

**T.C**  
**İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**EĞRİ EKSENLİ PIEZOELEKTRİK KİRİŞLERDE**  
**DEFORMASYON ANALİZİ**

**RAİF USTA**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**  
**ANABİLİM DALI**

**MALATYA**  
**EKİM 2013**

**T.C**  
**İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**EĞRİ EKSENLİ PİEZOELEKTRİK KİRİŞLERDE**  
**DEFORMASYON ANALİZİ**

**RAİF USTA**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**  
**ANABİLİM DALI**

**MALATYA**  
**EKİM 2013**

Tezin Başlığı : Eğri Eksenli Piezoelektrik Kirişlerde Deformasyon Analizi

Tezi Hazırlayan : Raif USTA

Sınav Tarihi : 22.10.2013

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

### **Sınav Jüri Üyeleri**

**Tez Danışmanı :** **Yrd. Doç. Dr. Eray ARSLAN .** .....  
İnönü Üniversitesi

**Yrd. Doç. Dr. Mehmet ERDEM** .....  
İnönü Üniversitesi

**Yrd. Doç. Dr. Cem ONAT** .....  
İnönü Üniversitesi

**Prof. Dr. Mehmet ALPARSLAN**

Enstitü Müdürü

## **ONUR SÖZÜ**

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Eğri Eksenli Piezoelektrik Kirişlerde Deformasyon Analizi” başlıklı bu çalışmanın bilimsel, ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada yönetimine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

**Raif USTA**

# İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER.....	i
ÖZET .....	ii
ABSTRACT.....	iii
TEŞEKKÜR.....	iv
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ.....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vii
TABLolar DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Piezoelektrik.....	2
1.1.1. Piezoelektrik Nedir?.....	2
1.1.2. Kimyasal Yapısı.....	2
1.1.3. Çalışma Prensibi.....	2
1.1.4. Kullanım Alanları.....	4
1.1.5. Uygulamalar.....	5
2. Literatür.....	9
3. Problemin Tanımı ve Araştırmanın Amacı.....	12
4. Temel Denklemler.....	14
4.1. Tek Tabakalı Piezoelektrik Kiriş İçin Çözüm.....	15
4.1.1. Gerilmeler.....	15
4.1.2. Elektrik Alanı.....	16
4.1.3. Yer Değiştirme.....	16
4.2. Piezoelektrik Eğri Eksenli Bi-morph Kiriş için Çözüm.....	18
4.2.1. Algılayıcı (Sensör) Kiriş için Çözüm.....	21
4.2.2. Tetikleyici (Actuator) Kiriş için Çözüm.....	21
5. Sayısal Sonuçlar.....	22
5.1. Tetikleyici (Actuator) Kiriş için Sayısal Sonuçlar (Modelin Sınanması)..	22
5.2. Algılayıcı (Sensör) Kiriş için Sayısal Sonuçlar.....	28
6. Sonuç ve Öneriler.....	53
7. Kaynakça.....	54
Özgeçmiş.....	57

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### EĞRİ EKSENLİ PIEZOELEKTRİK KİRİŞLERDE DEFORMASYON ANALİZİ

Raif USTA

İnönü Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

57 + x sayfa

2013

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Eray ARSLAN

Bu çalışmada, bir piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kirişin deformasyon ve elektriksel davranışlarını tarif eden bir matematiksel model geliştirilmiştir. İki tabakadan oluşan kompozit kirişin iç kısmındaki malzemenin piezoelektrik özelliklerine sahip olduğu, dış kısmındaki malzemenin kompozit kirişin elastik davranış sergilemesi amacıyla yerleştirildiği düşünülmektedir. Piezoelektrik malzemeler için tarif edilen temel denklemler kullanılarak model için genel denklemler türetilmiştir.

Bu model, ilk olarak, “tetikleyici (actuator)” olarak tasarlanan kirişteki deformasyon analizini yapmak için kullanılmış ve elde edilen sonuçlar aynı problem için Shi'nin [1] tasarladığı model sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Modelin güvenilirliğinin sınındığı bu karşılaştırmalarda Shi'nin çözümü [1] ile mükemmel bir uyumun sağlandığı gözlenmiştir.

Matematiksel model, “algılayıcı (sensör)” olarak davranan bir ucu sabit diğer ucuna eğilme momenti uygulanan piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kiriş için çözülmüş ve gerilme, elektrik potansiyeli ve yer değiştirme bileşenleri dağılımları çizelgeler halinde sunulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Piezoelektrik malzemeler, eğri eksenli bi-morph kiriş, algılayıcı (sensör) ve tetikleyici (actuator), analitik model, eğilme momenti

## **ABSTRACT**

**Master Thesis**

### **DEFORMATION ANALYSIS OF PIEZOELECTRIC CURVED BEAMS**

**Raif USTA**

**Inonu University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Mechanical Engineering**

**57 + x sayfa**

**2013**

**Supervisor: Assist. Prof. Dr. Eray ARSLAN**

In this study, a mathematical model which describes the deformation and electrical behaviors of a bi-morph piezoelectric curved beam is developed. It is considered that the two-layer composite beam consists of an inner layer material which has piezoelectric properties and an outer layer behaving as an elastic material. By using the basic equations that introduced for piezoelectric materials, general equations are derived for the model.

First, this model is used for the deformation analysis of the beam designed as “actuator” and the results are compared with those of a model designed by Shi [1]. Verification is satisfied with those comparisons and a perfect agreement is obtained.

The mathematical model is then solved for a bi-morph piezoelectric curved beam behaving as a “sensor”, fixed at one end and the other end is under pure bending moment. Distribution of stresses, electric potential and displacement components are presented in figures.

**Keywords:** Piezoelectric materials, curved bi-morph beam, sensor and actuator, analytical model, bending moment

## TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın her aőamasında yardım, öneri ve desteğini esirgemeden beni yönlendiren danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Eray ARSLAN'a;

Eğri eksenli piezoelektrik kirişlerde deformasyon analizi konusunda yardımlarda bulunan bölümümüz Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı Baőkanı Prof. Dr. Suat CANBAZOğLU'na;

Tezde bana yardımcı olan sevgili arkadaőım, bölümümüzün Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Öğrencilerimizden Sefa AKTAŐ'a ;

Yüksek lisans süresince çalıőtığım őirket olan Tümaş A.Ő yöneticilerimden bana eğitimim için izin veren ilk proje müdürüm Ümit ÖZPEKMEZCİ'ye, kontrol amirim Orhan TEL'e ve özellikle őu anki proje müdürüm İhsan TOPRAK'a;

Ayrıca tüm hayatım boyunca olduğu gibi yüksek lisans çalıőmalarım sürecince de benden desteklerini esirgemeyen değerli AİLEM'e ve özellikle abim Serdal USTA'ya;

teşekkür ederim.



## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$\varepsilon_r$	Radyal şekil değiştirme bileşeni
$\varepsilon_\theta$	Açısal şekil değiştirme bileşeni
$\emptyset$	Elektrik potansiyeli
$\sigma_r$	Radyal Gerilme bileşeni
$\sigma_\theta$	Açısal Gerilme bileşeni
$\zeta$	Dielektrik sabitler ( $10^6 m F^{-1}$ )
$\tau_{r\theta}$	Kayma gerilmesi
$a$	Kirişin iç tabakasının iç yarıçapı
$b$	Kirişin dış tabakasının dış yarıçapı
$c$	İç tabaka ve dış tabakanın arayüz koordinatı
$C_i, C_{ij}$	Keyfi integrasyon sabitleri ( $i=1-4, j=1,2$ )
$D_i$	Keyfi integrasyon sabitleri ( $i=1-3$ )
$D_r$	Radyal indüksiyon akımı
$D_\theta$	Açısal indüksiyon akımı
$E_r$	Radyal elektrik alanı
$E_\theta$	Açısal elektrik alanı
$g$	Piezoelektrik sabitler ( $10^{-3} m^2 C^{-1}$ )
$G$	Sabit
$S$	Elastik sabitler ( $10^{-12} m^2 N^{-1}$ )
$u$	Radyal yer değiştirme
$v$	Açısal yer değiştirme
$V_0$	Tetikleyici kirişe uygulanan elektrik potansiyeli

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.	Piezoelektrik malzeme üzerine basınç uygulanması sonucu oluşan voltaj [5].....	3
Şekil 2.	Piezoelektrik bi-morph malzemeye voltaj verilmesi ile genişmesi [5].....	4
Şekil 3.	Kara yolları kamyon uygulaması [8].....	7
Şekil 4.1.	Rüzgarın kullanıldığı rüzgar çubukları [8].....	8
Şekil 4.2.	Rüzgar kullanıldığı uygulamalar [8].....	8
Şekil 4.3.	Rüzgar çubukları [9].....	8
Şekil 5.	(a) Tek boyutlu eğri eksenli kiriş ve (b) Dairesel kesitli kirişlerin enine kesitleri [22].....	10
Şekil 6.	(a) Alüminyum plakalar üzerine ve (b) plakalarının arasına yama yapılmış piezoelektrik kristaller [28].....	10
Şekil 7.	Piezoelektrik sensörlerin geometrik bir kiriş üzerinde uygulanması [29].....	11
Şekil 8.	Kavisli Piezoelektrik Malzemenin Bükülmesi [30].....	11
Şekil 9.	Çok Katmanlı Piezoelektrik Kompozitler [31].....	12
Şekil 10.	Piezoelektrik Eğri Eksenli Bi-morph Kiriş .....	13

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1.	$\theta = 0$ için $r = b$ 'deki radyal ve açısai yer değiştirmelerin artan elektrik potansiyeli ile değişimleri.....	24
Çizelge 1.2.	$V_0 = 100 V$ için, $0 < \theta < \pi/2$ aralığında $r = c$ 'de oluşan radyal ve açısai yer değiştirmeler.....	25
Çizelge 1.3.	$V_0 = 100 V$ için radyal gerilme dağılımı.....	26
Çizelge 1.4.	$V_0 = 100 V$ için açısai gerilme dağılımı.....	27
Çizelge 2.1.	$M = 0.1 Nm$ , $\theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) radyal ve açısai yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	29
Çizelge 2.2.	$M = 0.2 Nm$ , $\theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) radyal ve açısai yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	30
Çizelge 2.3.	$M = 0.4 Nm$ , $\theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) radyal ve açısai yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	31
Çizelge 2.4.	$M = 0.6 Nm$ , $\theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) radyal ve açısai yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	32
Çizelge 2.5.	$M = 0.8 Nm$ , $\theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) radyal ve açısai yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	33
Çizelge 2.6.	$M = 1.0 Nm$ , $\theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) radyal ve açısai yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	34
Çizelge 2.7.	$M = 2.0 Nm$ , $\theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) radyal ve açısai yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	35
Çizelge 2.8.	$M = 3.0 Nm$ , $\theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) radyal ve açısai yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	36
Çizelge 2.9.	$M = 4.0 Nm$ , $\theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısai gerilme, (c) radyal ve açısai yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	37

Çizelge 2.10.	$M = 5.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	38
Çizelge 2.11.	$M = 6.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	39
Çizelge 2.12.	$M = 7.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	40
Çizelge 2.13.	$M = 8.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	41
Çizelge 2.14.	$M = 9.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	42
Çizelge 2.15.	$M = 10.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	43
Çizelge 2.16.	$M = 12.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	44
Çizelge 2.17.	$M = 14.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	45
Çizelge 2.18.	$M = 16.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	46
Çizelge 2.19.	$M = 18.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	47
Çizelge 2.20.	$M = 20.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	48
Çizelge 2.21.	$M = 25.0 Nm, \theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısıl gerilme, (c) radyal ve açısıl yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	49

Çizelge 2.22.	$M = 30.0 \text{ Nm}$ , $\theta = 0$ için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açılal gerilme, (c) radyal ve açılal yer değıştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları.....	50
Çizelge 3.	$M = 1.0 \text{ Nm}$ altında, $r = c$ 'deki radyal ve açılal yer değıştirmelerin $\theta$ 'ya göre değışimi.....	51
Çizelge 4.	Artan eğilme momenti (M) ile kirişte oluşlan maksimum elektrik potansiyeli ( $V_{max}$ ) değışimi.....	52

## **TABLÖLAR DİZİNİ**

Tablo 1. Tabakalar için fiziksel özellikler .....	22
---	----

## 1. Giriş

Fosil enerji kaynaklarının bir yandan tükenmek üzere olması, diğer bir yandan da doğaya ve insan hayatına verdiği zararlar nedeniyle, yenilenebilir enerji kaynakları son zamanlarda oldukça önem kazanmıştır [2]. Piezoelektrik malzemeler de, yenilenebilir enerji kaynakları arasında yer alan doğal kristalleri içermektedir. Piezoelektrik kristaller, üzerine uygulanan mekanik yükün etkisi ile elektrik potansiyeli meydana getirme özelliğine sahip malzemelerdir [3]. Bu kristallerin enerji kaynağı amaçlı kullanılmasının dışında, “algılayıcı (sensör)” ve “tetikleyici (actuator)” olarak kullanılması mümkün görülmektedir [1].

Günümüzde alternatif enerji kaynakları önemli bir konu olarak tartışılmaktadır. Bu kapsamda, piezoelektrik malzemeler çalışma prensipleri dolayısıyla alternatif enerji kaynağı olarak düşünülebilirler. Özellikle kullanıldığı yapılar göz önünde bulundurulursa; hasat edilen enerji, üretilen voltaj ile kullanıldığı yapının tüm enerji ihtiyacını karşılayabilir. Uygun piezoelektrik malzeme kullanımı, geometri seçimi ve piezoelektrik malzemenin yapı üzerinde uygulanacakları yerin optimum belirlenmesi ile enerji kazanımı maksimize edilebilir [4].

Elektrik enerjisi kaynağı olma dışında, çok küçük voltajlar üretildiği için piezoelektrik malzemeler “algılayıcı (sensör)” ve “tetikleyici (actuator)” olarak da kullanılmaktadır. Günlük hayatımızda birçok örneğiyle karşılaştığımız bu malzemelerin en verimli şekilde kullanılma gerekliliğini doğurmuştur. Örnek olarak mikrofonlarda, hırsız alarm cihazlarında, gemilerde derinlik ve hedef bulmaya yarayan sonar cihazlarında ve daha birçok farklı cihazlarda kullanılmaktadırlar [5]. Günlük hayatta ve mühendislik uygulamalarında bu kadar çok kullanılan bu kristallerin mekanik ve elektriksel davranışlarının doğru tespit edilmesi büyük önem kazanmaktadır.

Yurt içinde ve yurt dışında piezoelektrik malzemeler üzerinde birçok deneysel çalışmalar yapılmaya devam etmektedir. Yapılan bilimsel çalışmalar ve yapılan yatırımlar bu malzemelerin yakın zamanda birçok farklı uygulamalarda kullanılabilirliğini göstermektedir. Teknolojik açıdan önem arz eden bu sistemler ile ilgili birçok makaleler yayınlanmıştır. Farklı boyutlarda analizler yapılmış ve matematiksel modeller üretilmiştir [3].

## **1.1. Piezoelektrik**

### **1.1.1. Piezoelektrik Nedir?**

Piezo kelimesi, Yunanca'dan türetilmiştir; “sıkıştırmak, basınç uygulamak” anlamlarına gelmektedir. Piezoelektrik, malzemelere uygulanan mekanik basınç sonucunda, malzemenin elektrik alan ya da elektrik potansiyeli [5] yaratma yeteneğidir. Bu etki, malzemenin içindeki polarizasyon yoğunluğundaki değişimle doğrudan ilişkilidir. Eğer malzeme kısa devre değilse, uygulanan gerilme malzemede bir voltaj meydana getirir.

### **1.1.2. Kimyasal Yapısı**

Piezoelektrik, belirli bir seramik gurubun sahip olabileceği elektriksel bir özelliktir. Son 40 yıl içerisindeki çalışmalar göstermiştir ki, Baryum Titanat ( $BaTiO_3$ )'tan üretilen seramiklere yüksek statik elektrik alanı uygulandığı takdirde piezoelektrik özelliğe rastlanabilmektedir. Ancak Baryum Titanatın yapısal bazı nitelikleri, piezoelektriksel özelliğin ortaya çıkmasına engel teşkil etmektedir. Bu durum başka piezoelektrik seramiklere de gereksinim duyulduğunu ortaya çıkarmıştır. Yapılan daha geniş çaplı araştırmalar, kurşun nitrat ( $Pb(NO_3)_2$ ) - kurşun zirkonat (PZT-4) sisteminin varlığını kanıtlamıştır [5].

Kısaca PZT diye adlandırılan bu yeni kompozisyonun baryum titanattan daha çok tercih edilmesinin sebebi sahip olduğu üstün özellikleridir. Daha kolay sinterlenebilmesi, başka bileşiklerle çok çeşitli kompozisyonlar oluşturulabilmesi ve piezoelektrik uygulamalarda, elektriksel özellikleri açısından baryum titanattan daha dayanıklı bir davranış sergilemesi onu bu alanda daha çok tercih edilen bir malzemeye dönüştürmüştür [5].

### **1.1.3. Çalışma Prensibi**

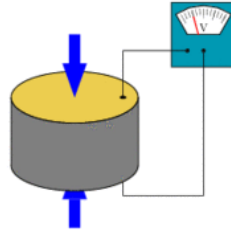
Piezoelektrik malzemeler, gösterdikleri hızlı davranıştan dolayı titreşim kontrolü ve aktif yapısal akustik kontrol gibi küçük strokların gerekli olduğu yüksek frekans uygulamalarında tercihi bir şekilde kullanılmaktadırlar. Bir “algılayıcı (sensör)” ve “tetikleyici (actuator)” olarak [3] kullanılan piezoelektrik davranış bir elektrik alanın sebep olduğu gerinmeyi hesaplayarak önceden tahmin edilebilir veya bu işlemin tersi de kullanılabilir. Genellikle, şekil değiştirme ve elektrik alan arasındaki bağıntı doğrusal değildir ve çevrim esnasında şekil



değiştirme-elektrik alan düzleminde bir histerisis olarak gözlenir. Bu bağıntıyı tesis etmek için, tasarımcı zamanla, sürtünme etkisiyle, yaşlanma ve piezoelektrik etkinin azalması ile değişen malzeme özelliklerini belirlemek zorunda kalacaktır. Piezoelektrik malzemeler elektrik enerjisini mekanik enerjiye, mekanik enerjiyi elektrik enerjisine çevirme yeteneğine sahip malzemeler oldukları için bu özelliklerden yararlanılarak “algılayıcı (sensör)” ve “tetikleyici (actuator)” olarak [3] sıkça kullanılmaktadır. Elektrotlar yardımı ile bir gerilim uygulandığında mekanik bir hareketle cevap vermesi veya mekanik bir baskı sonucunda bünyesine bağlanan elektrotlardan gerilim elde edilmesi bu sert malzemelerin öncelikli olarak yapısal sistemlerin üzerine araştırma yapılmasını ortaya çıkarmıştır [6].

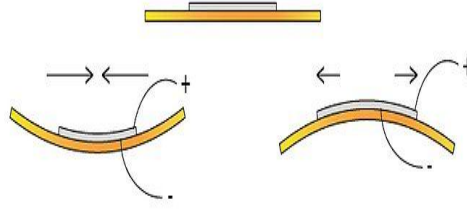
Piezoelektrik seramiklerde düz ve ters etki diye adlandırılan 2 çeşit etki görülür. Düz etkide, uygulanan mekanik yüke karşılık elektrik yükü oluşur (bkz. Şekil 1). Ters etkide ise seramik, elektrik alanına tabi tutulunca malzemede mekanik bir hareket meydana gelir. Bu mekanik hareket aslında gözle görülemeyecek kadar küçük oranda malzemenin boyutlarında meydana gelen değişikliklerdir. Uygulanan alanın şiddetine ve yönüne göre seramik enine ya da boyuna uzar [5].

Piezoelektrik etki, 1800 yılında Jacques ve Pierre Curie kardeşler tarafından bulunmuştur. Turmalin, topaz, quartz gibi kristallere mekanik basınç uygulanması sonucunda yapılan baskıyla orantılı elektriklenme görülmüştür. Uygulanan basınç voltaj oluşturur ve bu voltaj maddede % 4 oranında bir hacim değişikliğine yol açar [5].



**Şekil 1.** Piezoelektrik malzeme üzerine basınç uygulanması sonucu oluşan voltaj [5]

Aynı şekilde söz konusu iki yüzün her biri üstüne +q ve -q (voltaj) yükleri uygulanırsa ya da bu yüzler arasına bir potansiyel fark uygulanırsa (bkz. Şekil 2), levhanın belirli bir doğrultuda genişlediği ya da kasıldığı gözlenir. Uygulanan baskı elektrik potansiyeli ile orantılıdır. Sonuç olarak piezoelektrik etki ve bunun tersi, bir mekanik kuvvetin bir elektriksel potansiyel farkına doğrudan dönüşümünü sağlar.



**Şekil 2.** Piezoelektrik bi-morph malzemeye voltaj verilmesi ile genleşmesi [5]

Piezoelektrik seramiklerin başarılı bir şekilde uygulanabilir olmasındaki en büyük etken, sıkça kullanılan ve insan hayatını kolaylaştıran alet ve makinalara kolayca adapte edilebilmeleridir. Düşük maliyet, küçük boyut ve yüksek güvenilirlik gibi özellikler de tasarım mühendislerine cazip gelen özellikleridir. Bu nedenle, bu malzemelere karşı gittikçe artan bir talep söz konusudur [5].

#### 1.1.4. Kullanım Alanları

Piezoelektrik malzemelerin kullanım alanlarını aşağıdaki gibi sıralamak mümkündür:

- Dizel enjeksiyon ateşleme sistemine sahip dizel araçlarda piezoelektrik malzeme kullanılmaktadır. Yanma odasına yakıtı zerrecikler halinde püskürten sistemlerde [5].
- Yüksek voltaj jeneratörlerinde ; Normal jeneratörlerden farklı olarak voltaj yerine gerilim üretmektedir. Bu gerilimin üretilmesini sağlayan sistemlerde piezoelektrik malzemelerdir. Rotorların sarıldığı metallere piezodan oluşmaktadır [5].
- Ultrasonik jeneratörlerde (ultrasonik temizleyici, sonar, ultrasonik kaynak) [7].
- Pikap iğnelerinde, mikrofonlarda sensör olarak, [5]
- Radyo vericilerinin frekans kontrolleri, telefon iletişimi uygulamalarındaki dalga filtrelerinde [5].
- Gemilerde derinlik ve hedef bulmaya yarayan sonar cihazlarında, (Sonar cihazında piezoelektrik olayıyla su içine ses yayımı yapılır. Sesi çıkaran elektrik enerjisi titreşen kristallerdir. Ses yansıyınca bu defa kristaller suyun ses yüzünden sıkışmasıyla titreşir. Titreşen kristaller elektrik dalgaları üreterek ses ve ekranda görüntü olarak hedef tespiti yapılır.) [7].

- g) Hırsız alarm için ultrasonik ses üreteçleri ve ultrasonik cihazlar, otomatik kapı açıcıları ve uzaktan kumanda araçları gibi çok sayıda özel amaçlı kullanım için olanak sağlıyor [5].

### 1.1.5. Uygulamalar

**Mikrofon:** Piezoelektrik malzemelerin burada kullanımına “Transdüktör” adı verilir. İlke olarak piezoelektrik transdüktörler, motor ve üreteç gibi öteki mekanik dönüştürücülerle boy ölçüşebilirler. Ancak uygulamada, mekanik yer değiştirmelerde üretilen elektrik miktarı, çok küçük değerlerle sınırlı kalmaktadır. Ses ötesi bölgesinde yinelenen bir çalışma düzeni uygulandığında, 1 ile 10 beygüçü arasında elektrik akımı üretilebilir. Çalışma frekansı yükseltildiğinde daha yararlı sonuçlar verdiklerinden, piezoelektrik malzemeler, ses alanında, özellikle ses ötesi uygulamalarda başarıyla kullanılmaktadır [5].

