

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÜZENLİ UZUN DALGA (RLW) DENKLEMİNİN SONLU FARK
YÖNTEMLERİ İLE ÇÖZÜMLERİ

Şeyma YALVAÇ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANA BİLİM DALI

Ağustos 2016

Tezin Başlığı : DÜZENLİ UZUN DALGA (RLW) DENKLEMİNİN SONLU
FARK YÖNTEMLERİ İLE ÇÖZÜMLERİ

Tezi Hazırlayan : Şeyma YALVAÇ

Sınav Tarihi : 05.08.2016

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Matematik Ana Bilim Dalında
Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Sınav Jüri Üyeleri

Tez Danışmanı: **Prof.Dr. Selçuk KUTLUAY** _____
İnönü Üniversitesi

Prof.Dr. Hüseyin YILDIRIM _____
Kahramanmaraş Sütçü İmam
Üniversitesi

Yrd.Doç.Dr. Yusuf UÇAR _____
İnönü Üniversitesi

Prof.Dr. Alaattin ESEN

Enstitü Müdürü

ONUR SÖZÜ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Düzenli Uzun Dalga (RLW) Denkleminin Sonlu Fark Yöntemleri ile Çözümleri” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlâk ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Şeyma YALVAÇ

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

DÜZENLİ UZUN DALGA (RLW) DENKLEMİNİN SONLU FARK YÖNTEMLERİ İLE ÇÖZÜMLERİ

Şeyma YALVAÇ

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Ana Bilim Dalı

118+xv sayfa

2016

Danışman : Prof.Dr. Selçuk KUTLUAY

Bu yüksek lisans tezi beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde, dalga kavramı ve dalga denklemleri hakkında bilgi verildi. Ayrıca bu bölümde tezde göz önüne alınacak olan Düzenli Uzun Dalga (Regularized Long Wave \equiv RLW) denkleminin tarihsel gelişiminden bahsedildi.

İkinci bölümde, klasik sonlu fark yöntemleri ile birlikte von Neumann kararlılık analizi hakkında bazı temel kavramlar verildi.

Üçüncü bölümde, RLW denklemi tanıtıldıktan sonra denklemin literatür araştırması sunuldu. Ayrıca farklı başlangıç ve sınır şartları ile verilen RLW denklemi için tek soliter dalga hareketi, iki soliter dalga girişimi ve ardışık dalga oluşumu problemleri kısaca tanıtıldı.

Tezin esas kısmını oluşturan dördüncü bölümde ise RLW denkleminde görülen UU_x lineer olmayan terim yerine dört farklı lineer sonlu fark yaklaşımları yazılarak denklemin sayısal çözümleri elde edildi ve aynı zamanda ortaya çıkan fark şemalarının kararlılık analizleri incelendi. Ayrıca bu bölümde kullanılan yaklaşımların model problemlere uygulanmasıyla elde edilen sonuçlar tablolar halinde verildi ve literatürde mevcut diğer sonuçlarla karşılaştırıldı.

Son olarak beşinci bölümde, kullanılan dört farklı lineer sonlu fark yaklaşımından elde edilen sonuçlar kısaca değerlendirildi.

ANAHTAR KELİMELELER: Düzenli Uzun Dalga (RLW) Denklemi, Tek Soliter Dalga Hareketi, İki Soliter Dalga Girişimi, Ardışık Dalga Oluşumu, Sonlu Fark Yöntemleri, von Neumann Kararlılık Analizi

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

SOLUTIONS OF REGULARIZED LONG WAVE EQUATION WITH FINITE
DIFFERENCE METHODS

Şeyma YALVAÇ

İnönü University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics

118+xv pages

2016

Supervisor : Prof.Dr. Selçuk KUTLUAY

This master thesis consists of five chapters. In the first chapter, some information is given about wave concept and wave equations. Also in this chapter, historical development of Regularized Long Wave (RLW) equation is mentioned.

In the second chapter, some basic concepts are given about finite difference methods and von Neumann stability analysis.

In the third chapter, RLW equation is firstly introduced and then its literature survey is presented. In addition, the problems which are the motion of a single solitary wave, the interaction of two solitary waves and the undular bore are introduced for RLW equation given with different initial and boundary conditions.

The fourth chapter constitutes the main part of the thesis. In this chapter, the RLW equation is solved numerically as UU_x nonlinear term in RLW equation is replaced by four different linear finite difference approximations and the stability analysis of the obtained each finite difference scheme is also investigated. The results obtained by applying model problems of each approximation are given in the tables and compared with the other results in the literature.

Finally, in the fifth chapter, the results obtained by using four different linear finite difference approximations have been briefly evaluated.

KEY WORDS: Regularized Long Wave (RLW) Equation, The Motion of a Single Solitary Wave, The Interaction of Two Solitary Waves, The Undular Bore, Finite Difference Methods, von Neumann Stability Analysis

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans çalışmamı yöneten ve tezin hazırlanması sürecinde bana yardımcı olan, her zaman yakın ilgi ve yardımlarını esirgemeyen çok kıymetli hocam Sayın Prof. Dr. Selçuk KUTLUAY'a, çalışmalarım sırasında karşılaştırdığım her türlü güçlüğüün üstesinden gelme konusunda bana yol gösteren, bilgi ve görüşlerinden istifade ettiğim çok değerli hocalarım Doç. Dr. M. Kemal ÖZDEMİR, Yrd. Doç. Dr. Yusuf UÇAR ve Yrd. Doç. Dr. N. Murat YAĞMURLU'ya ayrıca yüksek lisans sürecinde üzerimde büyük emekleri olduğunu düşündüğüm bölüm başkanımız Sayın Prof. Dr. Sadık KELEŐ'e ve diğer bölüm hocalarıma ve bilhassa maddi manevi desteklerinden dolayı aileme teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

| | |
|---|------|
| ÖZET | i |
| ABSTRACT | iii |
| TEŞEKKÜR | v |
| İÇİNDEKİLER | vii |
| ŞEKİLLER DİZİNİ..... | viii |
| TABLolar DİZİNİ | ix |
| SİMGELER VE KISALTMALAR | xv |
| 1. GİRİŞ | 1 |
| 2. TEMEL KAVRAMLAR..... | 7 |
| 2.1. Sonlu Fark Yöntemleri | 7 |
| 2.2. Kararlılık Analizi..... | 11 |
| 2.2.1. Fourier Serisi (von Neumann) Yöntemi | 11 |
| 3. DÜZENLİ UZUN DALGA (RLW) DENKLEMİ..... | 13 |
| 3.1. Giriş..... | 13 |
| 3.2. Model Problemler | 17 |
| 3.2.1. Tek Soliter Dalga Hareketi | 17 |
| 3.2.2. İki Soliter Dalga Girişimi | 18 |
| 3.2.3. Ardışık Dalga Oluşumu..... | 18 |
| 4. RLW DENKLEMİNİN SONLU FARK YAKLAŞIMLARIYLA NÜMERİK ÇÖZÜMLERİ..... | 20 |
| 4.1. Sonlu Fark Yaklaşımı-1 (SFY-1) | 21 |
| 4.1.1. Kararlılık Analizi..... | 22 |
| 4.1.2. Nümerik Sonuçlar | 23 |
| 4.2. Sonlu Fark Yaklaşımı-2 (SFY-2) | 46 |
| 4.2.1. Kararlılık Analizi..... | 47 |
| 4.2.2. Nümerik Sonuçlar | 48 |
| 4.3. Sonlu Fark Yaklaşımı-3 (SFY-3) | 66 |

| | |
|--|-----|
| 4.3.1. Kararlılık Analizi..... | 67 |
| 4.3.2. Nümerik Sonuçlar | 70 |
| 4.4. Sonlu Fark Yaklaşımı-4 (SFY-4) | 89 |
| 4.4.1. Kararlılık Analizi..... | 90 |
| 4.4.2. Nümerik Sonuçlar | 91 |
| 5. SONUÇ ve ÖNERİLER | 111 |
| KAYNAKLAR | 113 |
| ÖZGEÇMİŞ | 118 |

ŞEKİLLER DİZİNİ

| | | |
|-----------|---|----|
| Şekil 1.1 | Basit bir dalga profili | 4 |
| Şekil 4.1 | $t = 0$ ve $t = 20$ zamanlarında soliter dalga profili. | 24 |
| Şekil 4.2 | $t = 20$ zamanında hata. | 24 |
| Şekil 4.3 | İki soliter dalganın girişimi. | 33 |
| Şekil 4.4 | $t = 400$ zamanında iki soliter dalganın girişimi. | 34 |
| Şekil 4.5 | $d = 2$ yüksek eğimi için ardışık dalga oluşumu. | 39 |
| Şekil 4.6 | $d = 5$ düşük eğimi için ardışık dalga oluşumu. | 39 |
| Şekil 4.7 | $d = 2$ yüksek eğimi ve $d = 5$ düşük eğimi için öncü (ilk) dalganın yüksekliği. | 40 |
| Şekil 4.8 | $d = 2$ yüksek eğimi için korunum sabitlerinin değişimi. | 40 |

TABLolar DİZİNİ

| | | |
|------------|--|----|
| Tablo 4.1 | SFY-1 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalğanın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$). | 26 |
| Tablo 4.2 | SFY-1 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalğanın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$). | 27 |
| Tablo 4.3 | SFY-1 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalğanın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$). | 29 |
| Tablo 4.4 | SFY-1 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalğanın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$). | 31 |
| Tablo 4.5 | SFY-1 ile Problem 1'in h ve k 'nın farklı değerleri için hesaplanan hata normları ($3c = 0.3$ için $-40 \leq x \leq 60$, $3c = 0.09$ için $-80 \leq x \leq 120$). | 31 |
| Tablo 4.6 | SFY-1 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$). | 32 |
| Tablo 4.7 | SFY-1 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$). | 35 |
| Tablo 4.8 | SFY-1 ile Problem 2'nin $k = 0.1$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$). | 37 |
| Tablo 4.9 | SFY-1 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_1 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$). | 38 |
| Tablo 4.10 | SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 41 |
| Tablo 4.11 | SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 2$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 42 |

| | | |
|------------|--|----|
| Tablo 4.12 | SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 43 |
| Tablo 4.13 | SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 5$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 44 |
| Tablo 4.14 | SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 45 |
| Tablo 4.15 | SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$). | 45 |
| Tablo 4.16 | SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 46 |
| Tablo 4.17 | SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$). | 46 |
| Tablo 4.18 | SFY-2 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$). | 49 |
| Tablo 4.19 | SFY-2 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$). | 51 |
| Tablo 4.20 | SFY-2 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$). | 53 |
| Tablo 4.21 | SFY-2 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$). | 54 |
| Tablo 4.22 | SFY-2 ile Problem 1'in h ve k 'nın farklı değerleri için hesaplanan hata normları ($3c = 0.3$ için $-40 \leq x \leq 60$, $3c = 0.09$ için $-80 \leq x \leq 120$). | 55 |
| Tablo 4.23 | SFY-2 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$). | 56 |
| Tablo 4.24 | SFY-2 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$). | 58 |

| | | |
|------------|--|----|
| Tablo 4.25 | SFY-2 ile Problem 2'nin $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6, 3c_2 = 0.3, x_1 = -177, x_2 = -147, -200 \leq x \leq 400$). | 59 |
| Tablo 4.26 | SFY-2 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6, 3c_2 = 0.3, x_1 = -177, x_2 = -147, -200 \leq x \leq 400$). | 60 |
| Tablo 4.27 | SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 2, h = 0.24$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 61 |
| Tablo 4.28 | SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 2, k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 62 |
| Tablo 4.29 | SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 5, h = 0.24$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 63 |
| Tablo 4.30 | SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 5, k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 64 |
| Tablo 4.31 | SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 2, h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 64 |
| Tablo 4.32 | SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 2, h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$). | 65 |
| Tablo 4.33 | SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 5, h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 65 |
| Tablo 4.34 | SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 5, h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$). | 66 |
| Tablo 4.35 | SFY-3 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalğanın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3, -40 \leq x \leq 60$). | 71 |
| Tablo 4.36 | SFY-3 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalğanın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3, -40 \leq x \leq 60$). | 73 |

| | | |
|------------|--|----|
| Tablo 4.37 | SFY-3 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalğanın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$). | 75 |
| Tablo 4.38 | SFY-3 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalğanın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$). | 76 |
| Tablo 4.39 | SFY-3 ile Problem 1'in h ve k 'nın farklı değerleri için hesaplanan hata normları ($3c = 0.3$ için $-40 \leq x \leq 60$, $3c = 0.09$ için $-80 \leq x \leq 120$). | 77 |
| Tablo 4.40 | SFY-3 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$). | 78 |
| Tablo 4.41 | SFY-3 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$). | 80 |
| Tablo 4.42 | SFY-3 ile Problem 2'nin $k = 0.1$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$). | 81 |
| Tablo 4.43 | SFY-3 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$). | 82 |
| Tablo 4.44 | SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 83 |
| Tablo 4.45 | SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 2$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 84 |
| Tablo 4.46 | SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 85 |
| Tablo 4.47 | SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 5$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 86 |
| Tablo 4.48 | SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 87 |
| Tablo 4.49 | SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$). | 87 |

| | | |
|------------|--|-----|
| Tablo 4.50 | SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 88 |
| Tablo 4.51 | SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$). | 88 |
| Tablo 4.52 | SFY-4 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$). | 92 |
| Tablo 4.53 | SFY-4 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$). | 94 |
| Tablo 4.54 | SFY-4 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$). | 96 |
| Tablo 4.55 | SFY-4 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$). | 97 |
| Tablo 4.56 | SFY-4 ile Problem 1'in h ve k 'nın farklı değerleri için hesaplanan hata normları ($3c = 0.3$ için $-40 \leq x \leq 60$, $3c = 0.09$ için $-80 \leq x \leq 120$). | 98 |
| Tablo 4.57 | SFY-4 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$). | 99 |
| Tablo 4.58 | SFY-4 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$). | 101 |
| Tablo 4.59 | SFY-4 ile Problem 2'nin $k = 0.1$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$). | 102 |
| Tablo 4.60 | SFY-4 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$). | 103 |
| Tablo 4.61 | SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 105 |
| Tablo 4.62 | SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 2$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 106 |

| | | |
|------------|---|-----|
| Tablo 4.63 | SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 107 |
| Tablo 4.64 | SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 5$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 108 |
| Tablo 4.65 | SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 108 |
| Tablo 4.66 | SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$). | 109 |
| Tablo 4.67 | SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$). | 109 |
| Tablo 4.68 | SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$). | 110 |

SİMGELER VE KISALTMALAR

| Kisaltmalar | Açıklamalar |
|-------------|-----------------------|
| KdV | Korteweg de Vries |
| RLW | Regularized Long Wave |
| BBM | Benjamin Bona Mahony |
| EW | Equal Width |
| SFY | Sonlu Fark Yaklaşımı |

1. GİRİŞ

Bir cismin periyodik hareketi veya konumunun periyodik değişimi olarak tanımlanabilen titreşim ve salınım hareketleri günlük hayatta birçok şekilde gözlemlenebilmektedir. Bunlara örnek olarak nabzımızın atışı, saat sarkacının sallanması, saatin tik takları, müzik aletinin tellerinin titreşmesi vb. verilebilir. Salınımlar için bilimsel yaklaşımlar, titreşen cisimlerin arasındaki fiziksel farkların ihmal edilmesi, bütün salınımlar için genel olan özelliklerin çıkarılması ve bu salınımları tanımlayacak matematiksel kuralların bulunmasıyla başlar.

