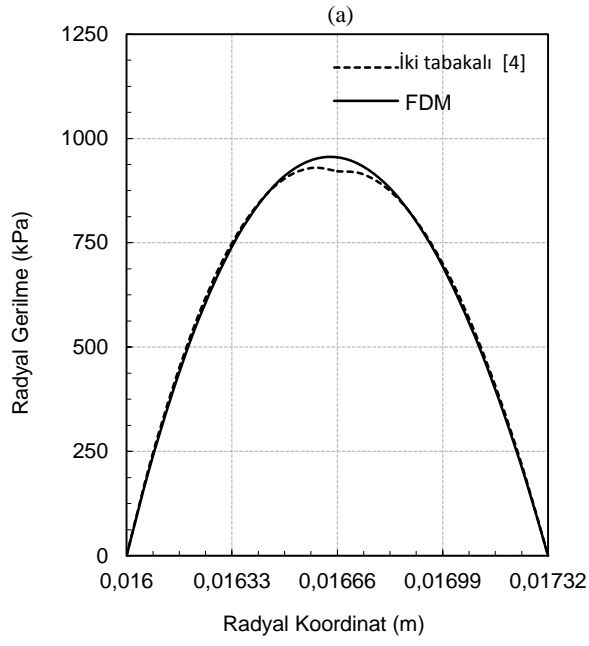
**Çizelge 10.19.**  $M = 9 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



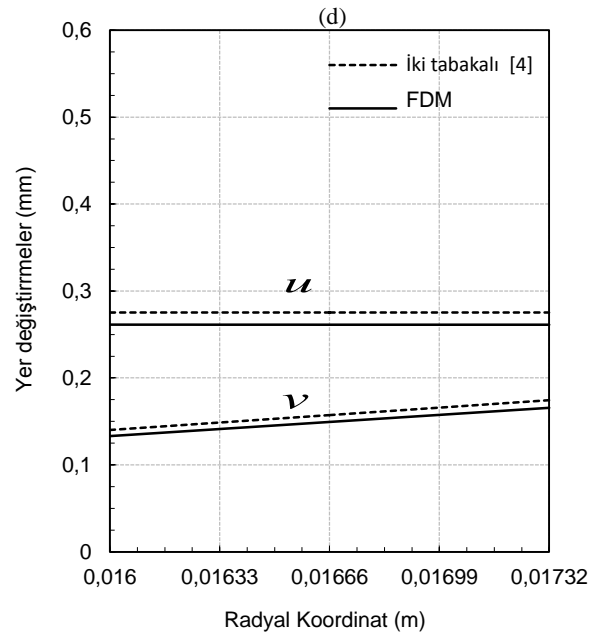
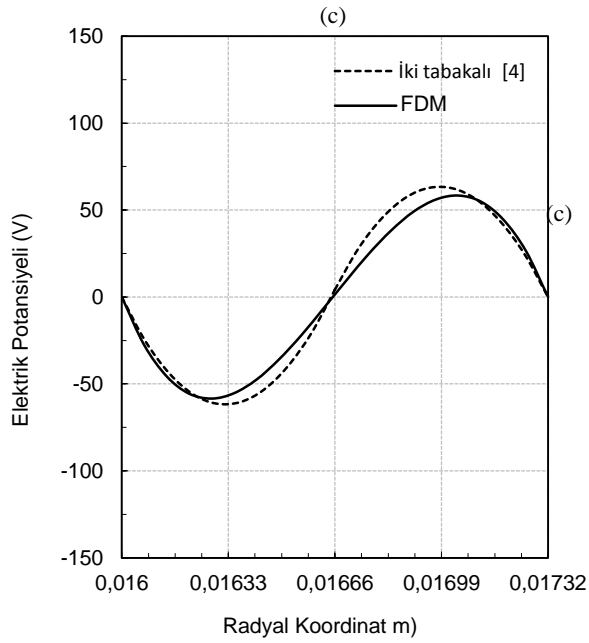
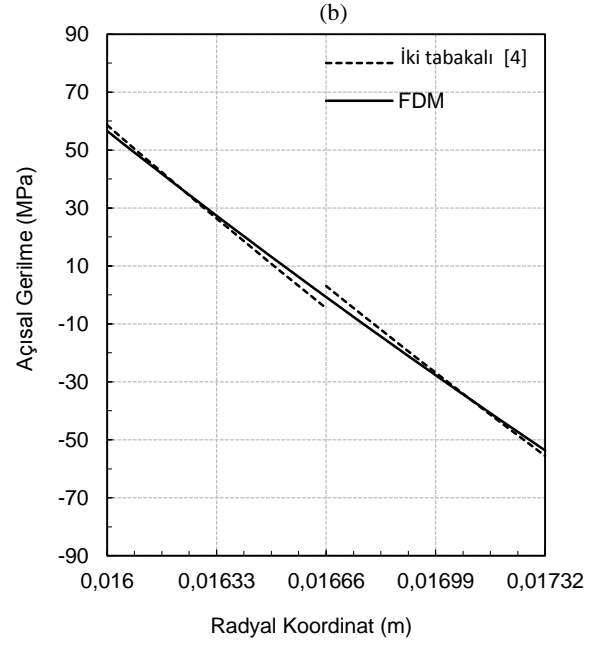
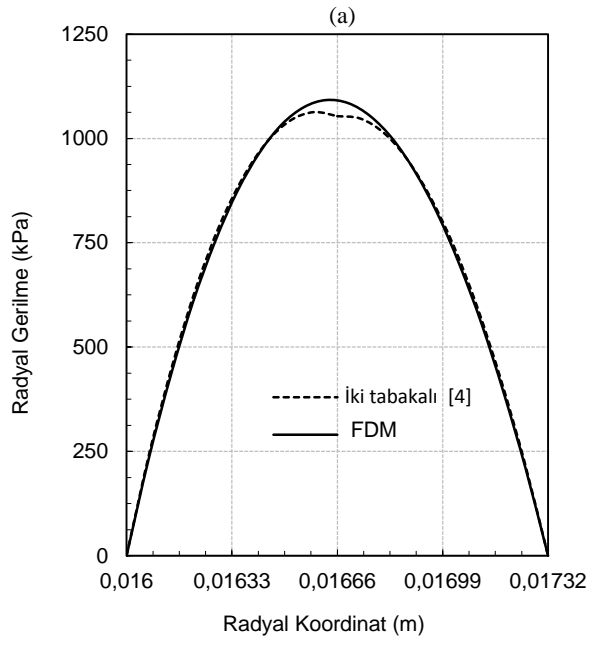
**Çizelge 10.20.**  $M = 10 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