**Pikap kafaları:** Piezoelektrik malzemelerin en yaygın kullanımından biri de pikap kafalarında kullanılmalarıdır. 1950 yıllarına kadar piyasada en çok tutulan billur; Rochelle tuzuydu. Rochelle tuzu sonradan yerini, baryum titanat ve kurşun zirkonat titanata bıraktı. Plak üstündeki kayıta iğnenin yarattığı "kuvvet, 15 grani arasında değişir ve buna uygun olarak elde edilen çıkış gerilimi, seramik malzeme için "D, 10,5 V olur [5].

**Sesötesi uygulamaları** Su ve öteki sıvılar içindeki ses dalgalarının algılanmasında ya da bunların üretilmesinde, piezoelektrik seramiklerin özel bir yeri vardır. Bunlar, 20-100 kHz aralığında çalışan ses ötesi temizleyicilerde de kullanılırlar. Ses ötesi aygıtlarda, titreşim yapan piezoelektrik maddeler, sıvı içinde boşluklar oluşturur. Bu boşluklar, bir yüzey tarafından emilmiş olan kir parçacıklarının sökülmesini sağlarlar. Sonar aygıtları da aynı frekans aralığında çalışır, hem verici, hem de alıcı görevi yaparlar. Herhangi bir cisimden yansıtıp geri dönen dalganın, gidip dönme için aldığı zaman, o cismin konumunu belirlemede kullanılır. Bu teknik, balık sürülerinin saptanmasında ve su derinliğinin Ölçülmesinde çok yararlıdır. Ses ötesi kesicilerde, kaynak makinalarında ve lehim aygıtlarında, düşük genlikli, yüksek güçlü hareketlere gereksinim vardır. Hem plastiklere, hem de metallere uygulanabilen kaynak makinaları geliştirilmiştir. Ses ötesi dalgalar, tıpta da kullanılır. Beden dokularının dalgaları yansıtma zamanı ölçülerek, kemiklerdeki çatlaklar saptanabilir [5].

**Yüksek gerilim kaynakları:** Piezoelektrik değişmezlerinin incelenmesi sonucunda, 500 barlık bir basınç uygulamasıyla, santimetre başına 515 kV'luk gerilimlerin elde edilebileceği anlaşılmıştır. Bu tür aygıtlar, benzinli motorlarda bujileri çalıştırabilecek güçte elektrik üretebilirler. Ne var ki; sürekli basınç altında seramik öğeler kutuplaşma özelliklerini yitirdiklerinden, bu tür bir uygulama henüz gerçekleştirilememiştir. Piezoelektrik sistemin, manyetolu ve indüksiyon bobinli sistemlerden üstünlüğü, gerilim üretiminin, motorun hızına bağlı olmamasından kaynaklanır. Günümüzde mutfak ocaklarının, gazlı ısıtıcıların ve çakmakların ateşlenmesinde de piezoelektrikten yararlanılmaktadır. Bunlarda seramiğe basınç, ya yavaş yavaş ya da aniden uygulanır [5].

**Yer değiştirme transdüktörleri:** Elde edilen gerilme, sıkıştırma miktarıyla orantılı olduğundan, piezoelektrik yöntemle mesafe ölçümü yapılabilir. Kalp atışlarıyla ilgili periyodik basınç değişimini ölçmek için, kan damarlarına çok küçük transdüktörler yerleştirilmiştir. Nükleer reaktörlerdeki su kaynamasını algılamak için de, ses alıcı transdüktörler geliştirilmiştir [5].

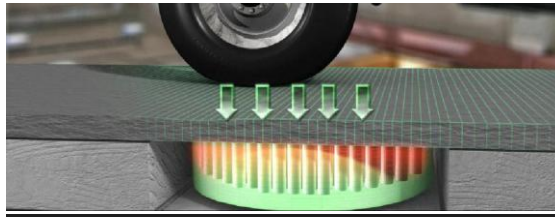
**Elektronik uygulamalar:** Bilgisayarlarda, veriler işlenirken, sinyallerin belirli miktarda (sözgelimi 1saniyeden başlayarak) geciktirilmesi gerekir. Uygun büyüklükte elementler kullanıldığında, katılar içinden geçen ses, sinyal gecikmeleri oluşturur. Seramik malzemeden geçen ses dalgası, bu malzemeyi bozulmaya uğratarak, yeni bir elektrik sinyalinin doğmasına yol açar. Kurşun zirkonat titanat içinde sesin yayılma hızı, 2500 m/san'dir. 30 MHz'lik frekans sağlamak için gerekli billur kalınlığı, 0,05 mm'dir. Piezoelektrik billurlar, elektrik devrelerindeki çalışma frekansını saptama ve: sınırlamada çok yararlı olurlar.. Bu devrelerde, piezoelektrik billurun mekanik REZONANS frekansı, elektrik sinyalini etkiler. Özel rezonans frekanslarıyla elektrik enerjisinin önce esneme enerjisine, sonra da yeniden elektrik enerjisine dönüştürülür. Bu aygıtlar, radyo alıcı ve vericilerinde, orta frekanslar için filtre olarak kullanılırlar. Rezonans frekansında, seramik maddelerin kararlılığı zayıftır. Bu yüzden, kuvars saatlerindeki gibi yüksek duyarlılık istendiğinde, kuvars billurları kullanılır [5].

**Karayolları Kamyon Uygulaması:** Uzman akademisyenlerce kurulan Innowattech, firması otoyol, tren yolu, fabrika giriş ve çıkışları, ağır pres makineleri gibi, sürekli olarak ağır ve değişken yüklere maruz kalan alanlarda geliştirdiği optimize edilmiş tasarım ile doğaya hiçbir zarar vermeden yenilenebilir enerji üretilmesini sağlarken bu yüklerin ve trafiğin de sürekli takibine olanak verir

(bkz. Şekil 3). Innowattech'in çözümü mevcut yapıyı koruyarak gelişim sağlar. Asfaltın altında beton zemin üzerine eklenen piezo jeneratörlerin üzeri bitümlü tabakayla kaplanarak korumaya alındıktan sonra üzeri asfalt ile kaplanır ve 30 yıla uzanan jeneratör ömrü sağlanır. Üretilen elektriğin şebekeye verilmesi ya da bataryalarda saklanması mümkün olacaktır. Saatte 500 ağır vasıta aracın geçtiği 1 km uzunluğunda yolda 200 kWh/h elektrik üretimi mümkün olacaktır [8].



(a)

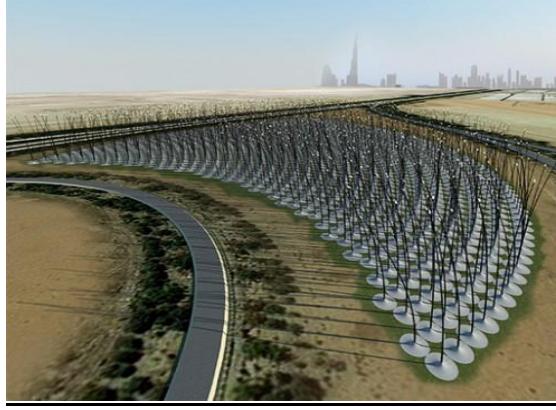


(b)

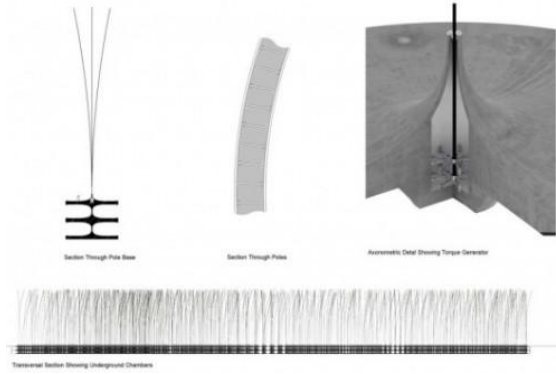
**Şekil 3.** Karayolları kamyon uygulaması [8]

**Rüzgarın Kullanıldığı Uygulamalar:** Rüzgar türbinleri zamanla daha devasa boyutlara ulaştılar ve daha hafif ve kompozit malzemeler ile sofistike kanatlara sahip oldular. Rüzgardan elektrik üretmenin genel prensibi, dönen kanatlar ile kinetik enerjiyi yakalayıp temiz enerjiye çevirme yolu büyük ihtimalle pek değişmeyecek fakat bu rüzgarı hasat etmenin başka yolu olmadığı anlamına gelmeyecektir.

Şekil 41.-4.3'de görülen rüzgar enerjisi teknolojisi, bitki sapına benzeyen devasa sapların rüzgarda salınım yapmasıyla elektrik üretiyor ve bu sistem temelinde piezoelektrik prensibine dayanıyor. Bu sapların tepesine LED'ler yerleştirilmiş ve bu LED'lerin parlaklığı rüzgarın hızına göre değişiyor. Bu konsept New York'lu tasarım firması olan Atelier DNA şirketi tarafından oluşturuldu. [9]



Şekil 4.1. Rüzgarın kullanıldığı rüzgar çubukları [9]



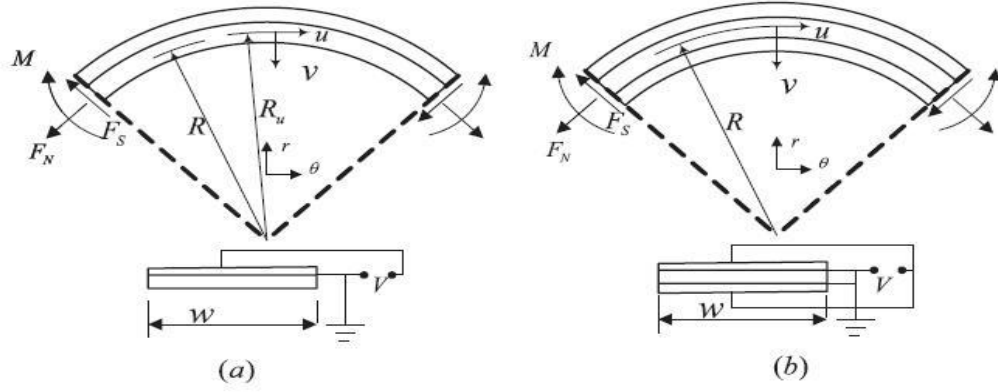
Şekil 4.2. Rüzgarın kullanıldığı uygulamalar [9]



Şekil 4.3. Rüzgar çubukları [9]

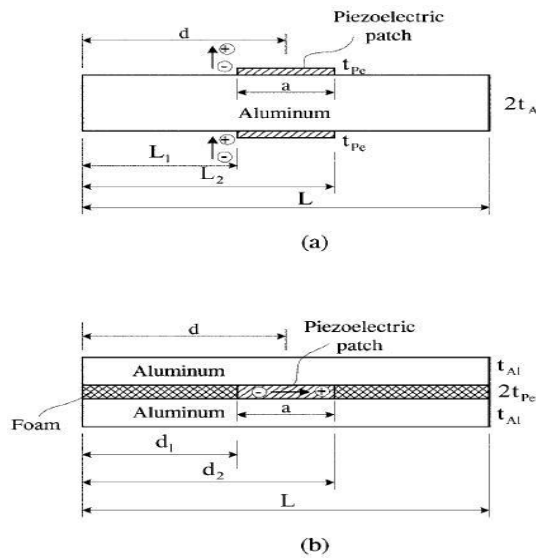
## 2. Literatür

Piezoelektrik malzemelerin kullanım alanlarının bolluğu ve gelecek vadeden potansiyeli nedeniyle mekanik davranışların incelendiği birçok akademik çalışma yapılmıştır. Piezoelektrik eğri eksenli Bi-morph tetikleyicilerin eğilme momenti altındaki davranışları Shi [1] tarafından incelenmiştir. Babaei [11] dönen, radyal, içi boş bir mil için piezoelektrik kristallerde oluşan gerilmelerin analik çözümlerini elde etmiştir. Arani ve ekibi [12] fonksiyonel derecelendirilmiş dönen millerin üzerine yerleştirilmiş piezoelektrik kristallerinin elektriksel, ısı ve mekanik davranışlarını incelemiştir. Aldraihem ve Khdeir [13] tarafından yapılan çalışmada; üzerine piezoelektrik malzemeleri yerleştirilen çubuklarda yük ile oluşan sehim için deformasyon analizi gerçekleştirilmiştir. Silindirik tabakalı ortamlarda piezoelektrik sensor kullanımı Shen ve ekibi [14] tarafından araştırılmıştır. Alibeigloo [15] elektriksel ve ısı-mekanik yük altında çalışan ve üzerine piezoelektrik malzemeler yerleştirilmiş fonksiyonel kademelendirilmiş kirişlerin mekanik davranışları için matematiksel model oluşturulmuştur. Gelecek vadeden piezoelektrik kristallerin mikromekanik sistemlerde kullanılmasının detaylı olarak incelendiği bir diğer çalışmada, Tadigadapa [16] piezoelektrik kristallerin başka elementler ile etkileşimini araştırmış ve bu kompozit malzemeler için bir analiz gerçekleştirmiştir. Buna benzer bir diğer çalışmada Taotoo ve Zhifei [17] aynı problem için 2 boyutlu analitik model elde etmişlerdir. Xiang [18] ise çok katmanlı piezoelektrik konsollar için statik analizler yaparak, matematiksel modeller çıkarmıştır. Shi and Zhang [19] çok katmanlı kavisli piezoelektrik kompozitler için statik analizler yapmıştır. Dinartz [20] piezoelektrik kristallerin elektro-elastik davranışlarını, mikromekanik yaklaşımlar ve uygulamalar ile analiz etmiştir. Brissaud [21] simetrik olmayan piezoelektrik bi-morphları modellemiştir. Kuang [22], Şekil 5'de görülen eğri eksenli kirişe bağlanmış piezoelektrik kristallerin statik analizini yapmış ve üretilen voltajın sayısal çözümünü elde etmiştir.



**Şekil 5.** (a) Tek boyutlu eğri eksenli kiriş ve (b) Dairesel kesitli kirişlerin enine kesitleri [22]

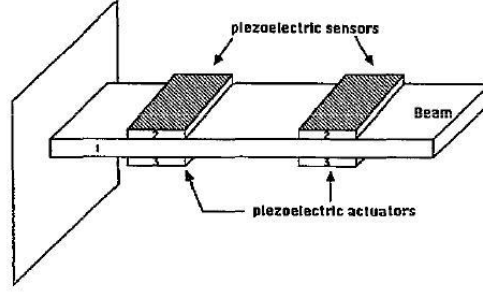
Aparicio [23] piezoelektrik seramiklerin sorunlu bölgelerdeki etkileşimlerini sayısal olarak incelemiştir. Qing [24] plakalar üzerine yapıştırılmış ve yama yapılmış piezoelektrik malzemeler üzerinde statik ve dinamik olarak yarı analitik çözümler üretmiştir. Sun [25] kimyasal olarak eğri eksenli kirişe bağlanmış olan piezoelektrik sensörler ve tetikleyicilerin elektriksel davranışlarının matematiksel modellenmesini gerçekleştirmiştir. Berlincourt [26] piezoelektrik seramiklerin karakteristikleri üzerinde deneyler ve uygulamalar yapmıştır. Elshafei and Alraies [27] yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisi kullanılarak akıllı piezoelektriklerin analizini ve modellenmesini yapmışlardır. Khdeir and Aldraihem [28] süreksizlik fonksiyonları kullanarak Şekil 6.'da sunulan alüminyum plakaların arasına ve yüzeylerine yama yapılarak kullanılan piezoelektrik malzemelerin yer değiştirmelerini incelemiştir.



**Şekil 6.** (a) Aliminyum plakalar üzerine ve (b) plakalarının arasına yama yapılmış piezoelektrik kristaller [28]

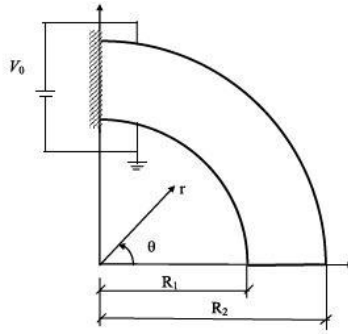


Shen'in çalışmasında [29] piezoelektrik sensörleri ve kristalleri içeren kirişlerin analizleri yapılmıştır (bkz. Şekil 7).



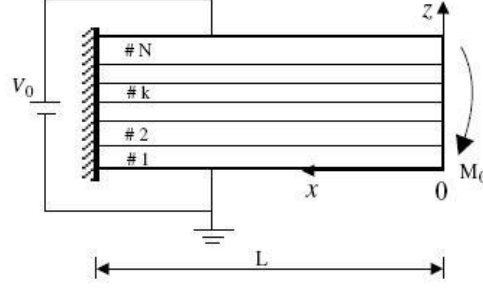
**Şekil 7.** Piezoelektrik sensörlerin geometrik bir kiriş üzerinde uygulanması [29]

Shi and Zhang [30] eğri eksenli piezoelektrik “tetikleyici (actuator)” (geometri için bkz. Şekil 8) bükülmesi sonucu oluşan gerilmelerin analizlerini matematiksel olarak modellemişlerdir.



**Şekil 8.** Kavisli Piezoelektrik Malzemenin Bükülmesi [30]

Shi, Xiang and Spencer [31], Şekil 9’da gösterilen çok katmanlı piezoelektrik kompozitlerin uçlarına uygulanan moment kuvvetiyle kirişte oluşan elektrik potansiyelinin analizlerini yapmışlardır.



**Şekil 9.** Çok Katmanlı Piezoelektrik Kompozitler [31]

Bu çalışmada, eğri eksenli kirişlerin deformasyon analizlerini inceleneceği için piezoelektrik özelliği bulunmayan homojen malzemelerden üretilmiş mühendislikte sıkça kullanılan yapı (inşaat, köprü, kaplama vb malzemeleri olarak) ve makine (yaprak yaylarda, araçların makas sistemlerinde) elemanlarından olan eğri eksenli kirişlerin gerilme ve deformasyon analizlerinin yapıldığı çalışmalardan da aşağıda bahsedilmiştir.

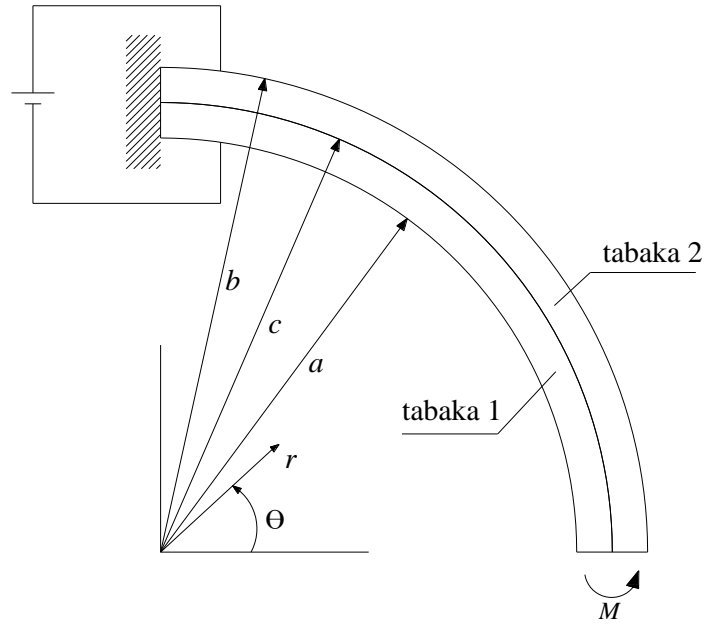
Eğilme momenti altında elastik davranış sergileyen eğri eksenli kiriş ilk olarak Timoshenko ve Goodier [34] tarafından incelenmiştir. Aynı problemin elastik-plastik malzeme için davranışı Dadras [35] tarafından ardından da düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme durumları için Eraslan ve Arslan [36] tarafından araştırılmıştır. Lineer pekleşen malzeme davranışının göz önüne alındığı çalışma [37]'de kirişin iç ve dış yüzeyinde oluşacak plastik bölgeler incelenmiş ve çarpıcı sonuçlar sunulmuştur. Doğrusal olmayan pekleşme davranışı sergileyen eğri eksenli kirişin analitik çözümü Arslan ve Eraslan [38] tarafından elde edilmiştir. Karmaşık analitik hesapların ve sayısal analizlerin yapıldığı bu matematiksel modelde Tresca akma kriteri kullanılmış ve artan yükleme ile kirişte oluşacak plastik deformasyonlar incelenmiştir. Aynı çalışmanın, daha genel bir doğrusal olmayan pekleşme davranışı için sayısal modeli Eraslan ve Arslan [37] tarafından sunulmuştur.

### 3. Problemin Tanımı ve Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada, piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kirişin deformasyon ve elektriksel davranışlarını tarif eden bir matematiksel model oluşturulmuştur. Kiriş geometrisi Şekil 10'da verildiği gibidir. İç yarıçapı  $a$ , dış yarıçapı  $c$  olan Tabaka 1'in piezoelektrik özelliklere sahip olduğu, iç yarıçapı  $c$  ve dış yarıçapı  $b$  olan Tabaka 2'nin ise elastik davranış sergilediği varsayılmaktadır. Bu durumda;  $c$

kompozit kirişin ara yüz koordinatı olarak tanımlanmaktadır. Burada vurgulanmalıdır ki; Tabaka 1'in PZT-4 malzemesinden üretildiği kabul edilmiştir. İki tabakanın birbirine sıkı bir şekilde (tabakalar arası kaymanın mümkün olmayacağı şekilde) birleştirildiği kabul edilmektedir. Kirişin bir ucu ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ) mesnetle sabitlenmiş, diğer ucuna ( $\theta=0$ ) eğilme momenti  $M$  uygulanmaktadır. Kirişe, eğilme momenti yavaşça artırılarak uygulanmakta ve her moment değerinin kirişte oluşturduğu deformasyon, gerilme ve elektrik potansiyeli tespit edilmektedir. Eğilme momenti uygulanmasıyla, kirişte deformasyon ve elektrik potansiyellerin oluşması, kirişin “algılayıcı (sensör)” olarak kabul edilebileceğini göstermektedir [32, 33].

Çalışmada, silindirik koordinat sistemi ( $r, \theta, z$ ) kullanılmıştır. Yukarıda tarif edilen geometriye sahip kirişin  $z$  doğrultusundaki kalınlığının çok küçük olduğu kabul edilmiştir. Bu geometri, “düzlem gerilme” durumuna uygundur. Matematiksel model oluşturulurken, silindirik simetrisinin olduğu varsayılmıştır. Bu durumda; deformasyon bileşenleri hariç diğer tüm büyüklükler sadece radyal koordinatın fonksiyonu olmuştur. Modelimizde, tek tabaka için elde edilecek genel denklemler daha sonra iki tabakaya uyarlanmıştır. Modelin “tetikleyici (actuator)” olarak kabul edilen kiriş için çözümü, Shi'nin çalışmasındaki [1] sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Son olarak, algılayıcı (sensör) kiriş için sayısal sonuçlar elde edilmiştir.