Salınım ve titreşim genellikle dalgaları oluşturur. Sudaki dalgalar kolaylıkla fiziksel olay olarak tanımlanırken radyo dalgaları sadece hayal edilebilir. Bu ise radyo dalgalarının fiziksel gerçekliğini göstermeyi zorlaştırır. Dalgalar teorisi, fiziksel özelliklerinden bağımsız olarak tüm dalgalarda ortak olan karakteristiklerle ilgili olduğu için bir örneği olarak sadece sudaki dalgaları anlamak yeterlidir. Ancak sudaki dalgalar gözle görüldüğünden daha karmaşık bir olaydır.

Dalgalar, salınımlarla yakından ilişkilidir. En basit periyodik dalga herhangi bir ortamda, ortamın komşu noktalarına salınım hareketlerinin ilerlemesidir. Bu tür dalgalar genellikle titreşen cisimlerden ortaya çıkar. Ses dalgalarının ses çatalı (diyapazon) tarafından oluşturulması buna örnek olarak verilebilir. Titreşen çatal salınım üretir ve havadaki parçacıkların salınımı daha uzaklara iletmesiyle ses dalgası oluşur.

Basit periyodik bir dalga bir ortamda ilerlerken ortamın parçacıkları salınır. Eğer

dalganın genliği küçükse salınımın genliği dalganın genliği ile orantılıdır. Büyük genliğe sahip dalgalar için durum tamamen farklıdır. Örneğin sudaki büyük dalga küçük olandan daha diktir. Beyaz köpükler (white caps) bu tür dalgaların üzerinde ortaya çıkabilir ve nihayetinde ters dönebilirler. Bu tür dalgalardaki parçacıkların hareketlerinin düzensiz ve kaotik olması yüksek dalgaların nonlinear doğasının en büyük göstergesidir.

Nonlinearliği anlamak için öncelikle lineerliği anlamalıyız. Herhangi bir lineer salınımın karakteristik özellikleri şunlardır:

- Lineer salınımın periyodu genliğinden bağımsızdır,
- İki lineer salınımın toplamı yine lineer bir salınımdır,
- Küçük genlikli salınımlar lineerdir.

Lineer dalgalar da benzer özelliklere sahiptir:

- Lineer dalgaların periyodu ve hızı genliğinden bağımsızdır,
- İki lineer dalganın toplamı yine lineer bir dalgadır,
- Küçük genlikli dalgalar lineerdir.

Büyük genlikli dalgalar nonlinear olabilir bu ise yukarıda verilen kuralların uygulanamayacağı anlamına gelir.

Nonlinearlık büyük genlikli dalgaların şekillerinin bozulmasına neden olur. Örnek olarak türbülanstaki ve birçok kompleks olaydaki dalgaların üstünde beyaz köpük oluşumu verilebilir. Nonlinearliğin yanı sıra başka bir bozulma kaynağı daha vardır. Şöyle ki, bilindiği gibi farklı dalga genişliğine sahip dalgalar farklı hızlarda hareket

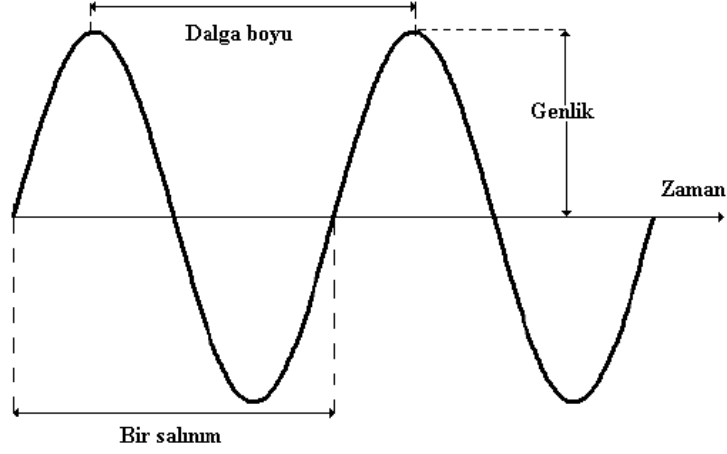
eder, bu olay dalgaların dispersiyonu olarak bilinir ve dalgaların bozulmasına sebep olan bir etkidir. Dispersiyon suya bir taş atıldığında dalgaların hareketinde gözlenebilir. Açıkça uzun dalgalar kısa dalgalardan daha hızlı hareket ederler. Sudaki bir tepenin, diğer bir değişle soliter atımın (solitary pulse) veya dalga parçasının genellikle hızla bozulduğu gözlenebilir. Yaklaşık 100 yıl önce soliter dalgaları tanımlayan matematiksel denklemler çözülmüştür. Soliter dalgaların, nonlineerlik ve dispersiyon etkisi arasındaki hassas bir dengeyle oluştuğu farkedilmiştir. Dispersiyon tepeyi yassılaştırırken (düzleştirirken), nonlineerlik dikleştirme eğilimindedir. Soliter dalga bu iki tehlikeli ve tahrip edici güç arasındadır.

1967'den sonra soliter dalgaların parçacıklara özgü özelliklere sahip olduğu gerçeği ortaya çıkmıştır. Aslında su yüzeyindeki soliter dalga terimsel olarak soliton diye adlandırılan partikül benzeri dalgaların büyük ailesinin bir üyesidir. 20.yy'da solitonların bir çok fiziksel ortamda varlığı keşfedilmiş ve çalışılmaya başlanmıştır. Solitonlar biyoloji, okyanus bilimi, meteoroloji, katı hal fiziği, elektronik, temek parçacık fiziği ve kozmoloji gibi çeşitli bilim alanlarında çalışılmaktadır [1].

Dalga başka bir ifade ile yukarı aşığı veya ileri geri hareketlerdir. Aynı zamanda dalga enerjiyi bir yerden başka bir yere taşıyan bozulmadır. Bir dalganın en önemli karakteristikleri o dalganın boyu genliği ve frekansdır. Şekil 1.1 den görüldüğü gibi dalganın boyu ardışık tepeleri veya ardışık çukur kısımları arasındaki mesafeye denir. Genlik dalganın yüzey seviyesinden yükseldiği ve alçaldığı mesafe olarak tanımlanır. Frekans ise birim zamandaki salınımların sayısıdır. En basit dalga yayılma denklemi

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

ile verilir. Burada $u(x, t)$ dalganın genliğini, c ise dalganın hızını temsil eder. Bu



Şekil 1.1. Basit bir dalga profili [3].

denklem

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

olarak verilen d'Alembert çözümüne sahiptir. Burada f ve g sırasıyla dalganın sağa ve sola yayılımını gösteren keyfi fonksiyonlardır ve dalga özelliklerini değiştirmeden yayılır. Bu fonksiyonlar genellikle önceden belirlenen $u(x, 0)$ ve $u_t(x, 0)$ başlangıç değerleri kullanılarak belirlenir. Bu genel dalga denklemi lineer olduğu için süperpozisyon ilkelerini sağlar. $g = 0$ olarak alındığında dalga $c = 1$ hızıyla $u(x, t) = f(x - t)$ çözümüyle $u_t + u_x = 0$ denklemindeki gibi yalnızca sağa doğru yayılır.

Diğer taraftan ilerleyen dalgalar dalganın yayılma yönünde hareket eden ortamdaki dalgalardır. İlerleyen dalgalar dalgaların $u(x, t) = f(x - ct)$ formunda ifade edilmesi ile nonlineer diferansiyel denklemlerin çalışmalarında ortaya çıkmıştır. Burada $c < 0$ ise dalga negatif x yönünde, $c > 0$ ise pozitif x yönünde yayılım hareketi gösterir. Eğer $u(x, t)$ çözümü yalnızca kısmi diferansiyel denklemin iki koordinatı arasındaki

farka bağılysa çözüm tam şeklini korur ve buna soliter dalga denir [2].

Soliter dalgalar ilk olarak 1834'te John Scott Russell [4] tarafından bir kanal gezintisi sırasında keşfedilmiştir. Russell, kanalda ilerleyen kayığın durmasıyla kayığın ucunda biriken su kütesinin uzun süre hareketine devam ettiğini ve hareketi boyunca şeklini kaybetmediğini gözlemlemiştir. Bu su kütesine çevrimli dalga adını vermiştir. Russell laboratuvar deneyleriyle araştırmalarına devam etmiş ve

$$v^2 = g(h + a)$$

bağıntısını elde etmiştir. Burada v soliter dalga hızı, a dalganın genliği, h suyun derinliği ve g yerçekimi ivmesidir. Yani soliter dalga hızı yer çekimine, suyun derinliğine ve dalganın genliğine bağlıdır.

Soliter dalgaların keşfinden sonra bu alanda başka çalışmalarda yapılmaya başlanmıştır. Korteweg ve de Vries [5], sığ su yüzeyindeki soliter dalgaları modellemek için

$$u_t + uu_x + \mu u_{xxx} = 0$$

denklemini tanımlamışlardır. Bu denklem Korteweg de Vries (KdV) denklemi diye adlandırılmaktadır. Bu denklemde uu_x terimi nonlineerliği u_{xxx} terimi ise dispersif etkiyi temsil etmektedir.

1965'te Zabusky ve Kruskal [6], hareketleri sırasında etkileşime giren ve etkileşimden şeklini ve genliğini koruyarak çıkan soliter dalgaları keşfetmiş ve bunları soliton olarak adlandırmışlardır. Soliton, soliter dalganın özel bir halidir ve parçacık benzeri hareket gösterir.

Düzenli uzun dalga (RLW) denklemi ardışık dalgaların gelişimini modellemek için ilk defa Peregrine [7] tarafından önerilmiştir. Daha sonra Benjamin, Bona ve

Mahony [8] tarafından RLW denkleminin KdV denklemi ile benzerliği gösterilmiştir. Bu yüzden

$$u_t + u_x + uu_x - \mu u_{xxt} = 0$$

şeklindeki RLW denklemine Benjamin-Bona-Mahony (BBM) denklemi de denilmektedir.

KdV denklemine alternatif olarak gösterilen denklemlerden biri Morrison [9] tarafından önerilen

$$u_t + uu_x - \mu u_{xxt} = 0$$

ile verilen eşit genişlikli dalga (EW) denklemdir.

RLW denklemi ile EW denklemi $U_{RLW} \rightarrow U_{EW} + 1$ bağıntısı altında birbirine dönüşebilir ama sınır şartlarının farklı olmasından dolayı denklemlerin czmlerinin birbirine dönüşmesi söz konusu değildir [10].

Bu tezde RLW denkleminde görülen uu_x lineer olmayan terimi yerine sonlu fark yaklaşımları üzerine temellenen dört farklı lineerleştirme tekniği kullanılarak tezde göz önüne alınan model problemlerin nümerik czmleri elde edildi.

2. TEMEL KAVRAMLAR

2.1 Sonlu Fark Yöntemleri

Sonlu fark yöntemleri, uygulamalı bilimlerde karşılaşılan lineer veya lineer olmayan diferansiyel denklemden oluşan başlangıç veya sınır değer problemlerin çözümünde yaygın olarak kullanılan bir nümerik yöntemdir. Bu yöntemler uygulanırken öncelikle problemin çözüm bölgesi düzgün geometrik kafeslere bölünür ve her bir kafesin düğüm noktalarında problemin yaklaşık çözümü hesaplanır. Sonra diferansiyel denklemdeki türevler yerine Taylor serisi yardımıyla elde edilen uygun sonlu fark yaklaşımları yazılır. Böylece diferansiyel denklemin çözümü problemi fark denklemlerinden oluşan lineer veya lineer olmayan cebirsel denklem sisteminin çözümü problemine dönüşmüş olur. Fark denkleminde çözüm bölgesi içine düşmeyen hayali noktalar ortaya çıkabilir. Bu noktaları yok etmek için problemin sınır şartları yerine uygun sonlu fark yaklaşımları yazılır. Son olarak cebirsel denklem sistemi direkt veya iteratif yöntemlerden biri yardımıyla çözülerek göz önüne alınan problemin istenilen düğüm noktalarında yaklaşık çözümü bulunur [11].

U , x ve t bağımsız değişkenlerine bağlı bir fonksiyon olsun. $x - t$ düzlemi, x ekseninde doğrultusunda $\Delta x = h$ konum adım uzunluğunda, t ekseninde doğrultusunda $\Delta t = k$ zaman adım uzunluğunda kenarlara sahip eşit dikdörtgenlere bölünür. (x_m, t_n) olarak ifade edilen bir düğüm noktası için

$$x_m = m\Delta x = mh, \quad m = 0, 1, 2, \dots, N$$

$$t_n = n\Delta t = nk, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

şeklindedir. Temsili bir $P(mh, nk)$ düğüm noktası üzerinde U fonksiyonunun değeri

$$U_P = U(mh, nk) = U_m^n$$

ile gösterilir.

U fonksiyonu ve türevleri sürekli ise yukarıdaki notasyonlar kullanılarak Taylor seri açılımından

$$U_{m+2}^n = U_m^n + 2h \frac{\partial U}{\partial x} + 2h^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{4}{3} h^3 \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + \dots \quad (2.1.1)$$

$$U_{m+1}^n = U_m^n + h \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{2} h^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1}{6} h^3 \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + \dots \quad (2.1.2)$$

$$U_{m-1}^n = U_m^n - h \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{2} h^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{1}{6} h^3 \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + \dots \quad (2.1.3)$$

$$U_{m-2}^n = U_m^n - 2h \frac{\partial U}{\partial x} + 2h^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{4}{3} h^3 \frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + \dots \quad (2.1.4)$$

eşitlikleri yazabilir. (2.1.2) ve (2.1.3) eşitliklerinden $\frac{\partial U}{\partial x}$ 'in çekilmesiyle sırasıyla

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{m+1}^n - U_m^n}{h} + O(h) \quad (2.1.5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_m^n - U_{m-1}^n}{h} + O(h) \quad (2.1.6)$$

x değişkenine göre 1.mertebeden 2-nokta ileri ve 2-nokta geri fark yaklaşımları elde edilir. (2.1.2) ve (2.1.3) eşitliklerinin taraf tarafa çıkarılması ve $\frac{\partial U}{\partial x}$ 'in çekilmesiyle

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} + O(h^2) \quad (2.1.7)$$

x değişkenine göre 1.mertebeden 3-nokta merkezi fark yaklaşımı bulunur.

Daha fazla nokta içeren türev yaklaşımları da vardır. Şöyle ki,

$$\frac{\partial U}{\partial x} = aU_{m-2}^n + bU_{m-1}^n + cU_m^n + dU_{m+1}^n + eU_{m+2}^n$$

eşitliğindeki U değerleri yerine (2.1.1), (2.1.2), (2.1.3) ve (2.1.4) Taylor seri açılımları yazılır ve düzenlenirse

$$a + b + c + d + e = 0$$

$$h(-2a - b + d + 2e) = 1$$

$$\frac{h^2}{2}(4a + b + d + 4e) = 0$$

$$\frac{h^3}{6}(-8a - b + d + 8e) = 0$$

$$\frac{h^4}{24}(16a + b + d + 16e) = 0$$

denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sistemi çözümlür ve bilinmeyenler yukarıdaki yaklaşımda yerine yazılırsa

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h} + O(h^4) \quad (2.1.8)$$

x değişkenine göre 1.mertebeden 5-nokta merkezi sonlu fark yaklaşımı bulunur.