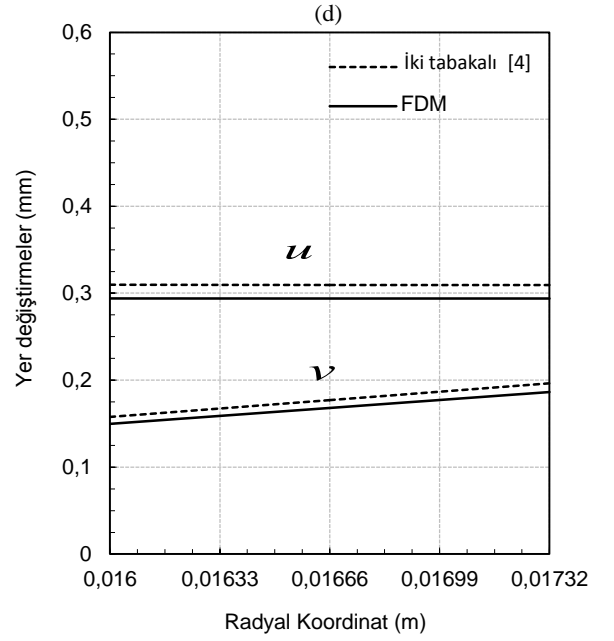
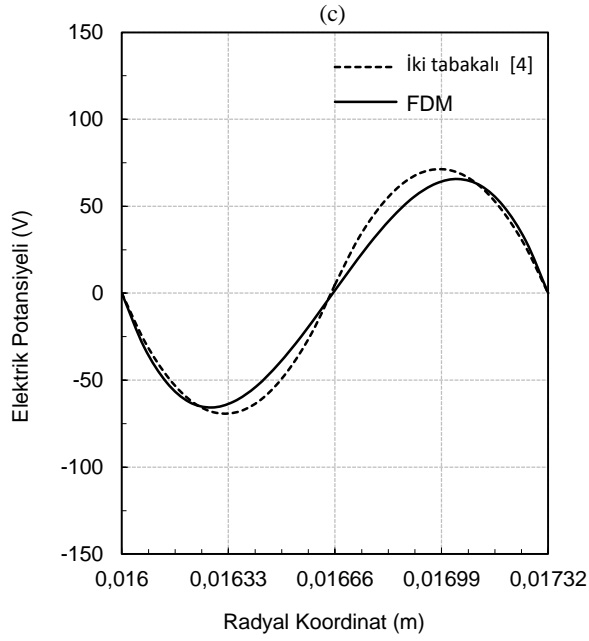
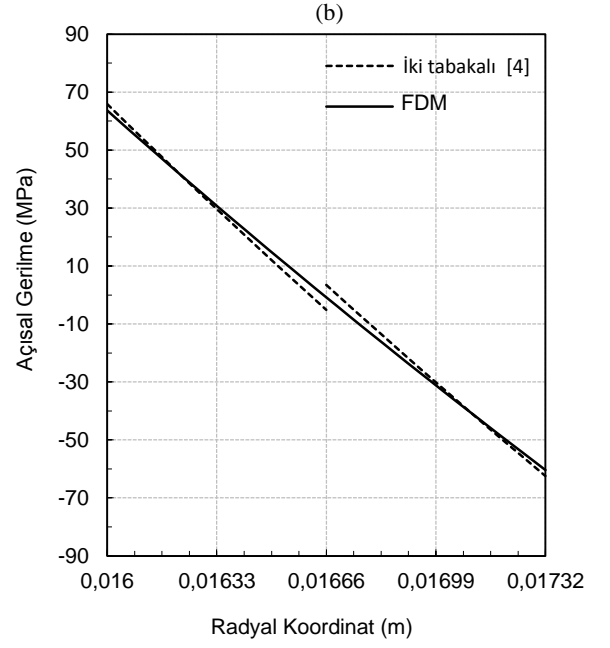
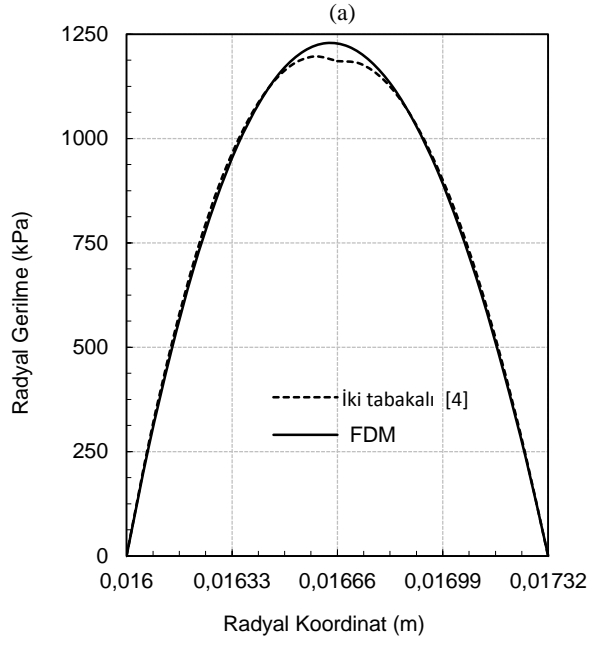
**Çizelge 10.21.**  $M = 12 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