Şekil 10. Piezoelektrik Eğri Eksenli Bi-morph kiriş

#### 4. Temel Denklemler

Kullanılan kirişin geometrisinden dolayı silindirik koordinat sistemi  $(r, \theta, z)$  kullanılmıştır. Düzlem gerilme kabulü nedeniyle  $z$  doğrultusundaki gerilme ve şekil değiştirme bileşenleri ihmal edilebilir. Temel kavramlar için Timeshenko ve Goodier [38] notasyonu kullanılarak matematiksel modelde kullanılan temel denklemler aşağıda verilmiştir. Açısal ve radyal yöndeki Hooke yasası

$$\varepsilon_{\theta} = S_{11} \sigma_{\theta} + S_{13} \sigma_r + g_{31} D_r \quad (1)$$

$$\varepsilon_r = S_{13} \sigma_{\theta} + S_{33} \sigma_r + g_{33} D_r \quad (2)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada  $\varepsilon_{\theta}, \varepsilon_r$  şekil değiştirme bileşenlerini;  $\sigma_{\theta}, \sigma_r$  gerilme bileşenlerini;  $S_{11}, S_{13}, S_{33} \left(\frac{m^2}{N}\right)$  elastik sabitleri;  $g_{31}, g_{33} \left(\frac{m^2}{C}\right)$  piezoelektrik sabitleri;  $D_r$  iseradyal yöndeki indüksiyon akımını temsil eder. Potansiyel fark denklemi ise;

$$E_r = -g_{31} \sigma_{\theta} - g_{33} \sigma_r + \zeta_{33} D_r \quad (3)$$

olarak tarif edilir. Burada  $E_r$  radyal yöndeki elektrik alanını,  $\zeta_{33} \left(\frac{m^2}{F}\right)$  ise dielektrik sabitini temsil eder. Şekil değiştirme bileşenleri ile deformasyon arasındaki ilişki için;

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (4)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad (5)$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} = 0 \quad (6)$$

kullanılır. Burada  $u$  radyal yer değiştirmeyi,  $v$  açısal yer değiştirmeyi ve  $\gamma_{r\theta}$  kayma şekil değiştirmeyi temsil eder. Hatırlatılmalıdır ki; silindirik simetriden dolayı kayma şekil değiştirmesi  $\gamma_{r\theta}$  sıfırdır. Ayrıca elektrik alanı ile elektrik potansiyeli  $\phi$  arasındaki ilişki aşağıdaki denklikle tanımlanır.

$$E_r = -\frac{d\phi}{dr} \quad (7)$$

Burada  $\emptyset$  sadece radyal koordinatın ( $r$ ) fonksiyonudur. Ayrıca,  $E_\theta = 0$  dir. Dış kuvvetlerin olmadığı varsayılan durumlarda radyal yöndeki denge denklemi;

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (8)$$

şeklindedir. Burada hatırlatılmalıdır ki, silindirik simetri nedeniyle kayma gerilmesi ( $\tau_{r\theta}$ ) sıfırdır. Bununla beraber açısız yöndeki indüksiyon akımı ( $D_\theta$ ) 'da sıfır olur. Böylece radyal yöndeki indüksiyon akımı ( $D_r$ ) aşağıdaki denkliği sağlar;

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r D_r = 0 \quad (9)$$

Bu denklemin çözümünden;

$$D_r = \frac{C_1}{r} \quad (10)$$

elde edilir. Burada  $C_1$  keyfi integrasyon sabitidir. Diğer bir yandan, silindirik koordinat sistemi için (silindirik simetri durumunda) uygunluk bağıntısı;

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_\theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial r} = 0 \quad (11)$$

olur. Denklem (11)'de her iki tarafın integrali alındığında

$$\frac{\partial}{\partial r} r \varepsilon_\theta - \varepsilon_r = C_2 \quad (12)$$

elde edilir. Burada  $C_2$  bir diğer keyfi integrasyon sabitidir.

## 4.1. Tek Tabakalı Piezoelektrik Kiriş için Çözüm

### 4.1.1. Gerilmeler

4. bölümde tanımlanan temel denklemler yardımıyla tek tabakadan oluştuğu varsayılan piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kiriş için gerekli çözüm elde edilir. Denklem (12)'de  $\varepsilon_\theta$  ve  $\varepsilon_r$  yerine denklem (1) ve (2)'deki ifadeler yazıldığında;

$$r^2 S_{11} \sigma_r'' + 3r S_{11} \sigma_r' + (S_{11} - S_{33}) \sigma_r = C_2 + \frac{C_1 g_{33}}{r} \quad (13)$$

elde edilir. Bu ikinci dereceden  $r$  'ye bağlı diferansiyel denklemin çözümü;

$$\sigma_r = \frac{C_2}{S_{11}-S_{33}} - \frac{G}{r} + C_3 r^{-1-S} + C_4 r^{-1+S} \quad (14)$$

olur. Burada  $C_3$  ve  $C_4$  integrasyon sabitleridir ve

$$S = \frac{\overline{S_{33}}}{S_{11}} \quad , \quad G = \frac{C_1 g_{33}}{S_{33}} \quad (15)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Denge denklemi (8) yardımıyla açısız yöndeki gerilme bileşeni elde edilir:

$$\sigma_\theta = \frac{C_2}{S_{11}-S_{33}} - C_3 S r^{-1-S} + C_4 S r^{-1+S} \quad (16)$$

#### 4.1.2. Elektrik Alanı

Diğer bir yandan denklem (3)'te radyal yöndeki elektrik alanı ( $E_r$ ) için denklem (7) ve indüksiyon akımı ( $D_r$ ) için denklem (10) kullanılarak aşağıdaki denklik türetilir.

$$-\phi'(r) = -g_{31} \sigma_\theta - g_{33} \sigma_r + \zeta_{33} D_r \quad (17)$$

Bu denklemdeki  $\sigma_r$  ve  $\sigma_\theta$  yerine denklem (14) ve (16)'deki ifadeler yerleştirilir ve çözülürse;

$$\begin{aligned} \phi(r) = & g_{31} \left[ C_3 r^{-S} + C_4 r^S + \frac{C_2 r}{S_{11}-S_{33}} - C_1 \gamma_{33} \ln r + C_5 \right. \\ & \left. + g_{33} \left[ -\frac{C_3 r^{-S}}{S} + \frac{C_4 r^S}{S} + \frac{C_2 r}{S_{11}-S_{33}} - G \ln r \right] \right. \end{aligned} \quad (18)$$

elde edilir. Burada

### 4.1.3. Yer Değiştirme

Radyal ve açısıl yer değiştirme bileşenleri için Timoshenko ve Goodier [31] formülasyonu takip edilmiştir. Denklemler (1), (2), (10), (14) ve (15) yardımıyla şekil değiştirme bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r = & \frac{C_1 g_{33}}{r} + S_{13} - C_3 r^{-1-s} + C_4 r^{-1+s} S + \frac{C_2}{S_{11} - S_{33}} + S_{33} (C_3 r^{-1-s} \\ & + C_4 r^{-1+s} + \frac{C_2}{S_{11} - S_{33}} - \frac{C_1 g_{33}}{r S_{33}}) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta = & \frac{C_1 g_{31}}{r} + S_{13} - \frac{G}{r} + C_3 r^{-1-s} + C_4 r^{-1+s} + \frac{C_2}{S_{11} - S_{33}} + S_{11} (-C_3 r^{-1-s} S \\ & + C_4 r^{-1+s} + \frac{C_2}{S_{11} - S_{33}}) \end{aligned} \quad (20)$$

Radyal yer değiştirme bileşeni için denklemler (19) ve (4) kullanılır ve

$$u = \frac{C_2 r (S_{13} + S_{33})}{S_{11} - S_{33}} + \frac{C_3 r^{-s} (S \cdot S_{13} - S_{33})}{S} + \frac{C_4 r^s (S \cdot S_{13} + S_{33})}{S} + f_1 \theta \quad (21)$$

türetilir. Buradaki  $f_1 \theta$ ,  $\theta$ 'ya bağlı herhangi bir fonksiyondur. Diğer bir yandan denklem (5) yardımıyla

$$\varepsilon_\theta r - u = \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad (22)$$

elde edilir. Bu denklemdeki  $\varepsilon_\theta$  ve  $u$  yerine denklem (20) ve (21)'deki ifadeler yerleştirilir ve  $\theta$ 'ya göre integral alınırsa açısıl yer değiştirme bileşeni aşağıdaki formu alır:

$$\begin{aligned} v = & C_1 g_{31} - \frac{g_{33} S_{13}}{S_{33}} + \frac{r^{-s} C_2 r^{1+s} S + C_3 - C_4 r^{2s} - S^2 S_{11} + S_{33}}{S} \theta \\ & - f_1 \theta + f_2 r + \frac{C_4 r^s (S \cdot S_{13} + S_{33})}{S} \end{aligned} \quad (23)$$

Burada  $f_2 r$ ,  $r$ 'e bağlı bilinmeyen bir fonksiyonu temsil etmektedir. Denklem (21) ve (23) denklem (6)'a yerleştirilir ve elde edilen diferansiyel denklem çözümlerse

$$f_1 \theta = \frac{C_1 (g_{31} S_{33} - g_{33} S_{13})}{S_{33}} + D_2 \cos \theta + D_3 \sin \theta \quad (24)$$

$$f_2 r = rD_1 \quad (25)$$

elde edilir. Burada  $D_1, D_2$  ve  $D_3$  keyfi integrasyon sabitleridir. Bu iki fonksiyon denklem (21) ve (23)'de yerlerine yerleştirilir ve radyal ve açısai yer değiştirme bileşenleri son şeklini alır:

$$u = C_1 g_{31} - \frac{g_{33}S_{13}}{S_{33}} + \frac{C_3 r^{-S} S S_{13} - S_{33}}{S} + \frac{C_2 r S_{13} + S_{33}}{S_{11} - S_{33}} + \frac{C_4 r^S S S_{13} + S_{33}}{S} + D_2 \cos \theta + D_3 \sin \theta \quad (26)$$

$$v = r D_1 + C_2 \theta + D_3 \cos \theta - D_2 \sin \theta \quad (27)$$

#### 4.2. Piezoelektrik Eğri Eksenli Bi-morph Kiriş için Çözüm

İki tabakadan oluşan piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kiriş düşünüldüğü zaman önceki bölümlerde tek tabaka için oluşturulan denklemler aşağıdaki gibi tanımlanır:

Radyal gerilmeler: (Denklem (14) yardımıyla)

$$\sigma_{r1} = \frac{C_{21}}{S_{11} - S_{33}} - \frac{G_1}{r} + C_{31} r^{-1-S} + C_{41} r^{-1+S} \quad (28)$$

$$\sigma_{r2} = \frac{C_{22}}{S_{11} - S_{33}} - \frac{G_2}{r} + C_{32} r^{-1-S} + C_{42} r^{-1+S} \quad (29)$$

Açısai gerilmeler: (Denklem (16) yardımıyla)

$$\sigma_{\theta 1} = \frac{C_{21}}{S_{11} - S_{33}} - C_{31} S r^{-1-S} + C_{41} S r^{-1+S} \quad (30)$$

$$\sigma_{\theta 2} = \frac{C_{22}}{S_{11} - S_{33}} - C_{32} S r^{-1-S} + C_{42} S r^{-1+S} \quad (31)$$



Elektrik Potansiyelleri: (Denklem (18) yardımıyla)

$$\begin{aligned} \phi_1 r &= g_{311} C_{31} r^{-s} + C_{41} r^s + \frac{C_{21} r}{S_{11} - S_{33}} - C_1 \zeta_{33} \ln r + C_{51} \\ &+ g_{33} - \frac{c_{31} r^{-s}}{s} + \frac{c_{41} r^s}{s} + \frac{c_{21} r}{s_{11} - s_{33}} - G \ln r \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \phi_2 r &= g_{312} C_{32} r^{-s} + C_{42} r^s + \frac{C_{22} r}{S_{11} - S_{33}} - C_1 \zeta_{33} \ln r + C_{52} \\ &+ g_{33} - \frac{c_{32} r^{-s}}{s} + \frac{c_{42} r^s}{s} + \frac{c_{22} r}{s_{11} - s_{33}} - G \ln r \end{aligned} \quad (33)$$

Radyal yer değiştirmeler: (Denklem (27) yardımıyla)

$$\begin{aligned} u_1 &= C_{11} g_{311} - \frac{g_{331} s_{13}}{s_{33}} + \frac{c_{31} r^{-s} s s_{13} - s_{33}}{s} + \frac{c_{21} r s_{13} + s_{33}}{s_{11} - s_{33}} + \frac{c_{41} r^s s s_{13} + s_{33}}{s} \\ &+ D_{21} \cos \theta + D_{31} \sin \theta \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} u_2 &= C_{12} g_{312} - \frac{g_{331} s_{13}}{s_{33}} + \frac{c_{32} r^{-s} s s_{13} - s_{33}}{s} + \frac{c_{22} r s_{13} + s_{33}}{s_{11} - s_{33}} + \frac{c_{42} r^s s s_{13} + s_{33}}{s} \\ &+ D_{22} \cos \theta + D_{32} \sin \theta \end{aligned} \quad (35)$$

Açısal yer değiştirmeler: (Denklem (28) yardımıyla)

$$v_1 = r D_{11} + C_{21} \theta + D_{31} \cos \theta - D_{21} \sin \theta \quad (36)$$

$$v_2 = r D_{12} + C_{22} \theta + D_{32} \cos \theta - D_{22} \sin \theta \quad (37)$$

İndüksiyon akımı: (Denklem (10) yardımıyla)

$$D_{r1} = \frac{c_{11}}{r} \quad (38)$$

$$D_{r2} = \frac{c_{12}}{r} \quad (39)$$

Bu denklemlerdeki alt indeksler (1 ve 2), sabitler  $C_{i1}$  ve  $C_{i2}$  ( $i=1-5$ ), sabitler  $G_1$  ve  $G_2$ , sabitler  $D_{i1}$  ve  $D_{i2}$  ( $i=2,3$ ) malzeme özellikleri  $g_{311}$  ve  $g_{312}$  sırasıyla birinci ve ikinci tabakada kullanılan değerleri temsil etmektedirler (bkz. Şekil 10). Bu durumda, bi-morph piezoelektrik kirişin mekanik davranışını tarif

eden matematiksel modelinin denklemleri tamamlanmış olur. Bu bi-morph piezoelektrik kirişin algılayıcı veya tetikleyici olarak kullanılacağı durumlarda, modelin sayısal sonuçlarını elde etmek için, denklemlerdeki  $C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22}, C_{31}, C_{32}, C_{41}, C_{42}, C_{51}, C_{52}, D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22}, D_{31}, D_{32}$  sabitlerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu 16 sabitin aynı anda hesaplanması yerine, bazı arayüz koşullarını kullanarak birbirleriyle olan ilişkilerini tespit etmek mümkün olabilir. Bu nedenle;

$$D_{r_1} c = D_{r_2} c \quad (40)$$

süreklilik koşulu yardımıyla

$$C_{11} = C_{12} = C_1 \quad (41)$$

elde edilir. Ayrıca

$$\frac{\partial u_1}{\partial \theta} \Big|_{r=c, \theta=\frac{\pi}{2}} = 0 \quad (42)$$

ve

$$\frac{\partial u_2}{\partial \theta} \Big|_{r=c, \theta=\frac{\pi}{2}} = 0 \quad (43)$$

süreklilik koşulları yardımıyla

$$D_{21} = 0 \quad (44)$$

$$D_{22} = 0 \quad (45)$$

sonuçlarına ulaşılır. İlâveten;

$$\frac{\partial u_1}{\partial \theta} \Big|_{r=c, \theta=0} = \frac{\partial u_1}{\partial \theta} \Big|_{r=c, \theta=0} \quad (46)$$

ve

$$v_1 c, 0 = v_2 c, 0 \quad (47)$$

koşulları yardımıyla

$$D_{11} = D_{12} = D_1 \quad (48)$$

$$D_{31} = D_{32} = D_3 \quad (49)$$

elde edilir. Böylece, tetikleyici veya algılayıcı davranışının tespiti için geriye kalan  $C_1, C_{21}, C_{22}, C_{31}, C_{32}, C_{41}, C_{42}, C_{51}, C_{52}, D_1, D_3$  sabitlerinin hesaplanması gerekmektedir.

#### 4.2.1. Algılayıcı (Sensör) Kiriş için Çözüm

Algılayıcı olarak çalışması planlanan piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kiriş  $\theta=0$  yüzeyine (bkz. Şekil 10) uygulanan eğilme momenti ile kirişte oluşacak gerilme, yer değiştirme ve elektrik potansiyeli değişimlerinin tespit edilmesi için bu modelde elde edilen denklemlerdeki bilinmeyen sabitlerin ( $C_1, C_{21}, C_{22}, C_{31}, C_{32}, C_{41}, C_{42}, C_{51}, C_{52}, D_1, D_3$ ) bulunması gerekmektedir. Bu amaçla; aşağıdaki (11 adet) sınır ve arayüz koşulları kullanılır;

$$\phi_1 a = 0 \quad (50)$$

$$\phi_2 b = 0 \quad (51)$$

$$\sigma_{r1} a = 0 \quad (52)$$

$$\sigma_{r2} b = 0 \quad (53)$$

$$\phi_1 c = \phi_2 c \quad (54)$$

$$\sigma_{r1} c = \sigma_{r2} c \quad (55)$$

$$u_1 c, \theta = u_2 c, \theta \quad (56)$$

$$v_1 c, \theta = v_2 c, \theta \quad (57)$$

$$u_1 c, \frac{\pi}{2} = 0 \quad (58)$$

$$v_1 c, \frac{\pi}{2} = 0 \quad (59)$$

$$\int_a^c \sigma_{\theta 1} r dr + \int_c^b \sigma_{\theta 2} r dr = -M \quad (60)$$

Buradaki  $M$ , kirişin serbest ucundan ( $\theta=0$ ) uygulanan eğilme momentini temsil etmektedir (bkz. Şekil 10).

#### 4.2.2. Tetikleyici (Actuator) Kiriş için Çözüm

Önceki bölümlerde bahsedildiği gibi Shi'nin [1] çalışmasında piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kirişin “tetikleyici (actuator)” olarak davranışı için sonuçlar elde edilmişti. Bu çalışmada piezoelektrik eğri eksenli bi-morph algılayıcının davranışını incelemek amacıyla elde ettiğimiz bu modelin güvenilirliğini test etmek (Shi'nin [1] sonuçlarıyla karşılaştırmak için) sınır koşullarında bazı değişiklikler yaparak mümkün olabilmektedir. Bu amaçla sınır koşulları (51) ve (60) aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\phi_2 b = V_0 \quad (61)$$

$$\int_a^c \sigma_{\theta 1} r dr + \int_c^b \sigma_{\theta 2} r dr = 0 \quad (62)$$

Buradaki  $V_0$  kirişin dış yüzeyine uygulanan elektrik potansiyelini temsil etmektedir. Diğer koşullar denklemler (50), (52), (53), (54), (55), (56), (57), (58), (59) aynı şekilde kullanılır ve “tetikleyici (actuator)” olarak kullanılan kirişin bu çalışmadaki modelle elde edilen sonuçlarına ulaşılır.

#### 5. Sayısal Sonuçlar

Önceki bölümlerde elde edilen denklemlerin ve sınır-ara yüz koşullarının kullanılmasıyla ve sayısal yöntemlerin uygulanmasıyla her problem için (algılayıcı yada tetikleyici) bilinmeyen sabitler hesaplanmıştır. Bu amaçla, bir FORTRAN ana programı hazırlanmış ve bir non-linear denklem takımı çözücüsü olan “Minpack.for” [10] alt programı, ana programa adapte edilmiştir.

Şekil 10'da gösterilen eğri eksenli kirişin iç yüzey, ara yüzey ve dış yüzey yarıçapları  $a = 16.0 \times 10^{-3} m$ ,  $c = 16.66 \times 10^{-3} m$ ,  $b = 17.32 \times 10^{-3} m$  olarak kabul edilmiştir. Sayısal sonuçların bulunması için her iki tabakada kullanılan malzemelerin piezoelektrik ve elastik sabitleri Tablo 1'de verildiği gibidir. Piezoelektrik malzeme olarak PZT-4 için belirlenen [1] sabitler kullanılmıştır.

**Tablo 1. Tabakalar için fiziksel özellikler**

Elastik Sabitler ( $10^{-12} m^2 N^{-1}$ )			Piezoelektrik Sabitler ( $10^{-3} m^2 C^{-1}$ )			Dielektrik Sabitler ( $10^6 m F^{-1}$ )
$S_{11}$	$S_{13}$	$S_{33}$	$g_{311}$	$g_{312}$	$g_{33}$	$\zeta_{33}$
10.82	-2.0	8.28	-12	12	26	86.92

### 5.1. Tetikleyici (Actuator) Kiriş için Sayısal Sonuçlar (Modelin Sınanması)

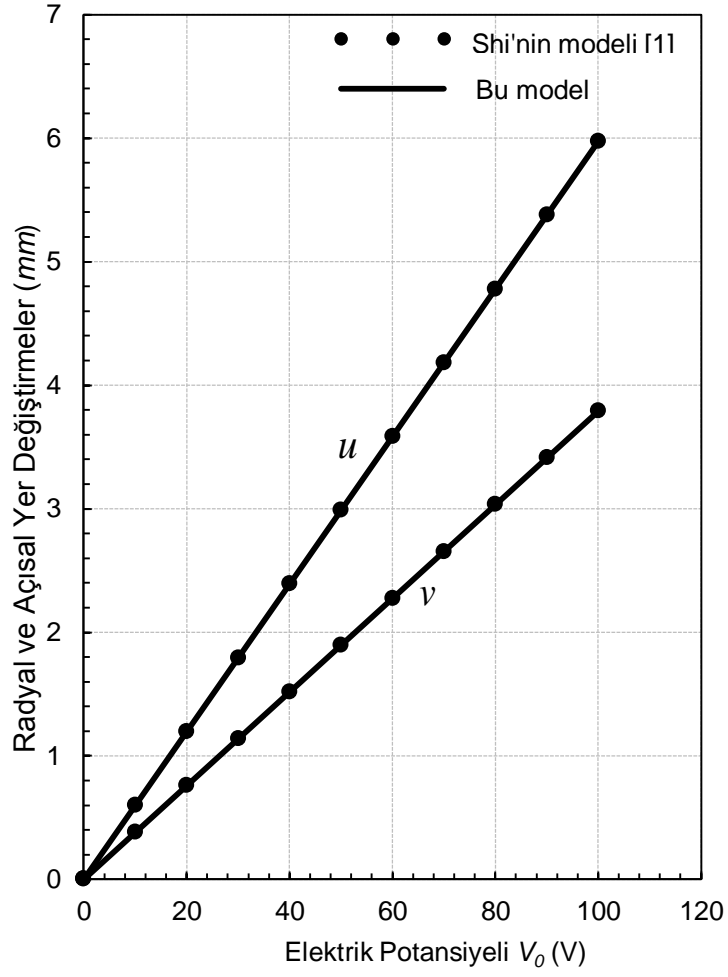
Bu çalışmada oluşturulan model ile Bölüm 6.2.'de tanımlanan sınır koşulları ve Tablo 1'deki fiziksel özellikler yardımıyla "tetikleyici (actuator)" olarak davranan kiriş için sayısal sonuçlar elde edilmiş ve Shi'nin [1] çalışmasındaki modelle elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Kiriş geometrisi Shi'nin [1] çalışmasında olduğu gibi (ve yukarıda tanımlandığı gibi)  $a = 16 \times 10^{-3}$  m,  $c = 16,66 \times 10^{-3}$  m,  $b = 17,32 \times 10^{-3}$  m olarak kabul edilmiştir. Denklem (62)'deki  $V_0$  değeri 100 V olarak tanımlanmıştır. Karşılaştırmalar Çizelge 1.1-1.4'de sunulmuştur.