Benzer şekilde yine Taylor seri açılımı kullanılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa x değişkenine göre 2. mertebeden

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_m^n - 2U_{m+1}^n + U_{m+2}^n}{h^2} + O(h) \quad (2.1.9)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_{m-2}^n - 2U_{m-1}^n + U_m^n}{h^2} + O(h) \quad (2.1.10)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_{m-1}^n - 2U_m^n + U_{m+1}^n}{h^2} + O(h^2) \quad (2.1.11)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{-U_{m-2}^n + 16U_{m-1}^n - 30U_m^n + 16U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h^2} + O(h^4) \quad (2.1.12)$$

türev yaklaşımları elde edilir. (2.1.9), (2.1.10), (2.1.11) ve (2.1.12) ile verilen x değişkenine göre 2. mertebeden türev yaklaşımlarına sırasıyla 3-nokta ileri, 3-nokta geri, 3-nokta merkezi sonlu fark ve 5-nokta merkezi sonlu fark yaklaşımları denir.

t değişkenine göre 1. mertebeden ileri ve geri sonlu fark yaklaşımları ise

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} + O(k) \quad (2.1.13)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_m^n - U_m^{n-1}}{k} + O(k) \quad (2.1.14)$$

olarak bulunur. Yaklaşımlarda ki “ O ” sonsuz terimli bir ifadenin sonlu bir terimle kesildiğini gösterir. $O(h)$ ve $O(k)$ terimlerine kesme hatası denir ve hatanın sırasıyla h ve k ile orantılı olarak azaldığını gösterir.

Bir diferansiyel denklemi sonlu fark formunda ifade etmek için en çok kullanılan yöntemler;

- Açık (Explicit) Sonlu Fark Yöntemi,
- Kapalı (Implicit) Sonlu Fark Yöntemi,
- Crank-Nicolson Sonlu Fark Yöntemidir.

Bu yaklaşımlar standart veya klasik sonlu fark yöntemleri olarak bilinir. Bir örnek üzerinde sonlu fark yaklaşımlarını göstermek için, α pozitif parametre olmak üzere,

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (2.1.15)$$

diferansiyel denkleminin ifade edilen ısı iletim denklemini ele alalım. Denklemin ağırlıklı ortalama yaklaşımı, $0 \leq \theta \leq 1$ olmak üzere,

$$\frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} = \frac{\alpha}{h^2} \left\{ \theta (U_{m+1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}) + (1 - \theta) (U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n) \right\}$$

şeklindedir. Bu yaklaşım, ısı iletim denkleminin $\theta = 0$ için açık, $\theta = 1$ için kapalı ve $\theta = \frac{1}{2}$ için Crank-Nicolson sonlu fark yaklaşımlarını verir [12].

2.2 Kararlılık Analizi

Bir diferansiyel denklemin sonlu fark yöntemleri ile çözümünde kararlılık analizi önemli rol oynar. Diferansiyel denkleme karşılık gelen sonlu fark denkleminin çözümünün diferansiyel denklemin tam çözümüne yakınsaması için gerekli olan şartlara kararlılık şartları ve bunların bulunması işlemine de kararlılık analizi denir [13].

2.2.1 Fourier Seri (von Neumann) Yöntemi

Fourier seri yönteminde, $t = 0$ zamanı boyunca düğüm noktalarındaki başlangıç değerleri Fourier serileri ile ifade edilir. Kosinüs veya sinüs fonksiyonlarının toplamı şeklinde yazılan Fourier serileri

$$\sum A_s e^{is\pi x/L}$$

şeklinde üstel formda ifade edilebilir. Burada $i = \sqrt{-1}$, $a \leq x \leq b$ ve L , fonksiyonun tanımlı olduğu x aralığının uzunluğudur.

$x = x_m = a + m\Delta x = a + mh$ düğüm noktasında serinin bir birleşimini ele alacak olursak

$$A_s e^{is\pi x/L} = A_s e^{is\pi mh/Mh} = A_s e^{i\beta_s mh}$$

yazılabilir. Burada $\beta_s = s\pi/Mh$ ve $Mh = L$ dir.

$t = 0$ zamanı boyunca düğüm noktalarında ki başlangıç değerleri

$$U_m^0 = \sum_{s=0}^M A_s e^{i\beta_s mh}, \quad m = 0(1)M$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $(M + 1)$ -tane denklemden, $(M + 1)$ -tane farklı A katsayısı tek türlü belirlenebilir. Böylece başlangıç düğüm değerlerinin üstel formda ifade edilebileceği gösterilmiş olur. Lineer fark denklemleri bağımsız çözümlerin toplamı şeklinde yazılabileceği için düğüm noktalarındaki başlangıç değeri $e^{i\beta mh}$ gibi yalnızca bir başlangıç değerinden elde etmek mümkündür. Ayrıca A_s katsayısı sabittir ve ihmal edilebilir. t değeri artarken üstel dağılıma bakılacak olursa

$$U_m^n = e^{i\beta x} e^{at} = e^{i\beta mh} e^{ank} = e^{i\beta mh} \xi^n$$

olarak alınabilir. Burada $\xi = e^{ak}$ güçlendirme faktörü ve a genellikle karmaşık bir katsayıdır.

Lax-Richtmyer [12] tanımına göre başlangıç şartını sağlayan β 'nın bütün değerleri için $h \rightarrow 0$ ve $k \rightarrow 0$ olduğunda her $n \leq N$ değerleri için $|U_m^n|$ sınırlıysa sonlu fark yaklaşımı kararlıdır.

Fark denklemlerinin tam çözümü zamana göre üstel biçimde artmıyorsa kararlılık için gerek ve yeter şart

$$|\xi| \leq 1$$

eşitsizliğinin sağlanmasıdır [12].

3. DÜZENLİ UZUN DALGA (RLW) DENKLEMİ

3.1 Giriş

İlk olarak Peregrine [7] tarafından ardışık dalgaların gelişimini modellemek için önerilen ve Benjamin vd. [8] tarafından daha yaygın olarak bilinen KdV denklemi ile benzerliği gösterilen düzenli uzun dalga (RLW) denklemi, $U(x, t)$ dalga yüksekliği, ε ve μ pozitif parametreler olmak üzere,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \varepsilon U \frac{\partial U}{\partial x} - \mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (3.1.1)$$

şeklindedir. Sınır şartları $x \rightarrow \infty$ iken $U \rightarrow 0$ dır.

Denklemin ilk nümerik çözümlerini sonlu fark yöntemleri kullanarak Peregrine [7] yaptı. Eilbeck ve McGrurie [14], birinci mertebeden iki adımlı ve ikinci mertebeden iki adımlı ve üç adımlı sonlu fark yöntemleriyle RLW denkleminin nümerik çözümünü elde ettiler. Sonraki yıllarda ise daha doğru ve etkili olduğunu düşündükleri üç adımlı sonlu fark yöntemlerini kullandıkları daha geniş bir çalışma yaptılar [15]. Jain ve Iskandar [16], RLW denkleminin çözümü için invariyan gömme (invariant imbedding) ile yarı lineerleştirme yaklaşımının birleşimini lineer olmayan RLW denkleminin çözümlerini hesaplamak için kullandılar. Alexander ve Morris [17], kübik spline şekil fonksiyonlarını kullanarak Galerkin metoduyla denklemin nümerik çözümlerini verdiler. Gardner, Gardner'la yaptığı çalışmada [18], kübik spline fonksiyonları kullanarak, Dağ'la yaptığı çalışmada [19] ise kübik B-spline fonksiyonları kullanarak Galerkin metoduyla RLW denkleminin nümerik çözümlerini elde etti. Gardner vd.

[20], kuadratik B-spline Galerkin sonlu elemanlar yöntemini kullanarak çözümler sundular. Gardner vd. [21], lineer konum-zaman sonlu elemanlarını şekil fonksiyonları olarak kullanıp en küçük kareler metoduyla RLW denkleminin nümerik çözümlerini elde ettiler. Gardner vd. [22], denklemin nümerik çözümü için kuintik B-spline kullanarak Petrov-Galerkin metoduyla çalıştılar. Bhardwaj ve Shankar [23], yeni bir sonlu fark yöntemi geliştirmek amacıyla kuintik spline tekniğini ve parçalama (splitting) metodunu kullandılar. Dağ [24], çalışmasında kuadratik B-spline fonksiyonların birleşiminden oluşan bir yaklaşık çözümü en küçük kareler yönteminin içerisine kattı ve bir uygulamasını RLW denkleminin çözümü için sundu. Dağ ve Özer [25], birlikte yaptığı çalışmada kübik B-spline fonksiyonlarının kullanıldığı konum-zaman en küçük kareler sonlu eleman metoduna dayalı yeni bir algoritma vererek RLW denkleminin çözümünü elde ettiler. Doğan [26, 27], RLW denkleminin nümerik çözümünü araştırdığı farklı iki çalışmasında kuadratik B-spline sonlu elemanlarıyla Petrov-Galerkin metodunu ve lineer konum sonlu elemanlarıyla Galerkin metodunu kullandı. Saka [28], kübik ve kuintik B-spline fonksiyonları ile RLW denkleminin nümerik çözümlerini elde etti. Soliman ve Raslan [29], eleman şekil fonksiyonu olarak orta noktalarda kuadratik B-splineları kullanarak RLW denklemi için bir kolokasyon metod sundular. Dağ vd. [30], hem kuadratik hem kübik kolokasyon metodunu parçalama tekniğini kullanarak RLW denkleminin nümerik çözümünü elde ettiler. Ayrıca Dağ vd. [31, 32], RLW denkleminin çözümünü araştırmak için kübik B-spline kolokeyşin ve kuintik B-spline Galerkin sonlu elemanlar yöntemlerini kullandılar. Soliman ve Hussein [33], septik B-spline şekil fonksiyonları kullanarak kolokasyon metoduyla RLW denkleminin nümerik çözümlerini elde ettiler. Ramos [34, 35], çalışmalarında önce dört farklı açık sonlu fark yöntemini ardından da sekiz

farklı sonlu fark yöntemini kullanarak denklemin nümerik çözümlerini araştırdılar. Kutluay ve Esen [36, 37], lineerleştirilmiş kapalı sonlu farklar metodu ve kuadratik B-spline sonlu elemanlara dayalı Lumped Galerkin metodu ile iki farklı makalede RLW denkleminin nümerik çözümlerini verdiler. Aydın [38], çalışmasında lineer sonlu konum elemanları kullanarak Galerkin metoduyla çözümler elde etti. Rafei vd. [39], RLW denkleminin nümerik çözümünü araştırdıkları çalışmalarında yeni bir yöntem olarak, He'nin homotopy pertürbasyon metodunu kullandılar. Aynı yöntemle Inc ve Yavuz [40] da çalışmalar yaptılar. Saka vd. [41], zaman integrasyonu için Crank-Nicolson formülasyonu ve konum integrasyonu için kuintic B-spline fonksiyonlarına dayalı bir yöntem kullanarak RLW denklemin nümerik çözümlerini elde ettiler. Islam vd. [42], denklemin nümerik çözümleri için farklı türde radial baz fonksiyonları kullanarak meshfree kollokasyon metodu geliştirdiler. Hassan ve Saleh [43], denklemin nümerik çözümlerini Fourier zaman için leap-frog ve konum için pseudospectral birleşime dayalı bir yöntem kullandılar. Keskin [44], çalışmasında iç iterasyon kullanarak üç noktalı ve beş noktalı sonlu fark yöntemleriyle denklemi çözdü. Cai [45], lineer ve lineer olmayan bazı açık yöntemler ile RLW denkleminin nümerik çözümlerini çalıştı. Pozo vd. [46], meshless sonlu nokta yaklaşımını denklemin nümerik çözümü için çalışmalarında kullandılar. Mei ve Chen [47], extrapolasyon metoduyla nonlinearliği giderip, sonlu elemanlar metoduyla yeni bir Galerkin yöntemi geliştirerek denklemin nümerik çözümlerini elde ettiler. Yılmaz [48], çalışmasında denklemin nümerik çözümü için kübik ve kuintik B-spline kolokasyon metotlarını kullandı. Hozman ve Lamac [49], RLW denkleminin nümerik çözümleri için çalışmalarında konum yarı ayrıklaştırması için süreksiz Galerkin metoduna ve zaman ayrıklaştırması için geri fark formülüne dayalı uygulamalara yer verdiler.

Al-Zahid vd. [50], Laplace Adomian decomposition method (ADM)'un yeni modifikasyonlarıyla denklemin nümerik çözümlerini elde ettiler. Fang ve Li [51], RLW denkleminin nümerik çözümleri için mixed covolume metot geliştirdiler. İduğ [52], çalışmasında RLW denkleminin nümerik çözümleri için genişletilmiş kübik B-spline Galerkin sonlu elemanlar metodunu kullandı.

Bu tez çalışmasında ise farklı başlangıç ve sınır şartlarıyla ele alınan (3.1.1) RLW denkleminin nümerik çözümleri için ilk önce denkleminde görülen UU_x nonlineer terimi dört değişik sonlu fark yaklaşımı kullanılarak lineerleştirildi. Sonra denkleminde zamana göre türev yerine de ileri sonlu fark yaklaşımı ve konuma göre türevler yerine uygun sonlu fark yaklaşımları kullanılarak lineer cebirsel denklem sistemleri elde edildi. Daha sonra elde edilen her bir lineer cebirsel denklem sistemi literatürde mevcut direkt yöntemlerden biri yardımıyla çözüldü. Cebirsel denklem sistemlerinden elde edilen çözümlerin ele alınan problemin çözümüne yakınsaması için kullanılan sonlu fark yaklaşımlarının kararlılık analizleri yapıldı ve tezde göz önüne alınan her bir model problem için Olver [53] tarafından

$$I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} U dx \cong h \sum_{i=1}^N U_i^j$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (U^2 + \mu(U_x)^2) dx \cong h \sum_{i=1}^N [(U_i^j)^2 + \mu((U_x)_i^j)^2] \quad (3.1.2)$$

$$I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} (U^3 + 3U^2) dx \cong h \sum_{i=1}^N [(U_i^j)^3 + 3((U_i^j)^2)]$$

olarak tanımlanan sırasıyla kütle, momentum ve enerjiye karşılık gelen korunum

sabitleri hesaplandı. Yöntemin doğruluğunu göstermek için

$$L_2 = \|U^{tam} - U^{num}\|_2 = \sqrt{h \sum_{i=1}^N |U_i^{tam} - U_i^{num}|}$$

$$L_\infty = \|U^{tam} - U^{num}\|_\infty = \max_i |U_i^{tam} - U_i^{num}| \quad (3.1.3)$$

ile verilen hata normları hesaplandı. Burada L_2 ortalama hata normu olup tam çözüm ile nümerik çözüm arasındaki ortalama farkı, L_∞ ise maksimum hata normu olup tam çözümle nümerik çözüm arasındaki maksimum hatayı ölçer.

3.2 Model Problemler

Bu tez çalışmasında farklı başlangıç ve sınır şartlarıyla verilen (3.1.1) RLW denklemi için aşağıdaki üç model problem göz önüne alındı.

- Tek Soliter Dalga Hareketi (The Motion of a Single Solitary Wave)
- İki Soliter Dalganın Girişimi (The Interaction of Two Solitary Waves)
- Ardışık Dalga Oluşumu (The Undular Bore)

3.2.1 Tek Soliter Dalga Hareketi

(3.1.1) ile verilen RLW denklemi $x \rightarrow \pm\infty$ iken $U \rightarrow 0$ sınır şartı ve

$$U(x, 0) = 3c [\operatorname{sech}^2(p(x - x_0))] \quad (3.2.1)$$

başlangıç şartıyla ele alındı. Bu problemin analitik çözümü, $v = 1 + \varepsilon c$ ve $p = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon c}{\mu v}}$ olmak üzere

$$U(x, t) = 3c [\operatorname{sech}^2(p(x - vt - x_0))] \quad (3.2.2)$$

dir [7]. Bu problem v hızında, $3c$ dalga boyunda ve p genişliğinde soliter dalganın x_0 noktasından başlayan hareketini temsil etmektedir.

Bu problem için korunum sabitlerinin analitik değerleri

$$I_1 = \frac{6c}{p}, \quad I_2 = \frac{12c^2}{p} + \frac{48pc^2\mu}{5}, \quad I_3 = \frac{36c^2}{p} \left(1 + \frac{4c}{5}\right) \quad (3.2.3)$$

dir [36]. Tüm hesaplamalarda $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$ ve $x_0 = 0$ olarak alındı.

