

**T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELEKTRON SICAKLIĞININ İYONOSFERİK PLAZMADA DİKEY
İLERLEYEN HF RADYO DALGASININ SÖNÜMÜNE ETKİSİ**

SERHAT KORLAELÇİ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI**

ŞUBAT 2013

Tezin Başlığı : Elektron Sıcaklığının İyonosferik Plazmada Dikey İlerleyen HF Radyo Dalgasının Sönümüne Etkisi

Tezi Hazırlayan: Serhat KORLAELÇİ

Sınav Tarihi :01/02/2013

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Fizik Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Sınav Jüri Üyeleri

Tez Danışmanı:

Yrd. Doç. Dr. İbrahim ÜNAL
İnönü Üniversitesi




.....
A. ZORUN

Prof. Dr. Hafız ALİSOY
İnönü Üniversitesi

.....

Doç. Dr. Ali YEŞİL
Fırat Üniversitesi



.....

Prof. Dr. Mehmet ALPASLAN
Enstitü Müdürü

ONUR SÖZÜ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Elektron Sıcaklığının İyonosferik Plazmada Dikey İlerleyen HF Radyo Dalgasının Sönümüne Etkisi” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada, yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Serhat KORLAELÇİ

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ELEKTRON SICAKLIĞININ İYONOSFERİK PLAZMADA DİKEY İLERLEYEN HF RADYO DALGASININ SÖNÜMÜNE ETKİSİ

Serhat KORLAELÇİ

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

xi+52 sayfa

2013

Danışman:
Yrd. Doç. Dr. İbrahim ÜNAL

Radyo dalgaları iyonosferik plazma içerisinde yayılırken, sahip oldukları frekansa, plazma ortamındaki elektronların salınım frekansına ve ortamın kırılma indisine bağlı olarak değişik davranışlar gösterirler. Bu davranışlara bağlı olarak, dalga kırılır, yansır veya ortam tarafından soğurularak zayıflatılır. Dalganın soğurulması elektronların iyonlarla ve nötr parçacıklarla çarpışmaları ile meydana gelir. Bunun sonucu olarak iyonosferde yayılan dalganın genliğinde soğurulmadan dolayı azalma olur. İyonosferin soğurucu özelliği, ortamın kırılma indisinin sanal kısmına bağlıdır.

Bu tezde, Yer'in manyetik alanı göz önünde bulundurularak, ekstraordinari dalganın kırılma indisi ve sönümü analitik olarak elde edilmiştir. Elde edilen analitik ifadelerin sayısal analizleri yapılmıştır.

Yapılan analitik çalışmaların sonucunda, elektron için adyabatik ses hızının ordinari dalgayı etkilemediği görülmüştür. Ekstraordinari dalga için yapılan analizler sonucunda; sıcak plazmadaki dalga soğuk plazmaya göre daha az sönüme uğramıştır. Ayrıca dalganın diğer mevsimlere göre 21 Haziran'da daha az söndüğü görülmüştür. Frekans arttıkça aynı yükseklikteki sönüm özellikle sıcak plazmada daha fazla gerçekleşmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: İyonosferik plazma, elektromanyetik dalga, ordinari ve ekstraordinari dalgalar, absorpsiyon.

ABSTRACT

Master Thesis

THE EFFECT OF ELECTRON TEMPERATURE ON ABSORPTION OF HF RADIO WAVE VERTICAL PROPAGATION THROUGH IONOSPHERIC PLASMA

Serhat KORLAELÇİ

İnönü University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

xi+52 pages

2013

Supervisor:
Assistant Prof. Dr. İbrahim ÜNAL

Radio waves show different behaviors depending on their frequencies, oscillation frequency of the electron and the refractive index of the ionospheric plasma. Due to these behaviors the wave reflects, refracts or is absorbed by the ionosphere. Absorption of wave is occurred by collisions with ions and neutral particles of electrons. As a result of this, the amplitude of wave propagation through the ionospheric plasma is reduced due to absorption. Absorbing property of ionosphere depends on imaginary part of the refractive index.

In this thesis, considering the Earth's magnetic field, refractive index and absorption of the extraordinary wave was obtained analytically. The numerical analyses of analytical expressions were made.

End of analytical studies, it was seen that adiabatic sound speed for electron was not effect ordinary wave. At the result of analyses of the extraordinary wave, the wave propagation in warm plasma was absorbed less than cold plasma. Furthermore, it was seen that the wave was absorbed in 21 June less than other seasons. The frequency of wave was increasing; especially absorption in warm plasma was more occurred at the same height.

KEYWORDS: Ionospheric plasma, electromagnetic waves, ordinary and extraordinary waves, absorption.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın ortaya çıkması sürecinde deneyimlerini, bilgilerini ve hoşgörüsünü benden esirgemeyen, çalışmanın her aşamasında bana yol gösteren ve destek veren danışmanım Yrd. Doç. Dr. İbrahim ÜNAL'a, değerli fikirlerinden faydalandığım Doç. Dr. Ali YEŞİL'e, yardımlarını esirgemeyen Erdiç TİMOÇİN'e ve Sema KESMEN'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Serhat KORLAELÇİ

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ	viii
TABLolar LİSTESİ	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	x
1. GİRİŞ	1
2. İYONOSFERİK PLAZMA İLETKENLİĞİ	4
2.1. Soğuk Plazma İletkenliği	4
2.2. Sıcak Plazma İletkenliği	10
3. İYONOSFERİK PLAZMA İÇERİSİNDE YAYILAN RADYO DALGALARININ DAĞITKANLIK BAĞINTILARI	18
3.1. Soğuk Plazmada Yayılan Dalganın Dağıtkanlık Bağıntısı ve Oluşan Dalgalar	19
3.1.1. $k//B$ durumu (plazma titreşimi ve kutuplanmış dalgalar)	20
3.1.2. $k \perp B$ durumu (ordinari ve ekstraordinari dalgalar)	22
3.2. Sıcak Plazmada Yayılan Dalganın Dağıtkanlık Bağıntısı ve Oluşan Dalgalar	24
3.2.1. $k//B$ durumu (plazma titreşimi ve kutuplanmış dalgalar)	25
3.2.2. $k \perp B$ durumu (ordinari ve ekstraordinari dalgalar)	27
4. İYONOSFERİK PLAZMADA YAYILAN ELEKTROMANYETİK DALGANIN SÖNÜMÜ	33
5. MATERYAL VE METOT	36
6. SAYISAL SONUÇLAR VE TARTIŞMA	39
6.1. HF Ekstraordinari Dalga Genliğinin Sönümünün Yükseklikle Değişimi	39
6.2. HF Ekstraordinari Dalga Genliğinin Sönümünün Mevsimsel Değişimi	45
6.3. HF Ekstraordinari Dalga Genliğinin Sönümünün Frekansla Değişimi	47
7. SONUÇ	49
8. KAYNAKLAR	51
ÖZGEÇMİŞ	

ŞEKİLLER LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 1.1. Atmosferin katmanları	2
Şekil 2.1. Yer'in manyetik alanı	6
Şekil 2.2. Tedirgin edilmiş durumdaki hız, elektrik alan ve k dalga vektörünün geometrisi	13
Şekil 5.1. İyonosferde dikey yayılan HF radyo dalgasının şematik gösterimi	36
Şekil 6.1. Soğuk ve sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın 21 Mart saat 12.00 YZ'daki elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi ($R \cong 10$)	40
Şekil 6.2. Soğuk ve sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın 21 Haziran saat 12.00 YZ'daki elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi ($R \cong 10$)	41
Şekil 6.3. Soğuk ve sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın 23 Eylül saat 12.00 YZ'daki elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi ($R \cong 10$)	43
Şekil 6.4. Soğuk ve sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın 21 Aralık saat 12.00 YZ'daki elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi ($R \cong 145$) ..	44
Şekil 6.5. Soğuk plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın elektrik alan şiddetindeki sönümün mevsimsel değişimi ($R \cong 10$, Saat:12:00 YZ)	46
Şekil 6.6. Sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın elektrik alan şiddetindeki sönümün mevsimsel değişimi ($R \cong 10$, Saat:12:00 YZ)	46
Şekil 6.7. Soğuk plazmada farklı frekans değerlerine sahip ekstaordinari dalganın elektrik alan şiddetindeki sönümün yükseklikle değişimi ($R \cong 10$, 21 Haziran saat:12:00 YZ)	47
Şekil 6.8. Sıcak plazmada farklı frekans değerlerine sahip ekstaordinari dalganın elektrik alan şiddetindeki sönümün yükseklikle değişimi ($R \cong 10$, 21 Haziran saat:12:00 YZ)	48

TABLULAR LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 6.1. 21 Mart saat 12.00 YZ'daki iyonosferik parametrelerin yükseklikle değişimleri ($R \approx 10$)	40
Tablo 6.2. 21 Haziran saat 12.00 YZ'daki iyonosferik parametrelerin yükseklikle değişimleri ($R \approx 10$)	42
Tablo 6.3. 23 Eylül saat 12.00 YZ'daki iyonosferik parametrelerin yükseklikle değişimleri ($R \approx 10$)	43
Tablo 6.4. 21 Aralık saat 12.00 YZ'daki iyonosferik parametrelerin yükseklikle değişimleri ($R \approx 145$)	45

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

σ	İletkenlik
\tilde{N}	Dell operatörü
γ	Spesifik ısı kapasitesi
Λ	Coulomb kesilim frekansı
ρ_e	Elektron kütle yoğunluğu
μ_0	Serbest uzayın manyetik geçirgenliği
ϵ_0	Serbest uzayın dielektrik katsayısı
ν_e	Elektron çarpışma frekansı
ν_{ei}	Elektron-iyon çarpışma frekansı
ν_{en}	Elektron-nötr parçacık çarpışma frekansı
q_e	Elektronun yükü
ω	Dalğanın açısal frekansı
ω_{ce}	Elektronun dönme frekansı
ω_{pe}	Elektron için plazma titreşim frekansı
μ	Kırılma indisinin reel kısmı
χ	Kırılma indisinin sanal kısmı
$\mathbf{1}$	Birim tensör
\mathbf{B}	Elektromanyetik dalğanın manyetik alanı
c	Işık hızı
D	Deklinasyon açısı
e	Elektronunu yükü
\mathbf{E}	Elektrik alan şiddeti
f_{pe}	Elektron için plazma titreşim çizgisel frekansı
I	Dip açısı
\mathbf{J}_e	Akım yoğunluğu
\mathbf{k}	Elektromanyetik dalga vektörü

k_B	Boltzmann sabiti
m_e	Elektronun kütlesi
n	Kırılma indisi
N_e	Elektron yoğunluğu
N_i	İyon yoğunluğu
N_n	Nötr parçacık yoğunluğu
N_{e0}	Tedirgin edilmemiş durumdaki elektron yoğunluğu
N_{e1}	Sıcak plazma için tedirgin edilmiş durumdaki elektron yoğunluğu
P_e	Elektron basıncı
\mathbf{r}	Yerdeğiştirme vektörü
R	Güneş lekeleri sayısı
t	Zaman
T_e	Elektron sıcaklığı
U_e	Elektron için adyabatik ses hızı
V_e	Soğuk plazmadaki elektronun hızı
V_{e0}	Tedirgin edilmemiş durumdaki elektron hızı
V_{e1}	Sıcak plazma için tedirgin edilmiş durumdaki elektron hızı
HF	Yüksek Frekans

1. GİRİŞ

Yerküre, litosfer (taşküre), hidrosfer (suküre) ve atmosfer (hava küre) olmak üzere üç farklı katmandan veya küreden meydana gelmektedir. Merkezinde çekirdek bulunur. Çekirdeğin etrafını çevreleyen katı küreye litosfer adı verilir. Litosfer, kabuk ve manto gibi farklı katmanlardan oluşur. Litosferin büyük kısmını su ya da buz ile kaplayan tabaka hidrosfer olarak adlandırılır. Litosfer ve hidrosferi bir örtü gibi çevreleyen hava tabakasına da atmosfer denir [1].

Yerküreyi çevreleyen atmosfer, sıcaklık, fiziksel olaylar ve kimyasal bileşenlerine göre çeşitli bölgelere ayrılır. Yeryüzünde yaşayan canlı varlıkları Güneş'in zararlı etkilerinden korur. Bu durum Atmosferin Güneş ışınlarını absorbe etmesiyle oluşur. Buna göre, atmosfer moleküllerinin bazılarının güneş ışınları ve kozmik ışınlar tarafından iyonize edilerek, iyonize gazların üretiminin sağlanmasıyla elde edilen atmosferin bölgesine iyonosfer adı verilir.

İyonosfer genellikle eşit sayıda serbest elektron ve pozitif iyonlardan oluşur. Bu nedenle, iyonosfer atmosferin iyonlaşmış kısmıdır ve elektriksel olarak nötrdür. Bu özelliğinden dolayı iyonosfer doğal bir plazma olarak kabul edilir. İyonosferin oluşumunda en büyük etki Güneş tarafından oluşturulmakla birlikte, her bölgenin kimyasal yapısı ve bileşenleri farklı olduğundan, Güneş'ten gelen farklı dalga boyuna sahip ışınlar, farklı yapıdaki bölgelerin oluşmasını sağlar. İyonosfer, elektron yoğunluğu, Yer'den yükseklik, enlem, mevsim ve yerel zaman ile değişiklik gösterir. Yer'den yaklaşık 50 km yükseklikte başlar ve üst sınırı kesin olmamakla birlikte, He^+ ve H^+ gibi hafif iyonların O^+ iyonu gibi ağır iyonlara baskın olmaya başladığı yükseklikte bittiği kabul edilir. Şekil 1.1'de gösterildiği gibi, gün boyunca bu bölgede D, E, F1 ve F2 olarak adlandırılan dört bölge olabilir. Bu bölgelerin yaklaşık yükseklik aralıkları aşağıdaki gibidir:

D Bölgesi : 50-90 km,

E Bölgesi : 90-140 km,

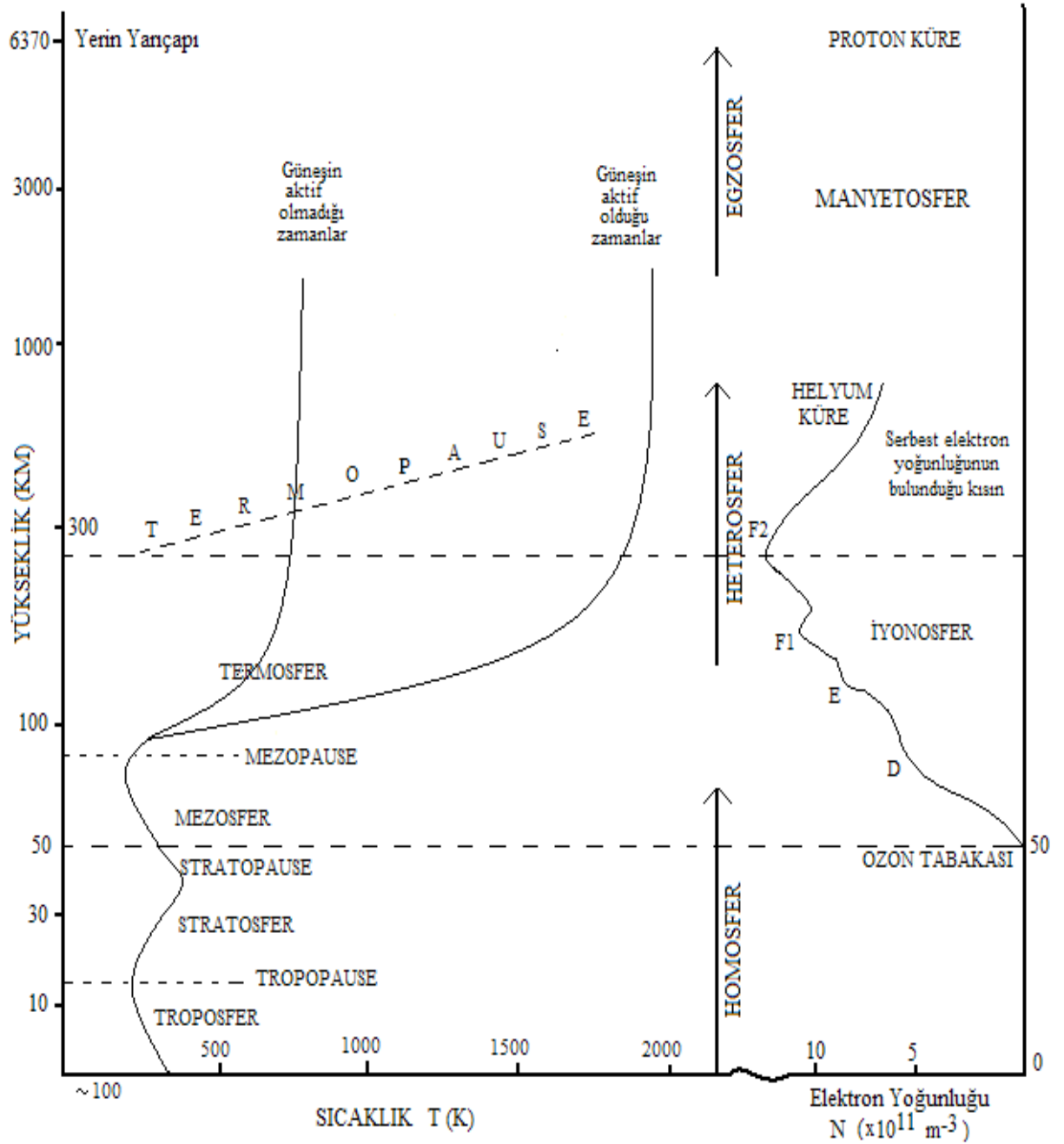
F1 Bölgesi : 140-210 km,

F2 Bölgesi : 210 km nin üzeri.

Bu bölgeler hakkında ki bilgilerimizi; bu bölgelerin yeri, iyonlaşma ve kimyasal süreçler, gece-gündüz ve değişik enlemlerdeki elektron yoğunluğu profili ve radyo dalgalarına karşı gösterdiği davranışlar olarak dört başlık altında toplayabiliriz.

Elektron yoğunluğu bakımından iyonosferin en zengin ve kararlı bölgesi F2 bölgesidir. F2 bölgesi yüksek frekanslı radyo dalgalarının yayılımında en önemli bölgedir [2]. Çünkü,

- Günün 24 saati mevcuttur,
- Büyük yüksekliklerdeki yansımalarla, çok uzak mesafelerle haberleşmeye izin verir,
- Genellikle HF aralığındaki en yüksek frekansları yansır [3].



Şekil 1.1. Atmosferin katmanları [4].

Radyo dalgaları iyonosferik plazma içerisinde yayılırken, sahip oldukları radyo frekansına, plazma ortamındaki elektronların salınım frekansına ve ortamın kırılma indisine bağlı olarak değişik davranışlar gösterirler. Bu davranışlara bağlı olarak, dalga kırılır, yansır veya ortam tarafından soğurularak zayıflatılır [5-7]. Soğurulmalar genel olarak Güneş aktivitesine bağlıdır. Güneş aktivitesinin artmasıyla iyonosferdeki elektron sayısı ve elektronların termal dalgalanmaları artacaktır. Dolayısıyla elektronların iyonlarla ve nötr parçacıklarla çarpışmaları artacaktır. Çarpışmaların artmasından dolayı soğurulma artar ve radyo dalgasının alan şiddeti azalır. Bunun sonucu olarak iyonosferde yayılan dalganın genliğinde soğurulmadan dolayı azalma olur. İyonosferin soğurucu özelliği, ortamın kırılma indisinin sanal kısmına bağlıdır. Çünkü çarpışma terimi kırılma indisinin sanal kısmının meydana gelmesine sebep olur [8].