Çizelge 1.1'de, artan elektrik potansiyeli ( $0 < V_0 < 100$  V) değerleriyle, dış tabakanın dış yarıçapındaki ( $r=b$ ) radyal ve açısız yer değiştirme bileşenlerinin değişimi  $\theta=0$  (yer değiştirme bileşenleri bu noktada maksimum değerlerine ulaşır) için sunulmuştur. Düz çizgilerin bu çalışmadaki modelin sonuçlarını ve noktaların Shi'nin [1] sonuçlarını temsil ettiği çizelgede, her iki sonucun mükemmel bir uyumu gözlenmektedir.

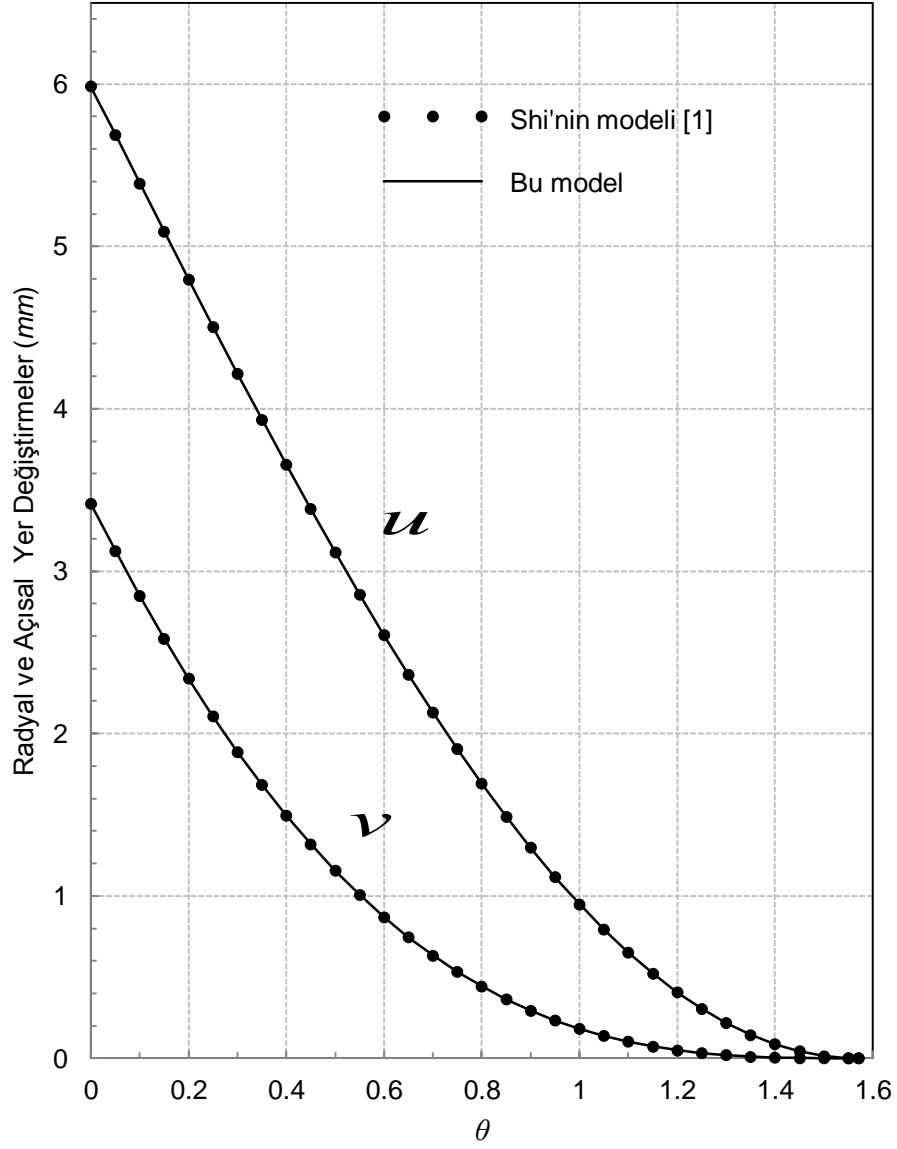
Çizelge 1.2'de, farklı açılar için ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ), kompozit kirişin arayüz koordinatında ( $r=c$ ) oluşan radyal ve açısız yer değiştirme bileşenlerinin değişimi sunulmuş ve bu çalışmada elde edilen sonuçlar Shi'nin [1] çözümüyle karşılaştırılmıştır.

Çizelge 1.3 ve 1.4'de,  $V_0 = 100$  V değerlerinde, sırasıyla radyal ve açısız gerilme bileşenlerinin radyal koordinat boyunca dağılımı çizilmiştir. Burada hatırlatılmalıdır ki; radyal ve açısız gerilme bileşenleri " $\theta$ " açısından bağımsız büyüklüklerdir. Önceki çizelgelerde olduğu gibi bu çizelgelerde de düz çizgiler bu çalışmadaki modelin sonuçlarını ve noktalar Shi'nin [1] sonuçlarını temsil etmektedir. Dört çizelgede de (Çizelgeler 1.1-1.4) yapılan karşılaştırmalar göstermektedir ki; bu çalışmada türetilen matematiksel model "tetikleyici (actuator)" olarak kullanılan eğri eksenli kiriş için doğru sonuçları vermektedir. Bu

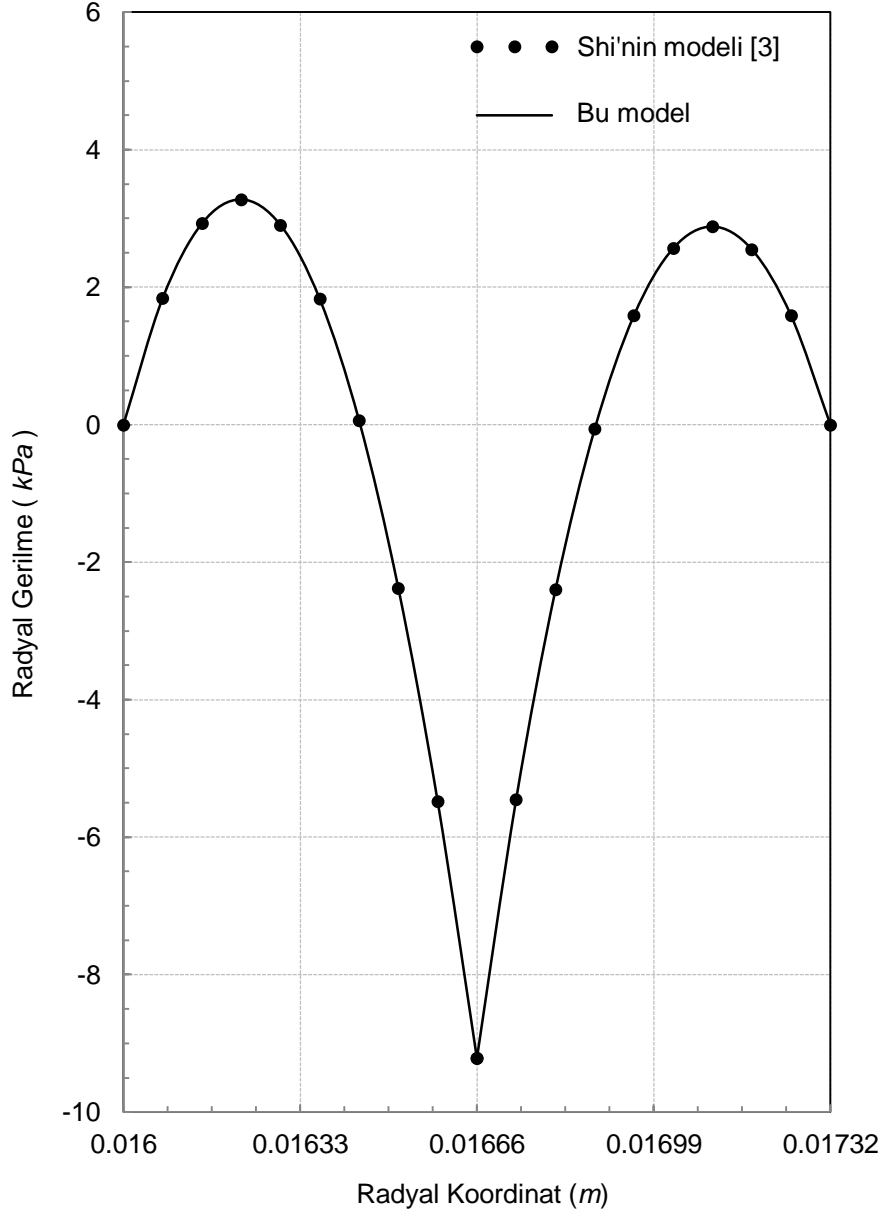
durum; modelin sınanmış olmasının bir göstergesidir ve “algılayıcı (sensör)” olarak kullanılan giriş davranışının tespiti için uygulanabileceğini göstermektedir.



**Çizelge 1.1.**  $\theta = 0$  için  $r = b$ 'deki radyal ve açısal yer değişimlerinin artan elektrik potansiyeli ile değişimleri

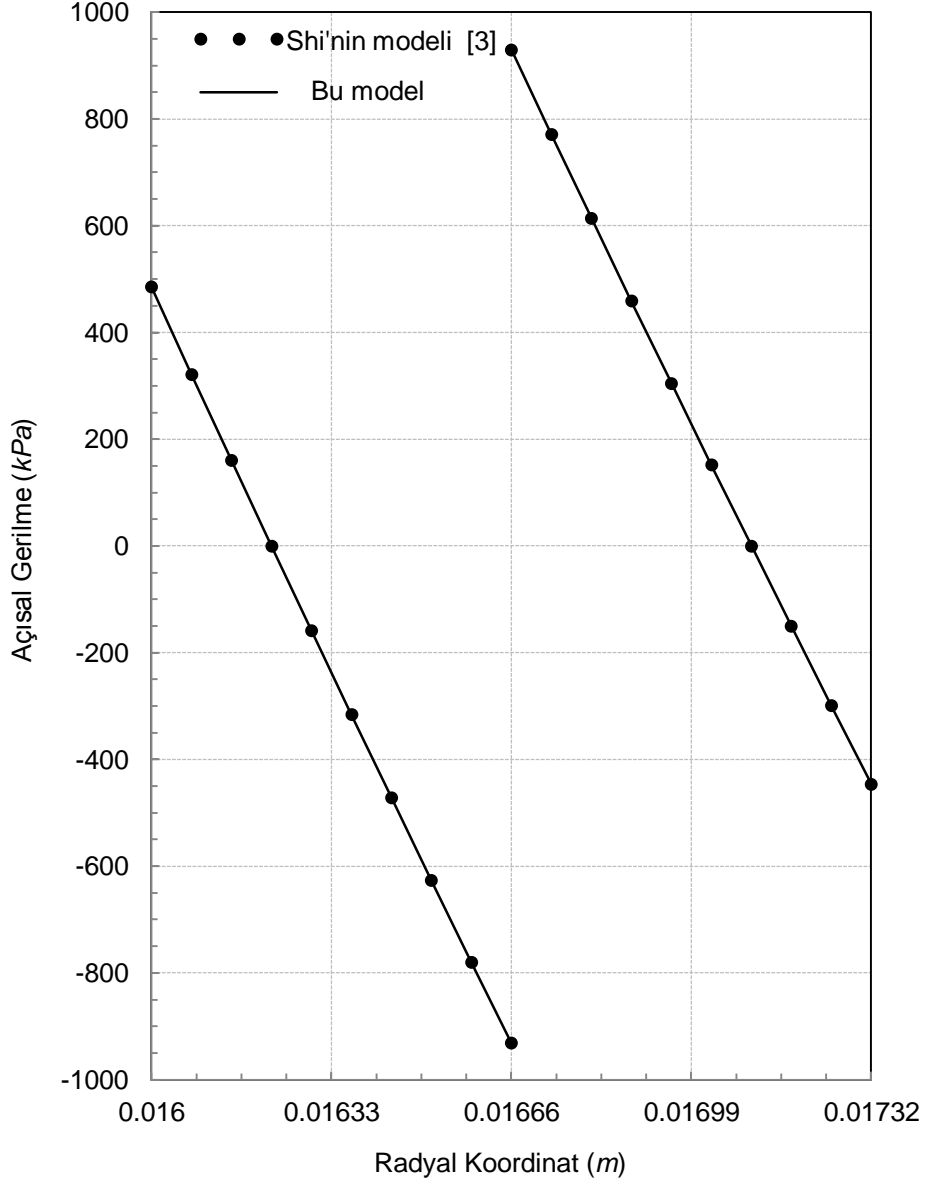


**Çizelge 1.2.**  $V_0 = 100 V$  için,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  aralığında  $r = c$ 'de oluşan radyal ve açısal yer değiştirmeler



**Çizelge 1.3.**  $V_0 = 100 V$  için radyal gerilme dağılımı





**Çizelge 1.4.**  $V_0 = 100 V$  için açısal gerilme dağılımı

## 5.2. Algılayıcı (Sensör) Kiriş için Sayısal Sonuçlar

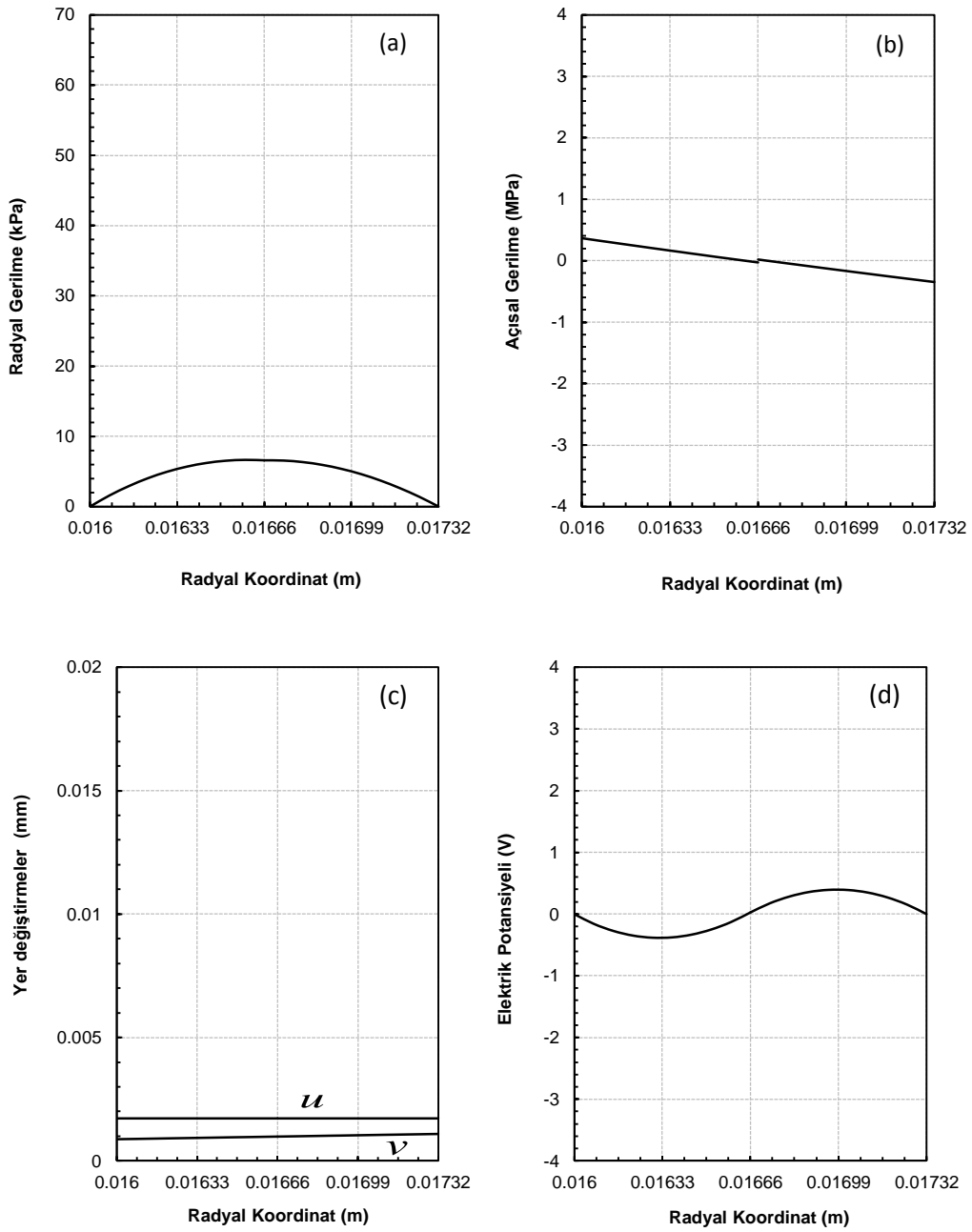
Bölüm 7.1.'de anlatıldığı gibi piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kirişin “tetikleyici (actuator)” kabul edildiği durum için sayısal sonuçlar elde edilmiş ve bu çalışmada elde edilen modelin Shi'nin [1] modeli ile mükemmel uyumunu gözlenmiştir. Bu bölümde ise piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kirişin “algılayıcı (sensör)” olarak kullandığında eğilme momenti altında kirişte oluşacak gerilme, yer değiştirme ve elektrik potansiyelinin radyal koordinat boyunca dağılımları çizelgeler ile sunulmuştur. Sayısal sonuçlar elde edilirken Bölüm 6.1.'de tarif edilen sınır koşulları uygulanmıştır. Kiriş geometrisi  $a = 16x10^{-3}$  m,  $c = 16,66x10^{-3}$  m,  $b = 17,32x10^{-3}$  m (bkz. Şekil 10) olarak kabul edilmiştir. Sayısal sonuçları elde ederken piezoelektrik malzemenin fiziksel özellikleri Tablo 1'den alınmıştır. Yer değiştirme bileşenleri için sayısal sonuçlar,  $\theta=0$  değeri için elde edilmiştir. Sonuçların elde edilmesi için Fortran programı hazırlanmış ve program farklı moment değerlerinde çalıştırılmıştır.

Eğilme momenti ( $M$ ) yükünün  $0 \leq M \leq 30$  Nm değerleri arasında değiştiği kabul edilmiş ve farklı moment değerleri için elde edilen sonuçlar Çizelgeler 2.1-2.22'de sunulmuştur. Her çizelgede; kirişte moment yükü ile oluşacak radyal gerilmenin ( $\sigma_r$ ) radyal koordinat ( $r$ ) boyunca dağılımı çizelge (a)'da, açısız gerilmenin ( $\sigma_\theta$ ) radyal koordinat boyunca dağılımı çizelge (b)'de, radyal ve açısız yer değiştirmelerin ( $u$  ve  $v$ ) dağılımı (c)'de ve elektrik potansiyelinin ( $\phi$ ) dağılımı (d)'de verilmiştir. Burada uyarılmalıdır ki; çizelgelerde radyal gerilmenin birimi  $kPa$  iken açısız gerilmenin  $MPa$  olarak kullanılmıştır. Ayrıca yer değiştirmeler için  $mm$  ve elektrik potansiyeli için  $Volt$  birimleri kullanılmıştır.

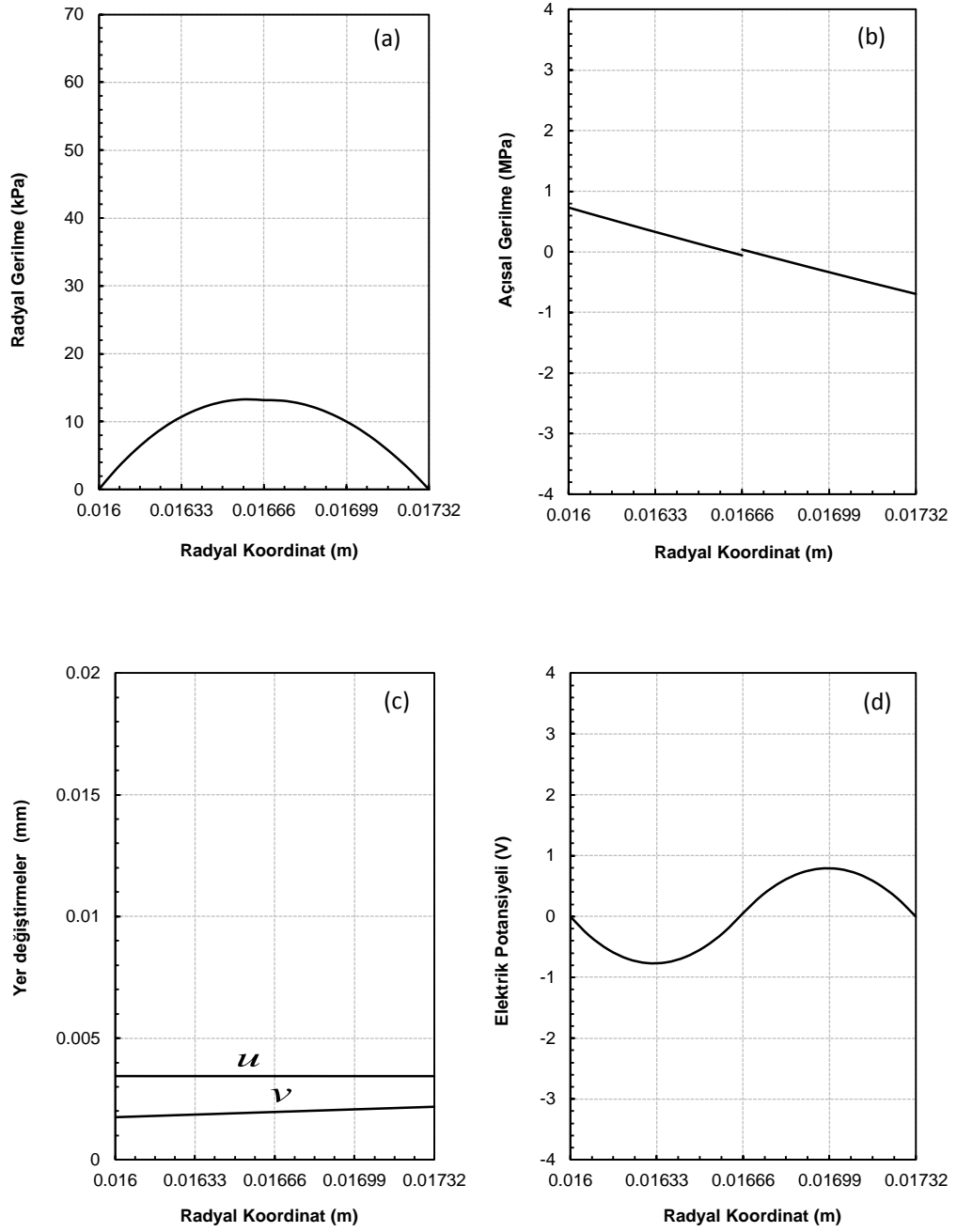
Çizelgelerde görüldüğü gibi uygulanan eğilme momenti  $M$  değeri arttıkça gerilmelerde, yer değiştirmelerde ve özellikle elektrik potansiyeli dağılımında artış gözlenmektedir. Kirişin boyutları göz önünde bulundurulduğunda eğilme momentinin  $30$  Nm'den daha fazla olmamasına dikkat edilmiştir. Yük bu değere ulaştığında kesitteki maksimum radyal gerilme değeri  $1.97$  MPa'a, maksimum açısız gerilme değeri  $109.85$  MPa'a, maksimum radyal yer değiştirme değeri  $0.51$  mm, maksimum elektrik potansiyeli değeri  $117.8$  Volt'a ulaşmıştır. (bkz. Çizelge 2.22.)