3.2.2 İki Soliter Dalga Girişimi

(3.1.1) ile verilen RLW denklemi $x \rightarrow \pm\infty$ iken $U \rightarrow 0$ sınır şartı ve

$$U(x, 0) = \sum_{j=1}^2 3c_j [\operatorname{sech}^2(p_j(x - x_j))] \quad (3.2.4)$$

başlangıç şartıyla ele alındı. Burada $p_j = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon c_j}{\mu(1+\varepsilon c_j)}}$, ($j = 1, 2$) dir.

Bu problem $3c_1$ yüksekliğinde, x_1 başlangıç noktasındaki dalga ve $3c_2$ yüksekliğinde, x_2 başlangıç noktasındaki dalganın birbirleriyle etkileşimlerini temsil eder. Yüksekliği fazla olan dalga daha hızlıdır. Bu yüzden iki soliter dalganın birbirinin içinden geçmesi için $c_1 < c_2$ olduğu zaman $x_2 < x_1$ olması gerekmektedir. Tüm hesaplamalarda $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$ ve $x_0 = 0$ olarak alındı.

3.2.3 Ardışık Dalga Oluşumu

(3.1.1) ile verilen RLW denklemi $x \rightarrow \infty$ iken $U \rightarrow 0$ ve $x \rightarrow -\infty$ iken $U \rightarrow U_0$ sınır şartı ve

$$U(x, 0) = \frac{U_0}{2} \left[1 - \tanh\left(\frac{x - x_0}{d}\right) \right]$$

başlangıç şartıyla ele alındı.

Burada $U(x, 0)$, $t = 0$ zamanındaki denge seviyesinin üstündeki su yüzeyinin yükselmesini gösterir. U_0 , $x = x_0$ ' da su seviyesindeki değişimin miktarını, d ise durgun su ile derin su arasındaki eğimi temsil eder. Bu problemde I_1 , I_2 ve I_3 değerleri sabit değerlerdir, sırasıyla

$$M_1 = \frac{d}{dt} I_1 = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} U dx = U_0 + \frac{1}{2} U_0^2,$$

$$M_2 = \frac{d}{dt} I_2 = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} (U^2 + \mu(U_x)^2) dx = U_0^2 + \frac{2}{3} U_0^3, \quad (3.2.5)$$

$$M_3 = \frac{d}{dt} I_3 = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} (U^3 + 3U^2) dx = 3U_0^2 + 3U_0^3 + \frac{3}{4} U_0^4,$$

oranlarında lineer bir şekilde artarlar [53]. Tüm hesaplamalarda $\varepsilon = 1.5$, $\mu = 1/6$, $U_0 = 0.1$, $x_0 = 0$ ve $d = 2, 5$ alındı.

4. RLW DENKLEMİNİN SONLU FARK

YAKLAŞIMLARIYLA NÜMERİK ÇÖZÜMLERİ

Bu bölümde (3.1.1) ile verilen RLW denkleminde görülen UU_x lineer olmayan terimi yerine

$$\text{SFY-1: } UU_x \cong \frac{1}{2} \left(U_m^{n+1} \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} + U_m^n \frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right)$$

$$\text{SFY-2: } UU_x \cong \frac{1}{2} \left[\left(\frac{U_{m+1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}}{3} \right) \left(\frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} \right) + \left(\frac{U_{m+1}^n + U_m^n + U_{m-1}^n}{3} \right) \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) \right]$$

$$\text{SFY-3: } UU_x \cong \frac{1}{2} \left[U_m^{n+1} \left(\frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{12h} \right) + U_m^n \left(\frac{-U_{m+2}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}}{12h} \right) \right]$$

$$\text{SFY-4: } UU_x \cong \frac{1}{2} \left[\left(\frac{U_{m+2}^{n+1} + U_{m+1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}}{5} \right) \times \left(\frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{12h} \right) + \left(\frac{U_{m+2}^n + U_{m+1}^n + U_m^n + U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{5} \right) \times \left(\frac{-U_{m+2}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}}{12h} \right) \right]$$

lineer sonlu fark yaklaşımları ve diğer türevler yerine uygun sonlu fark yaklaşımları kullanılarak (3.1.1) ile verilen

$$U_t + U_x + \varepsilon U U_x - \mu U_{xxt} = 0$$

RLW denkleminin nümerik çözümleri elde edildi.

4.1 Sonlu Fark Yaklaşımı-1 (SFY-1)

(3.1.1) ile verilen RLW denkleminde $U U_x$ nonlineer terimi yerine

$$U U_x \cong \frac{1}{2} \left(U_m^{n+1} \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} + U_m^n \frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) \quad (4.1.1)$$

eşitliğiyle verilen lineer sonlu fark yaklaşımı alındı [54]. Denklemden görülen U_t yerine

$$U_t \cong \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k}$$

ileri sonlu fark yaklaşımı, U_x yerine

$$U_x \cong \frac{1}{2} \left(\frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} + \frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right)$$

Crank-Nicolson merkezi sonlu fark yaklaşımı ve U_{xxt} yerine de

$$U_{xxt} \cong \frac{1}{k} \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}}{h^2} - \frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right)$$

sonlu fark yaklaşımı yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1 + \varepsilon U_m^n}{4h} - \frac{\mu}{kh^2} \right) U_{m-1}^{n+1} + \left(\frac{1}{k} + \varepsilon \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{4h} + \frac{2\mu}{kh^2} \right) U_m^{n+1} \\ & + \left(\frac{1 + \varepsilon U_m^n}{4h} - \frac{\mu}{kh^2} \right) U_{m+1}^{n+1} \\ & = \frac{U_m^n}{k} - \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{4h} - \frac{\mu}{k} \left(\frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right) \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

sonlu fark denklemi elde edilir.

4.1.1 Kararlılık Analizi

(4.1.1) sonlu fark yaklaşımının (3.1.1) ile verilen RLW denkleminin uygulanmasıyla elde edilen sonlu fark şemasının kararlılık analizi von Neumann yöntemi kullanılarak incelendi.

\hat{U} , U nun bir yerel sabiti olmak üzere (3.1.1) ile verilen RLW denkleminde görülen UU_x nonlineer terimindeki U yerine \hat{U} alınırsa (4.1.2) sonlu fark şeması

$$\begin{aligned} & \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} + \frac{1}{2} \left(\frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} + \frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) \\ & + \frac{\varepsilon \hat{U}}{2} \left(\frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} + \frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) \\ & - \frac{\mu}{k} \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}}{h^2} - \frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right) \\ & = 0 \end{aligned}$$

şeklini alır. Gerekli düzenlemeler yapılsa

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{4h} - \frac{\mu}{kh^2} \right) U_{m-1}^{n+1} + \left(\frac{1}{k} + \frac{2\mu}{kh^2} \right) U_m^{n+1} + \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{4h} - \frac{\mu}{kh^2} \right) U_{m+1}^{n+1} \\ & = \frac{U_m^n}{k} - \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{2} \right) \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} - \frac{\mu}{k} \left(\frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right) \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

olur. Yaklaşımının kararlılık analizini von Neumann yöntemiyle incelemek için (4.1.3) yaklaşımında U_m^n yerine

$$U_m^n = e^{i\beta m h \xi^n}, \quad i = \sqrt{-1}$$

yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılsa

$$\begin{aligned} & e^{i\beta m h \xi^{(n+1)}} \left\{ \frac{1}{k} + \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{4h} \right) (e^{i\beta h} - e^{-i\beta h}) - \frac{\mu}{kh^2} (e^{i\beta h} - 2 + e^{-i\beta h}) \right\} \\ & = e^{i\beta m h \xi^n} \left\{ \frac{1}{k} - \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{4h} \right) (e^{i\beta h} - e^{-i\beta h}) - \frac{\mu}{kh^2} (e^{i\beta h} - 2 + e^{-i\beta h}) \right\} \end{aligned}$$

bulunur. Bu eşitlikten, $e^{i\beta h} = \cos \beta h + i \sin \beta h$ Euler formülünün kullanılmasıyla,

$$\xi = \frac{1 - i \left(k \frac{1+\varepsilon\hat{U}}{2h} \right) (\sin \beta h) + \frac{4\mu}{h^2} \left(\sin^2 \frac{\beta h}{2} \right)}{1 + i \left(k \frac{1+\varepsilon\hat{U}}{2h} \right) (\sin \beta h) + \frac{4\mu}{h^2} \left(\sin^2 \frac{\beta h}{2} \right)}$$

elde edilir. $A = 1 + \frac{4\mu}{h^2} \left(\sin^2 \frac{\beta h}{2} \right)$ ve $B = \left(k \frac{1+\varepsilon\hat{U}}{2h} \right) \sin \beta h$ olmak üzere son eşitlik

$$\xi = \frac{A - iB}{A + iB}$$

olarak yazılabilir. Buradan

$$|\xi| = \frac{|A - iB|}{|A + iB|} = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 1$$

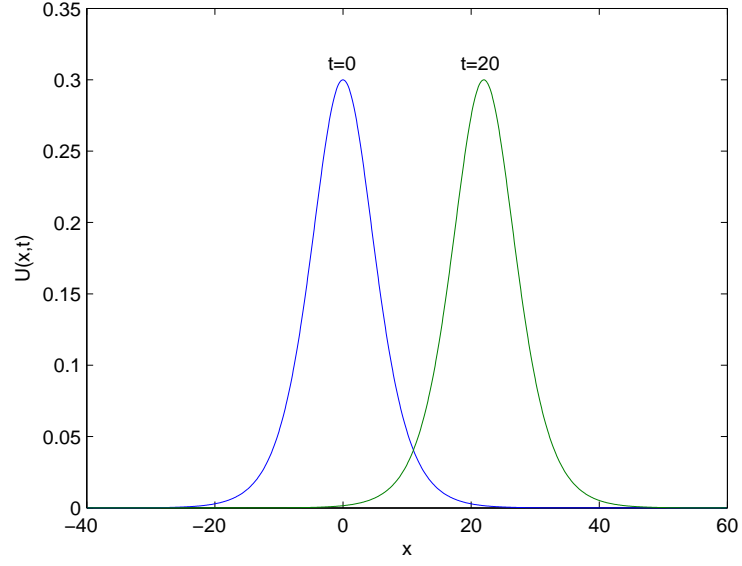
bulunur. Açıkça $|\xi| \leq 1$ dir. Böylece (4.1.3) sonlu fark şeması kararlıdır.

4.1.2 Nümerik Sonuçlar

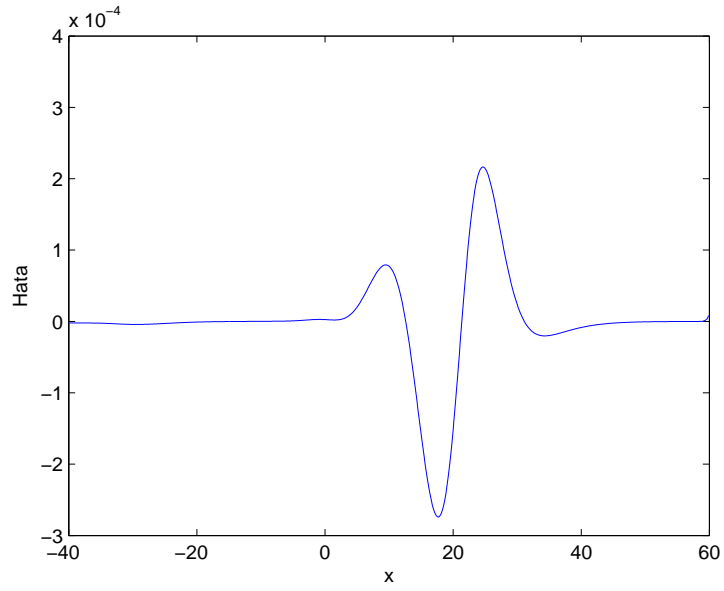
Bu bölümde (3.1.1) ile verilen RLW denkleminde UU_x nonlineer terim yerine (4.1.1) sonlu fark yaklaşımının yazılmasıyla bulunan (4.1.2) fark denkleminin üç model probleme uygulanmasıyla elde edilen nümerik sonuçlar verildi.

Problem 1: Tek Soliter Dalga Hareketi

Bu problemde $3c = 0.3$ yüksekliğine sahip soliter dalganın, $-40 \leq x \leq 60$ aralığında sağa doğru hareketi $t = 20$ zamanına kadar gözlemlendi. Konum adım uzunluğu $h = 0.125$, zaman adım uzunluğu $k = 0.1$ iken dalganın $t = 0$ ve $t = 20$ zamanlarındaki grafiği Şekil 4.1 de verildi. $t = 20$ zamanında nümerik çözümle analitik çözüm arasındaki hata dağılım grafiği Şekil 4.2 de verildi. Şekil 4.1 den $t = 20$ zamanında dalganın şeklinde gözle görülür bir değişikliğin meydana gelmediği, Şekil 4.2 de ise dalganın genliğinin en yüksek olduğu x konumu civarında hata dağılımlarının büyüdüğü görülmektedir.



Şekil 4.1. $t = 0$ ve $t = 20$ zamanlarında soliter dalga profili.



Şekil 4.2. $t = 20$ zamanında hata.

Tablo 4.1 de $3c = 0.3$ yüksekliğine sahip soliter dalganın hareketi boyunca $h = 0.125$ olmak üzere $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konumları verildi. Tablodan hesaplanan korunum sabitlerinin (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 3.9799497, I_2 = 0.81046249, I_3 = 2.579007$ analitik değeriyle uyumlu olduğu görülmektedir. I_1, I_2 ve I_3 deki mutlak değişim $h = 0.125$ iken $k = 0.1$ için sırasıyla $\Delta I_1 = 3.548 \times 10^{-5}, \Delta I_2 = 6.403 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 3.256 \times 10^{-7}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.550 \times 10^{-5}, \Delta I_2 = 3.611 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 1.972 \times 10^{-7}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.351 \times 10^{-5}, \Delta I_2 = 2.877 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 1.628 \times 10^{-7}$ dir. Açıkça $h = 0.125$ iken k nın küçülmesiyle I_1 deki mutlak değişim bir miktar artarken I_2 ve I_3 deki mutlak değişimin azaldığı görülür. $t = 20$ zamanında hata normları $h = 0.125$ için $k = 0.1$ iken $L_2 = 0.72252 \times 10^{-3}, L_\infty = 0.21643 \times 10^{-3}$; $k = 0.05$ iken $L_2 = 0.56789 \times 10^{-3}, L_\infty = 0.1700 \times 10^{-3}$ ve $k = 0.01$ iken $L_2 = 0.51841 \times 10^{-3}, L_\infty = 0.15519 \times 10^{-3}$ dir. Burada k zaman adımı küçülürken hata normlarının da azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.2 de $3c = 0.3$ yüksekliğine sahip soliter dalganın ilerleyişinin $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlardaki korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablodan korunum sabitlerinin hesaplanan değerleri (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 3.9799497, I_2 = 0.81046249, I_3 = 2.579007$ analitik değerleriyle uyum içerisindedirler. Ayrıca korunum sabitlerinin mutlak değişimi $k = 0.1$ iken $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 4.392 \times 10^{-5}, \Delta I_2 = 3.662 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 1.814 \times 10^{-7}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 6.532 \times 10^{-5}, \Delta I_2 = 1.145 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 5.348 \times 10^{-8}$; $h = 0.01$ için $\Delta I_1 = 8.820 \times 10^{-5}, \Delta I_2 = 5.086 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.763 \times 10^{-8}$ dir.