Bu çalışmadaki amacımız, özellikle uzak mesafe haberleşmelerinde önemli olan elektromanyetik dalgaların iyonosferik plazmadan yansması ve yayılması ile ilgili özellikleri vurgulamak ve iyonosferik plazma içerisinde ilerleyen radyo dalgalarının sönüm hesaplama metodunu göstermektir. Yayılma ve yansımının, ortamın kırılma indisine bağlı olduğu açık olarak bilinmektedir. İyonosferik plazmanın kırılma indisi ise temel olarak plazma yoğunluğuna, manyetik alana dolayısıyla plazmanın elektriksel iletkenliğine ve ortamın sıcaklığına bağlıdır. Buna göre ilk olarak Yer'in manyetik alan geometrisi göz önüne alınarak tensörel formda elektron sıcaklığının hesaba katılmadığı soğuk plazma ve elektron sıcaklığının hesaba katıldığı sıcak plazma iletkenlikleri elde edilecektir. Daha sonra bu iletkenlik ifadeleri kullanılarak ortamın her iki durum için dielektrik katsayıları elde edilecektir. Maxwell denklemlerinden elde edilecek olan elektromanyetik dalganın ayrılma bağıntısında dielektrik tensör kullanılarak, yine her iki durum için ortamın kırılma indisleri tanımlanacaktır. Dalganın kırılma indisi reel ve sanal kısımlarına ayrılarak sönüm ifadesi analitik olarak elde edilecektir. Sonuçta, elde edilen analitik ifadelerin nümerik analizleri yapılarak, elektron sıcaklığının hesaba katıldığı sıcak plazmada oluşan elektron için adyabatik ses hızının elektromanyetik dalganın sönümüne etkisi tartışılacaktır.

2. İYONOSFERİK PLAZMA İLETKENLİĞİ

Bir ortamdaki elektromanyetik dalganın ilerlemesinde etkili olan temel parametrelerden biri ortamın iletkenliğidir. Elektromanyetik dalganın davranışını belirlemeden önce ortamın iletkenlik ifadesinin elde edilmesi gerekir. Bu ifade, iyonosferik plazma içerisinde yüklü parçacığa etki eden toplam kuvvetin göz önüne alındığı yüklü parçacığın hareket denkleminde elde edilmektedir. Buna göre yüklü parçacığa etki eden kuvvetler aşağıdaki gibi verilir [9].

$$\begin{aligned} \text{Kütle} \times \text{İvme} &= \text{Elektriksel kuvvetler} \\ &+ \text{Manyetik kuvvetler} \\ &+ \text{Çekim (gravitasyonel) kuvvetleri} \\ &+ \text{Basınç değişimi kuvvetleri} \\ &+ \text{Çarpışma kuvvetleri} \end{aligned} \quad (2.1)$$

2.1. Soğuk Plazma İletkenliği

Parçacıkların sıcaklıklarından dolayı oluşan ısıl hareketlerin ihmal edildiği plazma yaklaşımına soğuk plazma denir. Bu çalışmada soğuk plazma yaklaşımı yapıldığından, sıcaklıktan dolayı yüklü parçacıklar üzerine bir kuvvet etki etmez ve bu nedenle basınç değişim terimi ihmal edilir [10]. Aynı şekilde yerçekiminden dolayı etki eden çekim kuvveti, elektrik ve manyetik kuvvetlere göre çok küçük olduğundan ihmal edilebilir. Bunun yanı sıra, elektronun kütlesi (m_e), iyonun kütlesine (m_i) göre çok küçük ($m_e \ll m_i$) olmasından ve böylece elektronun çarpışma frekansının iyonun çarpışma frekansından çok büyük olmasından dolayı da plazma içerisindeki iyonun hareketi elektronun hareketinin yanında ihmal edilir. Buna göre (2.1) denklemini elektron için aşağıdaki gibi yazılır.

$$m_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) - m_e \nu_e \mathbf{V}_e \quad (2.2)$$

Bu ifadeye Langevin denklemini denir ve buradaki \mathbf{V} hız, \mathbf{E} elektrik alan, \mathbf{B} manyetik alan ve ν_e ise elektron çarpışma frekansıdır [11]. Dalganın $e^{-i\omega t}$ şeklinde değiştiği düşünülürse (2.2) denklemini,

$$i\omega \mathbf{V}_e = \frac{e}{m_e} (\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) + \nu_e \mathbf{V}_e \quad (2.3)$$

olarak yazılır. Bu denklem içerisindeki işlemlerin yapılabilmesi için, elektrik alanın, manyetik alanın ve elektron hızının vektörel olarak tanımlanması gerekir. Buna göre, seçilen kartezyen koordinat sisteminde x-ekseni coğrafik doğuyu, y-ekseni coğrafik kuzeyi ve z-ekseni ise dikey doğrultuda yukarı yönü gösterebilir [12]. Buna göre dalganın elektrik alanı $\mathbf{E} = \hat{x}E_x + \hat{y}E_y + \hat{z}E_z$ ve elektronun hızı $\mathbf{V}_e = \hat{x}V_{ex} + \hat{y}V_{ey} + \hat{z}V_{ez}$ olur. Manyetik alan ise Şekil 2.1'deki gibi Yer'in kuzey yarıküresindeki gerçek manyetik alan geometrisine göre,

$$\mathbf{B} = \hat{x} B \cos I \sin D + \hat{y} B \cos I \cos D - \hat{z} B \sin I \quad (2.4)$$

olarak tanımlanır. Buradaki I dip açısı ve D ise deklinasyon (manyetik kuzey ile coğrafik kuzey arasındaki açı) açısıdır. Buna göre (2.3) denklemdeki $\mathbf{V}_e \times \mathbf{B}$ ifadesi,

$$\mathbf{V}_e \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ V_{ex} & V_{ey} & V_{ez} \\ B \cos I \sin D & B \cos I \cos D & -B \sin I \end{vmatrix} = \begin{matrix} \hat{x}(-V_{ey} B \sin I - V_{ez} B \cos I \cos D) \\ -\hat{y}(-V_{ex} B \sin I - V_{ez} B \cos I \sin D) \\ +\hat{z}(V_{ex} B \cos I \cos D - V_{ey} B \cos I \sin D) \end{matrix} \quad (2.5)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifade (2.3) denklemde yerine yazılır ve gerekli matematiksel işlemler yapılırsa, x, y ve z doğrultuları için aşağıdaki gibi üç denklem elde edilir.

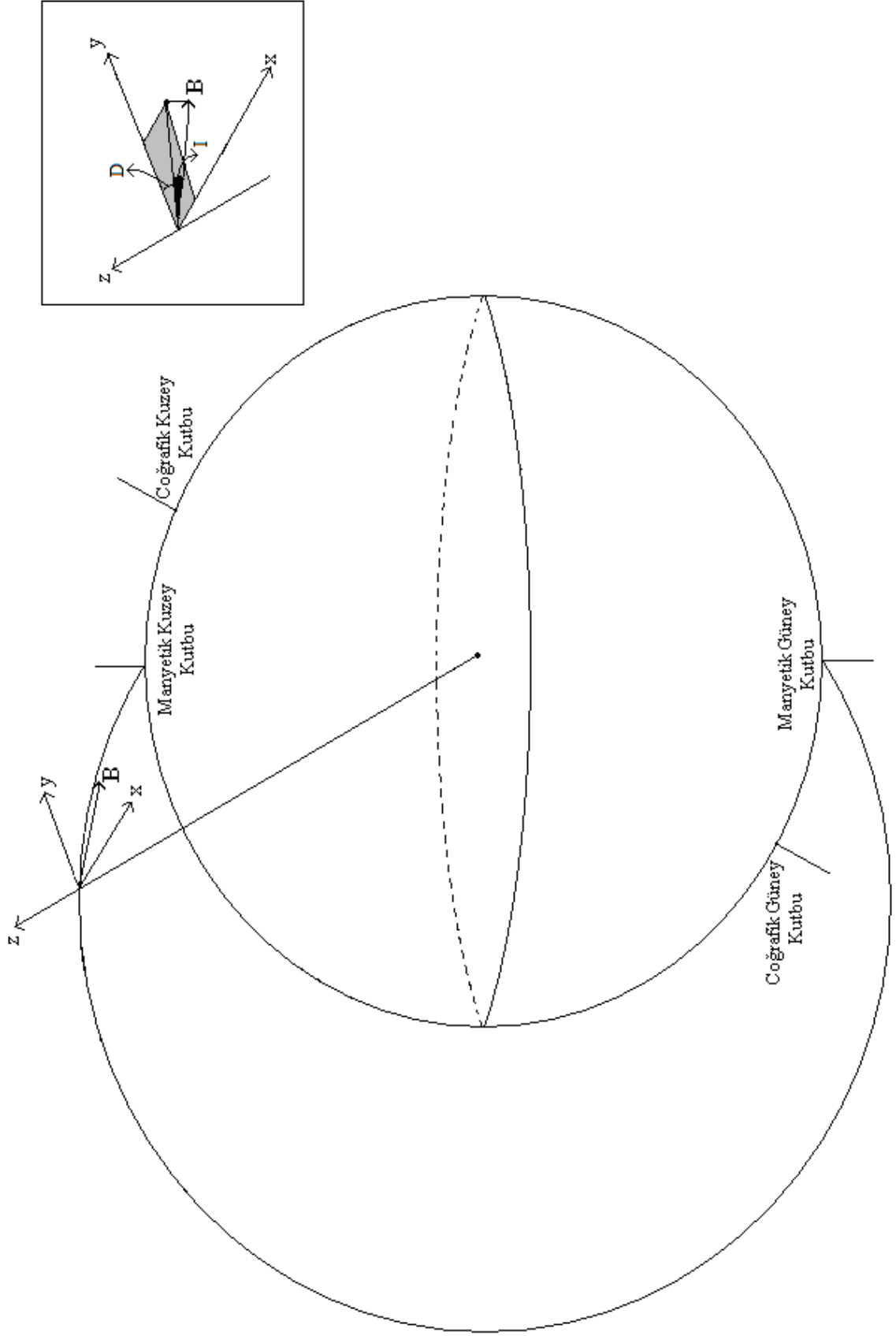
$$-\frac{e}{m_e(v_e - i\omega)} E_x = V_{ex} + \frac{\omega_{ce} \sin I}{(v_e - i\omega)} V_{ey} + \frac{\omega_{ce} \cos I \cos D}{(v_e - i\omega)} V_{ez} \quad (2.6)$$

$$-\frac{e}{m_e(v_e - i\omega)} E_y = V_{ey} - \frac{\omega_{ce} \sin I}{(v_e - i\omega)} V_{ex} - \frac{\omega_{ce} \cos I \sin D}{(v_e - i\omega)} V_{ez} \quad (2.7)$$

$$-\frac{e}{m_e(v_e - i\omega)} E_z = V_{ez} - \frac{\omega_{ce} \cos I \cos D}{(v_e - i\omega)} V_{ex} + \frac{\omega_{ce} \cos I \sin D}{(v_e - i\omega)} V_{ey} \quad (2.8)$$

Burada $\omega_{ce} \left(= -\frac{eB}{m_e} \right)$, elektronun siklotron frekansıdır. Akım yoğunluğunun

$\mathbf{J}_e = -eN_e \mathbf{V}_e$ olduğunu göz önüne alarak, akım yoğunluğunu elde edebilmek için ifademizin her iki tarafını $-eN_e$ ile çarpalım. Bu durumda, (2.6)-(2.8) ile verilen ifadeler,



Şekil 2.1. Yer'in manyetik alanı [13].

$$\frac{e^2 N_e}{m_e (v_e - i\omega)} E_x = J_{ex} + \frac{\omega_{ce} \text{SinI}}{(v_e - i\omega)} J_{ey} + \frac{\omega_{ce} \text{CosI CosD}}{(v_e - i\omega)} J_{ez} \quad (2.9)$$

$$\frac{e^2 N_e}{m_e (v_e - i\omega)} E_y = -\frac{\omega_{ce} \text{SinI}}{(v_e - i\omega)} J_{ex} + J_{ey} - \frac{\omega_{ce} \text{CosI SinD}}{(v_e - i\omega)} J_{ez} \quad (2.10)$$

$$\frac{e^2 N_e}{m_e (v_e - i\omega)} E_z = -\frac{\omega_{ce} \text{CosI CosD}}{(v_e - i\omega)} J_{ex} + \frac{\omega_{ce} \text{CosI SinD}}{(v_e - i\omega)} J_{ey} + J_{ez} \quad (2.11)$$

şekline dönüşür.

Bu denklemler birinci dereceden üç bilinmeyenli birer lineer denklemdir. Bu ifadenin birbiri cinsinden çözümü mümkün değildir. Dolayısıyla çözümün olup olmadığını “Cramer Metodu” kullanarak ifade etmemiz gerekmektedir. Bu metod, katsayılar matrisi kare matris olan bir lineer denklem sisteminin çözümünü verir. Bu metoda göre, sistemin katsayılar matrisinin determinantı sıfırdan farklı ise denklemin

tek bir çözümü vardır. (2.9)-(2.11) denklemlerindeki, $\frac{e^2 N_e}{m_e (v_e - i\omega)} = \sigma_0$, $\frac{\omega_{ce} \text{SinI}}{(v_e - i\omega)} = a$,

$\frac{\omega_{ce} \text{CosI CosD}}{(v_e - i\omega)} = b$ ve $\frac{\omega_{ce} \text{CosI SinD}}{(v_e - i\omega)} = c$ olsun. Buna göre, bu üç denklemleri,

$$\begin{bmatrix} \sigma_0 E_x \\ \sigma_0 E_y \\ \sigma_0 E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ -a & 1 & -c \\ -b & c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{ex} \\ J_{ey} \\ J_{ez} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Buradaki katsayılar matrisine A dersek ve bu matrisin determinantını alırsak,

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ -a & 1 & -c \\ -b & c & 1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 + b^2 + c^2 \neq 0 \quad (2.13)$$

olduğu görülür. Bu durum bize bu denklemin tek bir çözümü olduğunu söyler. Cramer'e göre çözüm,

$$A_1 = \begin{bmatrix} \sigma_0 E_x & a & b \\ \sigma_0 E_y & 1 & -c \\ \sigma_0 E_z & c & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_0 E_x & b \\ -a & \sigma_0 E_y & -c \\ -b & \sigma_0 E_z & 1 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 1 & a & \sigma_0 E_x \\ -a & 1 & \sigma_0 E_y \\ -b & c & \sigma_0 E_z \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

olmak üzere,

$$J_{ex} = \frac{\det A_1}{\det A}, \quad J_y = \frac{\det A_2}{\det A}, \quad J_z = \frac{\det A_3}{\det A} \quad (2.15)$$

şeklinindedir. Buna göre, x yönündeki akım yoğunluğu,

$$J_{ex} = \frac{\det A_1}{\det A} = \frac{\sigma_0(1+c^2)}{1+a^2+b^2+c^2} E_x + \frac{\sigma_0(bc-a)}{1+a^2+b^2+c^2} E_y + \frac{\sigma_0(-ac-b)}{1+a^2+b^2+c^2} E_z \quad (2.16)$$

olarak çözümlenir. a, b ve c için yukarıda eşleştirdiğimiz ifadeler yerine yazılırsa J_x aşağıdaki gibi elde edilir.

$$J_{ex} = \frac{\sigma_0[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Sin}^2 D]}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]} E_x + \frac{\sigma_0[\omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Cos} D \text{Sin} D - (v_e - i\omega)\omega_{ce} \text{Sin} I]}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]} E_y \\ + \frac{\sigma_0[-\omega_{ce}^2 \text{Cos} I \text{Sin} I \text{Sin} D - (v_e - i\omega)\omega_{ce} \text{Cos} I \text{Cos} D]}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]} E_z \quad (2.17)$$

Aynı şekilde y yönündeki akım yoğunluğu,

$$J_{ey} = \frac{\det A_2}{\det A} = \frac{\sigma_0(a+bc)}{1+a^2+b^2+c^2} E_x + \frac{\sigma_0(1+b^2)}{1+a^2+b^2+c^2} E_y + \frac{\sigma_0(c-ab)}{1+a^2+b^2+c^2} E_z \quad (2.18)$$

olarak çözümlenir. a, b ve c için yukarıda eşleştirdiğimiz ifadeler yerine yazılırsa J_y aşağıdaki gibi elde edilir.

$$J_{ey} = \frac{\sigma_0[(v_e - i\omega)\omega_{ce} \text{Sin} I + \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Cos} D \text{Sin} D]}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]} E_x + \frac{\sigma_0[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Cos}^2 D]}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]} E_y \\ + \frac{\sigma_0[(v_e - i\omega)\omega_{ce} \text{Cos} I \text{Sin} D - \omega_{ce}^2 \text{Cos} I \text{Sin} I \text{Cos} D]}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]} E_z \quad (2.19)$$

Benzer şekilde z yönündeki akım yoğunluğu,

$$J_{ez} = \frac{\det A_3}{\det A} = \frac{\sigma_0(b-ac)}{1+a^2+b^2+c^2} E_x + \frac{\sigma_0(-c-ab)}{1+a^2+b^2+c^2} E_y + \frac{\sigma_0(1+a^2)}{1+a^2+b^2+c^2} E_z \quad (2.20)$$

olarak çözümlenir. a, b ve c için yukarıda eşleştirdiğimiz ifadeler yerine yazılırsa J_z aşağıdaki gibi elde edilir.

$$J_{ez} = \frac{\sigma_0 [(v_e - i\omega)\omega_{ce} \text{CosI CosD} - \omega_{ce}^2 \text{CosI SinI SinD}]}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]} E_x + \frac{\sigma_0 [-(v_e - i\omega)\omega_{ce} \text{CosI SinD} - \omega_{ce}^2 \text{CosI SinI CosD}]}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]} E_y + \frac{\sigma_0 [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \text{Sin}^2 I]}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]} E_z \quad (2.21)$$

Akım yoğunlukları bu şekilde elde edildikten sonra, $\sigma_1 = \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]}$ ve

$\sigma_2 = \frac{e^2 N_e \omega_{ce}}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2]}$ şeklinde tanımlanırsa, J_{ex} , J_{ey} ve J_{ez} ifadeleri tekrar

düzenlenebilir. Ayrıca J_{ex} , J_{ey} ve J_{ez} ifadeleri aşağıdaki gibi tensör formunda,

$$\begin{bmatrix} J_{ex} \\ J_{ey} \\ J_{ez} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

şeklinde yazılır. Buradaki tensör bileşenleri daha sade biçimde,

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma_1 + (\sigma_0 - \sigma_1) \text{Cos}^2 I \text{Sin}^2 D \\ \sigma_{12} &= -\sigma_2 \text{SinI} + (\sigma_0 - \sigma_1) \text{Cos}^2 I \text{CosD SinD} \\ \sigma_{13} &= -\sigma_2 \text{CosI CosD} - (\sigma_0 - \sigma_1) \text{CosI SinI SinD} \\ \sigma_{21} &= \sigma_2 \text{SinI} + (\sigma_0 - \sigma_1) \text{Cos}^2 I \text{CosD SinD} \\ \sigma_{22} &= \sigma_1 + (\sigma_0 - \sigma_1) \text{Cos}^2 I \text{Cos}^2 D \\ \sigma_{23} &= \sigma_2 \text{CosI SinD} - (\sigma_0 - \sigma_1) \text{CosI SinI CosD} \\ \sigma_{31} &= \sigma_2 \text{CosI CosD} - (\sigma_0 - \sigma_1) \text{CosI SinI SinD} \\ \sigma_{32} &= -\sigma_2 \text{CosI SinD} - (\sigma_0 - \sigma_1) \text{CosI SinI CosD} \\ \sigma_{33} &= \sigma_1 + (\sigma_0 - \sigma_1) \text{Sin}^2 I \end{aligned}$$

olarak elde edilir [12].