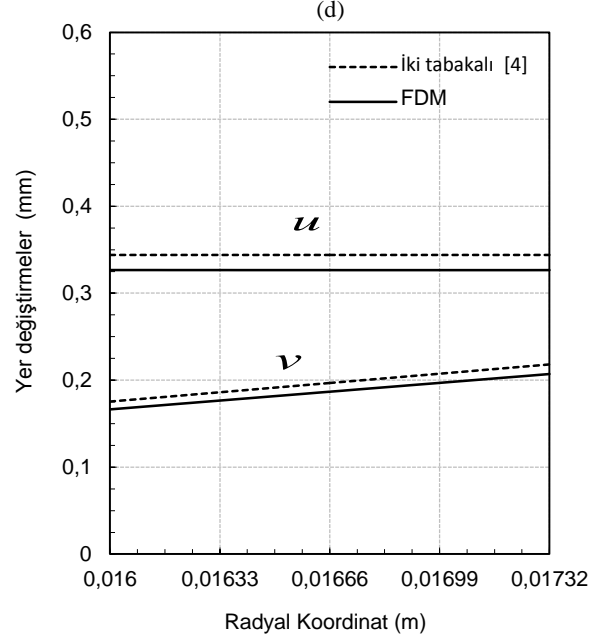
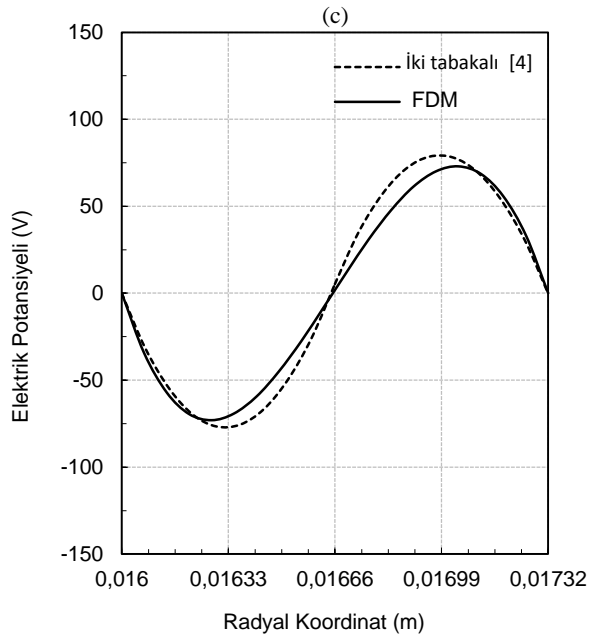
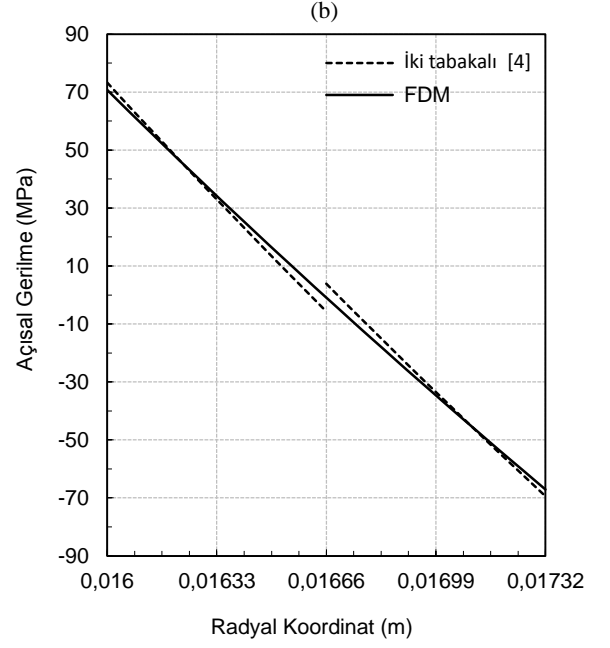
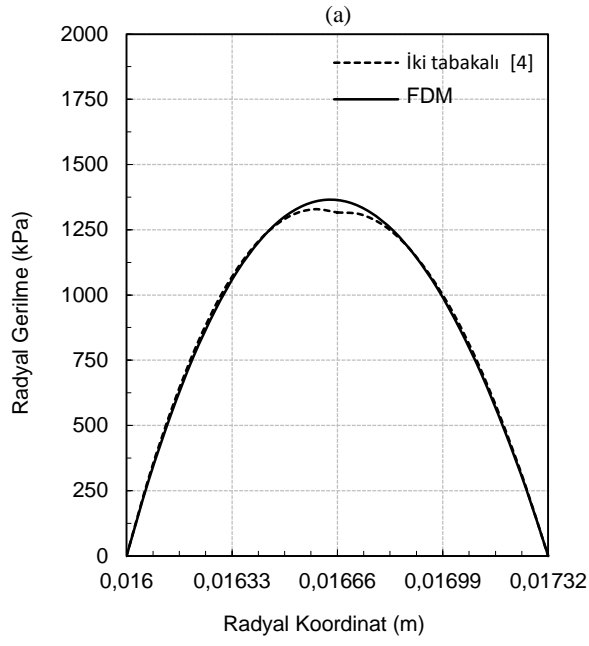
**Çizelge 10.22.**  $M = 14 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