Tablo 4.1: SFY-1 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|---|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|--------|---------|
| 0.1 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799529 | 0.8104575977 | 2.579007420 | 0.15135 | 0.05277 | 4.375 | 0.29999 |
| | 8 | 3.9799709 | 0.8104575882 | 2.579007372 | 0.30059 | 0.09995 | 8.750 | 0.29997 |
| | 12 | 3.9799839 | 0.8104575740 | 2.579007299 | 0.44608 | 0.14229 | 13.250 | 0.29994 |
| | 16 | 3.9799865 | 0.8104575564 | 2.579007211 | 0.58686 | 0.18088 | 17.625 | 0.29994 |
| | 20 | 3.9799617 | 0.8104575367 | 2.579007111 | 0.72252 | 0.21643 | 22.000 | 0.29993 |
| | $\Delta I_1 = 3.548 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 6.403 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 3.256 \times 10^{-7}$ | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799529 | 0.8104575991 | 2.579007427 | 0.11909 | 0.04156 | 4.375 | 0.29999 |
| | 8 | 3.9799709 | 0.8104575938 | 2.579007398 | 0.23647 | 0.07864 | 8.750 | 0.29997 |
| | 12 | 3.9799839 | 0.8104575858 | 2.579007354 | 0.35084 | 0.11192 | 13.250 | 0.29995 |
| | 16 | 3.9799865 | 0.8104575759 | 2.579007300 | 0.46141 | 0.14219 | 17.625 | 0.29995 |
| | 20 | 3.9799617 | 0.8104575647 | 2.579007240 | 0.56789 | 0.17004 | 22.000 | 0.29994 |
| | $\Delta I_1 = 3.550 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.611 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.972 \times 10^{-7}$ | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799529 | 0.8104575995 | 2.579007429 | 0.10877 | 0.03797 | 4.375 | 0.29999 |
| | 8 | 3.9799709 | 0.8104575953 | 2.579007404 | 0.21596 | 0.07182 | 8.750 | 0.29997 |
| | 12 | 3.9799839 | 0.8104575889 | 2.579007368 | 0.32036 | 0.10219 | 13.250 | 0.29995 |
| | 16 | 3.9799865 | 0.8104575810 | 2.579007324 | 0.42127 | 0.12980 | 17.625 | 0.29996 |
| | 20 | 3.9799617 | 0.8104575720 | 2.579007274 | 0.51841 | 0.15519 | 22.000 | 0.29995 |
| | $\Delta I_1 = 3.351 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 2.877 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.628 \times 10^{-7}$ | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ | | | | | | | | |

Tablo 4.2: SFY-1 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|-----|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|-------|---------|
| 0.1 | 0 | 3.9799263 | 0.8104593621 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799536 | 0.8104593604 | 2.579007428 | 0.11244 | 0.03918 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799730 | 0.8104593550 | 2.579007401 | 0.22334 | 0.07422 | 8.80 | 0.29999 |
| | 12 | 3.9799879 | 0.8104593469 | 2.579007361 | 0.33146 | 0.10572 | 13.20 | 0.29997 |
| | 16 | 3.9799828 | 0.8104593368 | 2.579007311 | 0.43611 | 0.13443 | 17.60 | 0.29996 |
| | 20 | 3.9799702 | 0.8104593255 | 2.579007255 | 0.53700 | 0.16088 | 22.00 | 0.29995 |
| $\Delta I_1 = 4.392 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.662 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.814 \times 10^{-7}$ | | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.9799265 | 0.8104617110 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799552 | 0.8104617108 | 2.579007435 | 0.06067 | 0.02104 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799777 | 0.8104617091 | 2.579007427 | 0.12055 | 0.03990 | 8.80 | 0.29999 |
| | 12 | 3.9799974 | 0.8104617065 | 2.579007415 | 0.17892 | 0.05691 | 13.20 | 0.29999 |
| | 16 | 3.9800080 | 0.8104617032 | 2.579007401 | 0.23542 | 0.07243 | 17.60 | 0.29998 |
| | 20 | 3.9799918 | 0.8104616996 | 2.579007383 | 0.28996 | 0.08678 | 22.00 | 0.29997 |
| $\Delta I_1 = 6.532 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.145 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 5.348 \times 10^{-8}$ | | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.9799266 | 0.8104624628 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799565 | 0.8104624638 | 2.579007436 | 0.04424 | 0.01523 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799820 | 0.8104624629 | 2.579007432 | 0.08797 | 0.02892 | 8.80 | 0.29999 |
| | 12 | 3.9800065 | 0.8104624615 | 2.579007426 | 0.13059 | 0.04129 | 13.20 | 0.29999 |
| | 16 | 3.9800234 | 0.8104624597 | 2.579007419 | 0.17180 | 0.05259 | 17.60 | 0.29999 |
| | 20 | 3.9800148 | 0.8104624577 | 2.579007409 | 0.21161 | 0.06306 | 22.00 | 0.29998 |
| $\Delta I_1 = 8.820 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.086 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 2.763 \times 10^{-8}$ | | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ | | | | | | | | |

$k = 0.1$ iken h nın küçülmesiyle I_1 deki mutlak değişimin bir miktar arttığı, I_2 ve I_3 deki mutlak değişimin ise azaldığı görülür. $t = 20$ zamanında hata normlarının $k = 0.1$ için $h = 0.1$ iken $L_2 = 0.53700 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.16088 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ iken $L_2 = 0.28996 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.08678 \times 10^{-3}$ ve $h = 0.01$ iken $L_2 = 0.21161 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.06306 \times 10^{-3}$ değerlerini alarak küçüldüğü görülür.

Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 den $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalganın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 22.0$ konumundadır. Buna göre nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum}/\text{zaman} = 22/20 = 1.1$ teorik hızıyla $v = 1 + \varepsilon c = 1.1$ aynı hesaplanmıştır. Ayrıca $h = 0.125$ iken k değerinin

küçülmesiyle veya $k = 0.1$ iken h değerinin küçülmesiyle $t = 20$ zamanında dalganın yüksekliği başlangıç değerine daha yakın değerler almıştır.

İkinci olarak $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın, $-80 \leq x \leq 120$ aralığında sağa doğru hareketi $t = 20$ zamanına kadar gözlemlendi. Burada dalganın genliği küçülünce dalga genişleyeceği için sınır şartlarını sağlamayı devam ettireceği daha geniş bir aralık seçildi.

Tablo 4.3 de $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın hareketi boyunca $h = 0.125$ iken $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tabloda verilen korunum sabitlerinin değerlerinin dalganın hareketi boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 2.1094074997, I_2 = 0.1273017186, I_3 = 0.3888059904$ analitik değerleriyle uyumlu olduğu görülmektedir. Tablodan korunum sabitlerindeki mutlak değişim $h = 0.125$ iken $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}, \Delta I_2 = 1.569 \times 10^{-10}$ ve $\Delta I_3 = 7.257 \times 10^{-10}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}, \Delta I_2 = 9.384 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 4.540 \times 10^{-10}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}, \Delta I_2 = 7.690 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 3.802 \times 10^{-10}$ dir. Yani $h = 0.125$ iken k 'nın farklı değerleri için I_1, I_2 ve I_3 deki mutlak değişimler birbirlerine yakın değerler almıştır. $t = 20$ zamanında hata normları $h = 0.125$ için $k = 0.1$ iken $L_2 = 0.05366 \times 10^{-3}, L_\infty = 0.1420 \times 10^{-3}$; $k = 0.05$ iken $L_2 = 0.04341 \times 10^{-3}, L_\infty = 0.01149 \times 10^{-3}$ ve $k = 0.01$ iken $L_2 = 0.04013 \times 10^{-3}, L_\infty = 0.01062 \times 10^{-3}$ şeklindedir.

Tablo 4.4 de $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın hareketi boyunca $k = 0.1$ ve $h = 0.1, 0.05$ ve 0.01 değerleri için belirli zamanlardaki korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Korunum sabitlerinin nümerik çözümle

Tablo 4.3: SFY-1 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|---|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|--------|---------|
| 0.1 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.01078 | 0.00302 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094077 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.02154 | 0.00594 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094086 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.03229 | 0.00878 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094093 | 0.1273016386 | 0.388805990 | 0.04300 | 0.01153 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094098 | 0.1273016386 | 0.388805990 | 0.05366 | 0.01420 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.569 \times 10^{-10}$, $\Delta I_3 = 7.257 \times 10^{-10}$ | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00872 | 0.00244 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094077 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.01743 | 0.00481 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094086 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.02612 | 0.00710 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094093 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.03478 | 0.00933 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094098 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.04341 | 0.01149 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 9.384 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 4.540 \times 10^{-10}$ | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00806 | 0.00226 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094077 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.01611 | 0.00444 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094086 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.02415 | 0.00657 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094093 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.03216 | 0.00862 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094098 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.04013 | 0.01062 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.690 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 3.802 \times 10^{-10}$ | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 2, 1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ | | | | | | | | |

elde edilen değerleri (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 2.1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ analitik değerleriyle uyumludur. Korunum sabitlerinin mutlak değişimi $k = 0.1$ iken $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 5.339 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 8.677 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 3.944 \times 10^{-10}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 6.642 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 2.381 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 1.052 \times 10^{-10}$; $h = 0.01$ için $\Delta I_1 = 8.037 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.321 \times 10^{-12}$ ve $\Delta I_3 = 4.778 \times 10^{-11}$ olarak bulunur. Buradan $k = 0.1$ iken h 'nın farklı değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 de oldukça küçük değişimler olmuştur. $t = 20$ zamanında $k = 0.1$ için $h = 0.1$ iken $L_2 = 0.03927 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.01039 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ iken $L_2 = 0.02010 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00531 \times 10^{-3}$ ve $h = 0.01$ iken $L_2 = 0.01400 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00368 \times 10^{-3}$ değerlerini alan oldukça küçük hata normları elde edilir.

Tablo 4.3 den $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalğanın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 20.625$ konumundadır. Buna göre nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum}/\text{zaman} = 20.625/20 = 1.13125$ dir. Tablo 4.4 den $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalğanın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 22.60$ konumunda olduğu için nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum}/\text{zaman} = 22.60/20 = 1.13$ 'dir. Dalğanın hızının nümerik değerleri $v = 1 + \varepsilon c = 1.03$ analitik değeriyle uyumludur. Ayrıca h ve k nın farklı değerleri için $t = 20$ zamanında dalğanın yüksekliği başlangıç değeriyle hemem hemen aynı değerleri aldığı görülür.

Tablo 4.5 de $c = 0.1$ ve $c = 0.03$ genlikli dalgalar için farklı konum ve zaman adımları için hesaplanan hata normları karşılaştırıldı. Tabloda $h = 0.125$ iken k küçüldüğünde ve $k = 0.1$ iken h küçüldüğünde hata normlarının azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.6 da $3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$, $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerlerle birlikte literatürdeki diğer

Tablo 4.4: SFY-1 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|-----|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|-------|---------|
| 0.1 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00789 | 0.00221 | 4.10 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094078 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.01577 | 0.00435 | 8.20 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094089 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.02363 | 0.00642 | 12.40 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094097 | 0.1273016674 | 0.388805990 | 0.03147 | 0.00843 | 16.50 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094103 | 0.1273016674 | 0.388805990 | 0.03927 | 0.01039 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 5.339 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 8.677 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 3.944 \times 10^{-10}$ | | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 2.1094050 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094067 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00404 | 0.00113 | 4.10 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094081 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00807 | 0.00222 | 8.25 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094094 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.01210 | 0.00328 | 12.35 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094106 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.01611 | 0.00431 | 16.50 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094116 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.02010 | 0.00531 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 6.642 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 2.381 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 1.052 \times 10^{-10}$ | | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 2.1094050 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094068 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00281 | 0.00078 | 4.12 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094084 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00562 | 0.00154 | 8.24 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094100 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00842 | 0.00228 | 12.36 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094116 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.01122 | 0.00299 | 16.48 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094131 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.01400 | 0.00368 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 8.037 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.321 \times 10^{-12}$, $\Delta I_3 = 4.778 \times 10^{-11}$ | | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 2, 1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ | | | | | | | | |

Tablo 4.5: SFY-1 ile Problem 1'in h ve k 'nin farklı değerleri için hesaplanan hata normları ($3c = 0.3$ için $-40 \leq x \leq 60$, $3c = 0.09$ için $-80 \leq x \leq 120$).

| h | k | $c = 0.1$ | | $c = 0.03$ | |
|-------|------|-------------------|------------------------|-------------------|------------------------|
| | | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ |
| 0.125 | 0.1 | 0.72252 | 0.21643 | 0.05366 | 0.01420 |
| | 0.05 | 0.56789 | 0.17004 | 0.04341 | 0.01149 |
| | 0.01 | 0.51841 | 0.15519 | 0.04013 | 0.01062 |
| 0.1 | | 0.53700 | 0.16088 | 0.03927 | 0.01039 |
| 0.05 | 0.1 | 0.28996 | 0.08678 | 0.02010 | 0.00531 |
| 0.01 | | 0.21161 | 0.06306 | 0.01400 | 0.00368 |

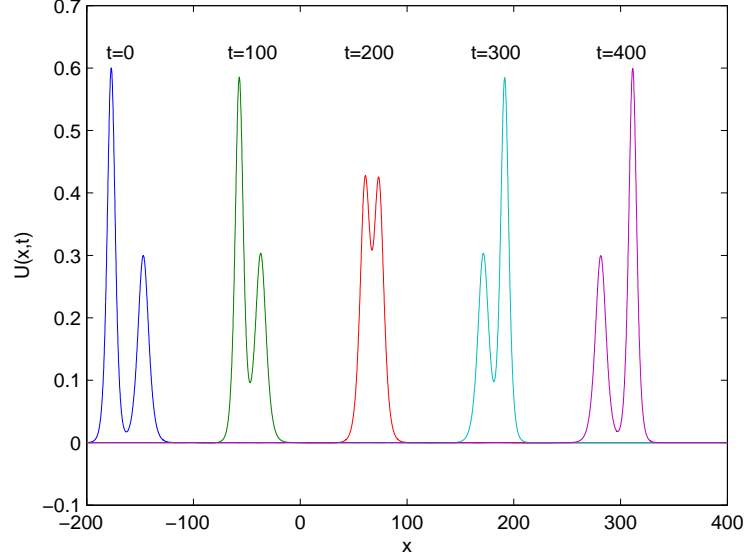
Tablo 4.6: SFY-1 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ |
|---------------------|-----------|------------|------------|-------------------|------------------------|
| 0 | 3.9799262 | 0.8104576 | 2.5790074 | 0.00000 | 0.00000 |
| 4 | 3.9799529 | 0.8104576 | 2.5790074 | 0.15135 | 0.05277 |
| 8 | 3.9799709 | 0.8104576 | 2.5790074 | 0.30059 | 0.09995 |
| 12 | 3.9799839 | 0.8104576 | 2.5790073 | 0.44608 | 0.14229 |
| 16 | 3.9799865 | 0.8104576 | 2.5790072 | 0.58686 | 0.18088 |
| 20 | 3.9799617 | 0.8104575 | 2.5790071 | 0.72252 | 0.21643 |
| 20[19]($h = 0.1$) | 3.97989 | 0.810462 | 2.57901 | 0.217 | 0.084 |
| 20[20]($h = 0.1$) | 3.97989 | 0.810467 | 2.57902 | 0.220 | 0.086 |
| 20[21] | 3.98203 | 0.808650 | 2.57302 | 4.688 | 1.755 |
| 20[25] | 3.961597 | 0.804185 | 2.558292 | 0.0184 | 1.5664 |
| 20[26] | 3.97986 | 0.811164 | 2.58133 | 0.511 | 0.198 |
| 20[27] | 3.98206 | 0.810399 | 2.57880 | 0.227 | 0.081 |
| 20[28] | 3.980016 | 0.8104624 | 2.579006 | 0.22050 | 0.08448 |
| 20[31] | 3.979883 | 0.81027618 | 2.57839258 | 0.30 | 0.116 |
| 20[36]($h = 0.1$) | 3.97997 | 0.810459 | 2.57901 | 0.55 | 0.21 |
| 20[37] | 3.97988 | 0.810465 | 2.57901 | 0.219 | 0.086 |
| 20[38] | 3.98206 | 0.811164 | 2.58133 | 0.511 | 0.198 |
| 20[38] | 3.97986 | 0.810399 | 2.57880 | 0.227 | 0.081 |
| 20[44] | 3.97988 | 0.81046 | 2.57902 | 0.52171 | 0.19828 |
| 20[44] | 3.98005 | 0.81047 | 2.57902 | 0.03689 | 0.01824 |
| 20[46] | 3.979950 | 0.810521 | 2.579202 | 0.702 | 0.268 |
| 20[47] | 3.97972 | 0.81026 | 2.57873 | 0.266856 | 0.091465 |
| 20[48] | 3.9799000 | 0.8104646 | 2.5790160 | 0.04921 | 0.02020 |
| 20[48] | 3.9798834 | 0.8104651 | 2.5790160 | 0.01171 | 0.01268 |

çalışmalarda elde edilen değerler verildi. Tablodan, SFY-1 ile diğer çalışmalarda verilen sonuçlara yakın sonuçların elde edildiği görülmektedir.