2.2. Sıcak Plazma İletkenliği

Parçacıkların sıcaklıklarından dolayı oluşan ısı hareketlerin ihmal edilmediği plazmaya ılık ya da sıcak plazma denilmektedir [14]. Buna göre, sıcak plazma için (2.1) denklemiyle verilen elektron üzerine etki eden kuvvet ifadesinde basınç değişim terimi hesaba katılacaktır. Soğuk plazmadaki gibi yerçekiminden dolayı etki eden çekim kuvveti, elektrik ve manyetik kuvvetlere göre çok küçük olduğundan ihmal edilir. Bu doğrultuda, (2.2) denklemi ile verilen elektron hareket denklemi sıcak plazma için aşağıdaki gibi yazılır.

$$m_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) - m_e v_e \mathbf{V}_e - \frac{\tilde{N}P_e}{N_e} - m_e \mathbf{V}_e \cdot \tilde{N} \mathbf{V}_e \quad (2.23)$$

Bu ifadenin sağ tarafındaki ilk iki terim plazmanın tedirgin edilmemiş durumu için; son iki terim ise plazmanın tedirgin edildiği yani elektron sıcaklığının değiştiği durumu ifade eder. Böylece sıcak plazma için bu iki kuvvet terimi, toplam kuvvete etki ettirilmiş olur [4]. Buna göre, sıcaklık etkisiyle beraber elektron yoğunluğu ve hız değişimi,

$$N_e = N_{e0} + N_{e1} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_{e0} + \mathbf{V}_{e1} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad (2.25)$$

şeklinde tanımlanmış olur [11]. Buradaki N_{e0} ve \mathbf{V}_{e0} tedirgin edilmemiş durumdaki elektron yoğunluğunu ve hızı, N_{e1} ve \mathbf{V}_{e1} ise tedirgin edilmiş durumdaki elektron yoğunluğunu ve hız değerlerini tanımlar. Bu durumda $N_{e1} \ll N_{e0}$ ve $\mathbf{V}_{e1} \ll \mathbf{V}_{e0}$ olacaktır. Bu tanımlamadan hareketle (2.23) denkleminin sağ tarafındaki son terim, tedirgin edilmemiş durum için ($\mathbf{V}_{e0} = 0$) ve değişimin çok çok küçük olmasından dolayı ihmal edilir [14]. Bu durumda bu ifade,

$$m_e \frac{d\mathbf{V}_{e1}}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{V}_{e1} \times \mathbf{B}) - m_e v_e \mathbf{V}_{e1} - \frac{\tilde{N}P_e}{N_{e0}} \quad (2.26)$$

şeklinde olur. Bu durumda yapılacak işlem $\tilde{N}P_e$ terimini, ifadedeki diğer terimler cinsinden yazmak olacaktır.

Burada basınç izotermal veya adyabatik olarak değişebilir. Fakat plazma ortamında adyabatik yaklaşım daha doğru olur [14]. Bu yaklaşıma göre,

$$P_e \rho_e^{-\gamma} = \text{sabit} \quad (2.27)$$

dir [11]. Buradaki $\rho_e (= m_e N_{e1})$ elektron için kütle yoğunluğudur. Buna göre, tedirgin edilmiş plazmadaki yoğunluk değişeceğinden dolayı yukarıdaki ifadenin türevi alınır,

$$dP_e \rho_e^{-\gamma} - \gamma P_e \rho_e^{-(\gamma+1)} d\rho_e = 0 \quad (2.28)$$

olur. Buradan,

$$dP_e = \frac{\gamma P_e}{\rho_e} d\rho_e \quad (2.29)$$

ifadesi elde edilir. Burada $\frac{\gamma P_e}{\rho_e} = U_e^2$ şeklinde adyabatik ses hızıdır. Buna göre bu ifade,

$$dP_e = U_e^2 d\rho_e \quad (2.30)$$

olarak yazılır. Bu ifade (2.26) denkleminde yerine yazılırsa,

$$m_e \frac{d\mathbf{V}_{e1}}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{V}_{e1} \times \mathbf{B}) - m_e v_e \mathbf{V}_{e1} - \frac{U_e^2 \tilde{N} \rho_e}{N_{e0}} \quad (2.31)$$

şekline dönüşür. Buradaki kütle yoğunluğu yerine yazılırsa bu denklem aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{d\mathbf{V}_{e1}}{dt} = -\frac{e}{m_e} (\mathbf{E} + \mathbf{V}_{e1} \times \mathbf{B}) - v_e \mathbf{V}_{e1} - \frac{U_e^2 \tilde{N} N_{e1}}{N_{e0}} \quad (2.32)$$

olur. Buradaki işlemleri kolaylaştırmak için dN_{e1} 'nin dN_{e0} cinsinden tanımlanması gerekmektedir. Bu duruma göre;

$$\frac{dN_{e1}}{dt} + N_{e0} \text{div} \mathbf{V}_{e1} = 0 \quad (2.33)$$

ile verilen süreklilik denklemi göz önüne alınarak [4], ve bu ifadede $\frac{dN_{e1}}{dt}$ ile $\text{div}\mathbf{V}_{e1}$ terimleri yerine yazılırsa (2.33) ifadesi aşağıdaki şekle dönüşür.

$$N_{e1} = \frac{N_{e0}\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{e1}}{\omega} \quad (2.34)$$

Bu ifade (2.32) denkleminde yerine yazılırsa, (2.32) denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{d\mathbf{V}_{e1}}{dt} = -\frac{e}{m_e}(\mathbf{E} + \mathbf{V}_{e1} \times \mathbf{B}) - v_e \mathbf{V}_{e1} - \frac{U_e^2 \mathbf{k} \cdot \tilde{N}\mathbf{V}_{e1}}{\omega} \quad (2.35)$$

Bu ifadedeki $\tilde{N}\mathbf{V}_{e1}$ terimi için

$$\tilde{N}\mathbf{V}_{e1} = i\mathbf{k}\mathbf{V}_{e1} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} = i\mathbf{k}\mathbf{V}_{e1} \quad (2.36)$$

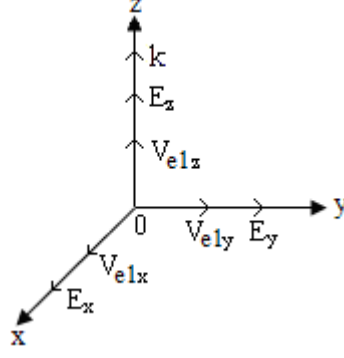
işlemi yapılarak (2.35) denkleminde yerine yazılırsa

$$\frac{d\mathbf{V}_{e1}}{dt} = -\frac{e}{m_e}(\mathbf{E} + \mathbf{V}_{e1} \times \mathbf{B}) - v_e \mathbf{V}_{e1} - \frac{iU_e^2 \mathbf{k}\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{e1}}{\omega} \quad (2.37)$$

denklemi elde edilir. Bu denklem içerisindeki işlemlerin yapılabilmesi için elektrik alanın, manyetik alanın ve elektron hızının vektörel olarak tanımlanması gerekir. Seçilen kartezyen koordinat sistemi soğuk plazmadaki gibi alınırsa, hız ve alanlar, $\mathbf{V}_{e1} = \hat{x}V_{e1x} + \hat{y}V_{e1y} + \hat{z}V_{e1z}$, $\mathbf{B} = \hat{x}B\cos I\sin D + \hat{y}B\cos I\cos D - \hat{z}B\sin I$ ve $\mathbf{E} = \hat{x}E_x + \hat{y}E_y + \hat{z}E_z$ şeklinde olacaktır. Burada \mathbf{k} dalga vektörü Şekil 2.2'deki gibi yukarı yönde ($\mathbf{k} = \hat{z}k$) alınırsa $\mathbf{k}\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{e1}$ ($\mathbf{k}\mathbf{k}$ diyadik çarpım) çarpımı,

$$\mathbf{k}\mathbf{k} \cdot \mathbf{V}_{e1} = \hat{z}k^2 V_{e1z} \quad (2.38)$$

olacaktır. Yine dalganın $e^{-i\omega t}$ şeklinde değiştiği düşünülür, $\mathbf{V}_{e1} \times \mathbf{B}$ için (2.5) ile verilen ifade kullanılır ve gerekli matematiksel işlemler yapılırsa, x, y ve z doğrultuları için aşağıdaki gibi üç denklem elde edilir.



Şekil 2.2. Tedirgin edilmiş durumdaki hız, elektrik alan ve \mathbf{k} dalga vektörünün geometrisi.

$$-\frac{e}{m_e(\nu_e - i\omega)}E_x = V_{elx} + \frac{\omega_{ce} \text{SinI}}{(\nu_e - i\omega)}V_{ely} + \frac{\omega_{ce} \text{CosI CosD}}{(\nu_e - i\omega)}V_{elz} \quad (2.39)$$

$$-\frac{e}{m_e(\nu_e - i\omega)}E_y = V_{ely} - \frac{\omega_{ce} \text{SinI}}{(\nu_e - i\omega)}V_{elx} - \frac{\omega_{ce} \text{CosI SinD}}{(\nu_e - i\omega)}V_{elz} \quad (2.40)$$

$$-\frac{e}{m_e}E_z = \left[(\nu_e - i\omega) + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right] V_{elz} - \omega_{ce} \text{CosI CosD} V_{elx} + \omega_{ce} \text{CosI SinD} V_{ely} \quad (2.41)$$

Burada $\omega_{ce} \left(= -\frac{eB}{m_e} \right)$, elektronun siklotron frekansıdır. Burada da yine Akım yoğunluğunun $\mathbf{J}_{e1} = -eN_e \mathbf{V}_{e1}$ olduğunu göz önüne alarak, akım yoğunluğunu elde edebilmek için ifademizin her iki tarafını $-eN_e$ ile çarpalım. Bu durumda, (2.39)-(2.41) ile verilen ifadeler,

$$\frac{e^2 N_e}{m_e} E_x = (\nu_e - i\omega) J_{elx} + \omega_{ce} \text{SinI} J_{ely} + \omega_{ce} \text{CosI CosD} J_{elz} \quad (2.42)$$

$$\frac{e^2 N_e}{m_e} E_y = -\omega_{ce} \text{SinI} J_{elx} + (\nu_e - i\omega) J_{ely} - \omega_{ce} \text{CosI SinD} J_{elz} \quad (2.43)$$

$$\frac{e^2 N_e}{m_e} E_z = -\omega_{ce} \text{CosI CosD} J_{elx} + \omega_{ce} \text{CosI SinD} J_{ely} + \left[(\nu_e - i\omega) + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right] J_{elz} \quad (2.44)$$

şekline dönüşür.

Burada da, bu ifadeler soğuk plazmada yaptığımız çözüme benzer şekilde “Cramer Metodu” kullanılarak çözümlenecektir. Dolayısıyla sistemin katsayılar matrisinin determinantı sıfırdan farklı ise denklemin tek bir çözümü olacaktır. Bu

metoda göre, (2.42)-(2.43) denklemlerindeki, $\frac{e^2 N_e}{m_e (v_e - i\omega)} = \sigma_0$, $\frac{\omega_{ce} \text{Sin}I}{(v_e - i\omega)} = a$,

$\frac{\omega_{ce} \text{Cos}I \text{Cos}D}{(v_e - i\omega)} = b$, $\frac{\omega_{ce} \text{Cos}I \text{Sin}D}{(v_e - i\omega)} = c$ ve $\left(1 + \frac{iU_e^2 k^2}{\omega (v_e - i\omega)}\right) = d$ olsun. Buna göre, bu üç

denklemini,

$$\begin{bmatrix} \sigma_0 E_x \\ \sigma_0 E_y \\ \sigma_0 E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & b \\ -a & 1 & -c \\ -b & c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_{ex} \\ J_{ey} \\ J_{ez} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

şeklinde ifade edebiliriz. Buradaki katsayılar matrisine B dersek ve bu matrisin determinantını alırsak,

$$\det B = \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ -a & 1 & -c \\ -b & c & d \end{vmatrix} = d(1 + a^2) + b^2 + c^2 \neq 0 \quad (2.46)$$

olduğu görülür. Bu durum bize bu denklemin tek bir çözümü olduğunu söyler. Cramer’e göre çözüm,

$$B_1 = \begin{bmatrix} \sigma_0 E_x & a & b \\ \sigma_0 E_y & 1 & -c \\ \sigma_0 E_z & c & d \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_0 E_x & b \\ -a & \sigma_0 E_y & -c \\ -b & \sigma_0 E_z & d \end{bmatrix}, \quad B_3 = \begin{bmatrix} 1 & a & \sigma_0 E_x \\ -a & 1 & \sigma_0 E_y \\ -b & c & \sigma_0 E_z \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

olmak üzere,

$$J_{e1x} = \frac{\det B_1}{\det B}, \quad J_{e1y} = \frac{\det B_2}{\det B}, \quad J_{e1z} = \frac{\det B_3}{\det B} \quad (2.48)$$

şeklindedir. Buna göre, x yönündeki akım yoğunluğu,

$$J_{e1x} = \frac{\det B_1}{\det B} = \frac{\sigma_0 (d + c^2)}{d(1 + a^2) + b^2 + c^2} E_x + \frac{\sigma_0 (bc - ad)}{d(1 + a^2) + b^2 + c^2} E_y - \frac{\sigma_0 (ac + b)}{d(1 + a^2) + b^2 + c^2} E_z \quad (2.49)$$

olarak çözümlenir. σ_0 , a, b, c ve d için yukarıda eşleştirdiğimiz ifadeler yerine yazılır gerekli matematiksel işlemler yapılırsa, J_{e1x} için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
J_{e1x} = & \frac{e^2 N_e \left[\omega (v_e - i\omega)^2 + iU_e^2 k^2 (v_e - i\omega) + \omega \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Sin}^2 D \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega (v_e - i\omega) \omega_{ce}^2 + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]} E_x \\
& + \frac{e^2 N_e \omega_{ce} \left[\omega \omega_{ce} \text{Cos}^2 I \text{Cos} D \text{Sin} D - \omega (v_e - i\omega) \text{Sin} I - iU_e^2 k^2 \text{Sin} I \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega (v_e - i\omega) \omega_{ce}^2 + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]} E_y \\
& - \frac{e^2 N_e \omega \omega_{ce} \text{Cos} I \left[\omega_{ce} \text{Sin} I \text{Sin} D + (v_e - i\omega) \text{Cos} D \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega (v_e - i\omega) \omega_{ce}^2 + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]} E_z
\end{aligned} \quad (2.50)$$

Aynı şekilde y yönündeki akım yoğunluğu,

$$J_{e1y} = \frac{\det B_2}{\det B} = \frac{\sigma_0 (bc + ad)}{d(1+a^2) + b^2 + c^2} E_x + \frac{\sigma_0 (d + b^2)}{d(1+a^2) + b^2 + c^2} E_y + \frac{\sigma_0 (c - ab)}{d(1+a^2) + b^2 + c^2} E_z \quad (2.51)$$

olarak çözümlenir. σ_0 , a, b, c ve d için yukarıda eşleştirdiğimiz ifadeler yerine yazılır gerekli matematiksel işlemler yapılırsa, J_{e1y} için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
J_{e1y} = & \frac{e^2 N_e \omega_{ce} \left[\omega \omega_{ce} \text{Cos}^2 I \text{Cos} D \text{Sin} D + \omega (v_e - i\omega) \text{Sin} I + iU_e^2 k^2 \text{Sin} I \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega (v_e - i\omega) \omega_{ce}^2 + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]} E_x \\
& + \frac{e^2 N_e \left[\omega (v_e - i\omega)^2 + iU_e^2 k^2 (v_e - i\omega) + \omega \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Cos}^2 D \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega (v_e - i\omega) \omega_{ce}^2 + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]} E_y \\
& + \frac{e^2 N_e \omega \omega_{ce} \text{Cos} I \left[(v_e - i\omega) \text{Sin} D - \omega_{ce} \text{Sin} I \text{Cos} D \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega (v_e - i\omega) \omega_{ce}^2 + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]} E_z
\end{aligned} \quad (2.52)$$

Benzer şekilde z yönündeki akım yoğunluğu,

$$J_{e1z} = \frac{\det B_3}{\det B} = \frac{\sigma_0 (b - ac)}{d(1+a^2) + b^2 + c^2} E_x - \frac{\sigma_0 (ab + c)}{d(1+a^2) + b^2 + c^2} E_y + \frac{\sigma_0 (1 + a^2)}{d(1+a^2) + b^2 + c^2} E_z \quad (2.53)$$

olarak çözümlenir. σ_0 , a, b, c ve d için yukarıda eşleştirdiğimiz ifadeler yerine yazılır gerekli matematiksel işlemler yapılırsa, J_{e1z} için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
J_{e1z} = & \frac{e^2 N_e \omega \omega_{ce} \text{CosI} [(v_e - i\omega) \text{CosD} - \omega_{ce} \text{SinI} \text{SinD}]}{m_e [\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega (v_e - i\omega) \omega_{ce}^2 + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 \text{I}]} E_x \\
& - \frac{e^2 N_e \omega \omega_{ce} \text{CosI} [\omega_{ce} \text{SinI} \text{CosD} + (v_e - i\omega) \text{SinD}]}{m_e [\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega (v_e - i\omega) \omega_{ce}^2 + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 \text{I}]} E_y \\
& + \frac{e^2 N_e \omega [\omega_{ce}^2 \text{Sin}^2 \text{I} + (v_e - i\omega)^2]}{m_e [\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega (v_e - i\omega) \omega_{ce}^2 + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 \text{I}]} E_z
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Akım yoğunlukları bu şekilde elde edildikten sonra, J_{e1x} , J_{e1y} ve J_{e1z} ifadeleri aşağıdaki gibi tensörel formda, tekrar düzenlenebilir.

$$\begin{bmatrix} J_{e1x} \\ J_{e1y} \\ J_{e1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma'_{11} & \sigma'_{12} & \sigma'_{13} \\ \sigma'_{21} & \sigma'_{22} & \sigma'_{23} \\ \sigma'_{31} & \sigma'_{32} & \sigma'_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \tag{2.55}$$

Böylece sıcak plazma için iletkenlik tensörü belirlenmiş olur. Bu tensörün bileşenleri sırasıyla,

$$\begin{aligned}
\sigma'_{11} &= \frac{e^2 N_e [\omega (v_e - i\omega)^2 + i U_e^2 k^2 (v_e - i\omega) + \omega \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 \text{I} \text{Sin}^2 \text{D}]}{m_e [\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega \omega_{ce}^2 (v_e - i\omega) + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 \text{I}]} \\
\sigma'_{12} &= \frac{e^2 N_e \omega_{ce} [\omega \omega_{ce} \text{Cos}^2 \text{I} \text{CosD} \text{SinD} - \omega (v_e - i\omega) \text{SinI} - i U_e^2 k^2 \text{SinI}]}{m_e [\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega \omega_{ce}^2 (v_e - i\omega) + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 \text{I}]} \\
\sigma'_{13} &= - \frac{e^2 N_e \omega \omega_{ce} \text{CosI} [\omega_{ce} \text{SinI} \text{SinD} + (v_e - i\omega) \text{CosD}]}{m_e [\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega \omega_{ce}^2 (v_e - i\omega) + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 \text{I}]}
\end{aligned}$$

$$\sigma'_{21} = \frac{e^2 N_e \omega_{ce} \left[\omega \omega_{ce} \text{Cos}^2 I \text{Cos} D \text{Sin} D + \omega (v_e - i\omega) \text{Sin} I + i U_e^2 k^2 \text{Sin} I \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega \omega_{ce}^2 (v_e - i\omega) + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]}$$

$$\sigma'_{22} = \frac{e^2 N_e \left[\omega (v_e - i\omega)^2 + i U_e^2 k^2 (v_e - i\omega) + \omega \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Cos}^2 D \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega \omega_{ce}^2 (v_e - i\omega) + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]}$$

$$\sigma'_{23} = \frac{e^2 N_e \omega \omega_{ce} \text{Cos} I \left[(v_e - i\omega) \text{Sin} D - \omega_{ce} \text{Sin} I \text{Cos} D \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega \omega_{ce}^2 (v_e - i\omega) + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]}$$

$$\sigma'_{31} = \frac{e^2 N_e \omega \omega_{ce} \text{Cos} I \left[(v_e - i\omega) \text{Cos} D - \omega_{ce} \text{Sin} I \text{Sin} D \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega \omega_{ce}^2 (v_e - i\omega) + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]}$$

$$\sigma'_{32} = - \frac{e^2 N_e \omega \omega_{ce} \text{Cos} I \left[\omega_{ce} \text{Sin} I \text{Cos} D + (v_e - i\omega) \text{Sin} D \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega \omega_{ce}^2 (v_e - i\omega) + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]}$$

$$\sigma'_{33} = \frac{e^2 N_e \omega \left[\omega_{ce}^2 \text{Sin}^2 I + (v_e - i\omega)^2 \right]}{m_e \left[\omega (v_e - i\omega)^3 + \omega \omega_{ce}^2 (v_e - i\omega) + i (v_e - i\omega)^2 U_e^2 k^2 + i \omega_{ce}^2 U_e^2 k^2 \text{Sin}^2 I \right]}$$

olarak elde edilir. Bu ifadeler içerisindeki sıcaklık etkisiyle oluşan $U_e^2 k^2$ terimi sıfır olarak alınır, tekrar soğuk plazmada elde edilen iletkenlik ifadeleri elde edilir.