**Çizelge 10.23.**  $M = 16 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )

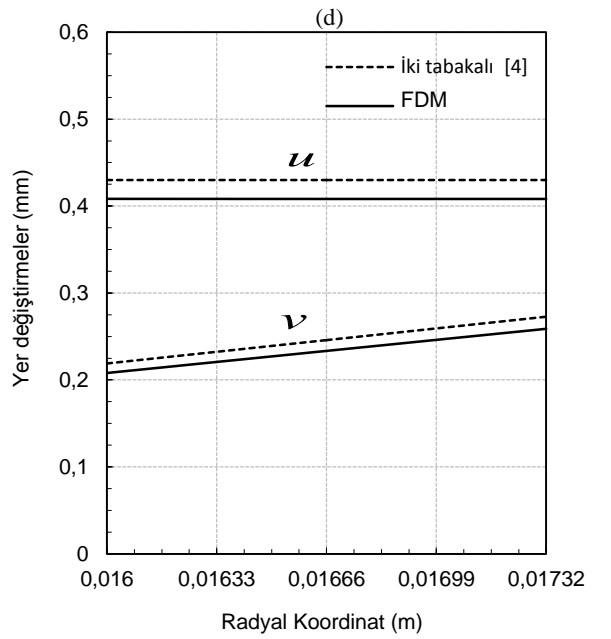
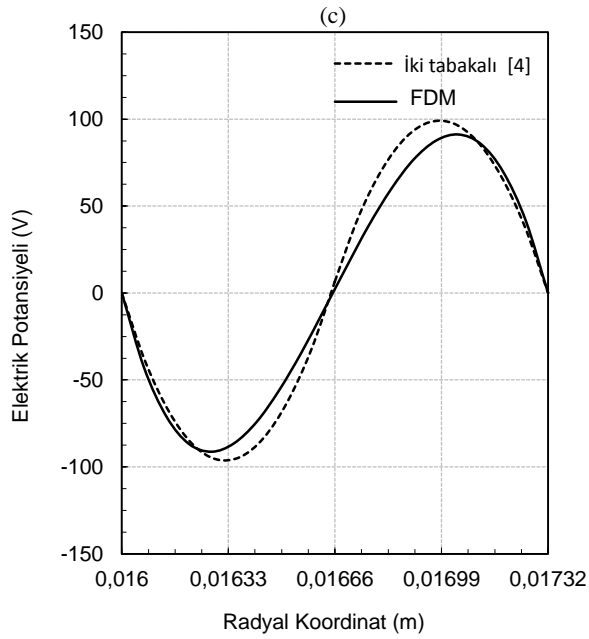
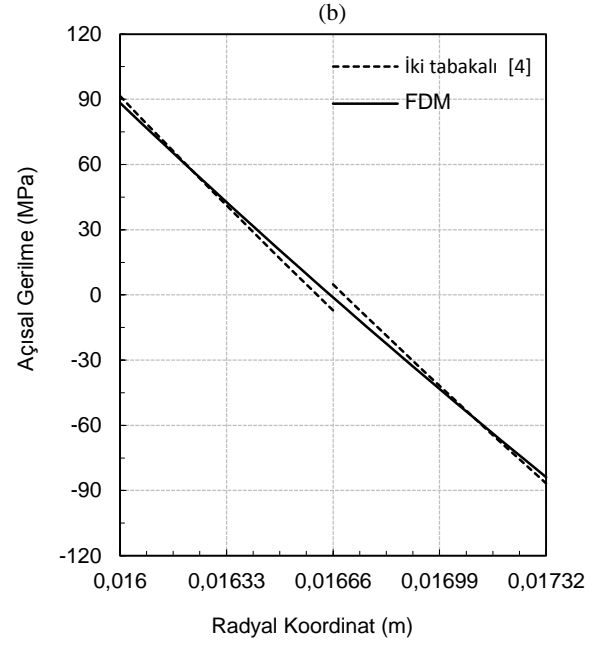
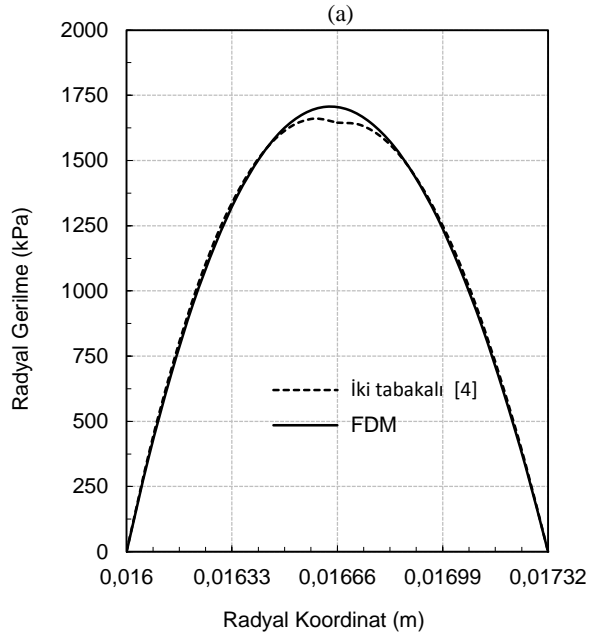


**Çizelge 10.24.**  $M = 18 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısıl yer değiştirme ( $\theta = 0$ )

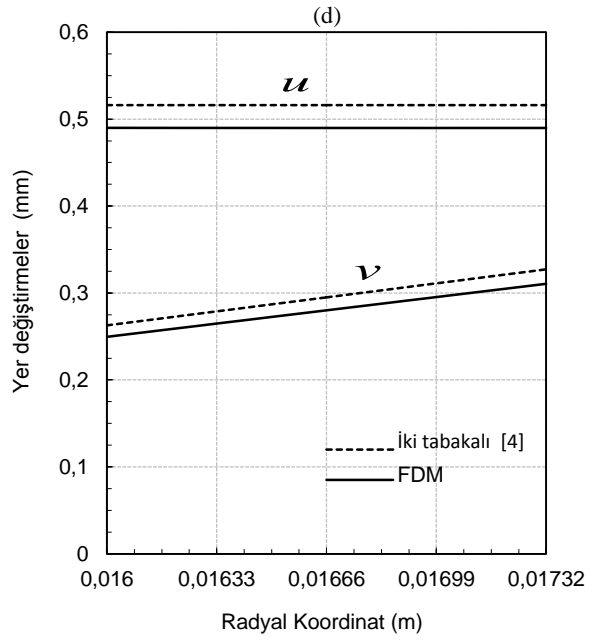
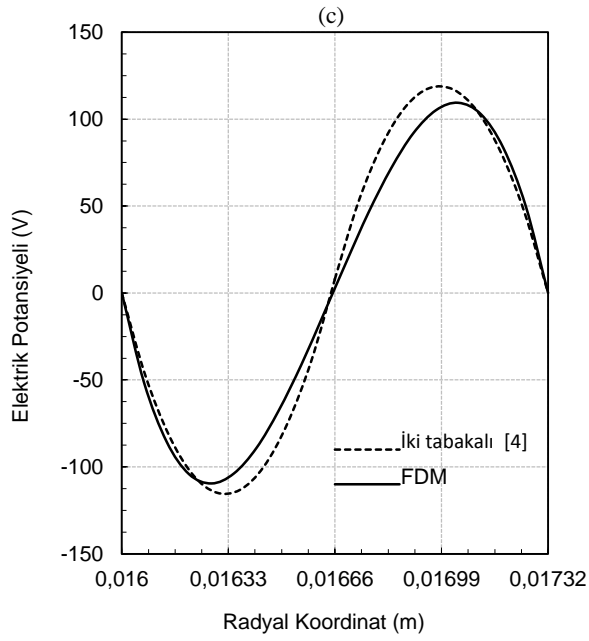
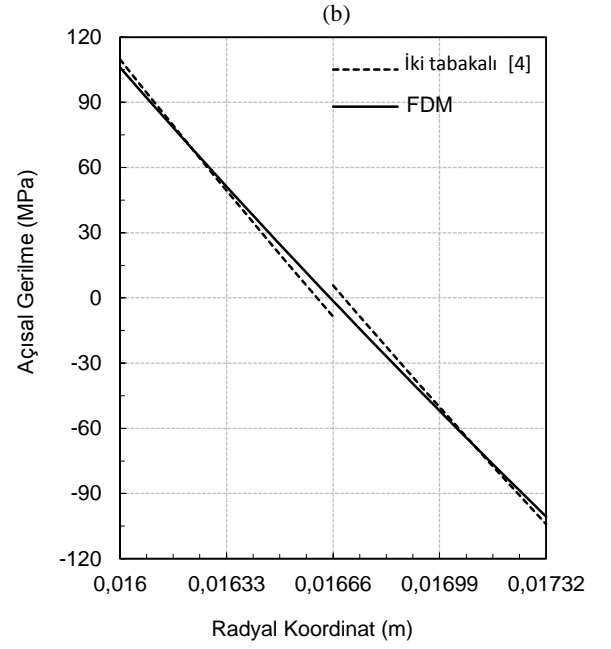
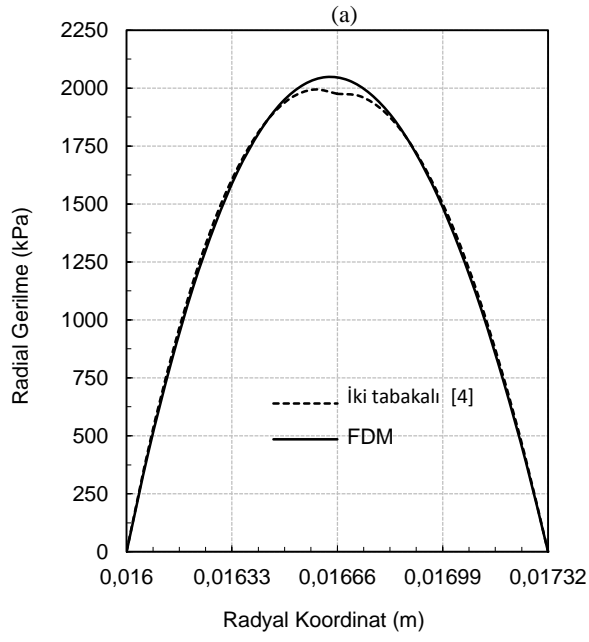