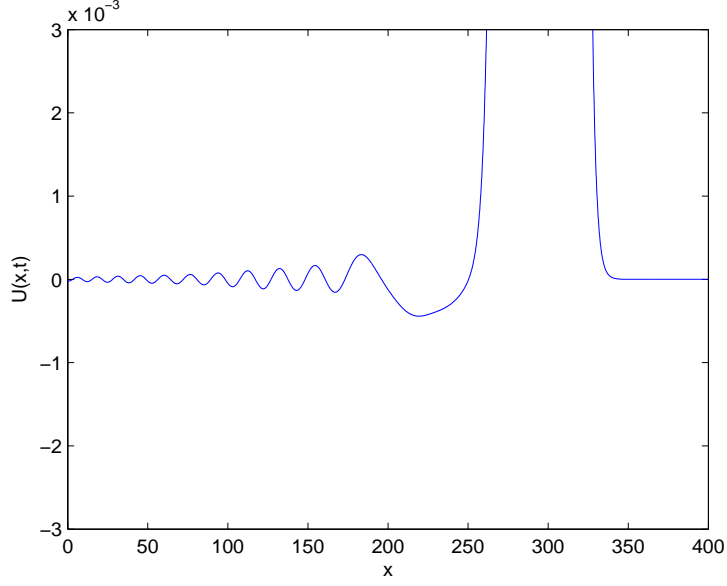
Problem 2: İki Soliter Dalga Girişimi

Bu problemde tepe noktası $x_1 = -177$ konumunda, $3c_1 = 0.6$ yüksekliğinde ve tepe noktası $x_2 = -147$ konumunda, $3c_2 = 0.3$ yüksekliğinde iki soliter dalğanın $-200 \leq x \leq 400$ aralığındaki girişimi $t = 400$ zamanına kadar gözlendi. Konum adım uzunluğu $h = 0.12$, zaman adım uzunluğu $k = 0.1$ olarak alındığında dalgaların



Şekil 4.3. İki soliter dalganın girişimi.

belirli zamanlardaki davranışı Şekil 4.3 de sunuldu. Şekilden $t = 0$ zamanında küçük dalganın gerisinde harekete başlayan büyük dalganın $t = 100$ zamanında küçük dalgayı içine almaya başladığı görülür. $t = 200$ zamanı civarında iç içe geçen dalgalar $t = 300$ zamanında ayrılmaya başlayıp $t = 400$ zamanında büyük dalganın küçük dalgayı geçip eski şekillerini koruyarak tamamen ayrıldıkları gözlenir. $t = 400$ zamanında büyük dalganın tepe noktasının $x_1 = 311.44$ konumunda $3c_1 = 0.5993$ genliğine, küçük dalganın ise tepe noktası $x_2 = 281.44$ konumunda $3c_2 = 0.2996$ genliğine sahip olduğu hesaplandı. Dalgaların girişimi sonucu şekilleri değişmeyip, yüksekliklerinde küçük miktarda bir azalma meydana gelmiştir. Ayrıca Şekil 4.4 e bakıldığında $t = 400$ zamanında dalgaların gerisinde genliği 0.3×10^{-3} den daha küçük kuyruk dalgalar bıraktıkları görüldü.



Şekil 4.4. $t = 400$ zamanında iki soliter dalganın girişi.

Tablo 4.7 de $h = 0.12$ iken $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin aldığı değerler verildi. Tabloya göre $h = 0.12$ sabit $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 4.491 \times 10^{-6}$ ve $\Delta I_3 = 2.409 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 2.358 \times 10^{-6}$ ve $\Delta I_3 = 1.372 \times 10^{-5}$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 1.794 \times 10^{-6}$ ve $\Delta I_3 = 1.095 \times 10^{-5}$ değerlerini alan korunum sabitlerinin mutlak değişimlerinden ΔI_1 , k değerinin küçülmesiyle değişmezken, ΔI_2 ve ΔI_3 bir miktar küçülmüştür.

Tablo 4.8 de $k = 0.1$ iken $h = 0.12, 0.06$ ve 0.03 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin aldığı değerler verildi. Tabloya göre $k = 0.1$ sabit $h = 0.12$ için $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 4.491 \times 10^{-6}$ ve $\Delta I_3 = 2.409 \times 10^{-5}$ olarak bulunan korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $h = 0.06$ için $\Delta I_1 = 6.777 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 1.186 \times 10^{-6}$

Tablo 4.7: SFY-1 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

| | | $k = 0.1$ | | | $k = 0.05$ | | | $k = 0.01$ | | |
|------------|-----|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------|
| | | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 |
| $h = 0.12$ | t | | | | | | | | | |
| | 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 |
| | 40 | 9.86135520 | 3.2447245 | 10.778247 | 9.86135520 | 3.2447300 | 10.778273 | 9.86135519 | 3.2447317 | 10.778282 |
| | 80 | 9.86163224 | 3.2446832 | 10.778029 | 9.86163224 | 3.2447023 | 10.778121 | 9.86163224 | 3.2447084 | 10.778150 |
| | 120 | 9.86165749 | 3.2445747 | 10.777448 | 9.86165749 | 3.2446302 | 10.777715 | 9.86165749 | 3.2446479 | 10.777800 |
| | 160 | 9.86165997 | 3.2443749 | 10.776360 | 9.86165996 | 3.2444984 | 10.776955 | 9.86165996 | 3.2445379 | 10.777146 |
| | 200 | 9.86166028 | 3.2442394 | 10.775612 | 9.86166027 | 3.2444097 | 10.776435 | 9.86166026 | 3.2444642 | 10.776698 |
| | 240 | 9.86166025 | 3.2443700 | 10.776333 | 9.86166024 | 3.2444955 | 10.776939 | 9.86166024 | 3.2445356 | 10.777132 |
| | 280 | 9.86166017 | 3.2445700 | 10.777423 | 9.86166017 | 3.2446275 | 10.777699 | 9.86166017 | 3.2446457 | 10.777787 |
| | 320 | 9.86166015 | 3.2446793 | 10.778008 | 9.86166015 | 3.2447001 | 10.778108 | 9.86166015 | 3.2447066 | 10.778139 |
| | 360 | 9.86166021 | 3.2447214 | 10.778231 | 9.86166021 | 3.2447283 | 10.778264 | 9.86166021 | 3.2447303 | 10.778274 |
| | 400 | 9.86166027 | 3.2447357 | 10.778305 | 9.86166027 | 3.2447378 | 10.778316 | 9.86166026 | 3.2447384 | 10.778318 |
| | | | $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$ | |
| | | $\Delta I_2 = 4.491 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_2 = 2.358 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_2 = 1.794 \times 10^{-6}$ | | |
| | | $\Delta I_3 = 2.409 \times 10^{-5}$ | | | $\Delta I_3 = 1.372 \times 10^{-5}$ | | | $\Delta I_3 = 1.095 \times 10^{-5}$ | | |

ve $\Delta I_3 = 6.184 \times 10^{-6}$, ayrıca $h = 0.03$ için $\Delta I_1 = 1.343 \times 10^{-2}$, $\Delta I_2 = 1.566 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 1.348 \times 10^{-6}$ değerlerini almıştır. Zaman adım uzunluğu k sabit, konum zaman uzunluğu h in küçülmesiyle I_1 in mutlak değişim artarken I_2 ve I_3 ün mutlak değişimleri azalmaktadır.

Tablo 4.9 da $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerlerle birlikte literatürdeki diğer çalışmalarda elde edilen değerler verildi.

Problem 3: Ardışık Dalga Oluşumu

Bu problemde $d = 2$ yüksek eğim ve $d = 5$ düşük eğim için elde edilen ardışık dalgaların oluşumu $-36 \leq x \leq 300$ aralığında, $t = 250$ zamanına kadar gözlemlendi. Konum adım uzunluğu $h = 0.24$ ve zaman adım uzunluğu $k = 0.1$ olarak alındığında $t = 0, 100, 150$ ve 250 zamanlarında $d = 2$ ve $d = 5$ eğimleri için ardışık dalgaların görünümü sırasıyla Şekil 4.5 ve Şekil 4.6 da verildi. Şekillerden $d = 2$ yüksek eğimi için ardışık dalga oluşumunun daha hızlı başladığı ve $t = 250$ zamanında daha fazla dalga oluştuğu görülmektedir. Oluşan ardışık dalgalardan öncü (ilk) dalganın simülasyon boyunca yüksekliğinin zamana göre grafiği Şekil 4.7 de verildi. Şekilden $d = 2$ için öncü dalganın yüksekliği başlarda daha büyük olmasına rağmen zaman ilerledikçe $d = 2$ ve $d = 5$ eğimleriyle elde edilen öncü dalgaların yükseklikleri birbirine yaklaşmaya başladığı görülür. Şekil 4.8 de $d = 2$ için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin simülasyon boyunca aldığı değerlerin grafiği verildi. $d = 5$ için de korunum sabitlerinin benzer bir grafiği elde edilir. Şekilden, korunum sabitlerinin değerlerinin sabit olmadığı ve lineer bir şekilde arttığı görülür.

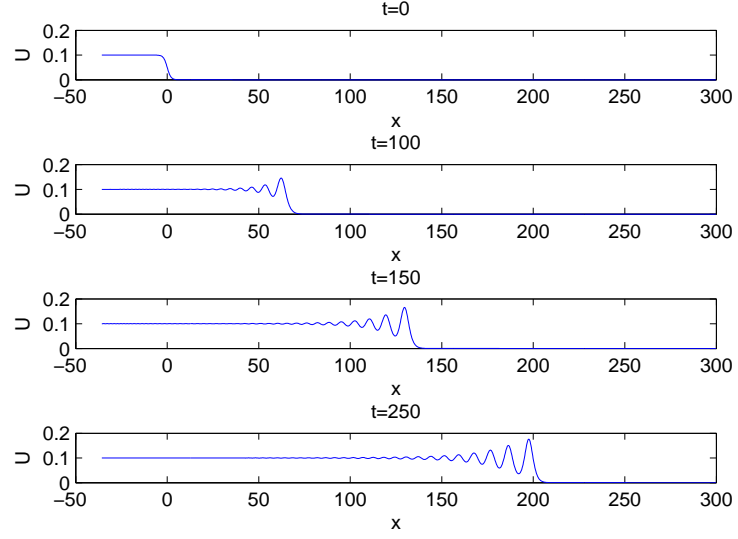
Tablo 4.10 da $d = 2$, $h = 0.24$ olduğunda $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte

Tablo 4.8: SFY-1 ile Problem 2'nin $k = 0.1$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

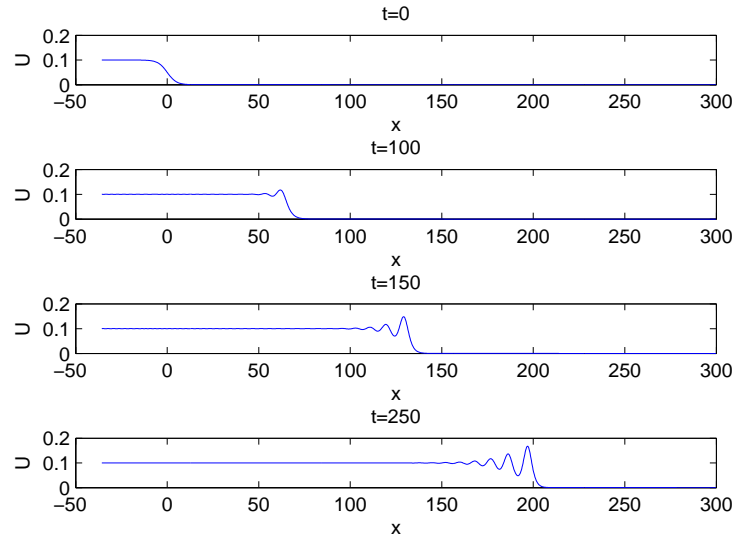
| | | $h = 0.12$ | | | $h = 0.06$ | | | $h = 0.03$ | | |
|-----------|-----|-------------------------------------|-----------|-----------|-------------------------------------|-----------|-----------|-------------------------------------|-----------|-----------|
| | | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 |
| $k = 0.1$ | t | | | | | | | | | |
| | 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822732 | 3.2447773 | 10.778329 | 9.85823035 | 3.2447868 | 10.778329 |
| | 40 | 9.86135520 | 3.2447245 | 10.778247 | 9.86298721 | 3.2447692 | 10.778289 | 9.86434962 | 3.2447806 | 10.778299 |
| | 80 | 9.86163224 | 3.2446832 | 10.778029 | 9.86439670 | 3.2447452 | 10.778168 | 9.86766297 | 3.2447611 | 10.778204 |
| | 120 | 9.86165749 | 3.2445747 | 10.777448 | 9.86482153 | 3.2446819 | 10.777849 | 9.86948182 | 3.2447091 | 10.777950 |
| | 160 | 9.86165997 | 3.2443749 | 10.776360 | 9.86494967 | 3.2445636 | 10.777246 | 9.87048019 | 3.2446112 | 10.777469 |
| | 200 | 9.86166028 | 3.2442394 | 10.775612 | 9.86498832 | 3.2444826 | 10.776830 | 9.87102811 | 3.2445439 | 10.777136 |
| | 240 | 9.86166025 | 3.2443700 | 10.776333 | 9.86499989 | 3.2445610 | 10.777233 | 9.87132870 | 3.2446092 | 10.777458 |
| | 280 | 9.86166017 | 3.2445700 | 10.777423 | 9.86500331 | 3.2446797 | 10.777838 | 9.87149361 | 3.2447074 | 10.777942 |
| | 320 | 9.86166015 | 3.2446793 | 10.778008 | 9.86500433 | 3.2447436 | 10.778160 | 9.87158412 | 3.2447600 | 10.778199 |
| | 360 | 9.86166021 | 3.2447214 | 10.778231 | 9.86500468 | 3.2447680 | 10.778283 | 9.87163384 | 3.2447799 | 10.778296 |
| | 400 | 9.86166027 | 3.2447357 | 10.778305 | 9.86500482 | 3.2447761 | 10.778323 | 9.87166115 | 3.2447866 | 10.778328 |
| | | $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 6.777 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 1.343 \times 10^{-2}$ | | |
| | | $\Delta I_2 = 4.491 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_2 = 1.186 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_2 = 1.566 \times 10^{-7}$ | | |
| | | $\Delta I_3 = 2.409 \times 10^{-5}$ | | | $\Delta I_3 = 6.184 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_3 = 1.348 \times 10^{-6}$ | | |

Tablo 4.9: SFY-1 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_1 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