3. İYONOSFERİK PLAZMA İÇERİSİNDE YAYILAN RADYO DALGALARININ DAĞITKANLIK BAĞINTILARI

Elektromanyetik dalganın herhangi bir ortamdaki davranışını belirleyen temel nicelik, ortamın kırma indisi \mathbf{n} dir. Buna göre ortamın kırma indisi, elektromanyetik dalganın davranışını belirleyen Maxwell denklemleri kullanılarak ifade edilen dalganın ayrılım bağıntısından elde edilecektir. Buna göre 3. ve 4. Maxwell denklemleri,

$$\tilde{\mathbf{N}} \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\tilde{\mathbf{N}} \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.2)$$

şeklinde yazılır ve (3.1) denkleminin her iki tarafının rotasyoneli alınır,

$$\tilde{\mathbf{N}} \times \tilde{\mathbf{N}} \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\tilde{\mathbf{N}} \times \mathbf{B}) \quad (3.3)$$

olur. İletkenlik tensörü ifadesine bağlı olarak \mathbf{J} akım yoğunluğunun değeri (3.2) denklemi içerisinde yerine yazılır ve bu ifade (3.3) denkleminin sağ tarafındaki $(\tilde{\mathbf{N}} \times \mathbf{B})$ terimi için yerine yazılır ve hız ve alanların $e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ şeklinde değiştiğini göz önüne alarak gerekli matematiksel işlemler yapılırsa,

$$\tilde{\mathbf{N}} \times \tilde{\mathbf{N}} \times \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \left[\underset{\sim}{1} + \frac{i\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right] \cdot \mathbf{E} \quad (3.4)$$

elde edilir. Burada $\underset{\sim}{1}$ birim tensördür. Elektrik alan $e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ şeklinde değiştiğinden $\tilde{\mathbf{N}} = i\mathbf{k}$ olarak alınabilir. Bu durumda (3.4) denklemindeki eşitliğin sol tarafı,

$$\tilde{\mathbf{N}} \times \tilde{\mathbf{N}} \times \mathbf{E} = k^2 \mathbf{E} - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) \quad (3.5)$$

olarak ifade edilir. (3.5) denklemindeki eşitlik kullanılarak (3.4) denkleminin yeniden düzenlenirse,

$$k^2 \mathbf{E} - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) = \frac{\omega^2}{c^2} \left[\underset{\sim}{1} + \frac{i\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right] \cdot \mathbf{E} \quad (3.6)$$

elde edilir ve bu ifadedeki \mathbf{k} dalga vektörü, \mathbf{n} kırılma indisi cinsinden,

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \mathbf{n} \quad (3.7)$$

olarak yazılırsa (3.6) kırılma indisi cinsinden aşağıdaki gibi olur.

$$n^2 \mathbf{E} - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) = \left[\mathbf{I} + \frac{i\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right] \cdot \mathbf{E} \quad (3.8)$$

Daha önce verilen Şekil 2.2'den, $\mathbf{k} = \hat{z}k$ ve buna bağlı olarak $\mathbf{n} = \hat{z}n$ olduğu görülmektedir. Bu geometriye göre (3.8) denklemindeki eşitliğin sol tarafı,

$$n^2 \mathbf{E} - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) = \hat{x} n^2 E_x + \hat{y} n^2 E_y \quad (3.9)$$

olarak elde edilir. Bu ifade (3.8) denkleminde yerine yazılarak ve eşitliğin her iki tarafını matris formunda yazarak gerekli işlemler yapılırsa, aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\begin{bmatrix} n^2 & 0 & 0 \\ 0 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{i}{\epsilon_0 \omega} [\sigma] \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Bu ifade genel olarak herhangi bir ortamda dikey yayılan elektromanyetik dalgayı temsil eder.

3.1. Soğuk Plazmada Yayılan Dalganın Dağıtkanlık Bağlılığı ve Oluşan Dalgalar

Yukarıda elde edilen genel ifadedeki iletkenlik yerine denklem (2.22) deki soğuk plazma için elde edilen iletkenlik tensörü yazılarak soğuk plazma için,

$$\begin{bmatrix} n^2 - 1 - \frac{i\sigma_{11}}{\epsilon_0 \omega} & -\frac{i\sigma_{12}}{\epsilon_0 \omega} & -\frac{i\sigma_{13}}{\epsilon_0 \omega} \\ -\frac{i\sigma_{21}}{\epsilon_0 \omega} & n^2 - 1 - \frac{i\sigma_{22}}{\epsilon_0 \omega} & -\frac{i\sigma_{23}}{\epsilon_0 \omega} \\ -\frac{i\sigma_{31}}{\epsilon_0 \omega} & -\frac{i\sigma_{32}}{\epsilon_0 \omega} & -1 - \frac{i\sigma_{33}}{\epsilon_0 \omega} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

şeklinde bir bağıntı elde edilir. Burada Elektrik alanlar sıfır olmayacağına göre katsayılar matrisinin determinantı sıfıra eşit olacaktır. Katsayılar matrisine M denilirse, $\det M=0$ dikey ilerleyen elektromanyetik dalganın dağıtkanlık (dispersiyon) bağıntısı olarak bilinir. Ancak; plazma içerisine giren bir elektromanyetik dalga manyetik alan yönüne bağlı olarak ayrışır. Dolayısıyla manyetik alanın her bileşeni farklı dalgaların oluşmasına sebep olur. Buna dalga modları da denilir.

Buna göre soğuk plazma için dalga modları aşağıdaki şekilde elde edilirler.

3.1.1. \mathbf{k}/\mathbf{B} durumu (plazma titreşimi ve kutuplanmış dalgalar)

Elektromanyetik dalganın ilerleme yönü (\mathbf{k}), Yer'in manyetik alan vektörüne paralel veya anti paralel (0° veya 180°) ise ortamın kırma indisine bağlı olarak iyonosferik plazma için iki durum gözlenebilir. Bu durumda dalga yayılımı dikey ise Yer'in manyetik alanının dikey yani \hat{z} yönündeki bileşeni etkili olur. Buna göre \mathbf{k}/\mathbf{B} olduğu durumda meydana gelen dalgaları elde etmek için Yer'in manyetik alanının \hat{z} bileşeni B_z hesaba katılmalıdır. Böylece manyetik alan $\mathbf{B} = -\hat{z} B \sin I$ olacaktır.

Buna göre \mathbf{B} 'nin sadece bu bileşeni hesaba katılarak gerekli işlemler yapılırsa soğuk plazma için iletkenlik tensörü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I]} & -\frac{e^2 N_e \omega_{ce} \sin I}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I]} & 0 \\ \frac{e^2 N_e \omega_{ce} \sin I}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I]} & \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I]} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^2 N_e}{m_e (v_e - i\omega)} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Bu iletkenlik ifadesini (3.11) denkleminde yerine yazılır ve katsayılar determinantını sıfıra eşitlenirse,

$$\det \begin{bmatrix} n^2 - 1 - \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I} & \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e \omega_{ce} \sin I}{(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I} & 0 \\ -\frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e \omega_{ce} \sin I}{(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I} & n^2 - 1 - \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I} & 0 \\ 0 & 0 & -1 - \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e}{(v_e - i\omega)} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.13)$$

elde edilir. Burada manyetik alanın dikey bileşeni $\omega_{ce} \sin I = \omega_{cez}$ olarak tanımlanır,

plazma titreşim frekansının $\omega_{pe}^2 = \frac{e^2 N_e}{m_e \epsilon_0}$ olduğu göz önüne alınır ve bu iki ifadeye bağlı

$$\text{olarak} \quad P = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + iv_e)}, \quad R = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega[(\omega + iv_e) - \omega_{cez}]}, \quad L = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega[(\omega + iv_e) + \omega_{cez}]},$$

$$S = \frac{1}{2}(R + L) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2 (\omega + iv_e)}{\omega[(\omega + iv_e)^2 - \omega_{cez}^2]}, \quad D = \frac{1}{2}(R - L) = -\frac{\omega_{pe}^2 \omega_{cez}}{\omega[(\omega + iv_e)^2 - \omega_{cez}^2]} \quad \text{olarak}$$

tanımlanırsa [14] (3.13) ifadesi,

$$\det \begin{bmatrix} n^2 - S & iD & 0 \\ -iD & n^2 - S & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{bmatrix} = 0 \quad (3.14)$$

olur. Bu ifadenin determinantı alınır,

$$P \left[- (n^2 - S)^2 + D^2 \right] = 0 \quad (3.15)$$

olarak bulunur. Bu denklemin $P=0$ ve $-(n^2 - S)^2 + D^2 = 0$ şeklinde iki çözümü vardır.

1. çözüm: $P=0 \Rightarrow 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + iv_e)} = 0$ olur. Bu ifade plazma titreşimini verir. Yani plazma

ortamına gönderilen dalganın plazmadaki yüklü parçacıkları titreştirerek oluşturduğu

plazma titreşimleridir. Burada $X = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$, $Y = \frac{\omega_{cez}}{\omega}$, ve $Z = \frac{v_e}{\omega}$ olarak tanımlanırsa [14,

15] plazma titreşimi reel ve sanal kısmına ayrılmış olarak,

$$1 - \frac{X}{1 + Z^2} + i \frac{XZ}{1 + Z^2} = 0 \quad (3.16)$$

şeklinde elde edilir.

2. çözüm: $-(n^2 - S)^2 + D^2 = 0 \Rightarrow$ dağılım bağıntısı $n^2 = S \pm D$ şeklinde yazılabilir. Burada $n_1^2 = S + D$ ve $n_2^2 = S - D$ sağa ve sola kutuplanmış dalgalardır. Buna göre sağa kutuplanmış dalga,

$$n_1^2 = n_R^2 = 1 - \frac{X}{(1+iZ) - Y} = 1 - \frac{X[(1-Y) - iZ]}{(1-Y)^2 + Z^2} = 1 - \frac{X(1-Y)}{(1-Y)^2 + Z^2} + i \frac{XZ}{(1-Y)^2 + Z^2} \quad (3.17)$$

ve sola kutuplanmış dalga,

$$n_2^2 = n_L^2 = 1 - \frac{X}{(1+iZ) + Y} = 1 - \frac{X[(1+Y) - iZ]}{(1+Y)^2 + Z^2} = 1 - \frac{X(1+Y)}{(1+Y)^2 + Z^2} + i \frac{XZ}{(1+Y)^2 + Z^2} \quad (3.18)$$

şeklinde reel ve sanal kısmına ayrılmış olarak elde edilir. Bu iki dalga kutuplanmış dalgalar olarak aynı formda,

$$n_P^2 = 1 - \frac{X(1 \mathbf{m} Y)}{(1 \mathbf{m} Y)^2 + Z^2} + i \frac{XZ}{(1 \mathbf{m} Y)^2 + Z^2} \quad (3.19)$$

şeklinde yazılabilir.

3.1.2. $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$ durumu (ordinari ve ekstraordinari dalgalar)

Elektromanyetik dalganın ilerleme yönü (\mathbf{k}), Yer'in manyetik alan vektörüne dik ise (90°), plazma ortamına giren dalga manyetik alanın bu bileşenlerinden dolayı iki dalgaya ayrışır. Bunlardan biri ordinari, diğeri ise ekstraordinari dalgadır. Ordinari dalga manyetik alandan etkilenmeyen, ekstraordinari dalga ise manyetik alandan etkilenen dalga olarak bilinir [15]. Buna göre $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$ olduğu durumda meydana gelen dalgaları elde etmek için Yer'in manyetik alanının \hat{x} veya \hat{y} bileşeni olan B_x veya B_y hesaba katılmalıdır. Çünkü \mathbf{k} 'nin dik olduğu bileşen \mathbf{B} 'nin \hat{x} veya \hat{y} bileşenidir. Böylece, manyetik alan $\mathbf{B}_x = \hat{x} B \cos I \sin D$ veya $\mathbf{B}_y = \hat{y} B \cos I \cos D$ olacak şekilde çözüm yapılacaktır.

Buna göre \mathbf{B} 'nin sadece dik bileşenlerinden bir tanesi (B_y) hesaba katılarak gerekli işlemler yapılırsa iletkenlik tensörü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Cos}^2 D]} & 0 & -\frac{e^2 N_e \omega_{ce} \text{Cos} I \text{Cos} D}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Cos}^2 D]} \\ 0 & \frac{e^2 N_e}{m_e (v_e - i\omega)} & 0 \\ \frac{e^2 N_e \omega_{ce} \text{Cos} I \text{Cos} D}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Cos}^2 D]} & 0 & \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \text{Cos}^2 I \text{Cos}^2 D]} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Bu iletkenlik ifadesinde manyetik alanın dikey bileşeni göz önüne alınarak $\omega_{ce} \text{Cos} I \text{Cos} D = \omega_{cey}$ olarak tanımlanır, bu ifade (3.11) denkleminde yerine yazılır ve katsayılar determinantı sıfıra eşitlenirse,

$$\det \begin{bmatrix} n^2 - 1 - \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{cey}^2]} & 0 & \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e \omega_{cey}}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{cey}^2]} \\ 0 & n^2 - 1 - \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e}{(v_e - i\omega)} & 0 \\ -\frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e \omega_{cey}}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{cey}^2]} & 0 & -1 - \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{cey}^2]} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.21)$$

elde edilir. Burada da plazma titreşim frekansı ω_{pe}^2 , P, R, L, S ve D parametreleri göz önünde tutulursa, bu parametreler cinsinden (3.21) denklemi,

$$\det \begin{bmatrix} n^2 - S & 0 & iD \\ 0 & n^2 - P & 0 \\ -iD & 0 & -S \end{bmatrix} = 0 \quad (3.22)$$

olur. Bu ifadenin determinantı alınırsa,

$$(n^2 - P)[(n^2 - S)(-S) - D^2] = 0 \quad (3.23)$$

olarak bulunur. Bu denklemin $n^2 - P = 0$ ve $(n^2 - S)(-S) - D^2 = 0$ şeklinde iki çözümü vardır.

1. çözüm: $n^2 - P = 0 \Rightarrow n^2 - 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + iv_e)} = 0$ olur. Bu dalga ordinari dalga olarak

bilinir yani dalganın kırılma indisi manyetik alandan bağımsızdır. Daha önce tanımladığımız X, Y $\left(= \frac{\omega_{cey}}{\omega} \right)$ ve Z ifadeleri göz önüne alınarak ordinari dalganın kırılma indisi,

$$n_0^2 = 1 - \frac{X}{1+Z^2} + i \frac{XZ}{1+Z^2} \quad (3.24)$$

şeklinde reel ve sanal kısma ayrılmış olarak elde edilir [13]. Bu denklemin ikinci çözümü ise diğer dalgayı yani kırılma indisinin manyetik alana bağlı olduğu extraordinary dalgayı veren ifadedir. Buna göre,

2. çözüm: $(n^2 - S)(-S) - D^2 = 0 \Rightarrow$ dağılım bağıntısı $n^2 = \frac{S^2 - D^2}{S} = \frac{RL}{S}$ şeklinde

yazılabilir. Buna göre extraordinary dalganın dağıtkanlık bağıntısı,

$$n_x^2 = 1 - \frac{X(1-X)(1-X-Y^2-Z^2) + XZ^2(2-X)}{(1-X-Y^2-Z^2)^2 + Z^2(2-X)^2} + i \frac{XZ[(1-X)^2 + Y^2 + Z^2]}{(1-X-Y^2-Z^2)^2 + Z^2(2-X)^2} \quad (3.25)$$

olarak reel ve sanal kısmına ayrılmış olarak elde edilir [13].

3.2. Sıcak Plazmada Yayılan Dalganın Dağıtkanlık Bağıntısı ve Oluşan Dalgalar

(3.10) denkleminde verilen genel dalga denklemindeki iletkenlik yerine denklem (2.55) deki sıcak plazma için elde edilen iletkenlik tensörü yazılarak sıcak plazma için,

$$\begin{bmatrix} n^2 - 1 - \frac{i\sigma'_{11}}{\epsilon_0 \omega} & -\frac{i\sigma'_{12}}{\epsilon_0 \omega} & -\frac{i\sigma'_{13}}{\epsilon_0 \omega} \\ -\frac{i\sigma'_{21}}{\epsilon_0 \omega} & n^2 - 1 - \frac{i\sigma'_{22}}{\epsilon_0 \omega} & -\frac{i\sigma'_{23}}{\epsilon_0 \omega} \\ -\frac{i\sigma'_{31}}{\epsilon_0 \omega} & -\frac{i\sigma'_{32}}{\epsilon_0 \omega} & -1 - \frac{i\sigma'_{33}}{\epsilon_0 \omega} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.26)$$

şeklinde bir bağıntı elde edilir. Burada yine elektrik alanlar sıfır olmayacağına göre katsayılar matrisinin determinantı sıfıra eşit olacaktır. Katsayılar matrisine M' denilirse, $\det M'=0$ sıcak plazmadaki dikey ilerleyen elektromanyetik dalganın dağıtkanlık (dispersiyon) bağıntısıdır. Burada da yine soğuk plazmada olduğu gibi sıcak plazma içerisine giren dalga Yer'in manyetik alan bileşenlerine bağlı olarak ayrışacaktır. Buna göre manyetik alanın ilerleme yönüne paralel bileşeninden dolayı kutuplanmış dalgalar, ilerleme yönüne dik bileşenlerinden dolayı ise ordinari ve ekstraordinari dalgalar meydana gelecektir. Aşağıda bahsedilen bu her iki durum için sıcaklığın etkisiyle oluşan elektron için adyabatik ses hızının hesaba katıldığı ortamın iletkenlikleri kullanılarak sıcak plazma için oluşan dalga modlarının nasıl oluştuğu analitik olarak incelenecektir.

3.2.1. k/B durumu (plazma titreşimi ve kutuplanmış dalgalar)

Sıcak plazma içerisinde k/B olduğu durumda meydana gelen dalgaları elde etmek için yine Yer'in manyetik alanının \hat{z} bileşeni B_z hesaba katılmalıdır. Böylece manyetik alan $\mathbf{B} = -\hat{z} B \sin I$ olacaktır.