Burada hatırlatılmalıdır ki;  $\theta$  değerinin değişmesi sadece yer değiştirme bileşenlerini etkiler. Çünkü; silindirik simetriden dolayı radyal gerilme, açısız gerilme ve elektrik potansiyeli değerleri sadece radyal koordinata bağlıdır. Diğer bir yandan,  $M=1$  Nm altında kirişin ara yüz koordinatında ( $r=c$ ) radyal ve açısız yer değiştirmelerin  $\theta$ 'ya göre değişimi Çizelge 3'de gösterilmiştir.

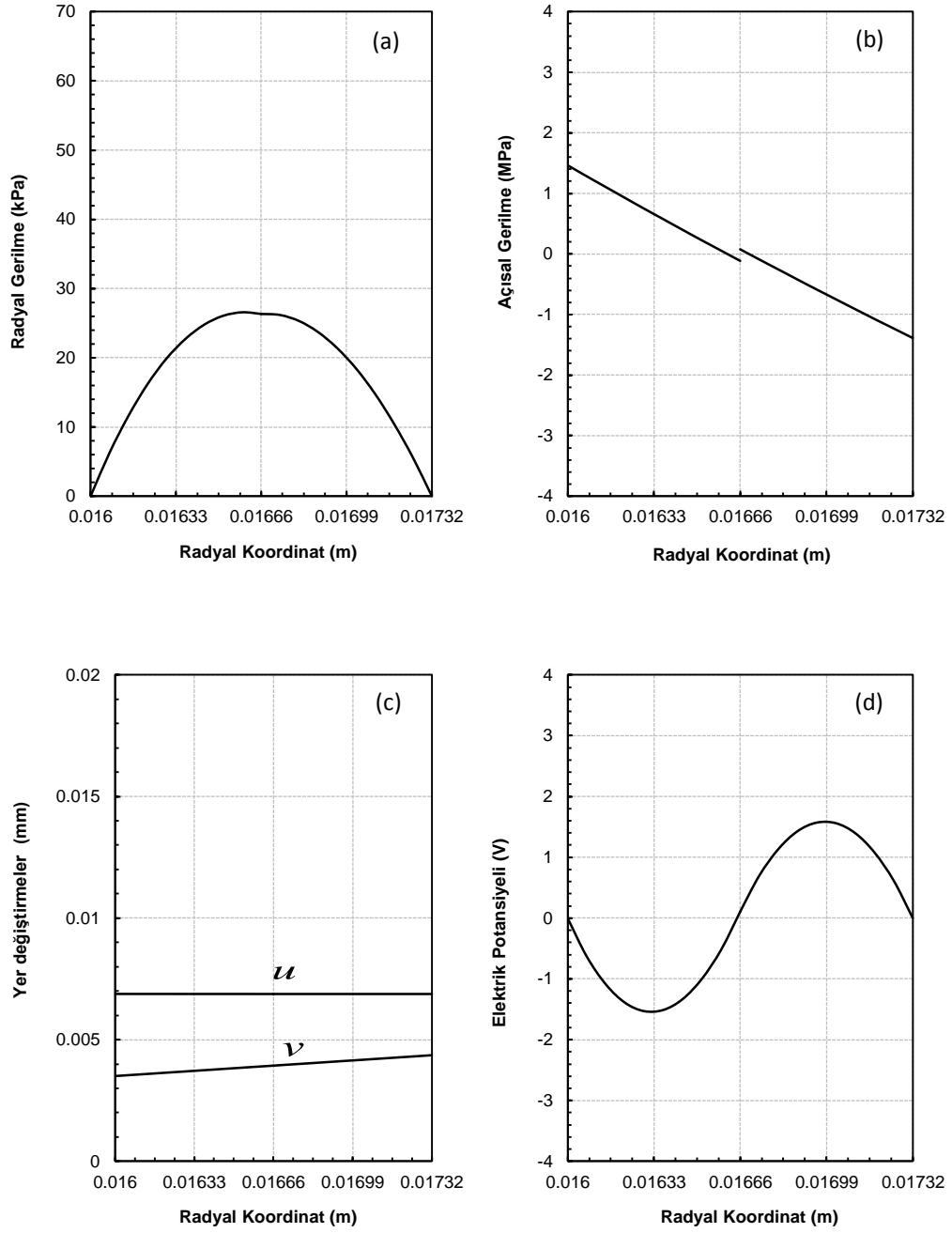
Sunulan çizelgelerde görüldüğü gibi, uygulanan farklı eğilme momentleriyle kirişte farklı sonuçlar elde edilmiştir. Bu çalışmada, özellikle elektrik potansiyeli dağılımı vurgulanmak istediği için Çizelge 4’de kiriş kesitinde oluşan elektrik potansiyelinin maksimum mutlak değerinin kirişe uygulanan eğilme momenti ile değişimi sunulmuştur. Elektrik potansiyellerinin maksimum mutlak değerlerine kirişte  $r=0.01633$  m ve  $r=0.01699$  m koordinatlarında ulaştığı gözlemlenmiş ve bu çizelge o koordinatlardaki mutlak potansiyel değerler alınarak çizilmiştir.



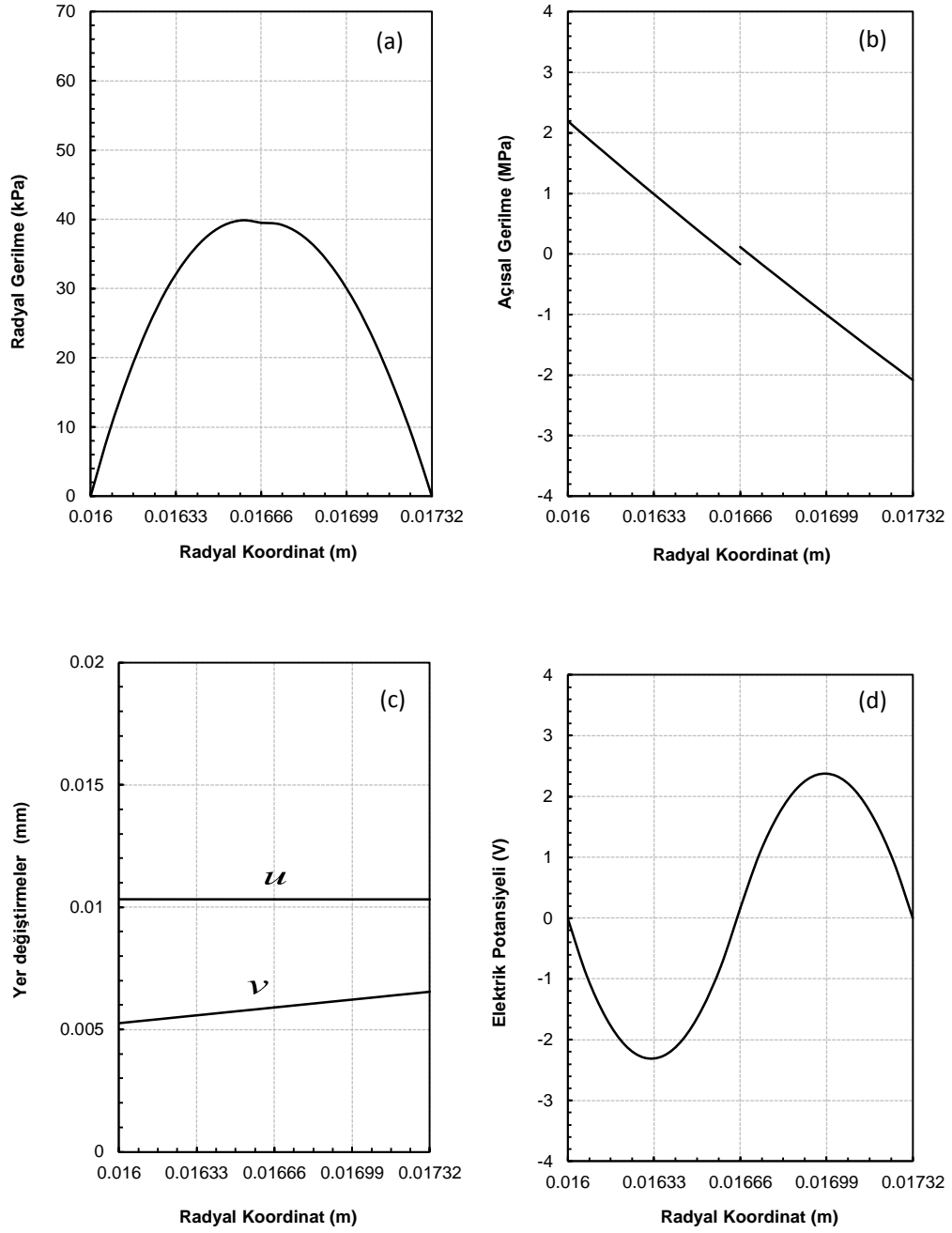
**Çizelge 2.1.**  $M = 0.1$  Nm,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



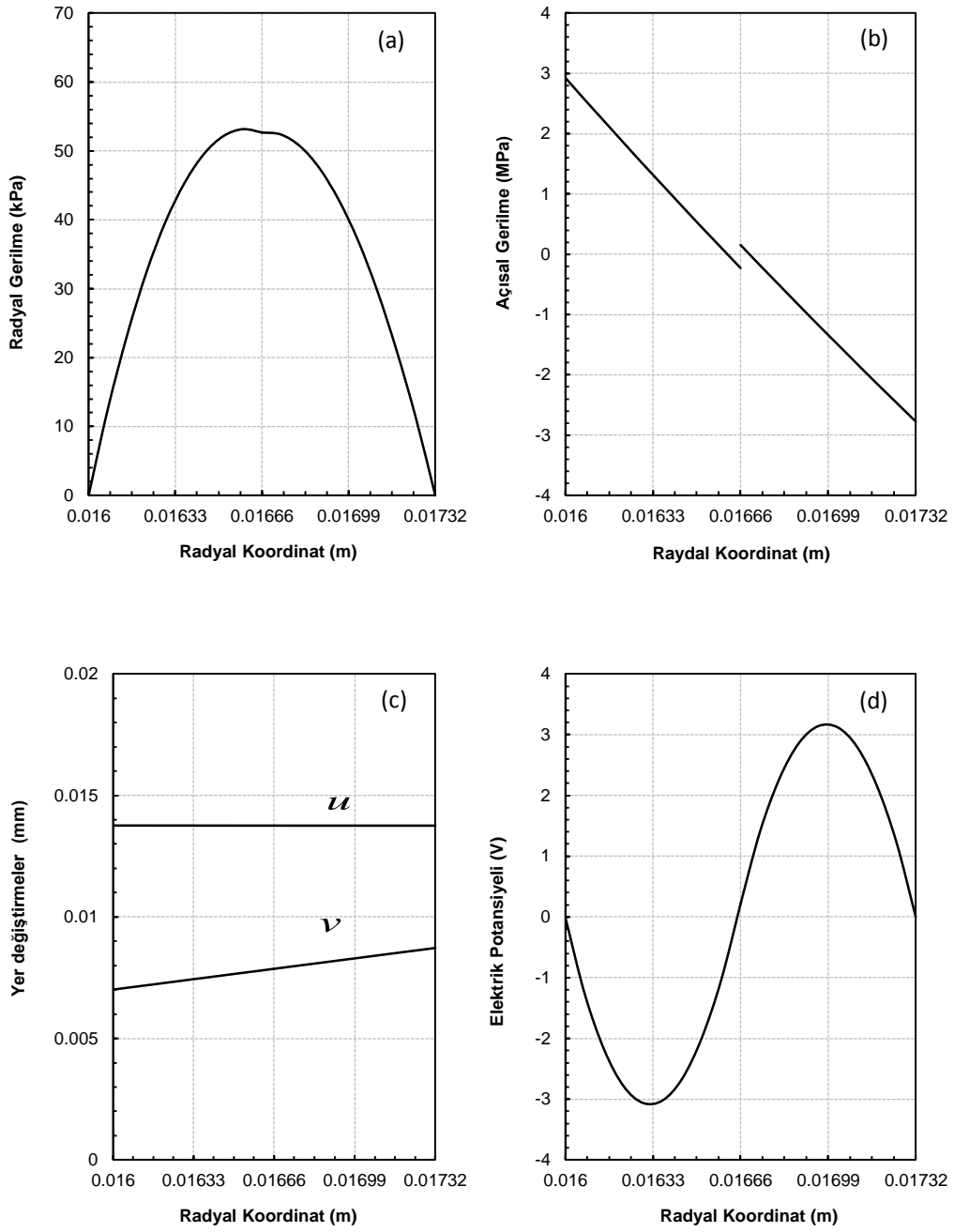
**Çizelge 2.2.**  $M = 0.2 \text{ Nm}$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



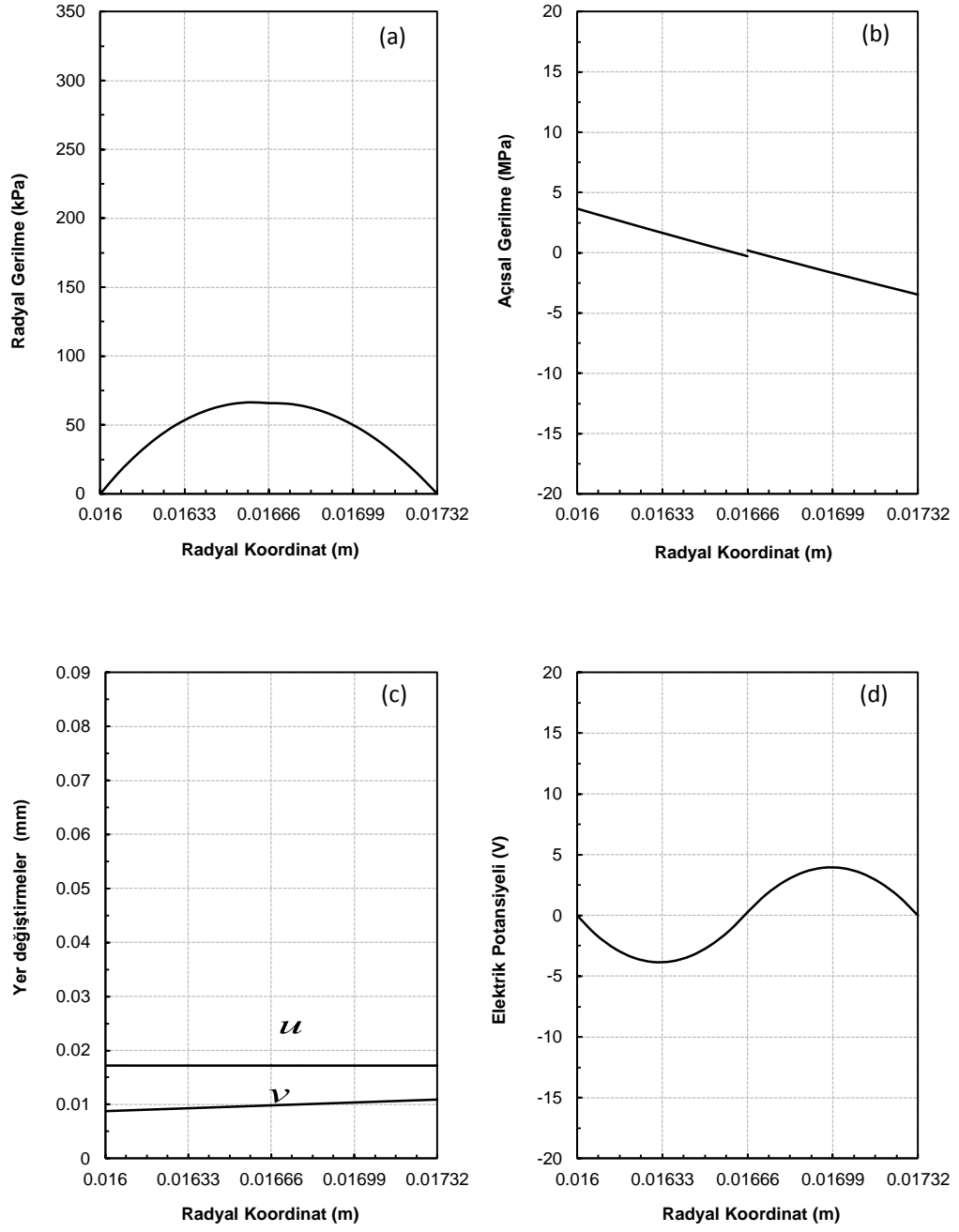
**Çizelge 2.3.**  $M = 0.4 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