**Çizelge 10.25.**  $M = 20 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değiştirme ( $\theta = 0$ )

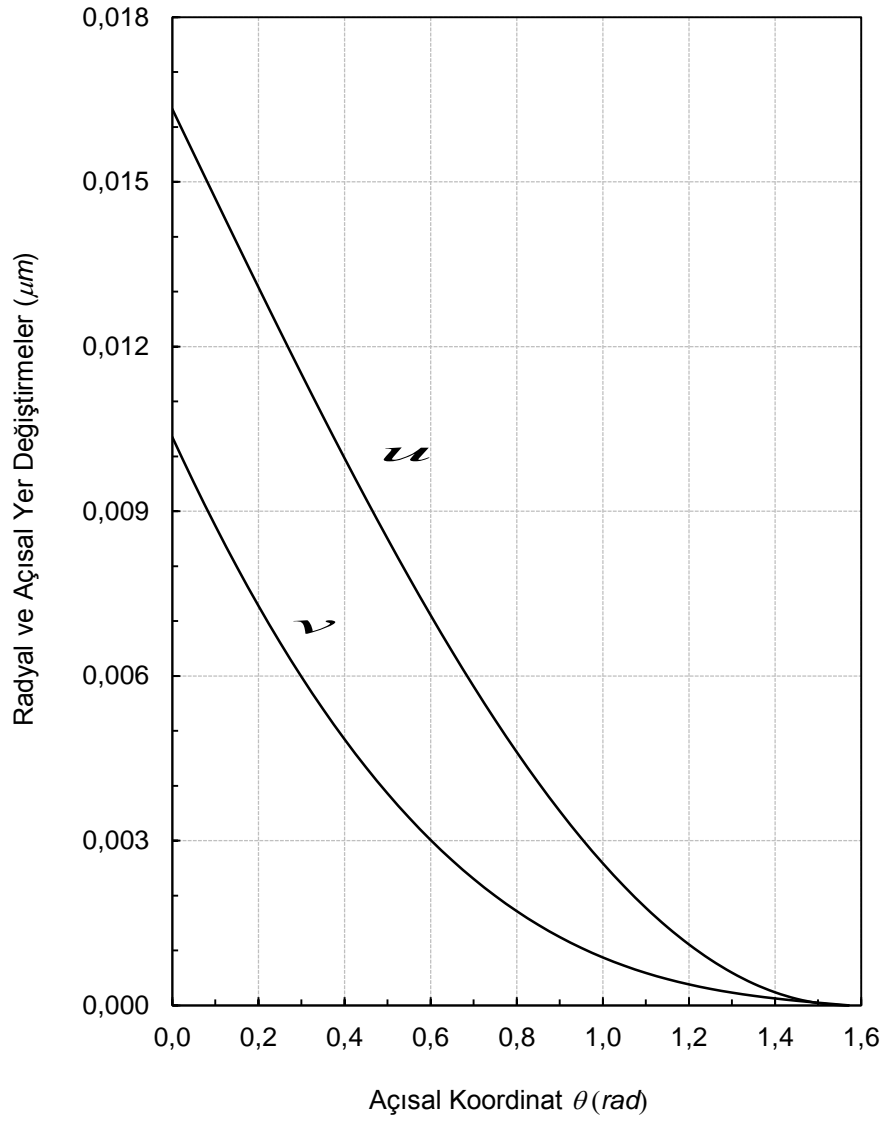




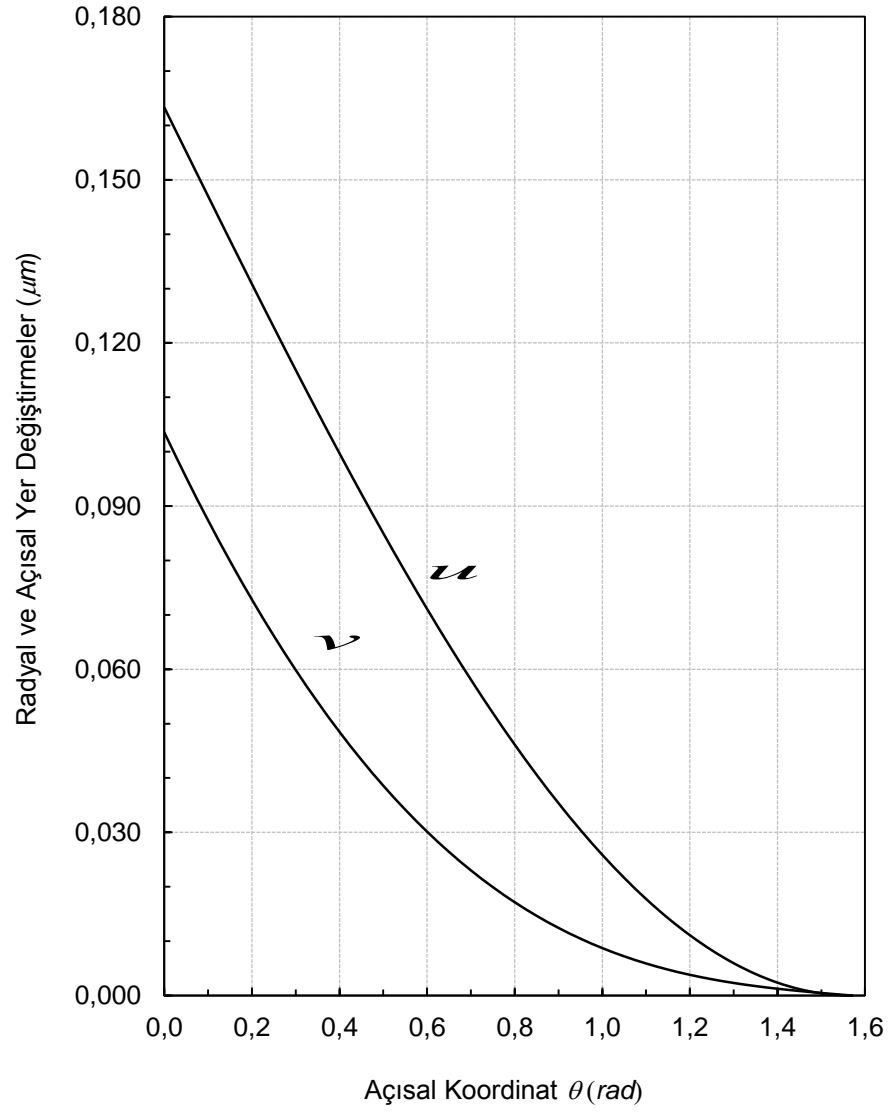
**Çizelge 10.26.**  $M = 25 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısal yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



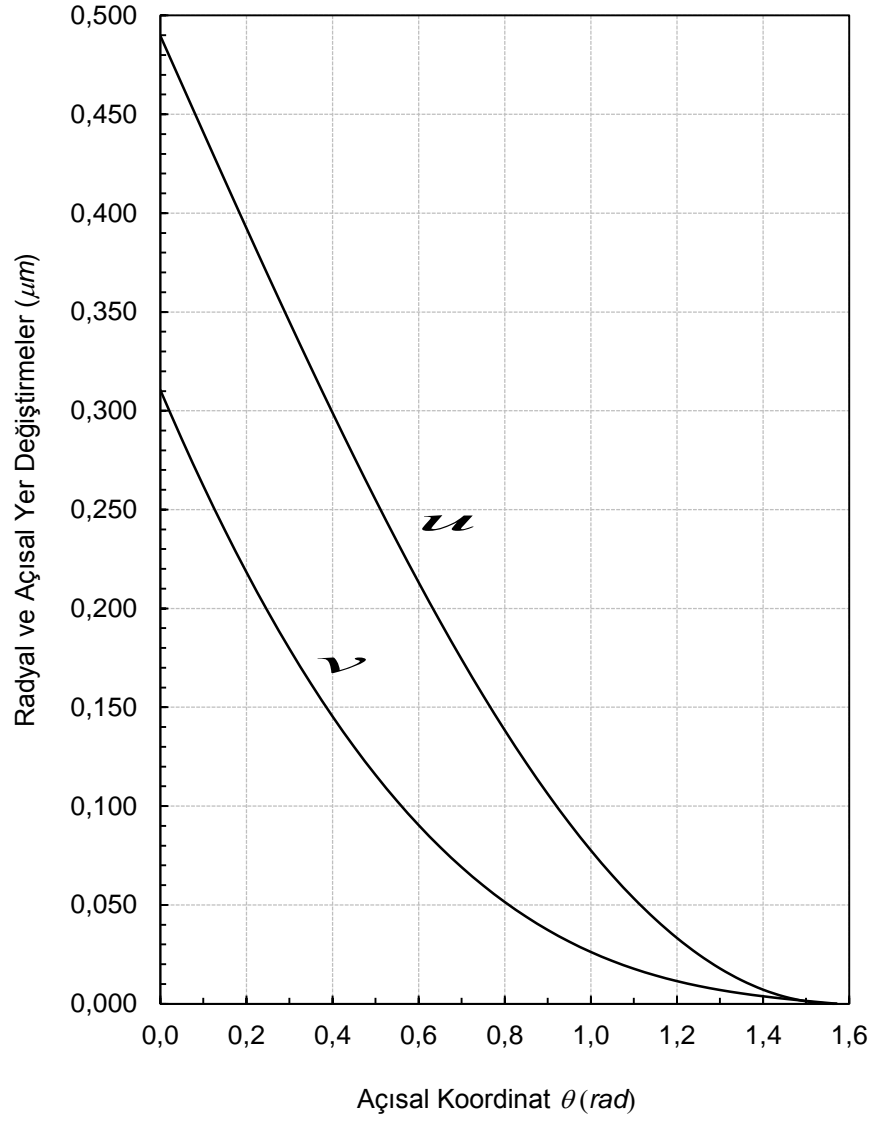
**Çizelge 10.27.**  $M = 30 Nm$  için algılayıcıda oluşan (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) elektrik potansiyeli dağılımları ve (d) radyal ve açısai yer değiştirme ( $\theta = 0$ )



**Çizelge 10.28.**  $M = 1.0 Nm$ , ( $r=r_{out}$ )'da oluşan radyal ve açısal yer değiştirmelerin  $\theta$ 'ya göre değişimi



**Çizelge 10.29.**  $M=10 \text{ Nm}$ ,  $(r=r_{out})$ 'da oluşan radyal ve açısal yer değiştirmelerin  $\theta$ 'ya göre değişimi



**Çizelge 10.30.**  $M = 30 \text{ Nm}$ ,  $(r=r_{out})$ 'da oluşan radyal ve açısal yer değiştirmelerin  $\theta$ 'ya göre değişimi

## 11. SONUÇ VE ÖNERİLER

Fonksiyonel derecelendirilmiş eğri eksenli piezoelektrik kirişte deformasyon ve elektriksel davranışlarını tarif eden bir matematiksel model türetilmiştir. Öncelikle, kirişin eyleyici olarak davrandığı kabul edilen modelin sayısal sonuçları hem Shi'nin [13] çözümü hem de Usta ve Arslan'ın [4] sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Ardından, algılayıcı olarak davrandığı kabul edilen fonksiyonel derecelendirilmiş eğri eksenli piezoelektrik kirişte, eğilme momenti etkisiyle oluşacak deformasyon ve elektrik potansiyelinin sonuçları çizelgelerle sunulmuştur.