Buna göre \mathbf{B} 'nin sadece bu bileşeni hesaba katılarak gerekli işlemler yapılırsa sıcak plazma için iletkenlik tensörü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma' = \begin{bmatrix} \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I]} & -\frac{e^2 N_e \omega_{ce} \sin I}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I]} & 0 \\ \frac{e^2 N_e \omega_{ce} \sin I}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I]} & \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{m_e [(v_e - i\omega)^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2 I]} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^2 N_e}{m_e \left[(v_e - i\omega) + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right]} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Bu iletkenlik ifadesinde manyetik alanın dikey bileşeni göz önüne alınarak $\omega_{ce} \sin I = \omega_{cez}$ olarak tanımlanır, bu ifade (3.11) denkleminde yerine yazılır ve katsayılar determinantı sıfıra eşitlenirse,

$$\det \begin{bmatrix} n^2 - 1 - \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{cez}^2]} & \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e \omega_{cez}}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{cez}^2]} & 0 \\ -\frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e \omega_{cez}}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{cez}^2]} & n^2 - 1 - \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{[(v_e - i\omega)^2 + \omega_{cez}^2]} & 0 \\ 0 & 0 & -1 - \frac{i}{\epsilon_0 \omega m_e} \frac{e^2 N_e}{\left[(v_e - i\omega) + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right]} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.28)$$

elde edilir. Burada da plazma titreşim frekansı ω_{pe}^2 , P, R, L, S ve D parametreleri göz önünde tutulursa, bu parametreler cinsinden (3.28) denklemi,

$$\det \begin{bmatrix} n^2 - S & iD & 0 \\ -iD & n^2 - S & 0 \\ 0 & 0 & -1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega \left[(\omega + iv_e) + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right]} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.29)$$

olur. Bu ifadenin determinantı alınırsa,

$$\left(-1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega \left[(\omega + iv_e) + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right]} \right) \left[(n^2 - S)^2 - D^2 \right] = 0 \quad (3.30)$$

olarak bulunur. Bu denklemin kırılma indisine bağlı olmadığı yani

$$\left(-1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega \left[(\omega + iv_e) + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right]} \right) = 0 \text{ ve kırılma indisine bağlı } \left[(n^2 - S)^2 - D^2 \right] = 0 \text{ şeklinde}$$

iki çözümü vardır.

1. çözüm: Kırılma indisine bağlı olmayan birinci çözüm için, X ve Z terimlerini göz önüne alarak bu ifade reel ve sanal kısma ayrılmış olarak,

$$1 - \frac{X - \frac{U_e^2 k^2}{\omega^2} X}{\left(1 - \frac{U_e^2 k^2}{\omega^2}\right)^2 + Z^2} + i \frac{XZ}{\left(1 - \frac{U_e^2 k^2}{\omega^2}\right)^2 + Z^2} = 0 \quad (3.31)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifade soğuk plazma için elde edilen plazma titreşimlerine benzemektedir. Böylece elektron sıcaklığının plazma titreşimine etkisi açıkça görülmektedir.

2. çözüm: $\left[(n^2 - S)^2 - D^2\right] = 0 \Rightarrow$ dağılım bağıntısı $n^2 = S \pm D$ şeklinde yazılabilir.

Burada $n_1^2 = S + D$ ve $n_2^2 = S - D$ sağa ve sola kutuplanmış dalgalardır. Buna göre soğuk plazma için elde edilen sağa ve sola kutuplanmış dalgalar elde edilir. Böylece kutuplanmış dalgalara sıcaklığın etkisinin olmadığı analitik olarak görülmektedir.

3.2.2. $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$ durumu (ordinari ve ekstraordinari dalgalar)

\mathbf{k} ile \mathbf{B} 'nin dik olması durumunda ordinari ve ekstraordinari dalgaların oluştuklarını daha önce söylemiştik. Elektron sıcaklığının hesaba katıldığı sıcak plazma için \mathbf{B} 'nin sadece \hat{y} bileşenini göz önüne alarak ($\mathbf{B}_y = \hat{y} B \cos I \cos D$) iletkenlik tensörü ifadesi çözülmüşse, bu tensör aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \frac{e^2 N_e \left((v_e - i\omega) + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right)}{m_e \left[(v_e - i\omega) \left((v_e - i\omega)^2 + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right) + \omega_{cey}^2 \right]} & 0 & - \frac{e^2 N_e \omega_{cey}}{m_e \left[(v_e - i\omega) \left((v_e - i\omega)^2 + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right) + \omega_{cey}^2 \right]} \\ 0 & \frac{e^2 N_e}{m_e (v_e - i\omega)} & 0 \\ \frac{e^2 N_e \omega_{cey}}{m_e \left[(v_e - i\omega) \left((v_e - i\omega)^2 + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right) + \omega_{cey}^2 \right]} & 0 & \frac{e^2 N_e (v_e - i\omega)}{m_e \left[(v_e - i\omega) \left((v_e - i\omega)^2 + i \frac{U_e^2 k^2}{\omega} \right) + \omega_{cey}^2 \right]} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Burada $\omega_{cey} = \omega_{ce} \cos I \cos D$ olarak tanımlanmıştır. Burada da plazma titreşim frekansı

$$\omega_{pe}^2, \quad X, \quad Y \quad \left(= \frac{\omega_{cey}}{\omega} \right) \quad \text{ve} \quad Z \quad \text{ifadeleri} \quad \text{göz} \quad \text{önünde} \quad \text{tutularak}, \quad \frac{U_e^2}{\omega^2} = \alpha,$$

$-1 + Y^2 + Z^2 - i2Z = \beta$, $\alpha + iZ\alpha = \delta$ olarak tanımlanır ve bu iletkenlik tensörü (3.11) denklemiyle verilen genel dalga denkleminde yerine yazılarak katsayılar determinantı sifıra eşitlenirse,

$$\det \begin{bmatrix} n^2 - 1 - \frac{X(1+iZ - \alpha k^2)}{\beta + k^2 \delta} & 0 & \frac{iXY}{\beta + k^2 \delta} \\ 0 & n^2 - 1 + \frac{X}{1+iZ} & 0 \\ -\frac{iXY}{\beta + k^2 \delta} & 0 & -1 - \frac{X(1+iZ)}{\beta + k^2 \delta} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.33)$$

olur. Bu ifadenin determinantı alınırsa,

$$\left(n^2 - 1 + \frac{X}{1+iZ} \right) \left[\left(n^2 - 1 - \frac{X(1+iZ - \alpha k^2)}{\beta + k^2 \delta} \right) \left(-1 - \frac{X(1+iZ)}{\beta + k^2 \delta} \right) - \frac{X^2 Y^2}{(\beta + k^2 \delta)^2} \right] = 0 \quad (3.34)$$

olarak bulunur. Bu ifade analiz edildiğinde, bu denklemin $\left(n^2 - 1 + \frac{X}{1+iZ} \right) = 0$ ve

$$\left[\left(n^2 - 1 - \frac{X(1+iZ - \alpha k^2)}{\beta + k^2 \delta} \right) \left(-1 - \frac{X(1+iZ)}{\beta + k^2 \delta} \right) - \frac{X^2 Y^2}{(\beta + k^2 \delta)^2} \right] = 0 \quad \text{şeklinde} \quad \text{iki} \quad \text{çözümü} \quad \text{vardır.}$$

1. çözüm: $\left(n^2 - 1 + \frac{X}{1+iZ} \right) = 0$ terimi göz önüne alındığında, daha önce belirtildiği gibi

manyetik alana bağlı olmayan dalganın yani ordinari dalganın dağıtkanlık bağıntısını verecektir. Böylece bu dalganın kırılma indisi reel ve sanal kısmına ayrılmış olarak,

$$n_0^2 = 1 - \frac{X}{1+Z^2} + i \frac{XZ}{1+Z^2} \quad (3.35)$$

şeklinde elde edilir. Böylece ordinari dalganın elektron sıcaklığından etkilenmediği de görülmektedir. Dolayısıyla bu ifade daha önce elde edilen soğuk plazmadaki ordinari dalganın kırılma indisi ifadesi ile aynı ifadedir.

2. çözüm: $\left[\left(n^2 - 1 - \frac{X(1+iZ - \alpha k^2)}{\beta + k^2 \delta} \right) \left(-1 - \frac{X(1+iZ)}{\beta + k^2 \delta} \right) - \frac{X^2 Y^2}{(\beta + k^2 \delta)^2} \right] = 0$ ise bu ifadenin

çözümünden elde edilen ifade ekstraordinari dalganın dağıtıklık bağıntısını verecektir. Ancak burada dikkat edilmesi gereken husus, ifadenin hem n^2 'ye hem de k^2 'ye bağlı olmasıdır. Dolayısıyla ya n^2 , k^2 cinsinden $\left(n^2 = k^2 c^2 / \omega^2 \right)$ ya da k^2 , n^2 cinsinden $\left(k^2 = n^2 \omega^2 / c^2 \right)$ yazılarak ifadenin çözümü yapıldığında, ekstraordinari dalganın kırılma indisi ifadesi elde edilecektir. Buna göre k^2 'yi n^2 cinsinden yazarak yukarıdaki eşitlikler sıfıra eşitlenip gerekli matematiksel işlemler yapılırsa,

$$\left(n^4 \frac{\omega^2}{c^2} \delta + n^2 \beta - n^2 \frac{\omega^2}{c^2} \delta + n^2 \frac{\omega^2}{c^2} \alpha X - \beta - iXZ \right) \left(-n^2 \frac{\omega^2}{c^2} \delta - \beta - X - iXZ \right) - X^2 Y^2 = 0 \quad (3.36)$$

elde edilir. Sonuç olarak aşağıdaki gibi 6. dereceden bir denklem elde edilecektir.

$$\begin{aligned} & -n^6 \frac{\omega^4}{c^4} \alpha^2 (1-Z^2) \\ & + n^4 \frac{\omega^2}{c^2} \left[-2\alpha(Y^2 + 3Z^2 - 1) + \alpha X(Z^2 - 1) - \frac{\omega^2}{c^2} \alpha^2 (Z^2 + X - 1) \right] \\ & + n^2 \left[(X + Y^2 + Z^2)(-Y^2 - Z^2 + 1) + Z^2(5 - 2X) + Y^2 - 1 - 2\frac{\omega^2}{c^2} \alpha(-Y^2 - 3Z^2 + 1) - \frac{\omega^2}{c^2} \alpha X(X + Y^2 - 3Z^2 - 3) \right] \\ & + (Y^2 + Z^2 - 1)^2 - (Y^2 + Z^2 - 1)(X^2 - 2X) - 4Z^2(1 - X) \\ & + i \left[\begin{array}{l} -2n^6 \frac{\omega^4}{c^4} \alpha^2 Z \\ + n^4 \frac{\omega^2}{c^2} \left[\alpha Z \left(2(-Y^2 - Z^2 - X + 3) + \frac{\omega^2}{c^2} \alpha(2 - X) \right) \right] \\ + n^2 Z \left[(Y^2 + Z^2 - 1)(4 - X) + 2X + \frac{\omega^2}{c^2} \alpha(2Y^2 + 2Z^2 + X(6 - X) - 6) \right] \\ + 2Z \left[(Y^2 + Z^2 - 1)(X - 1) - Y^2 + (1 - X)^2 \right] \end{array} \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

Ancak, burada yüksek frekanslı (3-30 MHz) dalgalar için yüksek faz hızlı dalga yaklaşımı $\omega^2 \gg k^2 U_e^2$ yani $\omega^2 \gg \frac{n^2 \omega^2}{c^2} U_e^2$ yaklaşımı yapılabilir [16]. Buna göre n^6 terimi sıfıra yaklaşır. Sonuçta 4. dereceden bir denkleme indirgeyerek gerekli matematiksel işlemler yapılırsa,

$$\begin{aligned}
& n^4 \frac{\omega^2}{c^2} \left[-2(Y^2 + 3Z^2 - 1) + \alpha X(Z^2 - 1) - \frac{\omega^2}{c^2} \alpha (Z^2 + X - 1) \right] \\
& + n^2 \left[(X + Y^2 + Z^2)(-Y^2 - Z^2 + 1) + Z^2(5 - 2X) + Y^2 - 1 - 2 \frac{\omega^2}{c^2} \alpha (-Y^2 - 3Z^2 + 1) - \frac{\omega^2}{c^2} \alpha X (X + Y^2 + 3Z^2 - 3) \right] \\
& + (Y^2 + Z^2 - 1)^2 - (Y^2 + Z^2 - 1)(X^2 - 2X) - 4Z^2(1 - X) \\
& \left[n^4 \frac{\omega^2}{c^2} \alpha Z \left(2(-X - Y^2 - Z^2 + 3) + \frac{\omega^2}{c^2} \alpha (2 - X) \right) \right. \\
& \left. + i \left[n^2 Z \left[(Y^2 + Z^2 - 1)(4 - X) + 2X + \frac{\omega^2}{c^2} \alpha (X(6 - X) + 2Y^2 + 2Z^2 - 6) \right] \right. \right. \\
& \left. \left. + 2Z[X^2 + X(Y^2 + Z - 3) - 2(Y^2 + Z^2 - 1)] \right] \right] = 0
\end{aligned} \tag{3.38}$$

şeklinde reel ve sanal kısımlarına ayrılmış şekilde ekstraordinari dalganın kırılma indisi ifadesi elde edilecektir. Burada;

$$\begin{aligned}
f &= (1 - X), \quad g = Y^2 + Z^2 - 1, \quad h = \frac{U_e^2}{c^2}, \\
C &= h(-2(2Z^2 + g) + X(Z^2 - 1) - h(Z^2 - f)), \\
F &= -g(g + 1 + X) + Z^2(5 - 2X) + Y^2 - 1 - 2h(-g - 2Z^2) - hX(X + Y^2 + 3Z^2 - 3), \\
G &= g^2 - g(X^2 - 2X) - 4fZ^2, \\
H &= hZ(2(-g - X + 2) + h(1 + f)), \\
K &= Z(g(3 + f) + 2X + h(2g - 4 + X(f + 5))), \\
S &= 2Z(X^2 + X(Y^2 + Z - 3) - 2g)
\end{aligned}$$

olarak tanımlanırsa yukarıdaki ifade daha sade şekilde aşağıdaki gibi yazılır.

$$(C + iH)n^4 + (F + iK)n^2 + (G + iS) = 0 \tag{3.39}$$

Bu ifadeye göre n^2 'nin iki kökü vardır. Bunlar,

$$n_{1,2}^2 = \frac{-(F + iK) \pm \sqrt{(F + iK)^2 - 4(C + iH)(G + iS)}}{2(C + iH)} \tag{3.40}$$

dır. Burada bu işlemin yapılabilmesi ve n^2 'nin iki kökünün bulunabilmesi için karekök içerisindeki ifadenin çözümlenmesi gerekir. Buna göre karekök içerisindeki ifadeyi düzenleyerek yazacak olursak,

$$n_{1,2}^2 = \frac{-(F + iK) \mathbf{m} \sqrt{F^2 - K^2 - 4(CG - HS) + i2(FK - 2CS - 2HG)}}{2(C + iH)} \quad (3.41)$$

şekline dönüşür. Burada kök içerisindeki $[F^2 - K^2 - 4(CG - HS)] \gg [2(FK - 2CS - 2HG)]$ $\left(\frac{F^2 - K^2 - 4(CG - HS)}{2(FK - 2CS - 2HG)} \approx 10^6 \right)$ olduğu tespit edilmiştir. Buna göre bu ifadeyi karekök dışına çıkarmak için Binom açılımı $\left((x + y)^n = x^n + nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}y^2 + \dots \right)$ uygulandığında karekök içerisindeki ifade,

$$\begin{aligned} (F^2 - K^2 - 4(CG - HS) + i2(FK - 2CS - 2HG))^{1/2} &= (F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{1/2} \\ &+ \frac{1}{2} (F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{-1/2} i2(FK - 2CS - 2HG) \\ &+ \frac{1}{8} (F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{-3/2} 4(FK - 2CS - 2HG)^2 \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (3.42)$$

olarak yazılabilir. Burada ilk iki terimin alınması uygun olduğundan yukarıdaki kırılma indisinin karesi,

$$n_{1,2}^2 = \frac{-(F + iK) \mathbf{m} \left[(F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{1/2} + i \frac{2(FK - 2CS - 2HG)}{2(F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{1/2}} \right]}{2(C + iH)} \quad (3.43)$$

olarak elde edilir ve bu ifadeyi reel ve sanal kısımlarına ayrılmış olarak,

$$\begin{aligned} n_{1,2}^2 &= \frac{-FC - KH \mathbf{m} \left[(F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{1/2} C + \frac{(FK - 2CS - 2HG)}{(F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{1/2}} H \right]}{2(C^2 + H^2)} \\ &+ i \frac{FH - KC \mathbf{m} \left[\frac{(FK - 2CS - 2HG)}{(F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{1/2}} C - (F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{1/2} H \right]}{2(C^2 + H^2)} \end{aligned} \quad (3.44)$$

şekline dönüşür. Bu ifadenin birinci kökü (+ işaretli) çözüm olacaktır. Buna göre sıcak plazmadaki veya elektron sıcaklığına bağlı elektron için adyabatik ses hızının etkisi altındaki ekstraordinari dalganın kırılma indisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$n_x^2 = \frac{-FC - KH + \left[(F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{\frac{1}{2}} C + \frac{(FK - 2CS - 2HG)}{(F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{\frac{1}{2}}} H \right]}{2(C^2 + H^2)} + i \frac{FH - KC + \left[\frac{(FK - 2CS - 2HG)}{(F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{\frac{1}{2}}} C - (F^2 - K^2 - 4(CG - HS))^{\frac{1}{2}} H \right]}{2(C^2 + H^2)} \quad (3.45)$$

4. İYONOSFERİK PLAZMADA YAYILAN ELEKTROMANYETİK DALGANIN SÖNÜMÜ

Radyo dalgaları iyonosferik plazma içerisinde ilerlerken, sahip oldukları dalga frekansına, plazma ortamındaki elektronların salınım frekansına ve ortamın kırılma indisine bağlı olarak değişik davranışlar gösterirler. Bu davranışlara bağlı olarak dalga kırılır, yansır veya ortam tarafından soğurularak zayıflatılırlar [5-7]. Buna dalganın sönümü denir. Radyo dalgasının sönümü, iyonosferdeki elektron ve iyonların hareketlerinden dolayı diğer parçacıklarla çarpışmaları sonucu ortaya çıkar [15-21]. Çarpışmaların artmasından dolayı soğurulma artar ve radyo dalgasının alan şiddeti azalır. Bunun sonucu olarak iyonosferde ilerleyen radyo dalgasının genliğinde soğurulmadan dolayı azalma olur. Böylece, kırılma indisinin reel kısmı faz hızına etki eder ve sanal kısmı ise dalganın uzaysal zayıflamasıyla ilişkilidir [22].