**Çizelge 2.4.**  $M = 0.6 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları

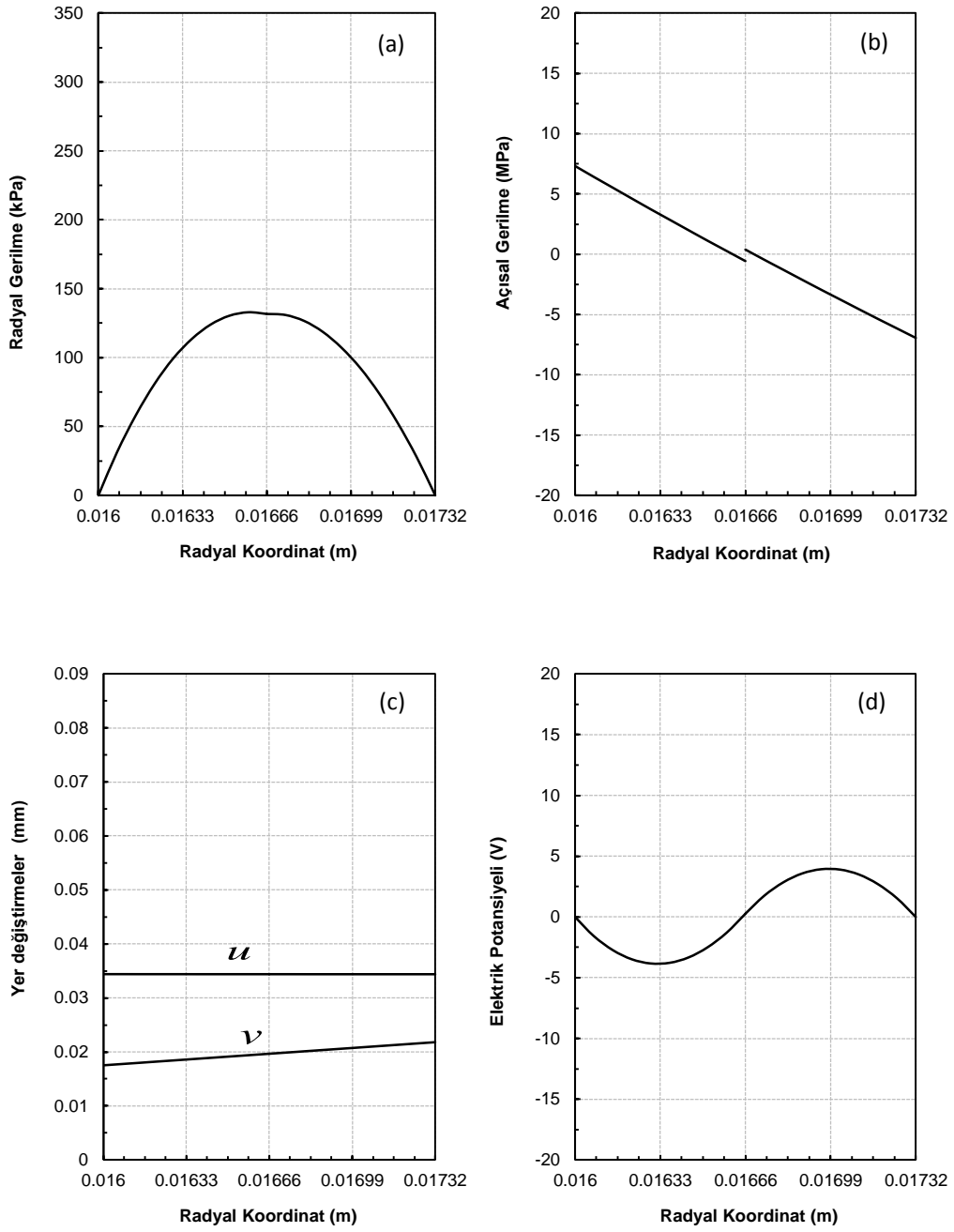


**Çizelge 2.5.**  $M = 0.8 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları

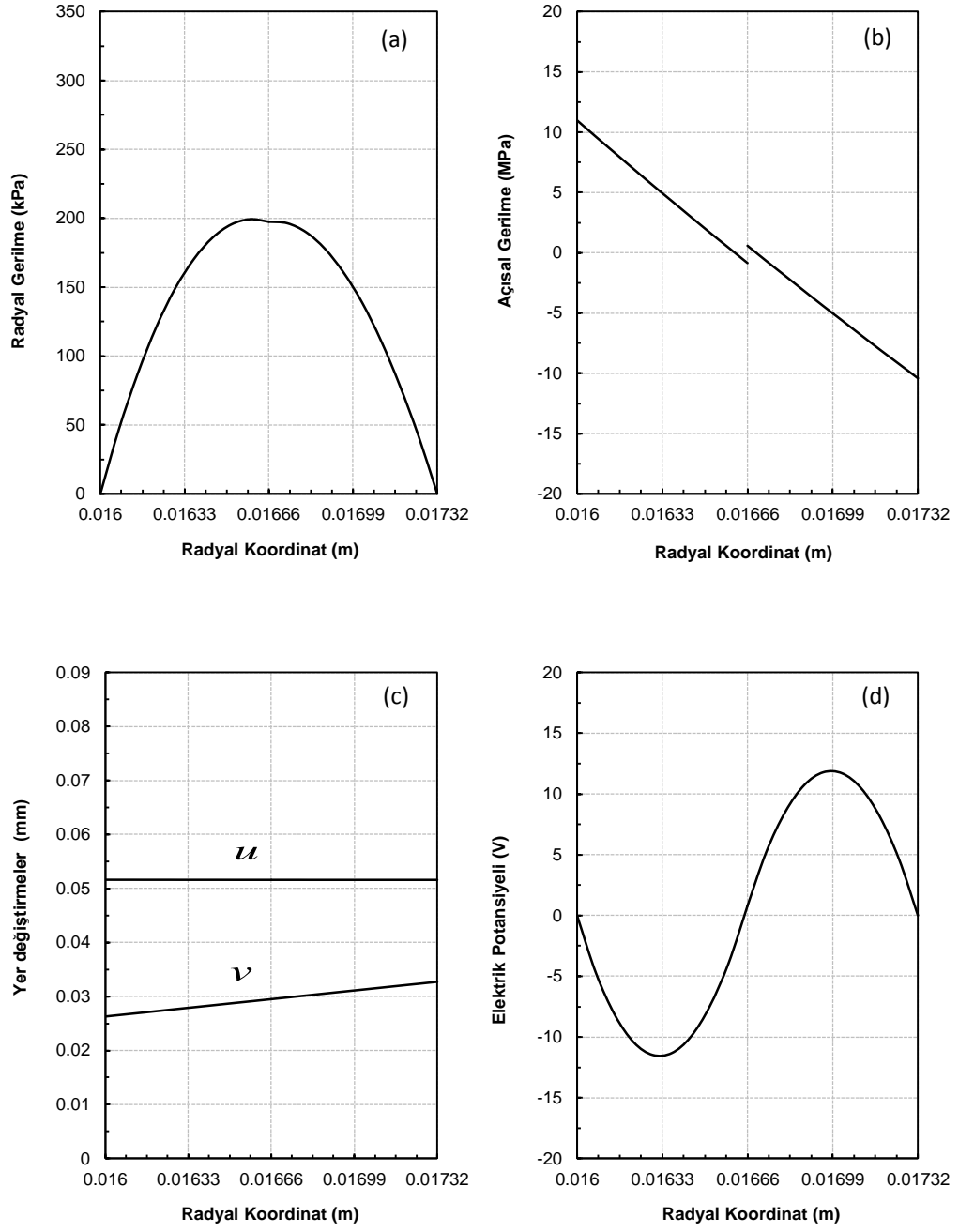


**Çizelge 2.6.**  $M = 1.0 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları

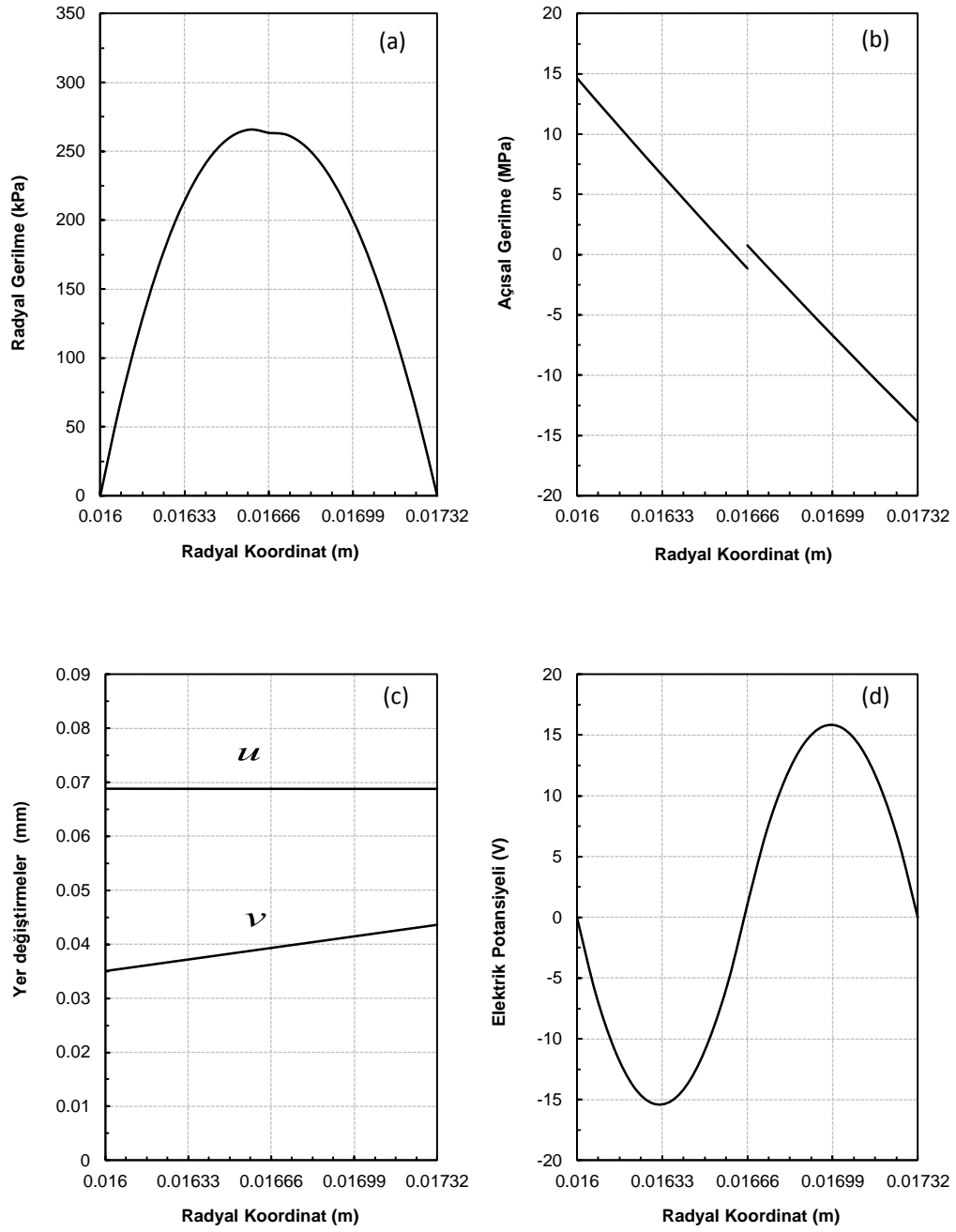




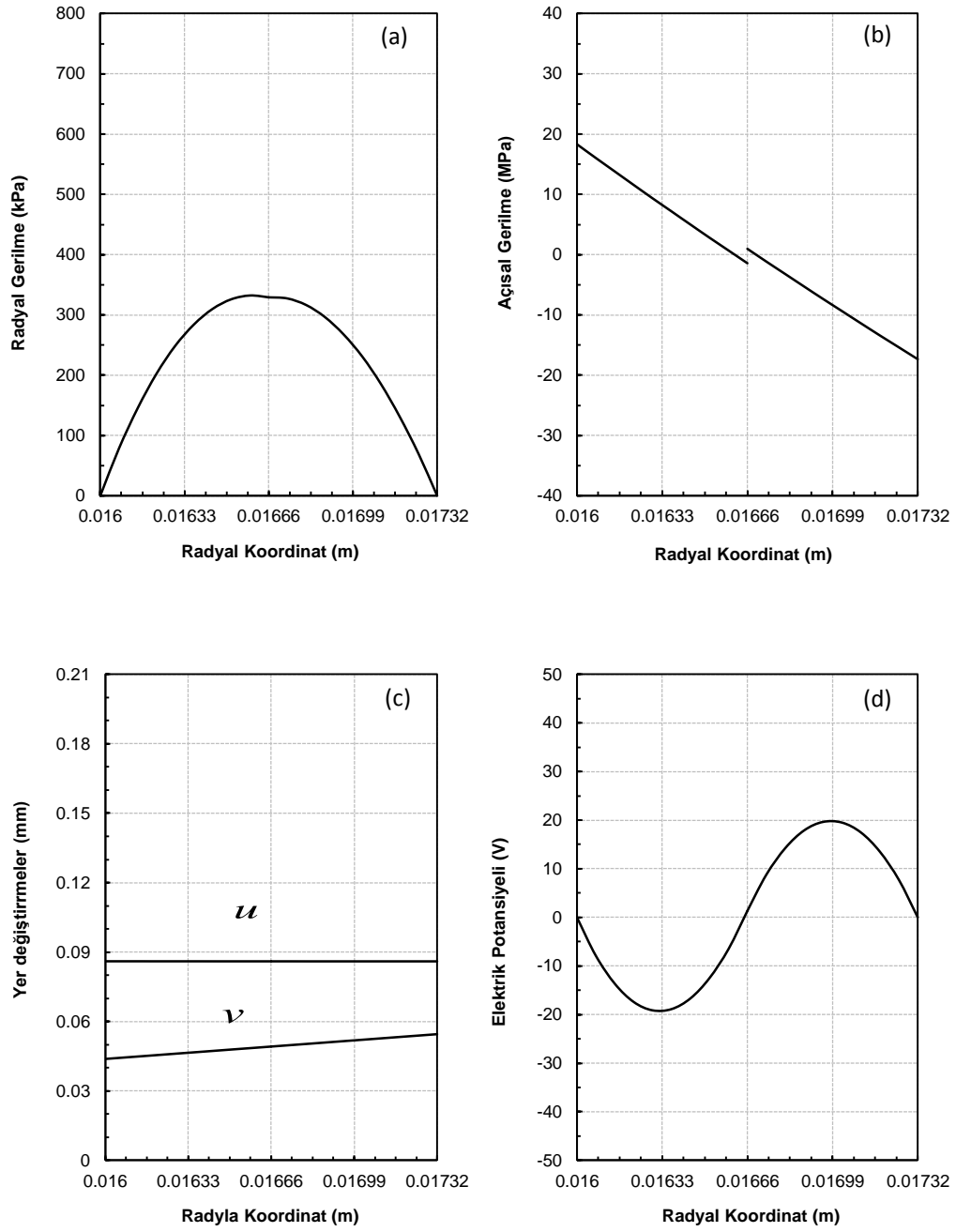
**Çizelge 2.7.**  $M = 2.0 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



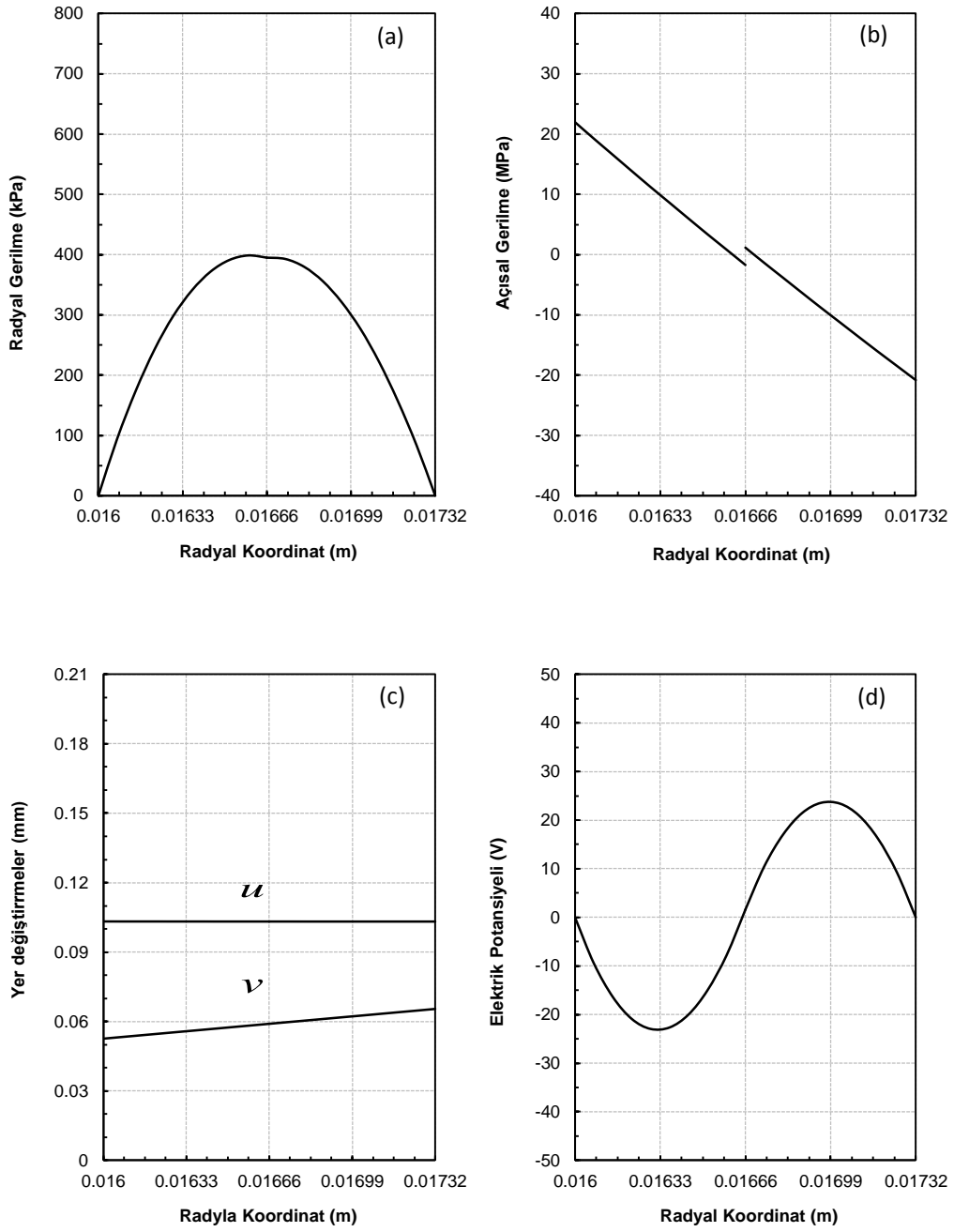
**Çizelge 2.8.**  $M = 3.0 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



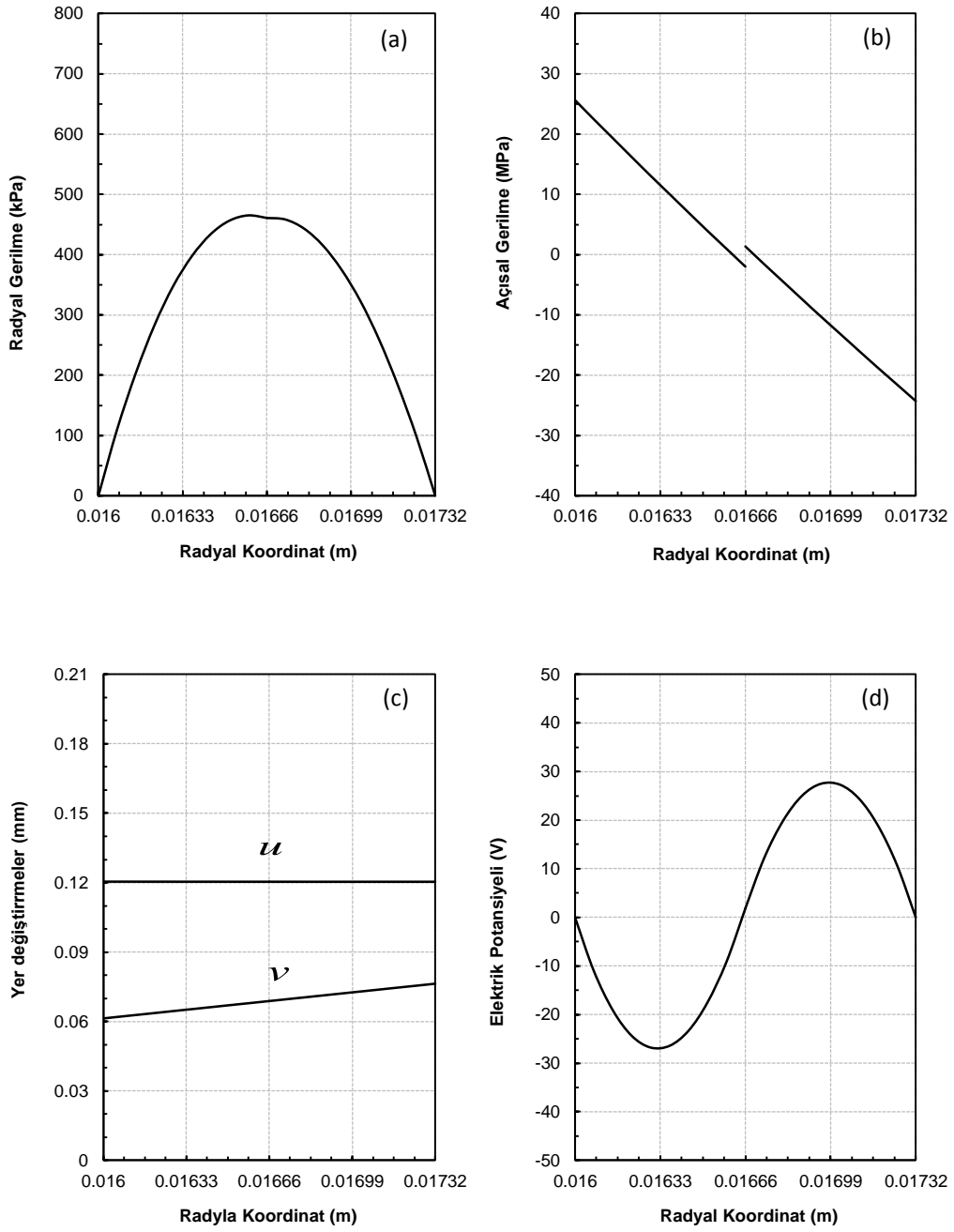
**Çizelge 2.9.**  $M = 4.0 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



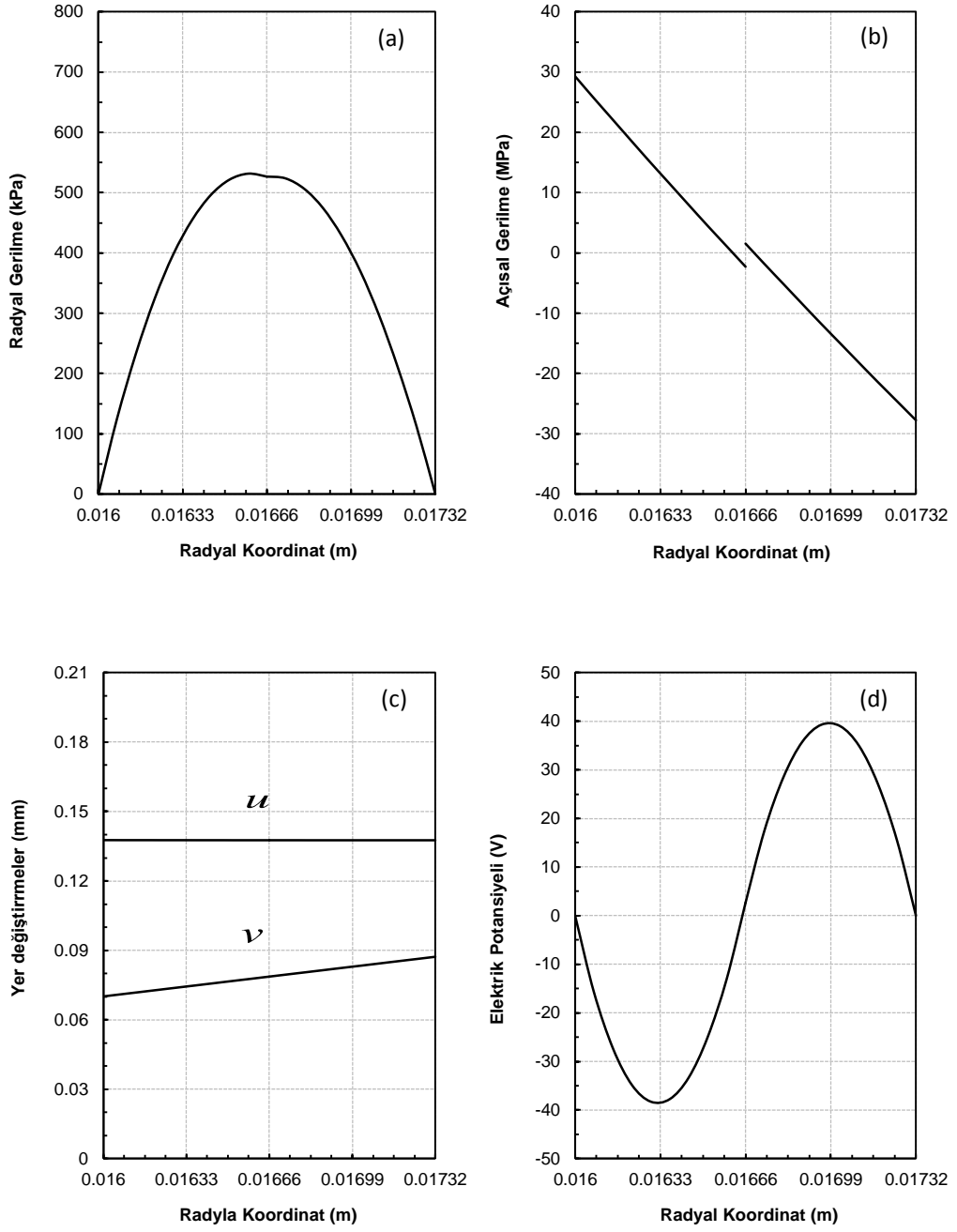
**Çizelge 2.10.**  $M = 5.0 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirmeler ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



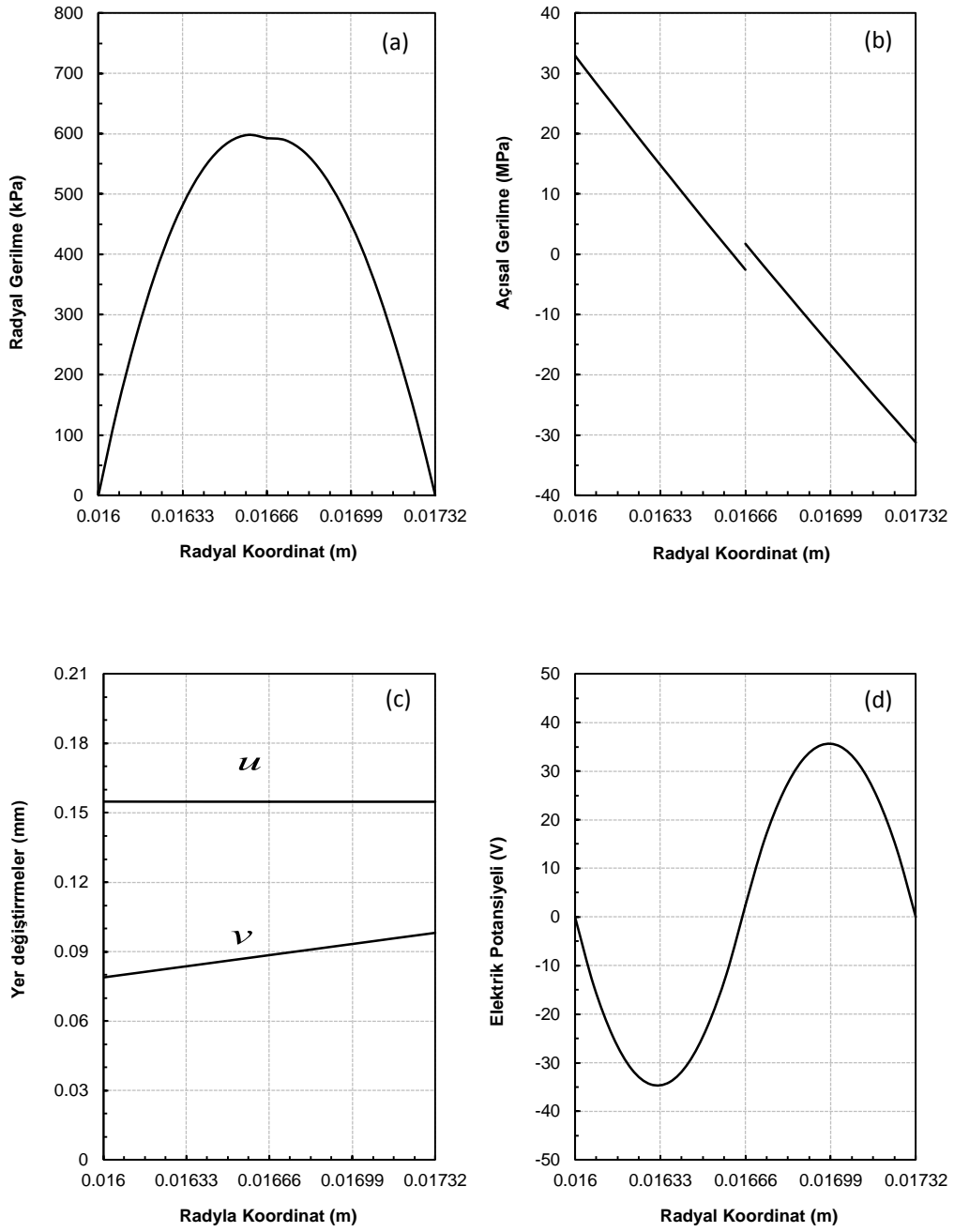
**Çizelge 2.11.**  $M = 6.0 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