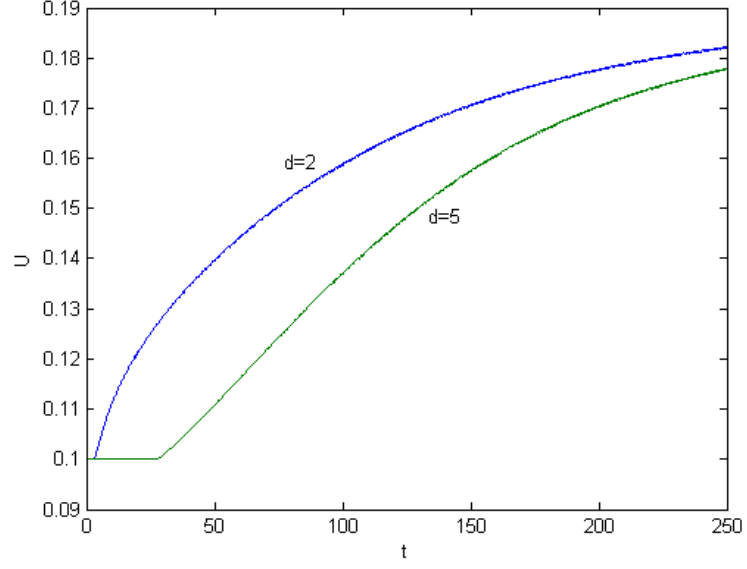
| t | I_1 | I_2 | I_3 | $I_1[27]$ | $I_2[27]$ | $I_3[27]$ | $I_1[37]$ | $I_2[37]$ | $I_3[37]$ |
|-----|------------|-----------|-----------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.8586 | 3.2449 | 10.7788 | 9.85825 | 3.24481 | 10.77833 |
| 40 | 9.86135520 | 3.2447245 | 10.778247 | 9.8642 | 3.2456 | 10.7809 | 9.85833 | 3.24482 | 10.77836 |
| 80 | 9.86163224 | 3.2446832 | 10.778029 | 9.8683 | 3.2475 | 10.7872 | 9.85832 | 3.24482 | 10.77834 |
| 120 | 9.86165749 | 3.2445747 | 10.777448 | 9.8719 | 3.2491 | 10.7928 | 9.85833 | 3.24486 | 10.77843 |
| 160 | 9.86165997 | 3.2443749 | 10.776360 | 9.8751 | 3.2506 | 10.7979 | 9.85833 | 3.24491 | 10.77852 |
| 200 | 9.86166028 | 3.2442394 | 10.775612 | 9.8886 | 3.2523 | 10.8036 | 9.85830 | 3.24492 | 10.77851 |
| 240 | 9.86166025 | 3.2443700 | 10.776333 | 9.8825 | 3.2544 | 10.8109 | 9.85830 | 3.24489 | 10.77846 |
| 280 | 9.86166017 | 3.2445700 | 10.777423 | 9.8854 | 3.2557 | 10.8156 | 9.85829 | 3.24484 | 10.77834 |
| 320 | 9.86166015 | 3.2446793 | 10.778008 | 9.8883 | 3.2569 | 10.8197 | 9.85832 | 3.24482 | 10.77833 |
| 360 | 9.86166021 | 3.2447214 | 10.778231 | 9.8907 | 3.2576 | 10.8220 | 9.85829 | 3.24479 | 10.77823 |
| 400 | 9.86166027 | 3.2447357 | 10.778305 | 9.8930 | 3.2585 | 10.8251 | 9.85830 | 3.24478 | 10.77819 |
| t | $I_1[38]$ | $I_2[38]$ | $I_3[38]$ | $I_1[47](h = 0.25)$ | $I_2[47](h = 0.25)$ | $I_3[47](h = 0.25)$ | | | |
| 0 | 9.8586 | 3.2449 | 10.7788 | 9.8583 | 3.2328 | 10.7623 | | | |
| 40 | 9.8642 | 3.2456 | 10.7809 | 9.8575 | 3.2362 | 10.7738 | | | |
| 80 | 9.8683 | 3.2475 | 10.7872 | 9.8574 | 3.2362 | 10.7727 | | | |
| 120 | 9.8719 | 3.2492 | 10.7928 | 9.8573 | 3.2367 | 10.7707 | | | |
| 160 | 9.8751 | 3.2506 | 10.7979 | 9.8573 | 3.2377 | 10.7675 | | | |
| 200 | 9.8886 | 3.2523 | 10.8036 | 9.8574 | 3.2384 | 10.7654 | | | |
| 240 | 9.8825 | 3.2544 | 10.8109 | 9.8572 | 3.2376 | 10.7671 | | | |
| 280 | 9.8854 | 3.2557 | 10.8156 | 9.8570 | 3.2364 | 10.7695 | | | |
| 320 | 9.8883 | 3.2569 | 10.8197 | 9.8567 | 3.2357 | 10.7706 | | | |
| 360 | 9.8907 | 3.2576 | 10.8220 | 9.8565 | 3.2353 | 10.7706 | | | |
| 400 | 9.8930 | 3.2585 | 10.8251 | 9.8563 | 3.2351 | 10.7703 | | | |



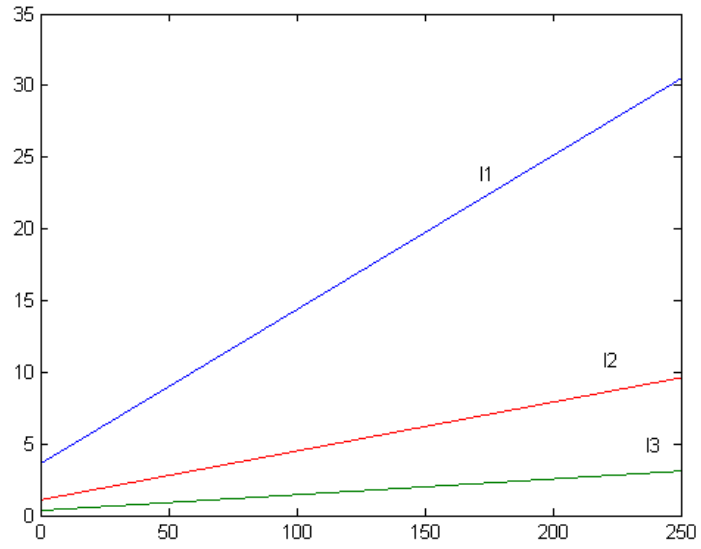
Şekil 4.5. $d = 2$ yüksek eğimi için ardışık dalga oluşumu.



Şekil 4.6. $d = 5$ düşük eğimi için ardışık dalga oluşumu.



Şekil 4.7: $d = 2$ yüksek eğimi ve $d = 5$ düşük eğimi için öncü (ilk) dalganın yüksekliği.



Şekil 4.8. $d = 2$ yüksek eğimi için korunum sabitlerinin değişimi.

Tablo 4.10: SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|------|--|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.1 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899155 | 2.786171 | 48.96 | 0.139634 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449263 | 4.491475 | 102.48 | 0.158705 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999386 | 6.196736 | 156.72 | 0.170627 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549514 | 7.901980 | 211.20 | 0.177691 |
| | 250 | 30.462999 | 3.099644 | 9.607216 | 265.68 | 0.182178 |
| | $M_1 = 0.1074999951$, $M_2 = 0.0110022$, $M_3 = 0.0341057$ | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899148 | 2.786140 | 48.96 | 0.139644 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449245 | 4.491400 | 102.72 | 0.158741 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999355 | 6.196610 | 156.72 | 0.170607 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549470 | 7.901801 | 211.20 | 0.177715 |
| | 250 | 30.462999 | 3.099587 | 9.606983 | 265.68 | 0.182180 |
| | $M_1 = 0.1074999976$, $M_2 = 0.0110020$, $M_3 = 0.0341048$ | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899145 | 2.786130 | 48.96 | 0.139648 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449239 | 4.491376 | 102.72 | 0.158756 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999345 | 6.196570 | 156.72 | 0.170599 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549456 | 7.901743 | 211.20 | 0.177721 |
| | 250 | 30.463000 | 3.099569 | 9.606909 | 265.68 | 0.182178 |
| | $M_1 = 0.1074999985$, $M_2 = 0.0110020$, $M_3 = 0.0341045$ | | | | | |

öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablo 4.11 de $d = 2$, $k = 0.1$ ve $h = 0.24, 0.12, 0.06$ değerleri için korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablolardan $d = 2$ iken h ve k nin farklı değerleri için korunum sabitlerinin lineer değişim oranları (3.2.5) eşitlikleri ile bulunan $M_1 = 0.1050$, $M_2 = 0.0106$ ve $M_3 = 0.03307$ analitik değerleriyle uyumlu olduğu görülür.

Tablo 4.12 de $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1, 0.05, 0.01$ değerleri için I_1 , I_2 ve

Tablo 4.11: SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 2$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.24 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899155 | 2.786171 | 48.96 | 0.139634 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449263 | 4.491475 | 102.48 | 0.158705 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999386 | 6.196736 | 156.72 | 0.170627 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549514 | 7.901980 | 211.20 | 0.177691 |
| | 250 | 30.462999 | 3.099644 | 9.607216 | 265.68 | 0.182178 |
| $M_1 = 0.1074999951$, $M_2 = 0.0110023$, $M_3 = 0.0341057$ | | | | | | |
| 0.12 | 0 | 3.594000 | 0.349678 | 1.082640 | -35.88 | 0.100000 |
| | 50 | 8.969000 | 0.899706 | 2.787793 | 48.96 | 0.139719 |
| | 100 | 14.344000 | 1.449746 | 4.492760 | 102.72 | 0.159125 |
| | 150 | 19.719000 | 1.999791 | 6.197639 | 156.84 | 0.170811 |
| | 200 | 25.094000 | 2.549838 | 7.902485 | 211.32 | 0.177820 |
| | 250 | 30.468999 | 3.099886 | 9.607317 | 265.80 | 0.182217 |
| $M_1 = 0.1074999966$, $M_2 = 0.0110008$, $M_3 = 0.0340987$ | | | | | | |
| 0.06 | 0 | 3.597000 | 0.349978 | 1.083570 | -35.94 | 0.100000 |
| | 50 | 8.972000 | 0.899993 | 2.788661 | 48.96 | 0.139710 |
| | 100 | 14.347000 | 1.450015 | 4.493540 | 102.72 | 0.159176 |
| | 150 | 19.722000 | 2.000040 | 6.198319 | 156.90 | 0.170888 |
| | 200 | 25.097000 | 2.550066 | 7.903060 | 211.32 | 0.177887 |
| | 250 | 30.472000 | 3.100092 | 9.607786 | 265.80 | 0.182213 |
| $M_1 = 0.1074999987$, $M_2 = 0.0110005$, $M_3 = 0.0340969$ | | | | | | |

Tablo 4.12: SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalga'nın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|------|--|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.1 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883929 | 2.739097 | 48.24 | 0.110733 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433984 | 4.444556 | 102.24 | 0.137055 |
| | 150 | 19.713000 | 1.984080 | 6.149895 | 156.24 | 0.157523 |
| | 200 | 25.088000 | 2.534199 | 7.855169 | 210.48 | 0.170396 |
| | 250 | 30.463000 | 3.084325 | 9.560418 | 264.96 | 0.177656 |
| | $M_1 = 0.1074999996081$, $M_2 = 0.01100166$, $M_3 = 0.0341075$ | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883928 | 2.739090 | 48.24 | 0.110698 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433977 | 4.444527 | 102.24 | 0.137058 |
| | 150 | 19.713000 | 1.984063 | 6.149827 | 156.24 | 0.157542 |
| | 200 | 25.088000 | 2.534170 | 7.855051 | 210.48 | 0.170412 |
| | 250 | 30.463000 | 3.084284 | 9.560247 | 264.96 | 0.177706 |
| | $M_1 = 0.1074999996085$, $M_2 = 0.01100149$, $M_3 = 0.0341069$ | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883927 | 2.739088 | 48.24 | 0.110686 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433975 | 4.444518 | 102.24 | 0.137059 |
| | 150 | 19.713000 | 1.984058 | 6.149804 | 156.24 | 0.157547 |
| | 200 | 25.088000 | 2.534161 | 7.855013 | 210.48 | 0.170416 |
| | 250 | 30.463000 | 3.084270 | 9.560192 | 264.96 | 0.177721 |
| | $M_1 = 0.1074999996086$, $M_2 = 0.01100144$, $M_3 = 0.0341066$ | | | | | |

I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalga'nın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablo 4.13 de $d = 5$, $k = 0.1$ ve $h = 0.24, 0.12, 0.06$ değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalga'nın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablolardan $d = 5$ olduğunda h ve k nin farklı değerleri için korunum sabitlerinin lineer değişimi analitik değerleriyle oldukça uyumlu olduğu görülür.

Tablo 4.14 de $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri, öncü

Tablo 4.13: SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 5$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.24 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883929 | 2.739097 | 48.24 | 0.110733 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433984 | 4.444556 | 102.24 | 0.137055 |
| | 150 | 19.713000 | 1.984080 | 6.149895 | 156.24 | 0.157523 |
| | 200 | 25.088000 | 2.534199 | 7.855169 | 210.48 | 0.170396 |
| | 250 | 30.463000 | 3.084325 | 9.560418 | 264.96 | 0.177656 |
| $M_1 = 0.1074999996081$, $M_2 = 0.01100166$, $M_3 = 0.0341075$ | | | | | | |
| 0.12 | 0 | 3.594000 | 0.334511 | 1.033530 | -35.88 | 0.100000 |
| | 50 | 8.969000 | 0.884518 | 2.740904 | 48.36 | 0.110419 |
| | 100 | 14.344000 | 1.434537 | 4.446197 | 102.24 | 0.137023 |
| | 150 | 19.719000 | 1.984573 | 6.151237 | 156.36 | 0.157666 |
| | 200 | 25.094000 | 2.534616 | 7.856142 | 210.60 | 0.170542 |
| | 250 | 30.469000 | 3.084663 | 9.560997 | 264.96 | 0.177990 |
| $M_1 = 0.1074999993173$, $M_2 = 0.01100061$, $M_3 = 0.0341024$ | | | | | | |
| 0.06 | 0 | 3.597000 | 0.334811 | 1.036320 | -35.94 | 0.100000 |
| | 50 | 8.972000 | 0.884815 | 2.741821 | 48.42 | 0.110342 |
| | 100 | 14.347000 | 1.434825 | 4.447071 | 102.30 | 0.137027 |
| | 150 | 19.722000 | 1.984845 | 6.152032 | 156.36 | 0.157737 |
| | 200 | 25.097000 | 2.534869 | 7.856840 | 210.60 | 0.170605 |
| | 250 | 30.472000 | 3.084894 | 9.561592 | 265.02 | 0.178000 |
| $M_1 = 0.1074999987060$, $M_2 = 0.01100033$, $M_3 = 0.0341011$ | | | | | | |

Tablo 4.14: SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalğanın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|---------|------------|----------|----------|--------|--------------|
| 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| 50 | 8.963000 | 0.899155 | 2.786171 | 48.96 | 0.139634 |
| 100 | 14.338000 | 1.449263 | 4.491475 | 102.48 | 0.158705 |
| 150 | 19.713000 | 1.999386 | 6.196736 | 156.72 | 0.170627 |
| 200 | 25.088000 | 2.549514 | 7.901980 | 211.20 | 0.177691 |
| 250 | 30.462999 | 3.099644 | 9.607216 | 265.68 | 0.182178 |
| 250[28] | 30.48699 | 3.10148 | 9.61202 | 265.92 | 0.1819803 |
| 250[31] | | | | 265.92 | 0.182 |
| 250[36] | 30.46299 | 3.09887 | 9.60482 | 265.68 | 0.18158 |
| 250[37] | 30.4869971 | 3.10123 | 9.61118 | 265.92 | 0.18177 |
| 250[42] | | | | 265.92 | 0.1820388184 |

Tablo 4.15: SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$).

| | M_1 | M_2 | M_3 |
|-------|--------------|-----------|-----------|
| SFY-1 | 0.1074999951 | 0.0110022 | 0.0341057 |
| [28] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034095 |
| [36] | 0.107500 | 0.010992 | 0.034096 |
| [37] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034092 |

dalğanın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri, diğer araştırmacılar tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldı. Ayrıca Tablo 4.15 de korunum sabitlerinin lineer değişim oranları, literatürdeki diğer çalışmalarla elde edilen değerleriyle karşılaştırıldı.