Eğilme momentinin belirli sınırlar arasında artırılmasıyla kiriş kesitinde oluşacak elektrik potansiyelinde belirgin bir oranda artış gözlenmiştir. Ulaşılan en son moment değerinde ( $M=30 Nm$ ) kirişte oluşacak maksimum elektrik potansiyelinin  $109.3 Volt$  olduğu tespit edilmiştir. Usta ve Arslan'ın çalışmasının iki tabaka modelinde maksimum elektrik potansiyeli  $117.8 Volt$  olduğu görülmüştür. Buna göre iki tabakalı piezoelektrik algılayıcının fonksiyonel derecelendirilmiş algılayıcıdan biraz daha yüksek bir elektrik potansiyeli üretme özelliği vardır. Bu durum, fonksiyonel derecelendirilmiş algılayıcının küçük bir dezavantajı olarak kabul edilebilir.

Kirişin boyutları göz önünde bulundurulduğunda, eğilme momentinin  $30 Nm$ 'den daha fazla olmamasına dikkat edilmiştir. Yük, bu değere ulaştığında kirişimizin kesitteki maksimum radyal gerilme değeri  $2.047 MPa$ 'a, maksimum açısız gerilme değeri  $106.11 MPa$ 'a, maksimum radyal yer değiştirme değeri  $0.489 mm$  olmuştur. Usta ve Arslan'ın modelindeki [4] maksimum radyal gerilme değeri  $1.974 MPa$  olduğu, maksimum açısız gerilme değeri  $109.85 MPa$ 'a ve maksimum radyal yer değiştirme değeri  $0.5161 mm$ 'dir. Burada vurgulanmalıdır ki, gerilmelerin maksimum değerlerinde çok ciddi bir fark gözlenmemektedir. Fakat, iki tabakalı algılayıcıda açısız gerilmede radyal koordinat doğrultusunda bir süreksizlik varken, derecelendirilmiş algılayıcıda açısız gerilme radyal doğrultuda sürekli bir dağılım sergilemiştir. Bu durumda, PZT gibi kırılğan bir malzeme için gerilmelerde süreksizliğin olmaması malzemenin dayanımı açısından önemli bir avantaj olarak görülmektedir. Bu sonuca bakarak modelimizde kullanılan FDM'nin, derecelendirilmemiş bi-morph (iki tabakalı) malzemelere göre; oluşacak mekanik gerilmenin ve süreksizliğin yapı içerisinde azaltılmasından dolayı daha yüksek bir mukavemete sahip olduğu söylenebilir.

Çalışmada elde edilen model ve sonuçlar, konuyla ilgilenen araştırmacılara, üreticilere ve tasarımcılara bilgi ve esin kaynağı niteliğindedir. Ayrıca bu çalışma, daha karmaşık geometri ve yüklemelere maruz kalan piezoelektrik algılayıcılar için ileride oluşturulacak sayısal modellerin sınanması için kullanılabilir.

## 12. KAYNAKÇA

- [1] <http://edergi.bilecik.edu.tr/index.php/fbd/article/download/32/11>, **Ulaşım sistemlerinde titreşim tabanlı enerji hasatı ve uygulamalı analizi**, (sayfa ziyareti, makale, 18.11.2015).
- [2] [http://www.mmo.org.tr/resimler/dosya\\_ekler/bcbff5c1f1ded46\\_ek.pdf?dergi=62](http://www.mmo.org.tr/resimler/dosya_ekler/bcbff5c1f1ded46_ek.pdf?dergi=62), **Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler ve kullanım alanları**, (sayfa ziyareti, makale, 18.11.2015).
- [3] [http://www.researchgate.net/publication/228853339\\_Ak\\_dngl\\_piezo\\_elektrik\\_dorsal\\_srcler\\_iin\\_histerez\\_telifisi](http://www.researchgate.net/publication/228853339_Ak_dngl_piezo_elektrik_dorsal_srcler_iin_histerez_telifisi), **Açık döndülü piezoelektrik doğrusal sürücüler için histerez telafisi**, (sayfa ziyareti, makale, 18.11.2015).
- [4] Arslan E., Usta R. **Mechanical and electrical fields of piezoelectric curved sensors**, Archives of Mechanics 66, 329-342, (2014).
- [5] <http://www.elektrikport.com/teknik-kutuphane/bilimin-gizemli-bir-elektrik-ureteci-piezoelektrik-kristal/8730> (sayfa ziyareti, makale, 18.11.2015).
- [6] <http://www.akillienerji.files.wordpress.com/2012/11/ugi-341-2.pptx> (sayfa ziyareti,sunu dosyası,18.11.2015).
- [7] <http://www.enerjienstitusu.com/2011/10/24/windstalk-konsepti-piezoelektrik-ruzgar-turbinlerinden-kanatlari-kaldiriyor> (sayfa ziyareti,18.11.2015).
- [8] [http://www.mmo.org.tr/resimler/dosya\\_ekler/19d385eb67632a7\\_ek.pdf?dergi=77](http://www.mmo.org.tr/resimler/dosya_ekler/19d385eb67632a7_ek.pdf?dergi=77) , (sayfa ziyareti, pdf dosyası, 18.11.2015).
- [9] [https://engineering.purdue.edu/~kokini/FGM\\_Coatings.html](https://engineering.purdue.edu/~kokini/FGM_Coatings.html),(sayfa ziyareti, 01.12.2015).
- [10] Topal S.”**Thermal stres analysis for a functionally graded solid cylinder under the effect of a radially varying temperature distribution**”, M.Thesis,180167,Gazi universty,(2006).
- [11] [http://www.slideshare.net/sirris\\_be/2013-1205sirrismaterialsworkshopfgmmagien](http://www.slideshare.net/sirris_be/2013-1205sirrismaterialsworkshopfgmmagien), ve <http://www.intechopen.com/books/simulated-annealing-single-and-multiple-objective-problems/optimum-functionally-gradient-materials-for-dental-implant-using-simulated-annealing> (sayfa ziyareti, 01.12.2015).
- [12] Wilfredo Montealegre Rubio, Sandro Luis Vatanabe, Gl’aucio Hermogenes Paulino, and Em’ilio Carlos Nelli Silva, **Functionally Graded Piezoelectric Material Systems, A Multiphysics Perspective**, 301-339, (2010).
- [13] Shi Z., **Bending behavior of piezoelectric curved actuator**, Smart Materials and Structures 14, 835–842, (2005).
- [14] Brissaud M., **Modelling of non-symmetric piezoelectric bimorphs**, J. Micromech. Microeng. 14, 1507–1518, (2004).
- [15] You-Di Kuang, Guo-Qing Li, Chuan-Yao Chen and Qiang Min, **The static responses and displacement control of circular curved beams with piezoelectric actuators**, Smart Mater. Struct. 16, 1016–1024, (2007).