**Çizelge 2.12.**  $M = 7.0 \text{ Nm}$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları

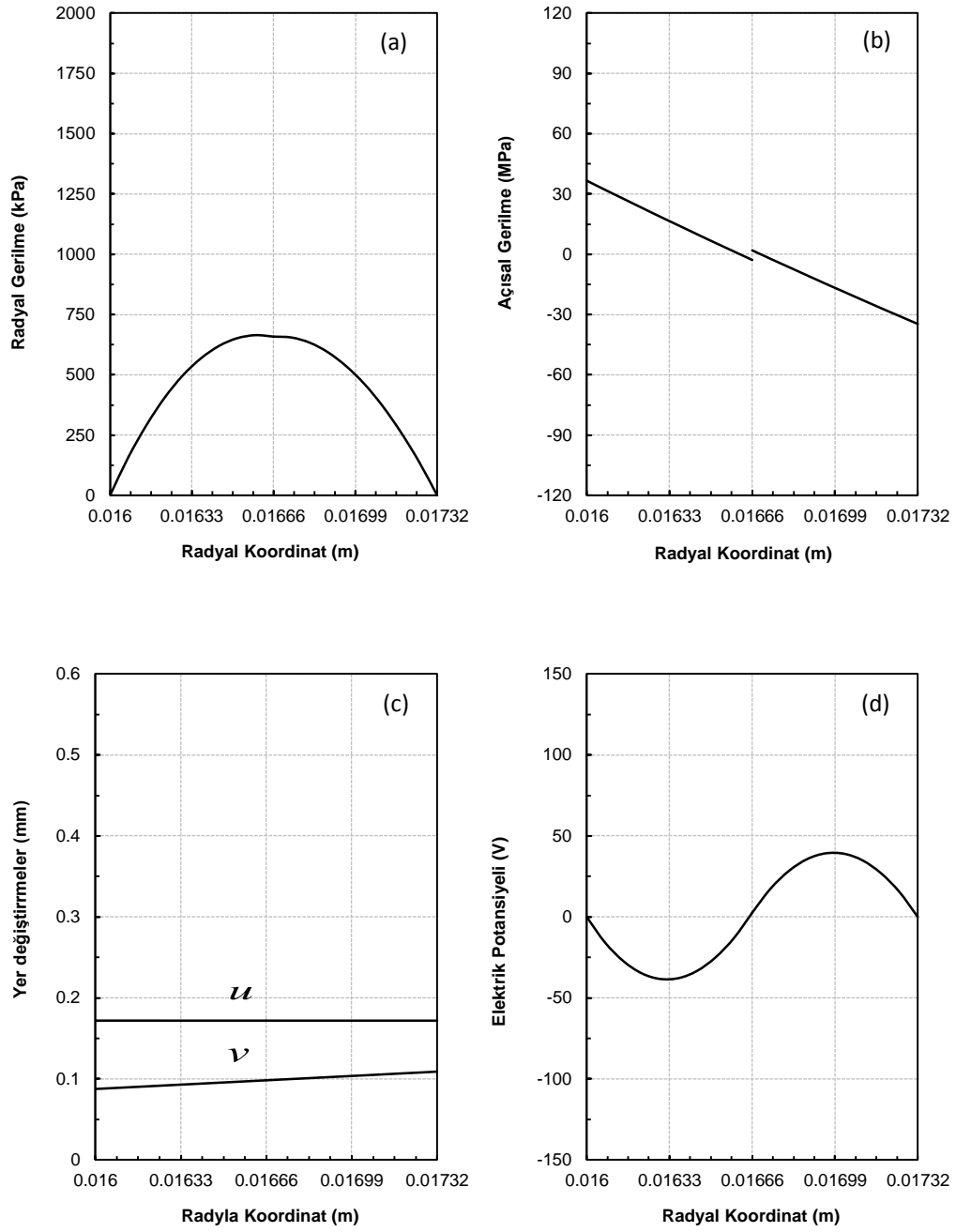


**Çizelge 2.13.**  $M = 8.0 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları

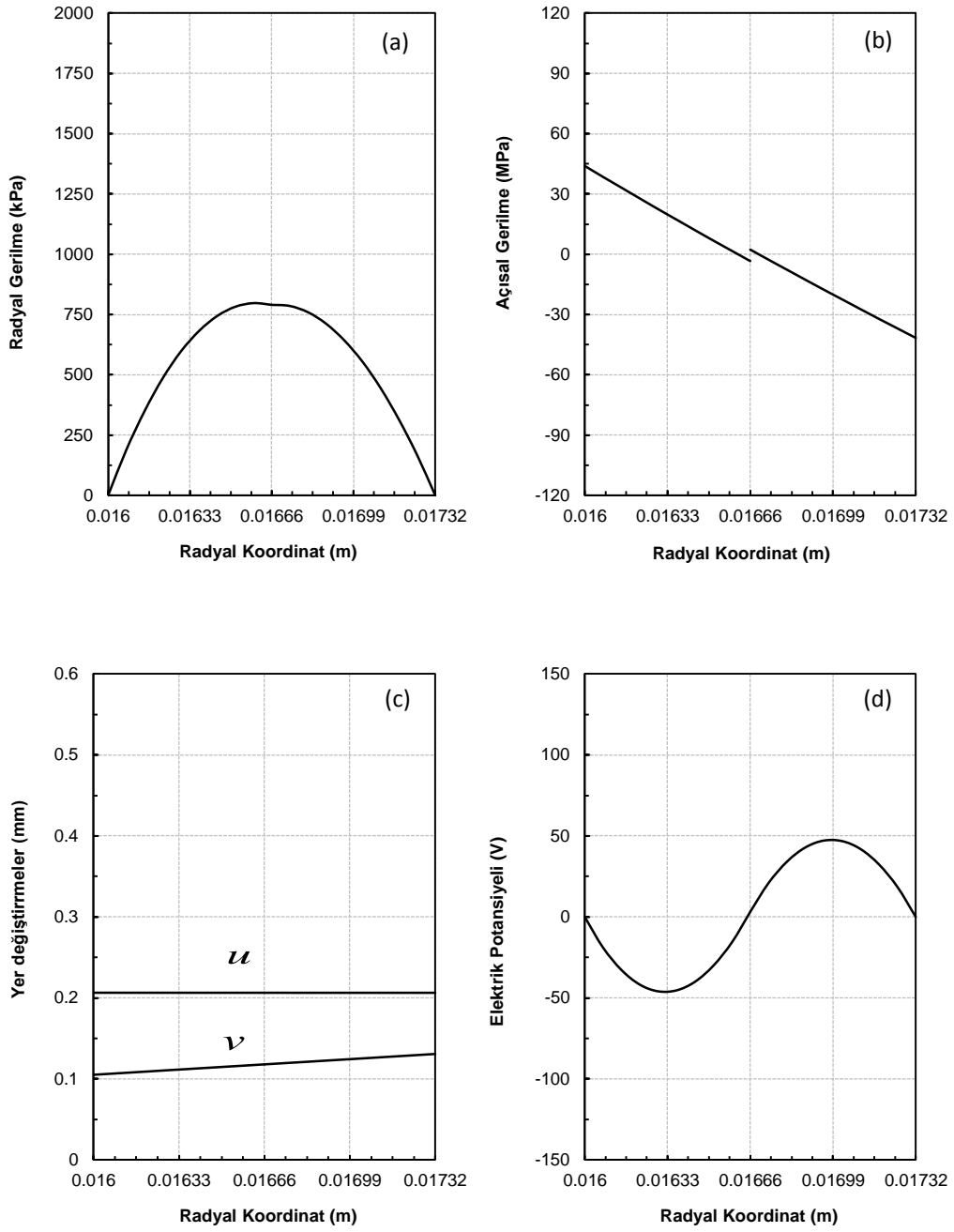


**Çizelge 2.14.**  $M = 9.0 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları

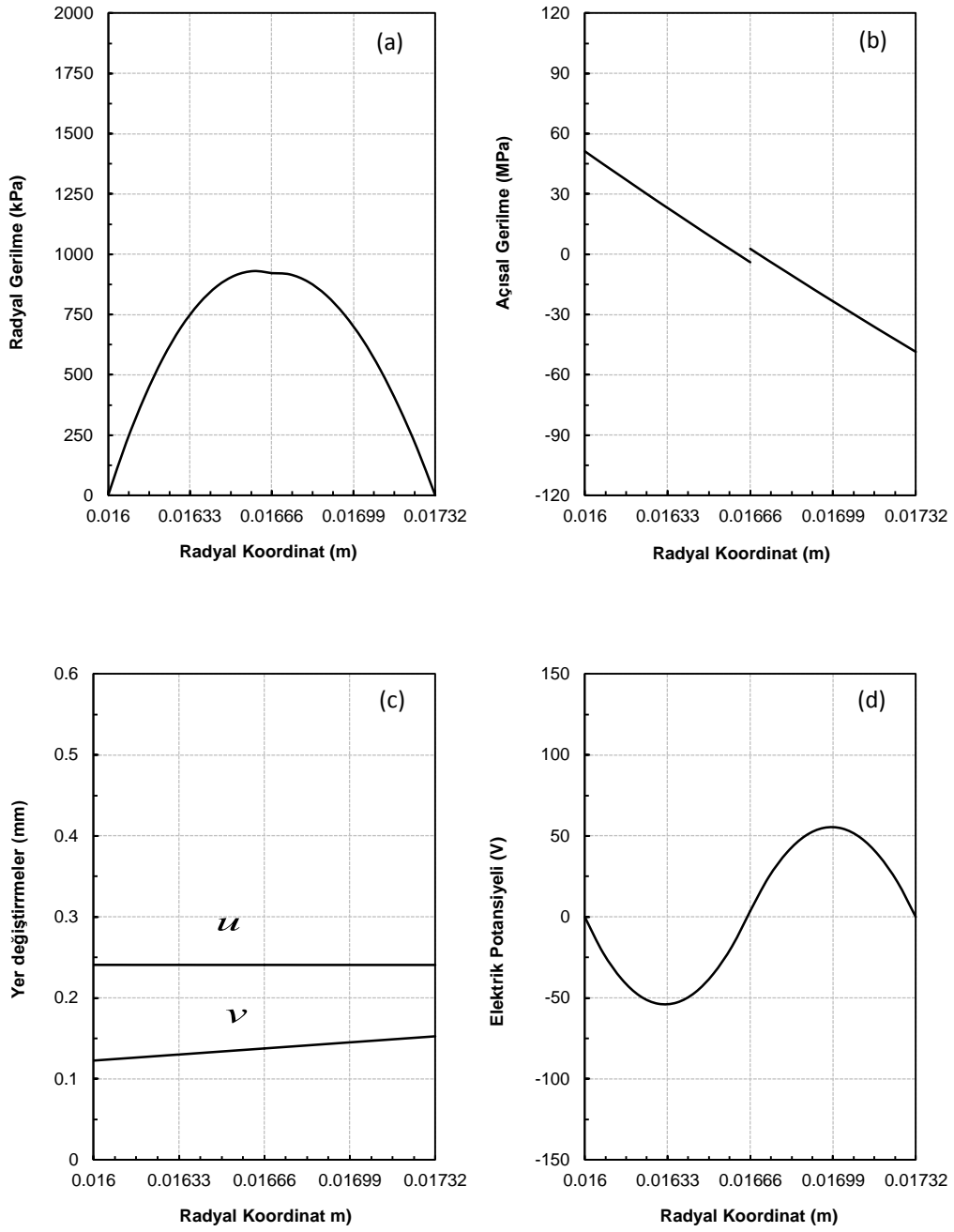




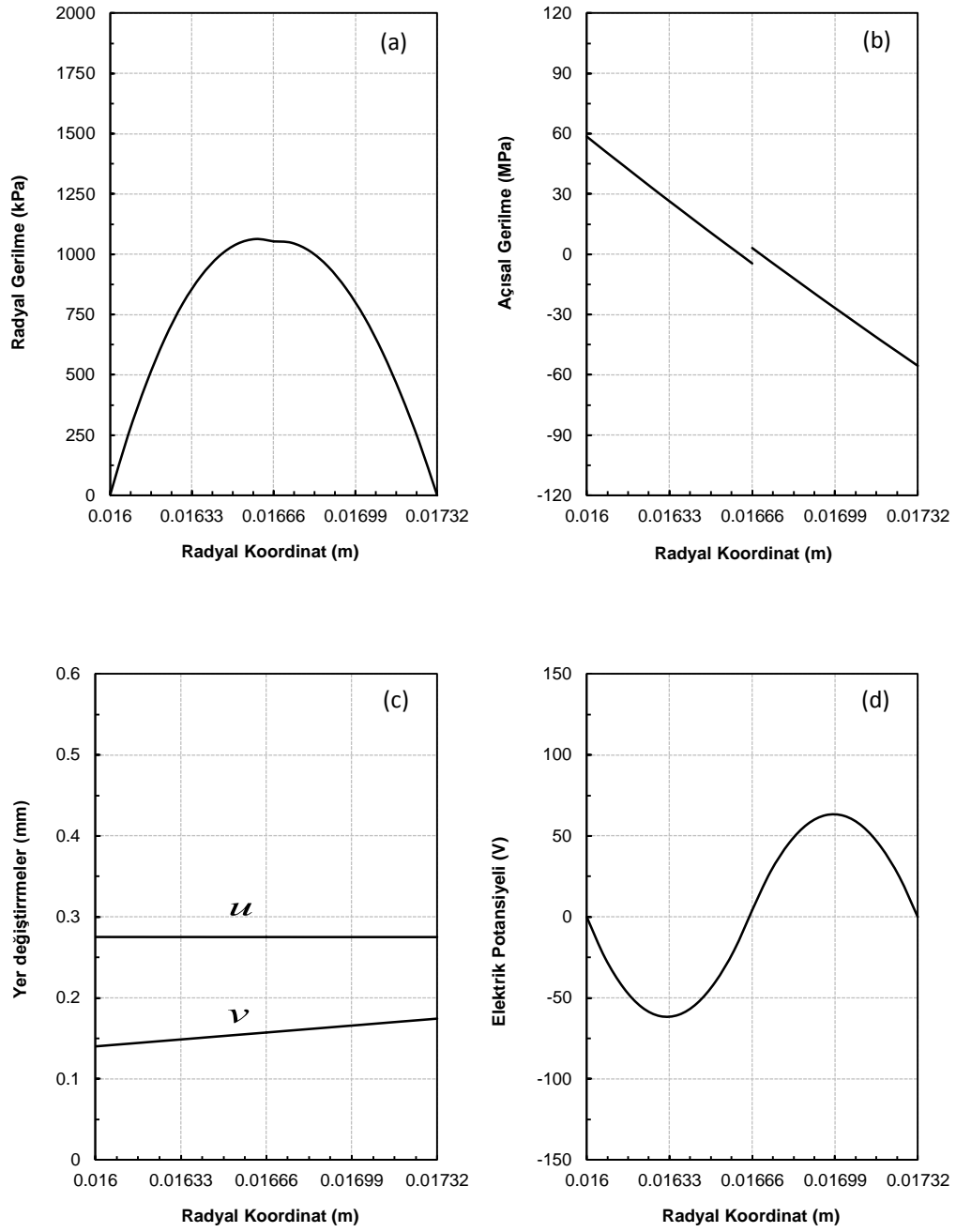
**Çizelge 2.15.**  $M = 10 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



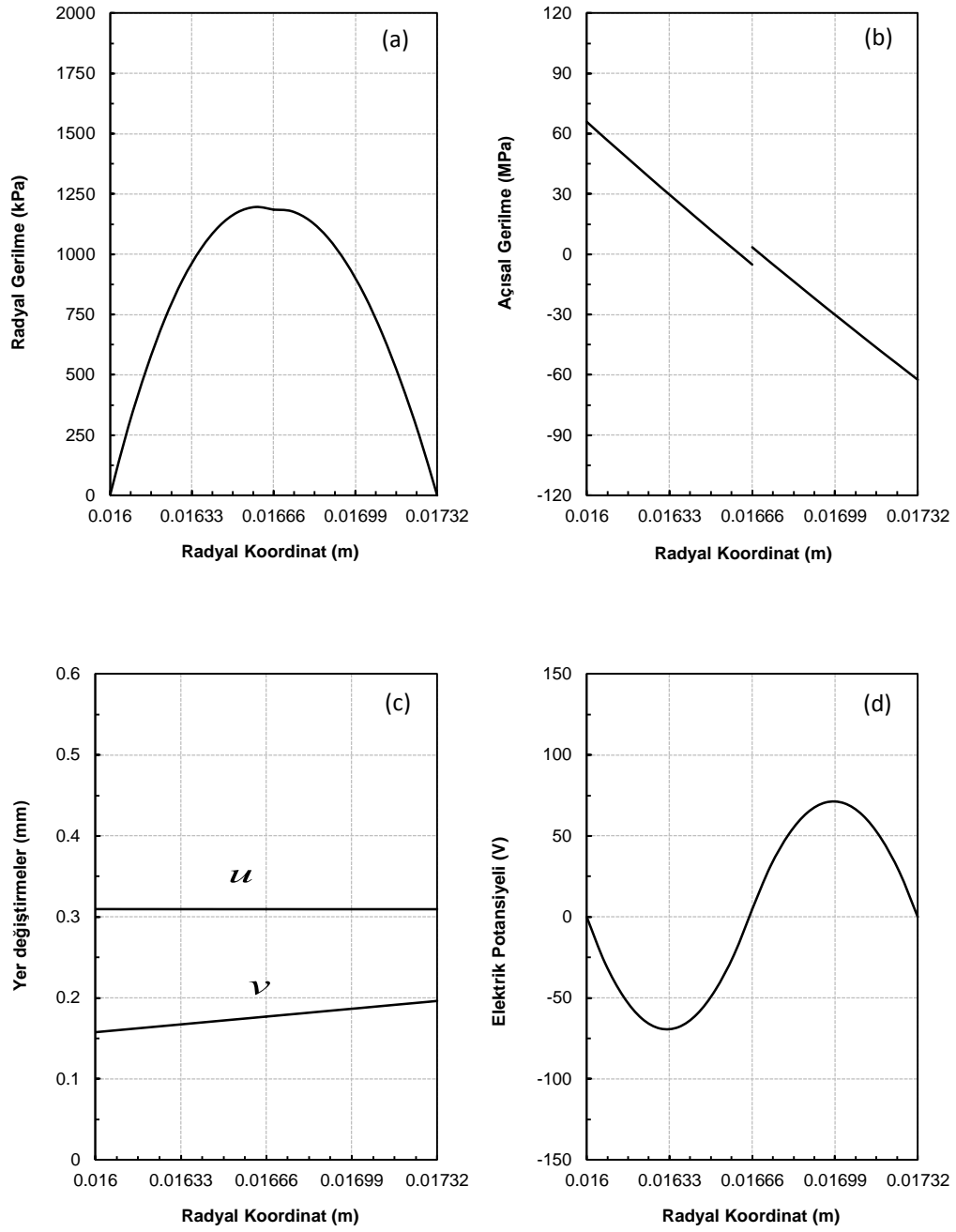
**Çizelge 2.16.**  $M = 12 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kırışteki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



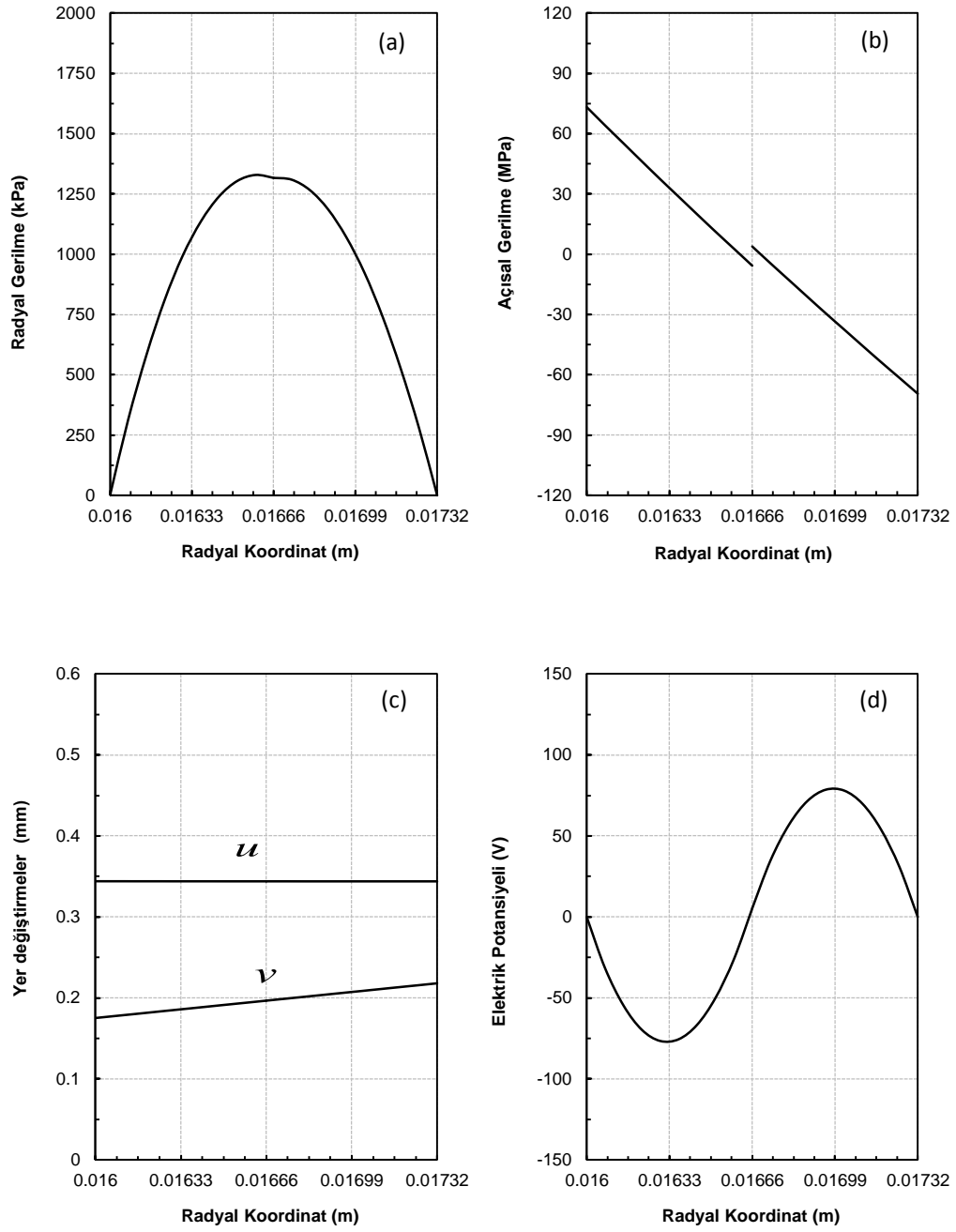
**Çizelge 2.17.**  $M = 14 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