Yukarıdaki bilgiler doğrultusunda sönüm ifadesinin elde edilebilmesi için, dalganın genliğinin örneğin elektrik alan şiddetinin ortamın kırılma indisine bağlı olarak ifade edilmesi gerekir. Buna göre dalganın elektrik alan şiddeti,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t} \quad (4.1)$$

denklemleri ile ifade edilir ve bu ifadedeki \mathbf{k} dalga vektörü, n kırılma indisi cinsinden yazılırsa bu ifade,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{n}\left(\frac{\omega}{c}\mathbf{r} - \omega t\right)} \quad (4.2)$$

şeklini alır. İyonosferik plazma içerisindeki kırılma indisi ise,

$$n = \mu + i\chi \quad (4.3)$$

şeklinde tanımlanır [15]. Bu ifadedeki μ kırılma indisini reel kısmını ve χ ise kırılma indisinin sanal kısmını göstermektedir. Buna göre (4.3) denklemiyle verilen kırılma indisi ifadesi (4.2) denkleminde yerine yazılırsa elektrik alan şiddeti,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{n}\left(\frac{\omega}{c}\mu\mathbf{r} - \omega t\right)} e^{-\frac{\omega}{c}\chi\mathbf{r}} \quad (4.4)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifadede elektrik alan şiddetindeki sönümü veren kısım eşitliğin sağ tarafındaki χ 'a bağlı ikinci üstel terimdir.

Buna göre (3.25) ve (3.45) denklemleriyle verilen soğuk ve sıcak plazma için ekstraordinari dalganın dağıtkanlık bağıntısından elde edilecek kırılma indisleri reel ve sanal kısımlarına ayrılmış olarak,

$$n^2 = A + iB \quad (4.5)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bunun için (4.3) denklemleriyle ifade edilen kırılma indisini ele alır ve bu ifadeyi (4.5) ifadesine benzetmek için karesini alırsak,

$$n^2 = \mu^2 - \chi^2 + 2i\mu\chi \quad (4.6)$$

denklemini elde edilir. Bu ifade (4.5) denklemini ile karşılaştırılırsa,

$$\mu^2 - \chi^2 = A \quad (4.7)$$

ve

$$2\mu\chi = B \quad (4.8)$$

olduğu görülmektedir. (4.8) denklemindeki μ , (4.7) denkleminde yerine yazılır ve işlem yapılırsa,

$$4\chi^4 + 4\chi^2 A - B^2 = 0 \quad (4.9)$$

gibi dördüncü dereceden bir ifade elde edilir. Bu ifadenin χ^2 cinsinden iki tane kökü,

$$\chi_{1,2}^2 = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 + B^2}}{2} \quad (4.10)$$

şeklinde olup χ için,

$$\chi_{1,2} = \left[\frac{\pm (A^2 + B^2)^{1/2} - A}{2} \right]^{1/2} \quad (4.11)$$

ifadesi elde edilir. Bu denklemde verilen eşitlikte, parantez içerisindeki ilk terimin önündeki + işaret χ 'ın birinci kökü için, - işaret ise χ 'ın ikinci kökü içindir.

Buna göre (4.5) denklemiyle verilen kırılma indisi ele alınarak ve A ve B terimleri içerisindeki plazma parametrelerine bağlı olarak elde edilen χ ifadesi kullanılarak, (4.4) denklemiyle verilen elektrik alan şiddeti ifadesi,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{\mathbf{m} \left(\frac{\omega}{c} \mu r - \omega t \right)} e^{-\frac{\omega}{c} \left[\frac{\pm(A^2+B^2)^{1/2} - A}{2} \right]^{1/2} r} \quad (4.12)$$

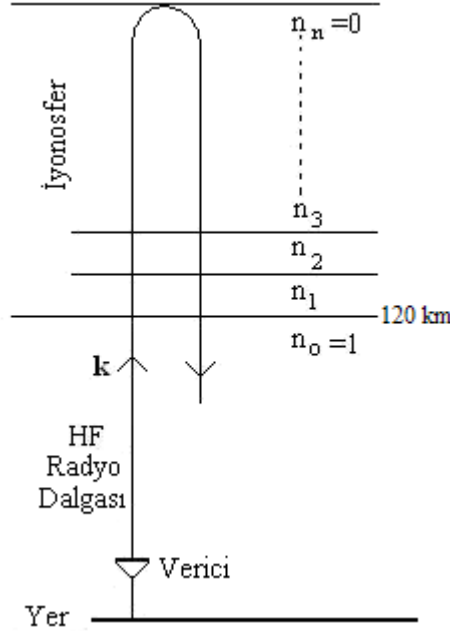
şeklinde ifade edilir. Bu eşitlikteki ilk üstel ifadenin önündeki + işaret yukarı (+ \hat{z}) doğru ilerleyen dalgayı, - işaret ise yansıdıktan sonra aşağı (- \hat{z}) doğru ilerleyen dalgayı gösterir. Burada elektromanyetik dalganın yukarı yani + \hat{z} yönünde yayıldığını düşünerek bu ifadedeki $e^{-\frac{\omega}{c} \chi r}$ terimini $e^{-\frac{\omega}{c} \chi z}$ şeklinde yazabiliriz. Buna göre ekstraordinari dalga genliğinin sönüm terimi yükseklikle,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{\mathbf{m} \left(\frac{\omega}{c} \mu z - \omega t \right)} e^{-\frac{\omega}{c} \left[\frac{\pm(A^2+B^2)^{1/2} - A}{2} \right]^{1/2} z} \quad (4.13)$$

şeklinde tanımlanmış olacaktır.

5. MATERYAL VE METOT

Bu çalışmada iyonosferik plazma içerisinde ilerleyen yüksek frekanslı elektromanyetik dalganın sönümü soğuk ve sıcak plazma için analitik olarak incelenmiştir. Yüksek frekans bandındaki haberleşmelerde dalga iyonosferin F bölgesinden yansır. Bu nedenle sayısal hesap ve incelemeler 120 km nin üst kısmı için yapılacaktır. Elektronların hareketinin yanında iyonların hareketinin tamamıyla ihmal edildiği yüksek frekanslı dalga için yapılan sayısal hesaplamalar, Güneş lekесinin minimum ($R \cong 10$) ve maksimum olduğu ($R \cong 176$) günler için, $38^\circ 20' K$, $38^\circ 26' D$ (Malatya) coğrafik koordinatlarında yapılacaktır. Verilen coğrafik koordinatdaki dikey dalga yolu Şekil 5.1 ile verilmiştir [23].



Şekil 5.1. İyonosferde dikey yayılan HF radyo dalgasının şematik gösterimi [23].

Bu çalışmadaki nümerik incelemeler iki grupta toplanabilir:

Birinci kısımda (3.25) denklemiyle verilen elektron için adyabatik ses hızının hesaba katılmadığı soğuk plazmanın kırma indisi göz önüne alınarak, iyonosferik plazma içerisinde dikey yayılan ve (4.13) denklemiyle verilen HF radyo dalgasının ekstraordinari dalga modunun ortamın parametrelerine bağlı olarak sönümü incelenecektir. Dalganın 120 km deki iyonosfere giriş genliği 1 olarak alınacaktır. Dalganın genlik değeri iyonosferin başlangıç yüksekliğinden itibaren iterasyon metodu ile her 1 km için hesaplanması uygun olacaktır [24]. Hesaplamalar, dalganın yansıma

noktasına kadar devam edecektir. Dalganın yansıma noktası kırılma indisinin sıfır olduğu noktadır.

İkinci kısımda ise, (3.45) denklemiyle verilen elektron için adyabatik ses hızının hesaba katıldığı sıcak plazmanın kırılma indisi göz önüne alınarak, iyonosferik plazma içerisinde dikey yayılan ve yine (4.13) denklemiyle verilen HF radyo dalgasının ekstraordinari dalga modunun ortamın parametrelerine bağlı olarak sönümü incelenecektir. Dalganın iyonosfere giriş yüksekliği, giriş genliği ve genlik değerinin her bir km için hesaplama metodu soğuk plazmadaki gibi alınacaktır.

Bu hesaplamaların yapılabilmesi için, ω_{ce} ve ω_{pe} gibi iyonosferik plazma parametrelerinin yanında sönüme sebep olan elektron çarpışma frekansının da bilinmesi gerekir. İyonosferdeki elektron çarpışma frekansı, elektron-iyon (ν_{ei}) ve elektron-nötr parçacık (ν_{en}) çarpışma frekanslarının toplamına eşittir [25]. Yani,

$$\nu_e = \nu_{ei} + \nu_{en} \quad (5.1)$$

şeklinindedir. Çalışılan bölgede ν_{en} çarpışma frekansı, ν_{ei} çarpışma frekansına göre çok küçüktür. Bu frekanslar aşağıdaki ifadeler ile verilir [11, 26].

$$\nu_{ei} = 3.62 \times 10^{-6} N_i T_e^{-3/2} \ln \Lambda \quad (5.2)$$

$$\nu_{en} = 5.4 \times 10^{-16} N_n T_e^{1/2} \quad (5.3)$$

Bu ifadelerdeki N_i iyon yoğunluğu, N_n nötr parçacık yoğunluğu, T_e elektron sıcaklığı ve Λ ise Coulomb kesilim frekansı olup,

$$\Lambda = 1.23 \times 10^7 N_e^{-1/2} T_e^{3/2} \quad (5.4)$$

şeklinde ifade edilir. Bunun yanı sıra sıcak plazma için tanımlanan kırılma indisi içerisindeki

$$U_e^2 = \frac{\gamma P_e}{\rho_e} = \frac{\gamma k_B T_e}{m_e} \quad (5.5)$$

olarak tanımlanıp, buradaki γ sabit basınçtaki ısınma ısısının sabit hacimdeki ısınma ısısına oranı olarak bilinen Laplace katsayısıdır. Üç serbestlik derecesine sahip elektron için bu değer $\gamma=1,666$ ve Boltzmann sabiti ise $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ olarak alınacaktır.

Analitik çözümlerden elde edilen dalganın genliğinin nümerik sonuçlarının yükseklik, mevsimsel ve frekansla değişimleri incelenecektir. İncelemeler yerel zamana göre değerlendirilecektir.

Tüm hesaplamalar için gerekli olan iyonosferik plazma parametreleri International Reference Ionosphere (IRI) Modeli kullanılarak elde edilecektir. IRI, elektron yoğunluğu, elektron ve iyon sıcaklığı ile iyon bileşenleri gibi iyonkürenin önemli parametrelerinin değerlerinin elde edildiği kullanılabilir standart bir modeldir. IRI teorik bir model değildir. 1959 yılından sonra Yer'deki iyonsondalar ve uydularla yapılan bütün ölçümler kullanılarak elde edilmiş bir modeldir. Dünyada iyonküre ile yapılan birçok araştırma da IRI kullanılmaktadır. IRI bilgisayar programı ile yılın herhangi gün ve saatinde, istenilen coğrafik koordinat için 80-1000 km arasındaki herhangi bir yükseklikte Güneş lekesine bağlı olarak iyonküre parametrelerini hesaplamak mümkündür [27].

6. SAYISAL SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmadaki bütün sayısal hesaplamalar, 38° 20' K, 38° 26' D coğrafik koordinatında, Güneş lekесinin minimum ($R \approx 10$) ve maksimum ($R \approx 176$) olduğu günler için yapıldı. Hesaplamalar, dikey yayılan HF elektromanyetik dalğanın iyonosfer içerisindeki ayrışımından elde edilen ekstraordinari dalğanın elektrik alan şiddetindeki sönüm için yapıldı. Bu dalğanın sönümü, elektron sıcaklığının hesaba katılmadığı soğuk plazma için ve elektron sıcaklığının hesaba katıldığı sıcak plazma için hesaplanarak iki durum arasında karşılaştırma yapıldı. Yapılan tüm hesaplamalar 120 km'den başlanarak, yükseklik, mevsimsel ve frekansa bağlı değişimler incelendi. Hesaplamalar için gerekli iyonosferik parametreler IRI-Modeli'nden elde edildi.

HF ekstraordinari dalğanın elektrik alan şiddetindeki sönüm, (3.25) denkleminde verilen elektron için adyabatik ses hızının hesaba katılmadığı soğuk plazmanın kırma indisinin ve (3.45) denkleminde verilen elektron için adyabatik ses hızının hesaba katıldığı sıcak plazmanın kırma indisinin (4.13) denkleminde kullanılmasıyla hesaplandı. Hesaplamalarda iyonosfere giren dalğanın elektrik alan şiddeti 1 olarak alındı. Bu kısımda 3 MHz frekanslı dalğanın elektrik alan şiddetinin iyonosfer içerisindeki yükseklik, mevsimsel ve frekansa bağlı değişimleri incelendi.

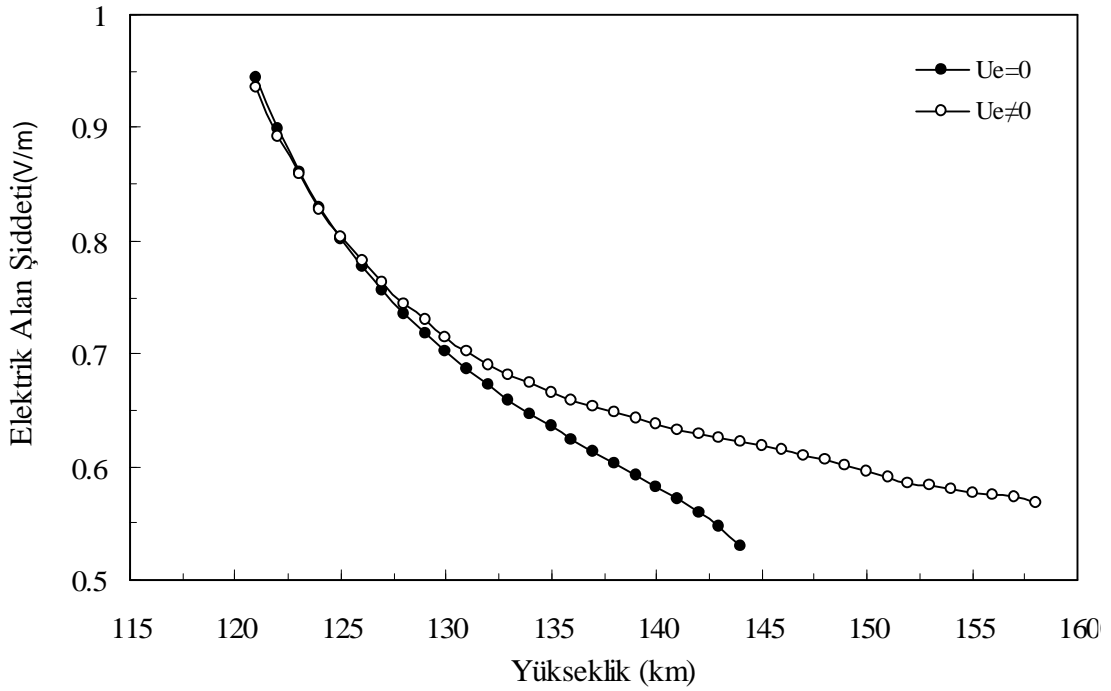
6.1. HF Ekstraordinari Dalga Genliğinin Sönümünün Yükseklikle Değişimi

21 Mart yerel zaman (YZ) saat 12.00'da dikey yayılan HF elektromanyetik dalğanın ekstraordinari dalga modunun elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi Şekil 6.1 ile verilmiştir.

Şekilden 120 km'de iyonosfere giren 3 MHz'lik her iki dalga incelendiğinde, dalğanın elektron sıcaklığının hesaba katılmadığı yani adyabatik ses hızının etkisinin olmadığı ($U_e = 0$) soğuk plazma içerisinde 144. km'den yansıdığı ve yaklaşık %53'ünün söndüğü görülmektedir. Aynı şekilde elektron sıcaklığının yani adyabatik ses hızının hesaba katıldığı ($U_e \neq 0$) sıcak plazma içerisindeki 3 MHz'lik dalğanın 156. km'den yansıdığı ve %44'ünün söndüğü görülmektedir. Buna göre adyabatik ses hızının hesaba katıldığı durumda dalğanın daha yüksekten yansıdığı ve daha az söndüğü görülmektedir.

Aynı zamanda iyonosfere girdiği ilk yüksekliklerdeki sönümün, daha yukarıdaki bölgelerdeki sönümden daha hızlı gerçekleştiği tespit edilmiştir. Bu durum Tablo 6.1'den de görüldüğü gibi bu saatte daha alt yüksekliklerdeki elektron yoğunluğunun

daha az olmasına rağmen nötr yoğunluğun ve dolayısıyla elektron çarpışma frekansının daha fazla olmasından kaynaklanmaktadır [28-30].



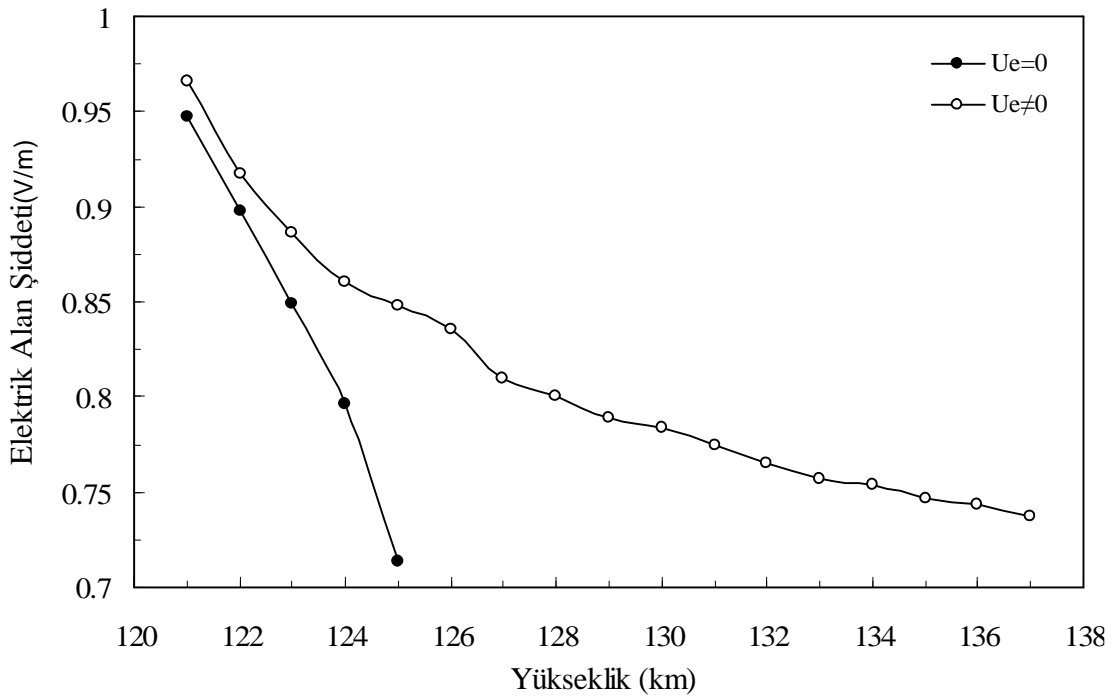
Şekil 6.1. Soğuk ve sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın 21 Mart saat 12.00 YZ'daki elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi ($R \approx 10$).