- [16] Aldraihem O.J., Khdeir A.A., **Exact deflection solutions of beams with shear piezoelectric actuators**, International Journal of Solids and Structures 40, 1–12, (2003).
- [17] Shen M.H., **Analysis of beams containing piezoelectric sensors and actuators**, Smart Materials and Structures 3, 439-447, (1994).
- [18] Shi Z., Xiang H.J. and Spencer B.F., **Exact analysis of multi-layer piezoelectric/composite cantilevers**, Smart Materials and Structures 15, 1447–1458, (2006).
- [19] Qing G. , Qiu J., Liu Y., **A semi-analytical solution for static and dynamic analysis of plates with piezoelectric patches**, International Journal of Solids and Structures 43, 1388–1403, (2006).
- [20] Shen M.H., Chen F.M., Chen S.N., **Piezoelectric study on circularly cylindrical layered media**, International Journal of Solids and Structures 43, 2336–2350, (2006).
- [21] Xiang H.J. and Shi Z.F., **Static analysis for multi-layered piezoelectric cantilevers**, International Journal of Solids and Structures 45, 113–128, (2008).
- [22] Shi Z., Zhang T., **Static analyses for 2–2 multi-layered piezoelectric curved composites**, International Journal of Engineering Science 45, 509–524, (2007).
- [23] H.J. Xiang, Z.F. Shi, **Static analysis for multi-layered piezoelectric cantilevers**, International Journal of Solids and Structures 45, 113–128, (2008).
- [24] Marc S. Weinberg , **Working Equations for Piezoelectric Actuators and Sensors**, J. Micromech. Microeng., Vol. 8, No. 4, ,529–533, (1999).
- [25] E. Arslan, W. Mack , **Shrink fit with solid inclusion and functionally graded hub**, Composite Structures 121, 217–224, (2015).
- [26] E. Arslan, A.N. Eraslan, **Bending of graded curved bars at elastic limits and beyond**, International Journal of Solids and Structures 50, 806–814, (2013).
- [27] Eraslan A.N., Arslan E., **Plane Strain Analytical Solutions to Rotating Partially Plastic Graded Hollow Shafts**, Turkish J. Eng. Env. Sci., 273 – 288, (2007).
- [28] A.M. Zenkour, **Stress distribution in rotating composite structures of functionally graded solid disks**, journal of materials processing technology, 3511–3517, (2009).
- [29] J. Woo, S.A. Meguid, L.S.Ong , **Nonlinear free vibration behavior of functionally graded plates**, Journal of Sound and Vibration 289, 595–611, (2006).
- [30] Shi Z. and Zhang T., **Bending analysis of a piezoelectric curved actuator with a generally graded property for the piezoelectric parameter**, Smart Materials and Structures 17, 045018, (2008).
- [31] Arani A.G., Kolahchi R., Barzoki A.A.M., **Effect of material in-homogeneity on electro thermo-mechanical behaviors of functionally graded piezoelectric rotating shaft**, Applied Mathematical Modelling 35, 2771–2789, (2011).
- [32] Alibeigloo A., **Thermoelasticity analysis of functionally graded beam with integrated surface piezoelectric layers**, Composite Structures 92, 1535–1543, (2010).



- [33] Tingtinga L., Zhifeia S., **Bending Behavior of Functionally Gradient Piezoelectric Cantilever**, *Ferroelectrics*, 308, 43–51, (2004).
- [34] G. H. Rahimi, M. Arefi, M. J. Khoshgoftar, **Application and analysis of functionally graded piezoelectrical rotating cylinder as mechanical sensor subjected to pressure and thermal loads**, *Appl. Math. Mech. -Engl. Ed.*, 32(8), 997–1008, (2011).
- [35] M. Javanbakht, A.R. Daneshmehr, M. Shakeri, A. Nateghi, **The dynamic analysis of the functionally graded piezoelectric (FGP) shell panel based on three-dimensional elasticity theory**, *Applied Mathematical Modelling* 36 ,5320-5333, (2012).
- [36] Taotao Zhang and Zhifei Shi, **Two-dimensional exact analysis for piezoelectric curved actuators**, *J. Micromech. Microeng.* 16, 640–647, (2006).
- [37] Y. Tao, Z. Zheng, **Bending analysis of a functionally graded piezoelectric cantilever beam**, *Sci China-Phys Mech Astron* ,97-108, (2007).
- [38] Z. F. Shi, Y. Chen, **Functionally graded piezoelectric cantilever beam under load** , *Archive of Applied Mechanics* 74, 237–247, (2004).
- [39] Timoshenko S.P., Goodier J.N., **Theory of Elasticity**, New York: McGraw-Hill, (1970).
- [40] Garbow B.S., Hillstom K.E., More J.J., Testing unconstrained optimization software, *ACM Trans Math Softw* 7, 17–41, (1981).
- [41] Yrd. Doç. Dr. Eray Arslan'ın Viyana Teknik Üniversitesinde verdiği “Mechanics of Functionally Graded Materials” ders notları.

## ÖZGEÇMİŞ

**Ad Soyad:** Ahmet Turan ÖNAL

**Doğum Yeri ve Tarihi:** Malatya / 17.02.1982

**Yabancı Dili :** İngilizce

**Adres:** Karakavak Mh. Ziraat Sk. No:15 Livadi konutları  
B/1 Yeşilyurt/MALATYA

**E-Posta:** ahmetturanonal@tcdd.gov.tr

**Tel :** 0 (536) 339 99 91

**Lisans:** Makine Mühendisi  
(2000-2005)

**Yüksek Lisans :** Makine Mühendisliği Bölümü  
(2013-2015)

**Mesleki Deneyim :** Mega Isı Doğalgaz Ltd.Şti./MALATYA  
Makina Mühendisi (2007-2009)

E.Ü.A.Ş Almus/Köklüce Hidroelektrik Santrali/TOKAT  
Makine bakım ve işletme mühendisi (2009-2012)

T.C.D.D 5. Bölge /Vagon Atölye Müdürlüğü/MALATYA  
Atölye mühendisi (2012-halen )