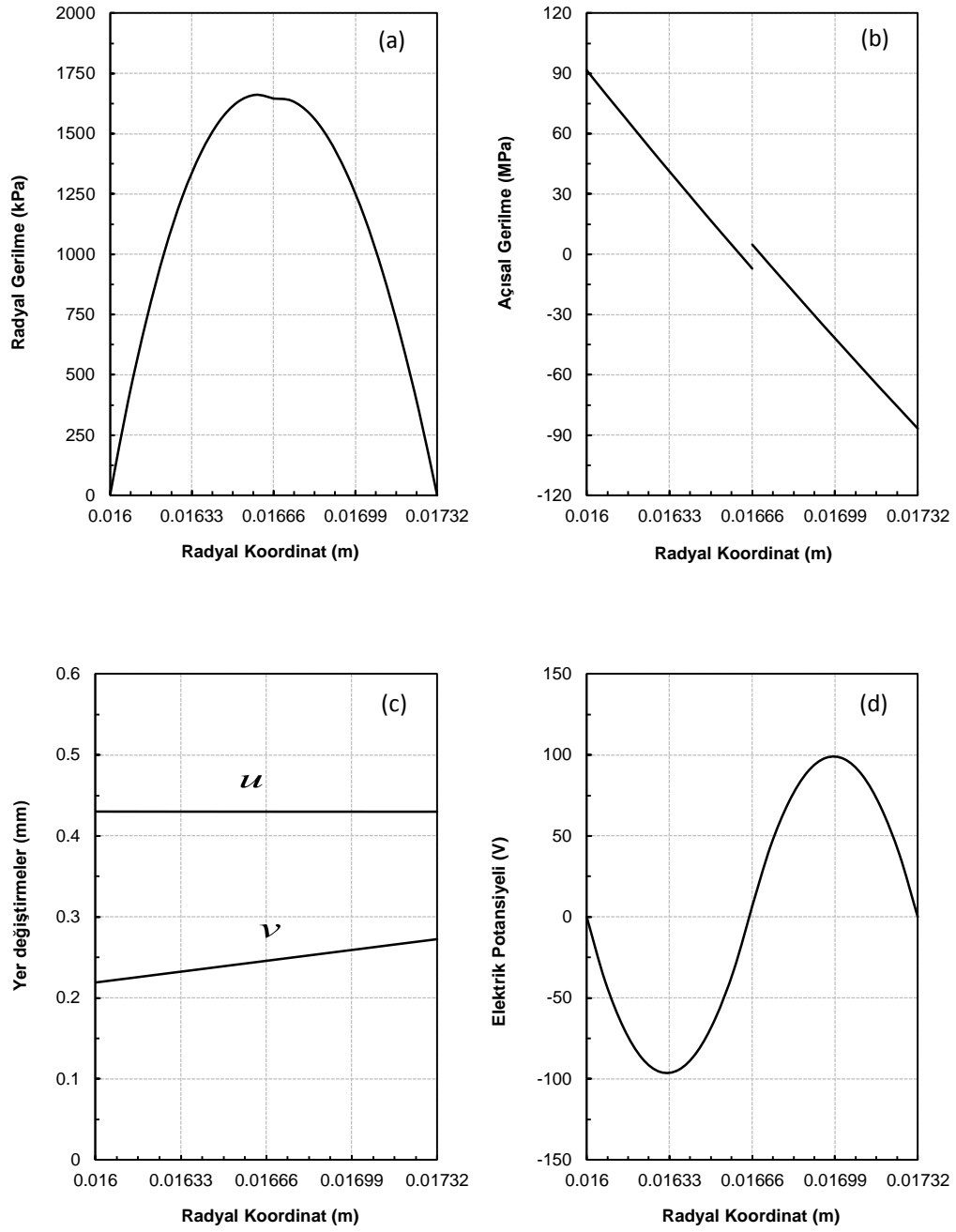
**Çizelge 2.18.**  $M = 16 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kırışteki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



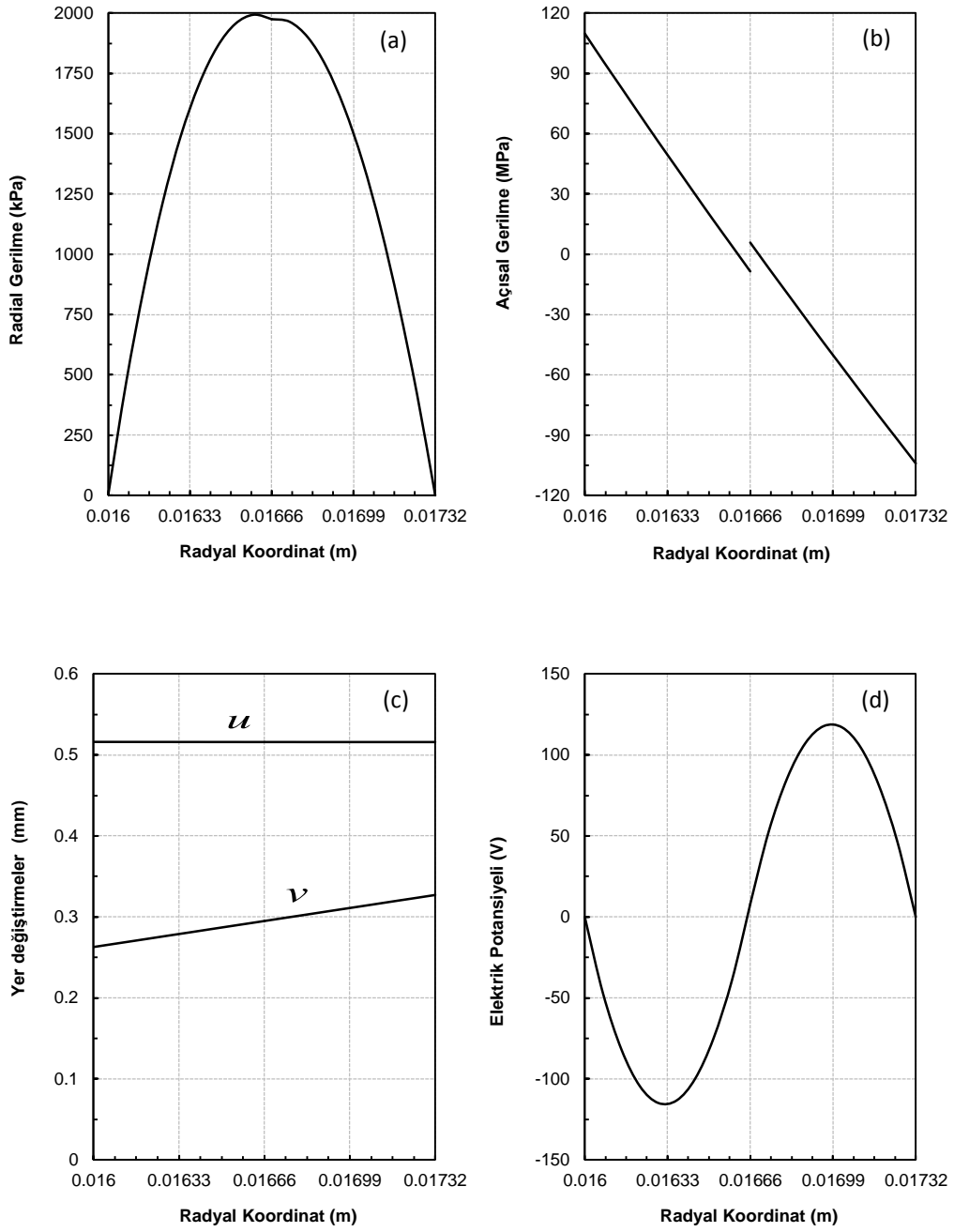
**Çizelge 2.19.**  $M = 18 \text{ Nm}$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları



**Çizelge 2.20.**  $M = 20 \text{ Nm}$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları

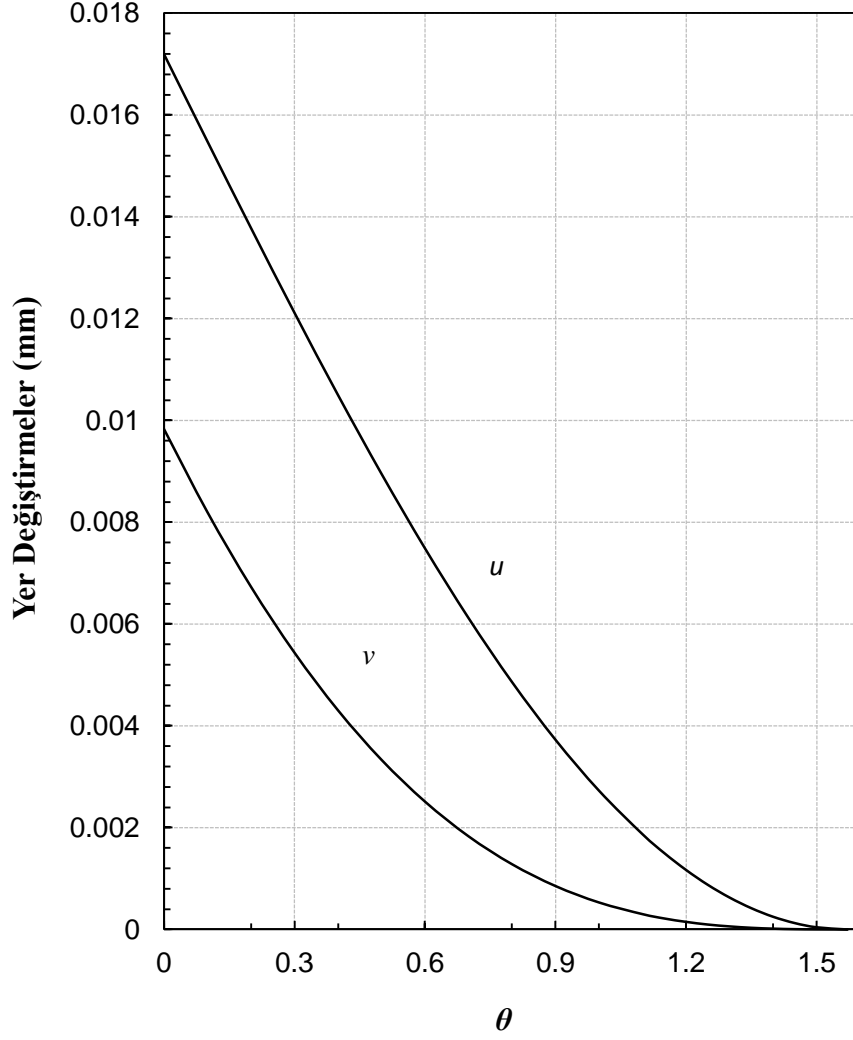


**Çizelge 2.21.**  $M = 25 \text{ Nm}$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları

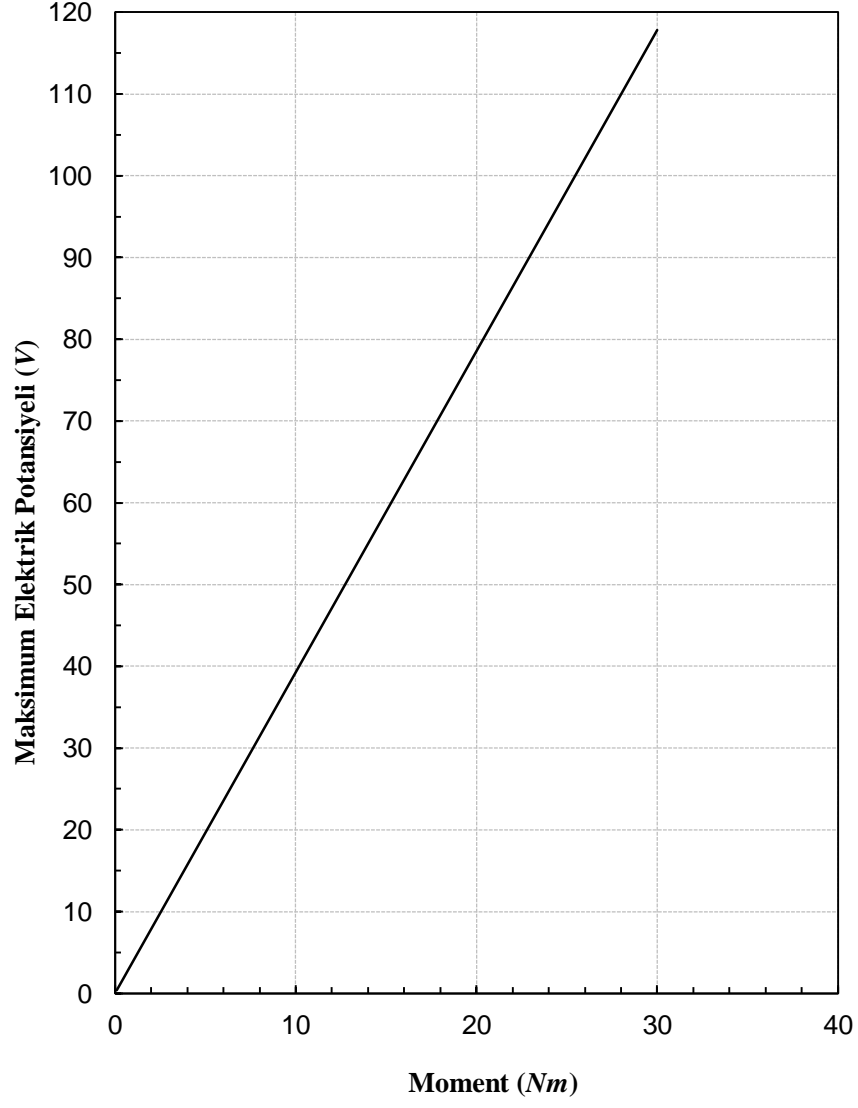


**Çizelge 2.22.**  $M = 30 Nm$ ,  $\theta = 0$  için kirişdeki (a) radyal gerilme, (b) açısal gerilme, (c) radyal ve açısal yer değiştirme ve (d) elektrik potansiyeli dağılımları





**Çizelge 3.**  $M = 1.0 \text{ Nm}$  altında,  $r = c$ 'deki radyal ve açisal yer değiştirmelerin  $\theta$ 'ya göre değişimi



**Çizelge 4.** Artan eğilme Momenti ( $M$ ) ile kirişte oluşan maksimum elektrik potansiyeli ( $V_{\max}$ ) değişimi

## 6. Sonuç ve Öneriler

Piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kirişin deformasyon ve elektriksel davranışlarını tarif eden bir matematiksel model türetilmiştir. Öncelikle, kirişin “tetikleyici (actuator)” olarak davrandığı kabul edilmiş ve modelin sayısal sonuçları Shi'nin [1] çözümünün sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Ardından, “algılayıcı (sensör)” olarak kullanılan piezoelektrik eğri eksenli bi-morph kiriş kesitinde eğilme momenti etkisiyle oluşacak deformasyon ve elektrik potansiyelinin sonuçları çizelgelerle sunulmuştur.

Eğilme momentinin belirli sınırlar arasında artırılmasıyla kiriş kesitinde oluşacak elektrik potansiyelinde belirgin bir oranda artış gözlenmiştir. Ulaşılan en son moment değerinde ( $M=30 Nm$ ) kirişte oluşacak maksimum mutlak elektrik potansiyelinin  $117.8 Volt$  olduğu tespit edilmiştir. Boyutları çok küçük olan bu sensörden bu kadar büyük bir elektrik potansiyeline ulaşılması, sensör olarak kullanılması tasarlanan kiriş gruplarının enerji kaynağı olarak değerlendirilebileceği ihtimalini ortaya çıkartmaktadır.

Bimorph kiriş uygulamalarında sıkça karşılaşılan problemlerden biri; iki tabakanın kesiştiği bölgede çatlakların oluşmasıdır. Bu çatlakların oluşmasının temel sebebi (Çizelge 2.1.b-2.22.b'de görüldüğü gibi), açılma gerilmelerinin arayüz koordinatlarında ( $r=0.0166 mm$ ) her iki tabaka için (özellikle moment değerinin artmasıyla) farklı değerlere ulaşmasıdır. Bu durumun engellenmesinin yolu bi-morph sensörler yerine “fonksiyonel derecelendirilmiş sensörlerin” kullanılması olabilir.

Çalışmada elde edilen model ve sonuçlar, konuyla ilgilenen araştırmacılara, üreticilere ve tasarımcılara bilgi ve esin kaynağı niteliğindedir. Ayrıca bu çalışma, daha karmaşık geometri ve yüklemelere maruz kalan piezoelektrik sensörler için ileride oluşturulacak sayısal modellerin sınanması için kullanılabilir.

## 7. Kaynakça

- [1] Shi Z., Bending behavior of piezoelectric curved actuator, *Smart Materials and Structures* 14, 835–842, (2005).
- [2] [http://tr.wikipedia.org/wiki/Yenilenebilir\\_enerji](http://tr.wikipedia.org/wiki/Yenilenebilir_enerji) (sayfa ziyareti, 27.09.2013).
- [3] <http://tr.wikipedia.org/wiki/Piezoelektrik> (sayfa ziyareti, 27.09.2013).
- [4] Savtek, Savunma Teknolojileri Kongresi, ODTÜ, Ankara, (20-22 Haziran 2012).
- [5] <http://www.e-notlar.net/piezoelektrik-seramikler/> (sayfa ziyareti, 27.09.2013).
- [6] <http://tez.sdu.edu.tr/Tezler/TF01130.pdf> (sayfa ziyareti, 27.09.2013).
- [7] [www.hasanbalik.com/dersler/anten/03-04Odev/SONAR/anaproje.doc](http://www.hasanbalik.com/dersler/anten/03-04Odev/SONAR/anaproje.doc) (sayfa ziyareti, 27.09.2013).
- [8] Target Enerji A.Ş., Karayolları Uygulamaları, Arch İNNOWATTECH Weigh In Motion (Hareket Halinde Ağırlıklar), (2012).
- [9] <http://enerjienstitusu.com/2011/10/24/windstalk-konsepti-piezoelektrik-ruzgar-turbinlerinden-kanatlari-kaldiriyor/#more-15558> (sayfa ziyareti, 27.09.2013).
- [10] Garbow B.S., Hillstrom K.E., More J.J., Testing unconstrained optimization software, *ACM Trans Math Softw* 7, 17–41, (1981).
- [11] Babaei M.H., Chen Z.T., Analytical solution for the electromechanical behavior of a rotating functionally graded piezoelectric hollow shaft, *Archive of Applied Mechanics* 78, 489–500, (2008).
- [12] Arani A.G., Kolahchi R., Barzoki A.A.M., Effect of material in-homogeneity on electro thermo-mechanical behaviors of functionally graded piezoelectric rotating shaft, *Applied Mathematical Modelling* 35, 2771–2789, (2011).
- [13] Aldraihem O.J., Khdeir A.A., Exact deflection solutions of beams with shear piezoelectric actuators, *International Journal of Solids and Structures* 40, 1–12, (2003).
- [14] Shen M.H., Chen F.M., Chen S.N., Piezoelectric study on circularly cylindrical layered media, *International Journal of Solids and Structures* 43, 2336–2350, (2006).
- [15] Alibeigloo A., Thermoelasticity analysis of functionally graded beam with integrated surface piezoelectric layers, *Composite Structures* 92, 1535–1543, (2010).
- [16] Tadigadapa S., Piezoelectric Microelectromechanical Systems – Challenges and Opportunities, *Procedia Engineering* 5, 468–471, (2010).
- [17] Taotao Z., Zhifei S., Two-dimensional exact analysis for piezoelectric curved actuators, *Journal of Micromechanics and Microengineering* 16, 640–647, (2006).

- [18] Xiang H.J. and Shi Z.F., Static analysis for multi-layered piezoelectric cantilevers, *International Journal of Solids and Structures* 45, 113–128, (2008).
- [19] Shi Z., Zhang T., Static analyses for 2–2 multi-layered piezoelectric curved composites, *International Journal of Engineering Science* 45, 509–524, (2007).
- [20] Dinzart F., Sabar H., Electroelastic behavior of piezoelectric composites with coated reinforcements, *International Journal of Solids and Structures* 46, 3556–3564, (2009).
- [21] Brissaud M., Modelling of non-symmetric piezoelectric bimorphs, *Journal of Micromechanics and Microengineering* 14, 1507–1518, (2004).
- [22] Kuang Y.D., Li G.Q., Chen C.Y., and Min Q., The static responses and displacement control of circular curved beams with piezoelectric actuators, *Smart Materials and Structures* 16, 1016–1024, (2007).
- [23] Aparicio J.L.P., Sosa H., Palma R., Numerical investigations of field-defect interactions in piezoelectric ceramics, *International Journal of Solids and Structures* 44, 4892–4908, (2007).
- [24] Qing G., Qiu J., Liu Y., A semi-analytical solution for static and dynamic analysis of plates with piezoelectric patches, *International Journal of Solids and Structures* 43, 1388–1403, (2006).
- [25] Sun D., Tong L., Modeling and analysis of curved beams with debonded piezoelectric sensor actuator patches, *International Journal of Mechanical Sciences* 44, 1755–1777, (2002).
- [26] Berlincourt D., Piezoelectric ceramics: Characteristics and applications, *The Journal of the Acoustical Society of America* 70, 1586-1595, (1981).
- [27] Elshafei M.A. and Alraïess F., Modeling and analysis of smart piezoelectric beams using simple higher order shear deformation theory, *Smart Materials and Structures* 22, 0964-1726, (2012).
- [28] Khdeir A.A. and Aldraïhem O.J., Deflection analysis of beams with extension and shear piezoelectric patches using discontinuity functions, *Smart Materials and Structures* 10, 212–220, (2001).
- [29] Shen M.H., Analysis of beams containing piezoelectric sensors and actuators, *Smart Materials and Structures* 3, 439-447, (1994).
- [30] Shi Z. and Zhang T., Bending analysis of a piezoelectric curved actuator with a generally graded property for the piezoelectric parameter, *Smart Materials and Structures* 17, 045018, (2008).
- [31] Shi Z., Xiang H.J. and Spencer B.F., Exact analysis of multi-layer piezoelectric/composite cantilevers, *Smart Materials and Structures* 15, 1447–1458, (2006).

- [32] Tiersten H.F., Thickness Vibrations of Piezoelectric Plates, *The Journal of the Acoustical Society of America* 35, 53-58, (1963).
- [33] Tingtinga L., Zhifeia S., Bending Behavior of Functionally Gradient Piezoelectric Cantilever, *Ferroelectrics*, 308, 43–51, (2004).
- [34] Timoshenko S.P., Goodier J.N., *Theory of Elasticity*. New York: McGraw-Hill, (1970).
- [35] Dadras P., Plane strain elastic-plastic bending of a strain hardening curved beam, *International Journal of Solids and Structures* 43, 39-56, (2001).
- [36] Eraslan A.N., Arslan E., A computational study on the nonlinear hardening curved beam problem, *International Journal of Pure and Applied Mathematics* 43, 129-143, (2008).
- [37] Eraslan A.N., Arslan E., A concise analytical treatment of elastic-plastic bending of a strain hardening curved beam, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics (ZAMM)* 88, 600 – 616, (2008).
- [38] Eraslan A.N., Arslan E., Analytical solution to the bending of a nonlinearly hardening wide curved bar, *Acta Mech* 210, 71–84, (2010).

## ÖZGEÇMİŞ

**Ad Soyad:** Raif USTA

**Doğum Yeri ve Tarihi:** Malatya / 03.12.1986

**Yabancı Dili :** İngilizce

**Adres:** Turgut özal Mah. Fahrikayahan Bulvarı  
2.cad 2.sok Flora Evleri A-44 Blok Kat:  
3 No:9

**E-Posta:** [usta\\_raif@hotmail.com](mailto:usta_raif@hotmail.com)

**Tel :** 0(536) 928 70 71

**Lisans:** Makine Mühendisi  
(2004-2008)

**Yüksek Lisans (Varsa):** Makine Mühendisliği Öğrencisi  
(2011-2013)

**Mesleki Deneyim ve Ödüller:** Çalık Holding-Gap Güneydoğu Tekstil  
Makine Bakım Mühendisi  
(2009-2011)

Tümaş A.Ş –Toki Müşavirlik Hizmetleri  
(2011-2013)

Mekanik Tesisat Kontrol Mühendisi  
Malatya 25.000 kişilik stadyum inşaatı  
Sivas 600 Yataklı Bölge Hastane inşaatı  
Siva 25.000 kişilik stadyum inşaatı