Tablo 6.1. 21 Mart saat 12.00 YZ'daki iyonosferik parametrelerin yükseklikle değişimleri ($R \approx 10$).

h (km)	N_e (el./m ³)	ω_{ce} (rad/s)	ω_{pe} (rad/s)	f_{pe} (MHz)	ν_e (s ⁻¹)
120	1.191E+11	7.751E+06	1.946E+07	3.099	5.572E+03
130	1.269E+11	7.715E+06	2.010E+07	3.201	2.450E+03
140	1.324E+11	7.680E+06	2.053E+07	3.269	1.346E+03
150	1.390E+11	7.645E+06	2.103E+07	3.349	8.534E+02
160	1.471E+11	7.610E+06	2.163E+07	3.444	5.912E+02
170	1.581E+11	7.576E+06	2.243E+07	3.572	4.334E+02
180	1.799E+11	7.542E+06	2.392E+07	3.809	3.300E+02
190	2.264E+11	7.507E+06	2.684E+07	4.274	2.578E+02
200	2.758E+11	7.473E+06	2.962E+07	4.717	2.052E+02
210	3.301E+11	7.440E+06	3.241E+07	5.161	1.645E+02
220	3.693E+11	7.406E+06	3.428E+07	5.459	1.318E+02
230	3.918E+11	7.373E+06	3.531E+07	5.623	1.061E+02
240	3.998E+11	7.340E+06	3.567E+07	5.680	8.617E+01
250	3.991E+11	7.307E+06	3.564E+07	5.675	7.064E+01
260	3.942E+11	7.274E+06	3.542E+07	5.640	5.836E+01
270	3.857E+11	7.241E+06	3.503E+07	5.578	4.856E+01
280	3.739E+11	7.209E+06	3.449E+07	5.492	4.067E+01
290	3.593E+11	7.177E+06	3.381E+07	5.384	3.424E+01
300	3.426E+11	7.145E+06	3.302E+07	5.258	2.899E+01

21 Haziran saat 12.00 YZ'da dalganın elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi Şekil 6.2 ile verilmiştir. Şekilden 120 km'de iyonosfere giren 3 MHz'lik her iki dalga incelendiğinde, dalganın elektron sıcaklığının hesaba katılmadığı yani adyabatik ses hızının etkisinin olmadığı ($U_e = 0$) soğuk plazma içerisinde 125. km'den yansıdığı ve yaklaşık %29'unun söndüğü görülmektedir. Aynı şekilde elektron sıcaklığının yani adyabatik ses hızının hesaba katıldığı ($U_e \neq 0$) sıcak plazma içerisindeki 3 MHz'lik dalganın 137. km'den yansıdığı ve yaklaşık %27'sinin söndüğü görülmektedir. Buna göre adyabatik ses hızının hesaba katıldığı durumda dalganın daha yüksekte yansıdığı ve daha az söndüğü görülmektedir.

Bu tarihte sıcak plazmadaki dalganın sönümü daha üst bölgelerdeki sönümden daha hızlı gerçekleşmiştir. Soğuk plazmadaki dalga 125. km'den yansıdığından, sönüm hızının değişimi net olarak görülememektedir. Bu durum Tablo 6.2'den de görüldüğü gibi yine bu saatte daha alt yüksekliklerdeki elektron yoğunluğunun daha az olmasına rağmen nötr yoğunluğun ve dolayısıyla elektron çarpışma frekansının daha fazla olmasından kaynaklanmaktadır [28-30].



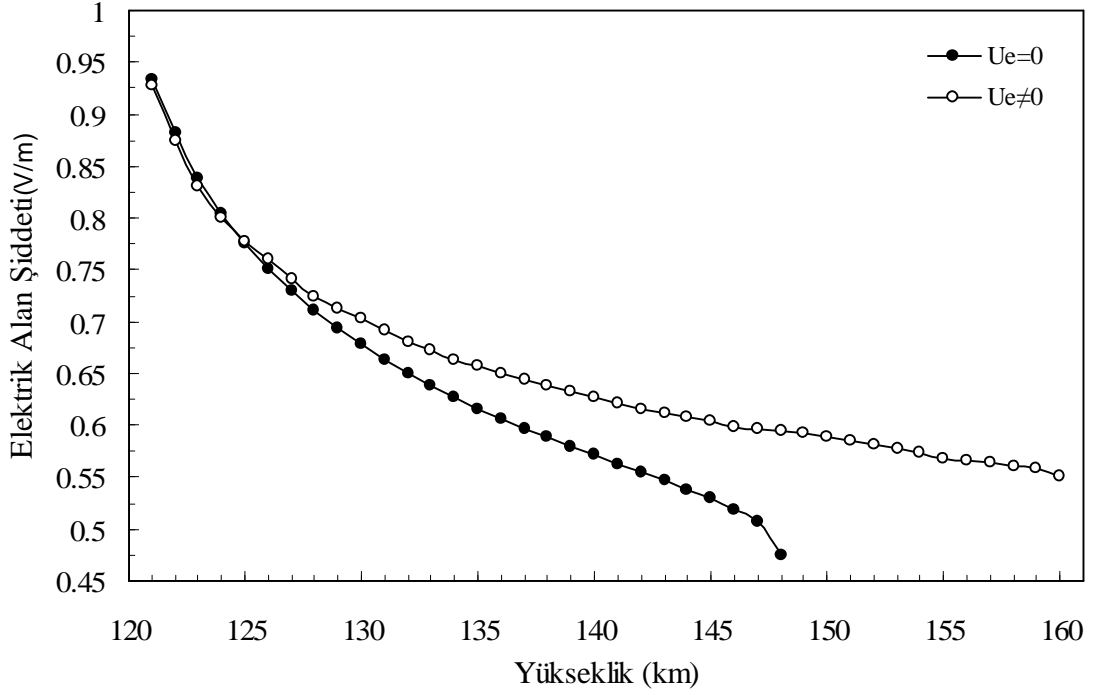
Şekil 6.2. Soğuk ve sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın 21 Haziran saat 12.00 YZ'daki elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi ($R \cong 10$).

Tablo 6.2. 21 Haziran saat 12.00 YZ'daki iyonosferik parametrelerin yükseklikle değişimleri ($R \approx 10$).

h (km)	N_e (el./m ³)	ω_{ce} (rad/s)	ω_{pe} (rad/s)	f_{pe} (MHz)	v_e (s ⁻¹)
120	1.301E+11	7.751E+06	2.035E+07	3.240	5.540E+03
130	1.385E+11	7.715E+06	2.099E+07	3.342	2.438E+03
140	1.446E+11	7.680E+06	2.145E+07	3.416	1.340E+03
150	1.517E+11	7.645E+06	2.197E+07	3.498	8.490E+02
160	1.603E+11	7.610E+06	2.258E+07	3.596	5.883E+02
170	1.714E+11	7.576E+06	2.336E+07	3.720	4.312E+02
180	1.891E+11	7.542E+06	2.453E+07	3.906	3.282E+02
190	2.282E+11	7.507E+06	2.695E+07	4.291	2.566E+02
200	2.585E+11	7.473E+06	2.868E+07	4.567	2.043E+02
210	3.029E+11	7.440E+06	3.105E+07	4.944	1.646E+02
220	3.369E+11	7.406E+06	3.274E+07	5.213	1.335E+02
230	3.590E+11	7.373E+06	3.380E+07	5.382	1.092E+02
240	3.700E+11	7.340E+06	3.431E+07	5.463	9.008E+01
250	3.725E+11	7.307E+06	3.443E+07	5.482	7.492E+01
260	3.701E+11	7.274E+06	3.432E+07	5.465	6.277E+01
270	3.642E+11	7.241E+06	3.404E+07	5.420	5.291E+01
280	3.549E+11	7.209E+06	3.361E+07	5.352	4.484E+01
290	3.428E+11	7.177E+06	3.303E+07	5.260	3.813E+01
300	3.283E+11	7.145E+06	3.232E+07	5.146	3.236E+01

23 Eylül saat 12.00 YZ'da dalğanın elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi Şekil 6.3 ile verilmiştir. Şekilden 120 km'de iyonosfere giren 3 MHz'lik her iki dalga incelendiğinde, dalğanın elektron sıcaklığının hesaba katılmadığı yani adyabatik ses hızının etkisinin olmadığı ($U_e = 0$) soğuk plazma içerisinde 148. km'den yansıdığı ve yaklaşık %53'ünün sındığu görülmektedir. Aynı Şekilde elektron sıcaklığının yani adyabatik ses hızının hesaba katıldığı ($U_e \neq 0$) sıcak plazma içerisindeki 3 MHz'lik dalğanın 160. km'den yansıdığı ve yaklaşık %45'inin sındığu görülmektedir. Buna göre adyabatik ses hızının hesaba katıldığı durumda dalğanın daha yüksekte yansıdığı ve daha az sındığu görülmektedir.

Bu tarihte hem soğuk plazmadaki hem de sıcak plazmadaki dalğanın sönümü daha üst bölgelerde daha hızlı geręekleřmiřtir. Bu durum Tablo 6.3'den de g r ld ğu gibi yine bu tarihte diğer tarihlerdeki benzer olarak daha alt y kseklilerdeki elektron yoğunluğunun daha az olmasına rağmen nötr yoğunluğun ve dolayısıyla elektron çarpışma frekansının daha fazla olmasından kaynaklanmaktadır [28-30].



Şekil 6.3. Soğuk ve sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın 23 Eylül saat 12.00 YZ'daki elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi ($R \approx 10$).

Tablo 6.3. 23 Eylül saat 12.00 YZ'daki iyonosferik parametrelerin yükseklikle değişimleri ($R \approx 10$).

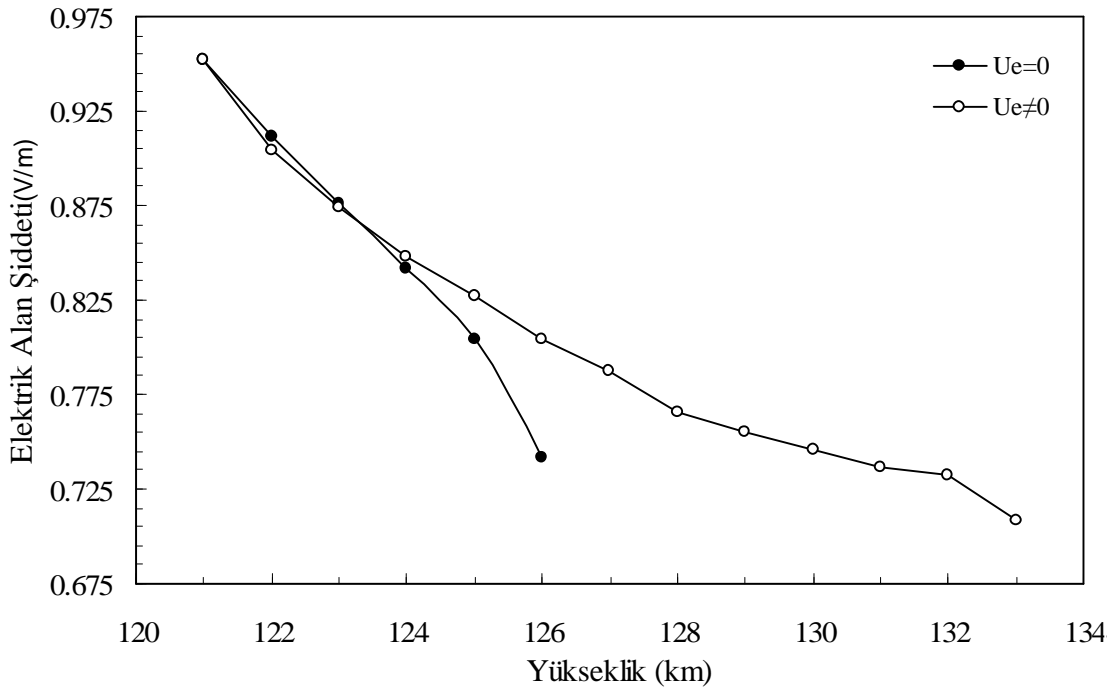
h (km)	N_e (el./m ³)	ω_{ce} (rad/s)	ω_{pe} (rad/s)	f_{pe} (MHz)	v_e (s ⁻¹)
120	1.169E+11	7.751E+06	1.929E+07	3.072	5.572E+03
130	1.247E+11	7.715E+06	1.992E+07	3.172	2.448E+03
140	1.303E+11	7.680E+06	2.036E+07	3.242	1.346E+03
150	1.369E+11	7.645E+06	2.087E+07	3.323	8.534E+02
160	1.451E+11	7.610E+06	2.149E+07	3.422	5.912E+02
170	1.564E+11	7.576E+06	2.231E+07	3.553	4.334E+02
180	1.799E+11	7.542E+06	2.392E+07	3.809	3.300E+02
190	2.234E+11	7.507E+06	2.666E+07	4.245	2.578E+02
200	2.697E+11	7.473E+06	2.930E+07	4.666	2.052E+02
210	3.210E+11	7.440E+06	3.196E+07	5.089	1.645E+02
220	3.587E+11	7.406E+06	3.379E+07	5.381	1.318E+02
230	3.812E+11	7.373E+06	3.483E+07	5.546	1.060E+02
240	3.904E+11	7.340E+06	3.524E+07	5.611	8.614E+01
250	3.905E+11	7.307E+06	3.525E+07	5.613	7.062E+01
260	3.864E+11	7.274E+06	3.506E+07	5.583	5.836E+01
270	3.786E+11	7.241E+06	3.471E+07	5.527	4.856E+01
280	3.676E+11	7.209E+06	3.420E+07	5.446	4.067E+01
290	3.538E+11	7.177E+06	3.355E+07	5.342	3.424E+01
300	3.377E+11	7.145E+06	3.278E+07	5.220	2.900E+01

Güneşin aktif olmadığı ($R \approx 10$) durumda 21 Aralık saat 12.00 YZ'da ekstraordinari dalga için veri alınamamıştır. Ancak bu gün ve saatte Güneş'in aktif olduğu ($R \approx 145$) durumda veri alınabilmiştir. Alınan veriler kullanılarak dalga genliğinin yükseklikle değişimi Şekil 6.4 ile verilmiştir.

Şekilden 120 km'de iyonosfere giren 3 MHz'lik dalga, ses hızının etkisinin olmadığı ($U_e = 0$) durumda 126. km'den yansımış ve yaklaşık %26'sı sönmüştür. Ses hızının hesaba katıldığı ($U_e \neq 0$) durumda ise dalga 133. km'den yansımış ve yaklaşık %30'u sönmüştür.

Buna göre, Güneş'in aktif olduğu durumda da adyabatik ses hızının hesaba katıldığı durumda dalganın daha yüksekte yansıdığı ve daha az söndüğü görülmektedir. Diğer mevsimlerde Güneş'in sakin döneminde görülen sönüm hızı karakteristiği bu mevsimde Güneş'in aktif durumunda da görülmüştür. Yani, dalganın sönümü daha üst bölgelerde daha hızlı gerçekleşmiştir.

Buradaki veiler 21 Haziran Yaz gündönümü ile karşılaştırıldığında her iki dalga da hemen hemen aynı yüksekliklerde yansımaya rağmen, 21 Aralıktaki elektron sıcaklığının hesaba katıldığı durumda dalga daha fazla sönüme uğramıştır. Bu durum Tablo 6.4 incelendiğinde aktif dönemde elektron yoğunluğunun ve çarpışma frekansının daha fazla olmasıyla izah edilebilir.



Şekil 6.4. Soğuk ve sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın 21 Aralık saat 12.00 YZ'daki elektrik alan şiddetinin yükseklikle değişimi ($R \approx 145$).

Tablo 6.4. 21 Aralık saat 12.00 YZ'daki iyonosferik parametrelerin yükseklikle değişimleri ($R \approx 145$).

h (km)	N_e (el./m ³)	ω_{ce} (rad/s)	ω_{pe} (rad/s)	f_{pe} (MHz)	v_e (s ⁻¹)
120	1.223E+11	7.751E+06	1.973E+07	3.142	5.642E+03
130	1.400E+11	7.715E+06	2.111E+07	3.361	2.468E+03
140	1.531E+11	7.680E+06	2.207E+07	3.514	1.352E+03
150	1.687E+11	7.645E+06	2.317E+07	3.689	8.550E+02
160	1.877E+11	7.610E+06	2.444E+07	3.892	5.912E+02
170	2.123E+11	7.576E+06	2.599E+07	4.139	4.330E+02
180	2.480E+11	7.542E+06	2.809E+07	4.473	3.293E+02
190	3.379E+11	7.507E+06	3.279E+07	5.221	2.572E+02
200	5.343E+11	7.473E+06	4.123E+07	6.565	2.046E+02
210	7.724E+11	7.440E+06	4.958E+07	7.895	1.644E+02
220	1.031E+12	7.406E+06	5.727E+07	9.119	1.326E+02
230	1.281E+12	7.373E+06	6.386E+07	10.17	1.078E+02
240	1.498E+12	7.340E+06	6.904E+07	10.99	8.842E+01
250	1.662E+12	7.307E+06	7.273E+07	11.58	7.317E+01
260	1.767E+12	7.274E+06	7.499E+07	11.94	6.101E+01
270	1.818E+12	7.241E+06	7.605E+07	12.11	5.120E+01
280	1.828E+12	7.209E+06	7.626E+07	12.14	4.321E+01
290	1.820E+12	7.177E+06	7.611E+07	12.12	3.663E+01
300	1.803E+12	7.145E+06	7.574E+07	12.06	3.110E+01

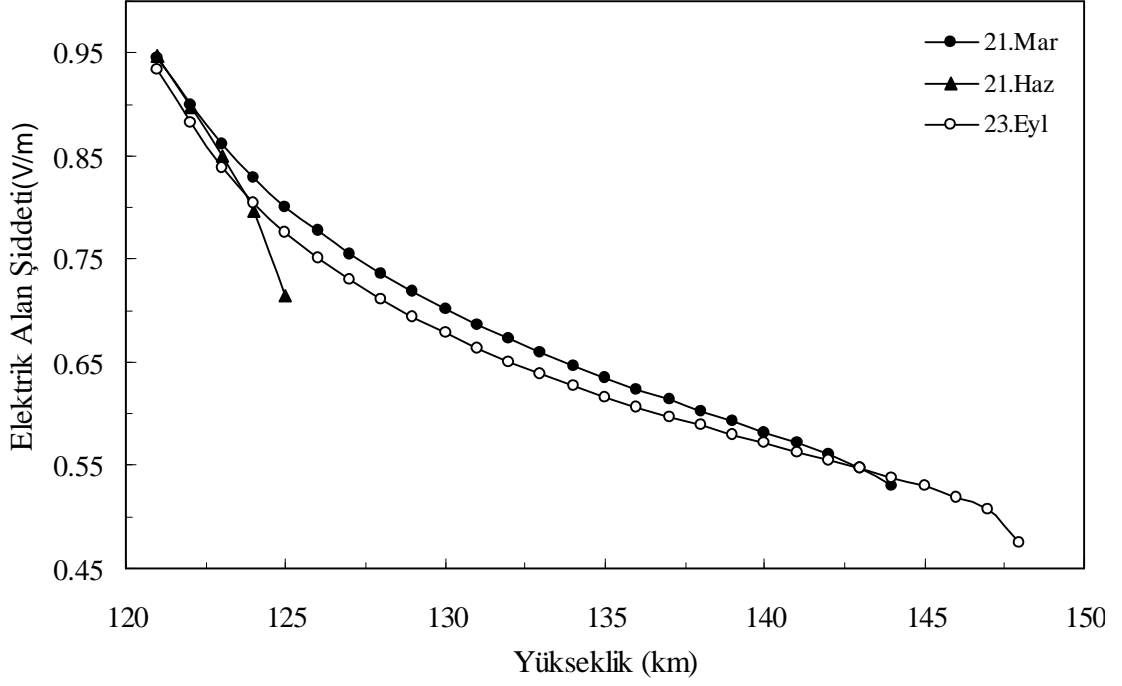
6.2. HF Ekstraordinari Dalga Genliğinin Sönümünün Mevsimsel Değişimi

Güneşin pasif olduğu durumda, soğuk plazmadaki 3 MHz'lik ekstraordinari dalğanın elektrik alan şiddetindeki sönümün mevsimsel değişimi Şekil 6.5 ile, sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstraordinari dalğanın elektrik alan şiddetindeki sönümün mevsimsel değişimi ise Şekil 6.6 ile verilmiştir.

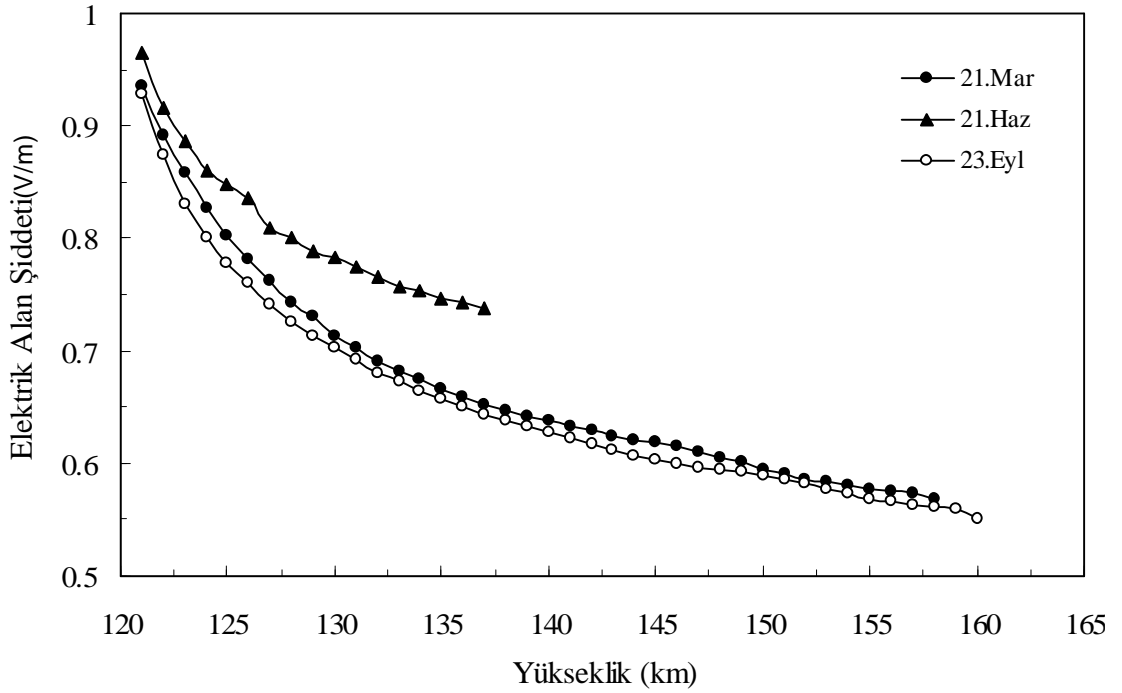
Şekiller incelendiğinde ekinoks tarihlerindeki soğuk plazmadaki değişimler hemen hemen aynı kabul edilebilir. Ancak 21 Haziran tarihinde yani yaz dönemi için farklı bir durum görülmektedir. Bu tarihte dalğanın genel olarak aynı yükseklikte diğer mevsimlere göre daha fazla söndüğü görülmektedir.

Sıcak plazmadaki değişimler incelendiğinde durumun soğuk plazmadaki değişime uymadığı net olarak gözlemlenmiştir. Soğuk plazmada 21 Haziran tarihinde dalğanın diğer mevsimlere göre daha fazla söndüğü görülürken, sıcak plazmada daha yüksekte yansımaya rağmen daha az sönmüş ve diğer mevsimle ile karşılaştırıldığında aynı yüksekliklerde sönümün daha az olduğu görülmüştür.

Güneşin pasif olduğu durumda, ekstraordinari dalga için 21 Aralık'ta hem soğuk plazma için hem de sıcak plazma için sonuç alınamamıştır.



Şekil 6.5. Soğuk plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın elektrik alan şiddetindeki sönümün mevsimsel değişimi ($R \approx 10$, Saat:12:00 YZ).



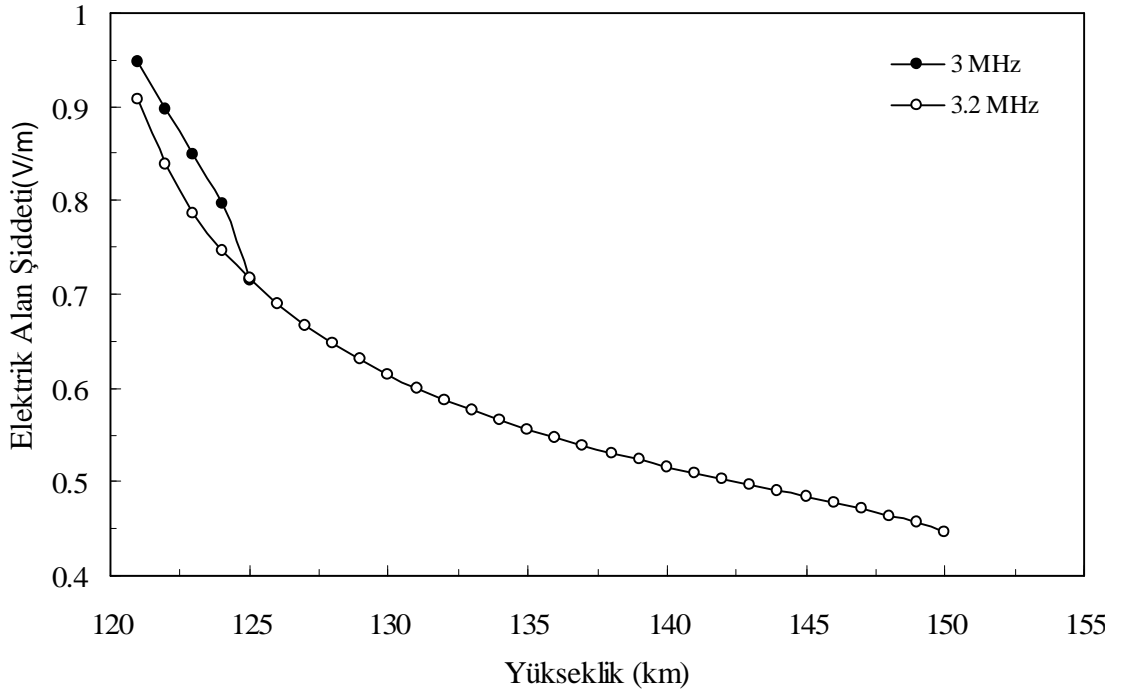
Şekil 6.6. Sıcak plazmadaki 3 MHz'lik ekstaordinari dalganın elektrik alan şiddetindeki sönümün mevsimsel değişimi ($R \approx 10$, Saat:12:00 YZ).

6.3. HF Ekstraordinari Dalga Genliğinin Sönümünün Frekansla Değişimi

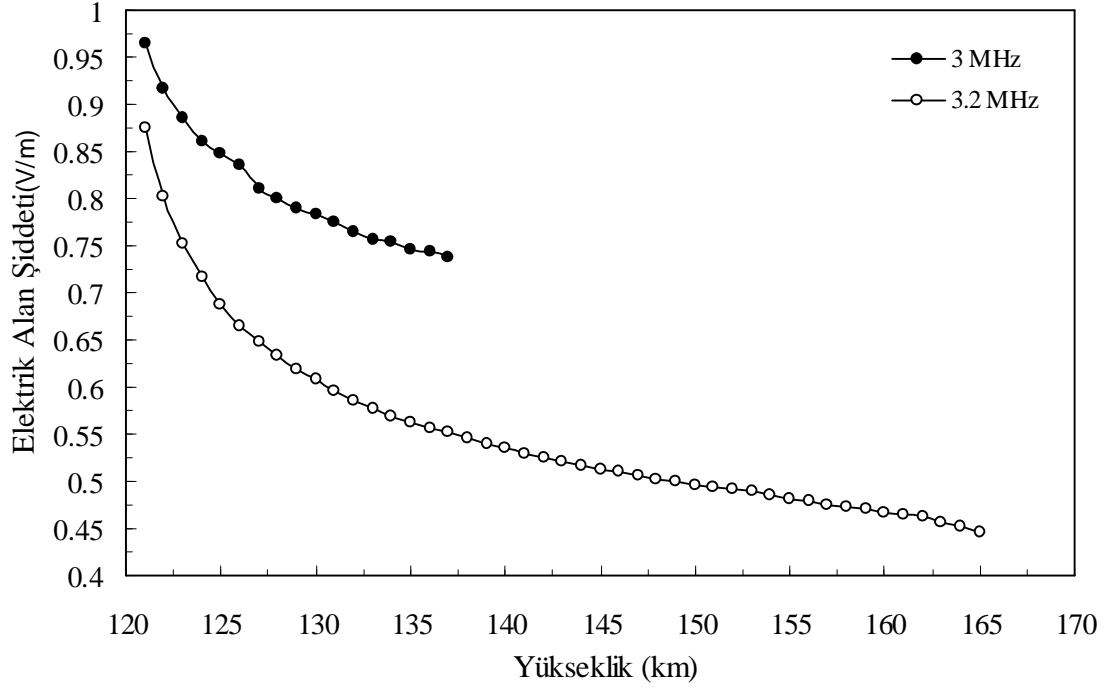
21 Haziran'da Güneşin pasif olduğu durumda, soğuk plazmadaki ekstaordinari dalganın elektrik alan şiddetindeki sönümün frekansla değişimi Şekil 6.7 ile, sıcak plazmadaki ekstaordinari dalganın elektrik alan şiddetindeki sönümün frekansla değişimi ise Şekil 6.8 ile verilmiştir.

Şekiller incelendiğinde soğuk plazmada frekanslar arasında çok büyük fark olmadığı, ancak daha düşük frekanslı dalganın düşük yüksekliklerde daha az sönüdüğü görülmektedir. Sıcak plazmadaki değişimler incelendiğinde frekans arttıkça dalganın daha yüksek bölgelerden yansıdığı ve iki dalga arasındaki farkın daha büyük olduğu ve farkın giderek büyüdüğü görülmektedir. Ayrıca frekans arttıkça, özellikle sıcak plazmada aynı yüksekliklerde sönümün daha fazla olduğu göze çarpmaktadır.

Ekstraordinari dalga için daha büyük frekanslarda sonuç alınamamıştır.



Şekil 6.7. Soğuk plazmada farklı frekans değerlerine sahip ekstaordinari dalganın elektrik alan şiddetindeki sönümün yükseklikle değişimi ($R \approx 10$, 21 Haziran saat:12:00 YZ).



Şekil 6.8. Sıcak plazmada farklı frekans değerlerine sahip ekstaordinari dalganın elektrik alan şiddetindeki sönümün yükseklikle değişimi ($R \approx 10$, 21 Haziran saat:12:00 YZ).

7. SONUÇ

Bu çalışmada, Yer'in manyetik alanı da göz önünde bulundurularak dikey ilerleyen dalga çalışılmış, soğuk ve sıcak plazma için iletkenlik tensörleri elde edilmiştir. Bu iletkenlikler dikey ilerleyen dalganın ayrılma bağıntısında kullanılmış ve ayrılma bağıntısından her iki durum için elde edilen ekstraordinari dalganın kırılma indisleri bulunarak analitik olarak dalganın sönümü elde edilmiştir. Elde edilen analitik ifadelerin sayısal analizleri yapılarak, elektron sıcaklığının etkisiyle oluşan elektron için adyabatik ses hızının dalganın sönümüne etkisi araştırılmış ve sonuçlar tartışılmıştır.

Yapılan analitik çalışmaların sonucunda, Yer'in manyetik alanının dalganın ilerleme yönüne dik bileşenin etkisiyle ordinari dalga ve ekstraordinari dalga şeklinde iki dalga oluştuğu ve elektron için adyabatik ses hızının ordinari dalgayı etkilemediği görülmüştür.

Ekstraordinari dalganın analitik sonuçları ise, dalganın kırılma indisinin ve buna bağlı sönümünün elektronun adyabatik ses hızının bir fonksiyonu olduğunu göstermiştir. Ekstraordinari dalga için yapılan sayısal analizler sonucunda;

1. Dalga sönümünün yükseklikle değişimleri incelendiğinde, Güneş'in pasif dönemlerinde 21 Mart, 21 Haziran ve 23 Eylül tarihlerinde elektron için adyabatik ses hızının hesaba katıldığı sıcak plazmada dalga soğuk plazmaya göre daha yüksekten yansımış ve daha az sönüme uğramıştır. Bu sonuca göre, elektron ses hızının dalganın genliğini artırdığı yargısına varılabilir.

2. Güneş'in aktif olduğu dönemdeki adyabatik ses hızının hesaba katıldığı durum incelendiğinde aynı sonuç görülmektedir. Ancak elektron-nötr parçacık çarpışmalarının artışı söz konusu olduğunda sönüm pasif döneme göre artmaktadır.

3. Sıcak plazmada aynı frekanslı dalga için mevsimsel değişime bakıldığında, dalganın genel olarak aynı yükseklikte diğer mevsimlere göre 21 Haziranda daha az sönüdüğü görülmektedir. Bu sonuç, 1 nolu yargımızı doğrulamaktadır.

4. Soğuk ve sıcak plazmadaki ekstraordinari dalganın sönümünün frekansla değişimi incelendiğinde, soğuk plazmada genel olarak frekanslar arasında çok büyük fark olmadığı, ancak sıcak plazmada frekans arttıkça dalganın daha yüksek bölgelerden yansıdığı ve düşük frekanslı dalganın sönümü ile farkın giderek büyüdüğü görülmüştür.

5. Ayrıca frekans arttıkça, özellikle sıcak plazmada aynı yüksekliklerde daha fazla sönüm gerçekleşmiştir.

Bu sonuçların yanı sıra, ekstraordinari dalga için Güneş'in pasif olduğu durumda 21 Aralık'ta hem soğuk plazma için hem de sıcak plazma için sonuç alınamamıştır. Güneşin aktif olduğu dönemde ise 21 Aralık dışındaki diğer mevsimlerde sonuç alınamamıştır. Ayrıca özellikle elektron sıcaklığının hesaba katılmadığı durumda, 3,2 MHz'den daha yüksek frekanslarda sonuç alınamamıştır.

8. KAYNAKLAR

- [1] S. Karatay, “Deprem ile İyonküredeki Toplam Elektron İçeriği Arasındaki İlişkinin Araştırılması” Doktora Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ, 2010.
- [2] F. T. Djuth. C. A. Gonzale ve M. H. Ierkic, *Temporal evaluation of the HF-enhanced plasma line in the Arecibo F region*, **Journal of Geophysical Research**, 91:11 (1986) 12089-12107.
- [3] R. Thompson, *Introduction to HF radio propagation*, IPS Radio & Space Services, Sydney-Australia, 1997.
- [4] R. C. Whitten ve J. G. Poppoff, *Fundamentals of Aeronomy*, John Wiley & Sons Inc, New York, 1971, 382-383.
- [5] R. Cross, *An Introduction to Alfvén Waves*, Printed in Great Britain by J.W. Arrowsmith Ltd. Bristol,1988, 215.
- [6] L. R. Lysak, *Electrodynamic coupling of the magnetosphere and ionosphere*, **Space Science Review**, 52:33 (1990) 1-68.
- [7] L. R. Lysak, *Propagation of Alfvén waves through the ionosphere: Dependence on ionospheric parameters*, **Journal of Geophysical Research**, 104:10 (1999) 1-17.
- [8] K. Davies, *Ionospheric Radio Propagation*, U.S. Government Printing Office, Washington, 1965, 159-173.
- [9] G. H. Booker, *Cold Plasma Waves*, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht-Netherlands, 1984, 349.
- [10] O. R. Dendy, *Plasma Dynamics*, Clarendon Press, Oxford, 1990, 161.
- [11] S. B. Tanenbaum, *Plasma Physic*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1967, 70, 108-409, 122.
- [12] M. Aydoğdu, E. Güzel, A Yeşil, O. Özcan, ve M. Canyılmaz, *Comparison of the calculated absorption and the measured field strength of HF waves reflected from the ionosphere*, **II Nuovo Cimento**, 30:3 (2007) 243-253.
- [13] A. Yeşil ve İ. Ünal, “Electromagnetic Wave Propagation in Ionospheric Plasma in Behaviour of Electromagnetic Waves in Different Media and Structures”, in Ali Akdagli (Ed.), Published by InTech, Croatia, 2011, 189-212.
- [14] G. D. Swanson, *Plasma Waves*, **Academic Press**, New York-San Diego, (1989) 446.
- [15] A. J. Ratcliffe, *The Magneto-ionic Theory and Its Applications to the Ionosphere*, Cambridge University Press, London, 1959, 7.
- [16] A. Yeşil ve M. Aydoğdu, *The Effect of the Electron Sound Speed on Wave Propagation in the Ionospheric Plasma*, **Acta Geophysica** 59:2 (2011) 398-406.
- [17] G. K. Budden, *The Propagation of Radio Waves*, Cambridge University Press, London, 1985, 327.
- [18] O. J. Oyinloye, *Equatorial HF radio wave absorption measurements and the IRI*, **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, 50 (1988) 519-522.

- [19] J. Lastovicka, J. Boska, ve D. Buresova, *Digital measurements of LF radio wave absorption in the lower ionosphere and inferred gravity wave activity*, **Annales Geophysicae**, 11 (1993) 937-946.
- [20] G. E. Belova, B. A. Pashin, ve B. W. Lyatsky, *Passage of a powerful HF radio wave through the lower ionosphere as a function of initial electron density profiles*, **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, 37 (1995) 265-272.
- [21] V. E. Mishin, ve B. Atamaniuk, *Radio wave turbulent absorption due to electron beam injection in the ionosphere*, **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, 57 (1995) 193-199.
- [22] O. Özcan, M. Aydoğdu, A. Yeşil, ve E. Güzel, *The damping of the radio waves in the ionospheric plasma over Elazığ*, **F.Ü. Fen ve Mühendislik Dergisi**, 8:2 (1996) 113-123.
- [23] İ. Ünal, O. Özcan ve M. Canyılmaz, *Ionospheric absorption of the HF radio wave in vertical propagation*, **Iranian J. of Sci. and Tech.-Trans.**, 31:4 (2007) 413-419.
- [24] M. Cho ve J. M. Rycroft, *Computer simulation of the electric field structure and optical emission from cloud-top to the ionosphere*, **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, 60 (1998) 871-888.
- [25] M. Takeda, ve T. Araki, *Electric conductivity of the ionosphere and nocturnal currents*, **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, 47:6 (1985) 601-609.
- [26] H. Rishbeth ve K. O. Garriott, *Introduction to Ionospheric Physics*, Academic Press, New York, 1969, 130-131.
- [27] İ. Ünal, “İyonküre İçerisinde Yayılan Yüksek Frekanslı (HF) Elektromanyetik Dalgaların Alan Şiddetinin Hesaplanması ve Ölçülmesi” Doktora Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ, 2003.
- [28] G. B. Ferguson ve F. L. Mcnamara, *Calculation of HF absorption using the international Reference Ionosphere*, **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, 48:1 (1986) 41-49.
- [29] A. J. Fejer, *The interaction of pulsed radio waves in ionosphere*, **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, 7 (1955) 322-332.
- [30] H. Kopka ve G. H. Möller, *Calculation of the field strength of a radio transmission for given electron density and collision frequency profiles*, AGARD Conference Proceeding (Oblique Ionospheric Radio Wave Propagation at Frequencies Near The Lowest Usable High Frequency), Technivision Services Slough, England, 1969, 209-218.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı: Serhat KORLAELÇİ

Doğum Yeri ve Tarihi: Adana 19.03.1980

Adres: Muş Alparslan Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, 49100 MUŞ

E-Posta: s.korlaelci@alparslan.edu.tr

Lisans: İnönü Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü

Mesleki Deneyim: 2009 yılından itibaren Muş Alparslan Üniversitesi'nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

Tezden Türetilen Yayınlar/Sunumlar:

Serhat Korlaelçi, İbrahim Ünal & Ali Yeşil “Adyabatik Ses Hızının İyonosferik Plazmada İlerleyen Ordinari Dalganın Sönümüne Etkisi”, VI. URSI (Union Radio Science International)-Türkiye Bilimsel Kongresi, 02-05 Eylül 2012, Doğu Üniversitesi, İSTANBUL.