Tablo 4.16 da $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalğanın maksimum genlik değerleri, bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi ve diğer araştırmacılar tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldı. Ek olarak Tablo 4.17 de korunum sabitlerinin lineer değişim oranları, literatürdeki diğer çalışmalarla elde edilen değerleriyle karşılaştırıldı. Sonuç olarak bu problemin SFY-1

Tablo 4.16: SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalga'nın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|---------|------------|----------|----------|--------|--------------|
| 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| 50 | 8.963000 | 0.883929 | 2.739097 | 48.24 | 0.110733 |
| 100 | 14.338000 | 1.433984 | 4.444556 | 102.24 | 0.137055 |
| 150 | 19.713000 | 1.984080 | 6.149895 | 156.24 | 0.157523 |
| 200 | 25.088000 | 2.534199 | 7.855169 | 210.48 | 0.170396 |
| 250 | 30.463000 | 3.084325 | 9.560418 | 264.96 | 0.177656 |
| 250[28] | 30.48704 | 3.08631 | 9.56594 | 264.96 | 0.1787177 |
| 250[31] | | | | 264.96 | 0.178 |
| 250[36] | 30.46305 | 3.08376 | 9.55868 | 264.96 | 0.17710 |
| 250[37] | 30.4869998 | 3.08613 | 9.56533 | 264.96 | 0.17767 |
| 250[42] | | | | 264.96 | 0.1779322071 |

Tablo 4.17: SFY-1 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin linear artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$).

| | M_1 | M_2 | M_3 |
|-------|--------------|------------|-----------|
| SFY-1 | 0.1074999996 | 0.01100165 | 0.0341075 |
| [28] | 0.1075 | 0.011 | 0.034099 |
| [36] | 0.107500 | 0.010992 | 0.034101 |
| [37] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034097 |

ile elde edilen sonuçlarının literatürdeki farklı çalışmalarla elde edilen sonuçlarıyla uyum içinde olduğu görülür.

4.2 Sonlu Fark Yaklaşımı-2 (SFY-2)

(3.1.1) ile verilen RLW denkleminde UU_x nonlineer terim yerine

$$\begin{aligned}
 UU_x \cong & \frac{1}{2} \left[\left(\frac{U_{m+1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}}{3} \right) \left(\frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} \right) \right. \\
 & \left. + \left(\frac{U_{m+1}^n + U_m^n + U_{m-1}^n}{3} \right) \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) \right] \quad (4.2.1)
 \end{aligned}$$

eşitliğiyle verilen lineer sonlu fark yaklaşımı alındı. Denklemden görülen U_t yerine

$$U_t \cong \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k}$$

ileri sonlu fark yaklaşımı, U_x yerine

$$U_x \cong \frac{1}{2} \left(\frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} + \frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right)$$

Crank-Nicolson merkezi sonlu fark yaklaşımı ve U_{xxt} türevi yerine

$$U_{xxt} \cong \frac{1}{k} \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}}{h^2} - \frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right)$$

sonlu fark yaklaşımları yazılır ve düzenlenirse

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{4h} - \varepsilon \frac{U_{m+1}^n + U_m^n + U_{m-1}^n}{12h} + \varepsilon \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{12h} - \frac{\mu}{kh^2} \right) U_{m-1}^{n+1} \\ & + \left(\frac{1}{k} + \varepsilon \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{12h} + \frac{2\mu}{kh^2} \right) U_m^{n+1} \\ & + \left(\frac{1}{4h} + \varepsilon \frac{U_{m+1}^n + U_m^n + U_{m-1}^n}{12h} + \varepsilon \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{12h} - \frac{\mu}{kh^2} \right) U_{m+1}^{n+1} \\ & = \frac{U_m^n}{k} - \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{4h} - \frac{\mu}{k} \left(\frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right) \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

sonlu fark denklemi elde edilir.

4.2.1 Kararlılık Analizi

(4.2.1) sonlu fark yaklaşımının (3.1.1) RLW denkleminin uygulanmasıyla elde edilen fark şemasının kararlılık analizini von Neumann yöntemiyle incelemek için (3.1.1) RLW denkleminde görülen UU_x nonlineer terimindeki U yerine U nun bir yerel sabiti olan \hat{U} alınır. Böylece SFY-1 ile yazılan (4.1.3) fark şemasının aynısı elde edilir. Sonuç olarak yöntem kararlıdır.

4.2.2 Nümerik Sonuçlar

Bu bölümde (3.1.1) ile verilen RLW denkleminde UU_x nonlinear terim yerine (4.2.1) sonlu fark yaklaşımının yazılmasıyla elde edilen (4.2.2) fark denkleminin üç model probleme uygulanmasıyla elde edilen nümerik sonuçlar verildi.

Problem 1: Tek Soliter Dalga Hareketi

Bu problemde $3c = 0.3$ yüksekliğine sahip soliter dalganın, $-40 \leq x \leq 60$ aralığında sağa doğru hareketi $t = 20$ zamanına kadar gözlemlendi.

$3c = 0.3$ yüksekliğine sahip soliter dalganın hareketi boyunca $h = 0.125$ olmak üzere $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri Tablo 4.18 de verildi. Tabloya göre verilen korunum sabitlerinin değerleri, (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ analitik değerleriyle uyumludur. $h = 0.125$ iken I_1 , I_2 ve I_3 deki mutlak değişim $k = 0.1$ için sırasıyla $\Delta I_1 = 3.548 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.861 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 1.929 \times 10^{-7}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.550 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.368 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 8.797 \times 10^{-8}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.351 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 6.163 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 6.109 \times 10^{-8}$ olarak bulunur. Buradan $h = 0.125$ iken k 'nın küçülmesiyle I_1 de önemli bir ölçüde değişim olmadığı, I_2 ve I_3 deki mutlak değişimin ise azalmaktadır olduğu görülür. $t = 20$ zamanında hata normları $h = 0.125$ için $k = 0.1$ iken $L_2 = 0.73701 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.21956 \times 10^{-3}$; $k = 0.05$ iken $L_2 = 0.58278 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.17334 \times 10^{-3}$ ve $k = 0.01$ iken $L_2 = 0.53347 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.15855 \times 10^{-3}$ değerlerini alarak küçülmektedir.

Tablo 4.19 da $3c = 0.3$ yüksekliğindeki soliter dalganın ilerleyişinin $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlardaki korunum sabitlerinin ve hata

Tablo 4.18: SFY-2 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|---|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|--------|---------|
| 0.1 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799529 | 0.8104576001 | 2.579007427 | 0.15552 | 0.05458 | 4.375 | 0.29999 |
| | 8 | 3.9799709 | 0.8104575975 | 2.579007398 | 0.30847 | 0.10268 | 8.750 | 0.29996 |
| | 12 | 3.9799839 | 0.8104575934 | 2.579007355 | 0.45694 | 0.14543 | 13.250 | 0.29994 |
| | 16 | 3.9799865 | 0.8104575882 | 2.579007303 | 0.59990 | 0.18412 | 17.625 | 0.29993 |
| | 20 | 3.9799617 | 0.8104575822 | 2.579007244 | 0.73701 | 0.21956 | 22.000 | 0.29992 |
| | $\Delta I_1 = 3.548 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.861 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.929 \times 10^{-7}$ | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799529 | 0.8104576011 | 2.579007432 | 0.12337 | 0.04340 | 4.375 | 0.29999 |
| | 8 | 3.9799709 | 0.8104576015 | 2.579007419 | 0.24456 | 0.08142 | 8.750 | 0.29997 |
| | 12 | 3.9799839 | 0.8104576019 | 2.579007400 | 0.36197 | 0.11517 | 13.250 | 0.29995 |
| | 16 | 3.9799865 | 0.8104576021 | 2.579007376 | 0.47479 | 0.14556 | 17.625 | 0.29995 |
| | 20 | 3.9799617 | 0.8104576021 | 2.579007349 | 0.58278 | 0.17334 | 22.000 | 0.29994 |
| | $\Delta I_1 = 3.550 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.368 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 8.797 \times 10^{-8}$ | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799529 | 0.8104576014 | 2.579007434 | 0.11309 | 0.03983 | 4.375 | 0.29999 |
| | 8 | 3.9799709 | 0.8104576025 | 2.579007425 | 0.22413 | 0.07464 | 8.750 | 0.29997 |
| | 12 | 3.9799839 | 0.8104576039 | 2.579007411 | 0.33162 | 0.10548 | 13.250 | 0.29995 |
| | 16 | 3.9799865 | 0.8104576055 | 2.579007395 | 0.43480 | 0.13322 | 17.625 | 0.29995 |
| | 20 | 3.9799617 | 0.8104576069 | 2.579007376 | 0.53347 | 0.15855 | 22.000 | 0.29994 |
| | $\Delta I_1 = 3.351 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 6.163 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 6.109 \times 10^{-8}$ | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ | | | | | | | | |

normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Korunum sabitlerinin nümerik değerleri (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ analitik değerleriyle uyumlu olduğu görülür. Korunum sabitlerinin mutlak değişimi ise $k = 0.1$ iken $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 4.392 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.556 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 1.197 \times 10^{-7}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 6.532 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 8.856 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 4.584 \times 10^{-8}$; $h = 0.01$ için $\Delta I_1 = 8.820 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.016 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.743 \times 10^{-8}$ olarak elde edilir. Buradan $k = 0.1$ iken h 'nın küçülmesiyle I_1 deki mutlak değişim bir miktar artmakta, I_2 ve I_3 deki mutlak değişimin ise azalmaktadır. $t = 20$ zamanında $k = 0.1$ iken hata normları $h = 0.1$ için $L_2 = 0.54615 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.16287 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ için $L_2 = 0.29213 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.08724 \times 10^{-3}$ ve $h = 0.01$ için $L_2 = 0.21169 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.06308 \times 10^{-3}$ değerlerini almıştır.

Tablo 4.18 ve Tablo 4.19 a göre $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalganın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 22.0$ konumundadır. Buna göre nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum/zaman} = 22/20 = 1.1$, teorik hızıyla $v = 1 + \varepsilon c = 1.1$ aynı hesaplanmıştır. Ayrıca $h = 0.125$ iken k değerlerinin küçülmesiyle veya $k = 0.1$ iken h değerlerinin küçülmesiyle $t = 20$ zamanında dalganın yüksekliği başlangıç değerine daha yakın değerler almıştır.

Ayrıca $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın, $-80 \leq x \leq 120$ aralığında sağa doğru hareketi $t = 20$ zamanına kadar gözlemlendi. Burada dalganın genliği küçülünce dalga genişleyeceği için sınır şartlarını sağlamayı devam ettireceği daha geniş bir aralık seçildi.

Tablo 4.20 de $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın hareketi boyunca $h = 0.125$ iken $k = 0.1$, 0.05 ve 0.01 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin ve

Tablo 4.19: SFY-2 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|---|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|-------|---------|
| 0.1 | 0 | 3.9799263 | 0.8104593621 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799536 | 0.8104593615 | 2.579007431 | 0.11508 | 0.04033 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799730 | 0.8104593593 | 2.579007413 | 0.22832 | 0.07595 | 8.80 | 0.29998 |
| | 12 | 3.9799879 | 0.8104593558 | 2.579007387 | 0.33832 | 0.10770 | 13.20 | 0.29997 |
| | 16 | 3.9799828 | 0.8104593515 | 2.579007354 | 0.44435 | 0.13648 | 17.60 | 0.29996 |
| | 20 | 3.9799702 | 0.8104593465 | 2.579007317 | 0.54615 | 0.16287 | 22.00 | 0.29994 |
| | $\Delta I_1 = 4.392 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.556 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.197 \times 10^{-7}$ | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.9799265 | 0.8104617110 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799552 | 0.8104617109 | 2.579007435 | 0.06130 | 0.02132 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799777 | 0.8104617096 | 2.579007428 | 0.12174 | 0.04032 | 8.80 | 0.29999 |
| | 12 | 3.9799974 | 0.8104617076 | 2.579007418 | 0.18056 | 0.05738 | 13.20 | 0.29999 |
| | 16 | 3.9800080 | 0.8104617051 | 2.579007406 | 0.23738 | 0.07291 | 17.60 | 0.29998 |
| | 20 | 3.9799918 | 0.8104617022 | 2.579007391 | 0.29213 | 0.08724 | 22.00 | 0.29997 |
| | $\Delta I_1 = 6.532 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 8.856 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 4.584 \times 10^{-8}$ | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.9799266 | 0.8104624628 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799565 | 0.8104624638 | 2.579007436 | 0.04427 | 0.01524 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799820 | 0.8104624629 | 2.579007432 | 0.08801 | 0.02894 | 8.80 | 0.29999 |
| | 12 | 3.9800065 | 0.8104624615 | 2.579007426 | 0.13065 | 0.04130 | 13.20 | 0.29999 |
| | 16 | 3.9800234 | 0.8104624598 | 2.579007419 | 0.17188 | 0.05261 | 17.60 | 0.29999 |
| | 20 | 3.9800148 | 0.8104624578 | 2.579007409 | 0.21169 | 0.06308 | 22.00 | 0.29998 |
| | $\Delta I_1 = 8.820 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.016 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 2.743 \times 10^{-8}$ | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ | | | | | | | | |

hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablodan korunum sabitlerinin değerlerinin dalganın hareketi boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 2.1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ analitik değerleriyle uyumlu olduğu görülmektedir. $h = 0.125$ iken korunum sabitlerindeki mutlak değişim $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 4.640 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 4.000 \times 10^{-10}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 2.907 \times 10^{-12}$ ve $\Delta I_3 = 1.864 \times 10^{-10}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.748 \times 10^{-12}$ ve $\Delta I_3 = 1.312 \times 10^{-10}$ olarak elde edilir. $h = 0.125$ iken k 'nın farklı değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 değerlerinde önemli bir ölçüde değişiklik olmamıştır. $t = 20$ zamanında hata normları $h = 0.125$ için $k = 0.1$ iken $L_2 = 0.05429 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.1438 \times 10^{-3}$; $k = 0.05$ iken $L_2 = 0.04404 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.01167 \times 10^{-3}$ ve $k = 0.01$ iken $L_2 = 0.04076 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.01081 \times 10^{-3}$ olarak bulunur.

Tablo 4.21 de $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın hareketi boyunca $k = 0.1$ için $h = 0.1$, 0.05 ve 0.01 değerleri için belirli zamanlardaki korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablodan korunum sabitlerinin nümerik değerleri (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 2.1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ analitik değerleriyle uyumlu olduğu görülür. Ayrıca korunum sabitlerinin mutlak değişimi $k = 0.1$ iken $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 5.339 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 3.544 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 2.432 \times 10^{-10}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 6.642 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.748 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 8.648 \times 10^{-11}$; $h = 0.01$ için $\Delta I_1 = 8.037 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.044 \times 10^{-12}$ ve $\Delta I_3 = 4.695 \times 10^{-11}$ olarak bulunur. $k = 0.1$ iken h nın farklı değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinde önemli ölçüde bir değişiklik olmadığı görülür. $t = 20$

Tablo 4.20: SFY-2 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|---|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|--------|---------|
| 0.1 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.01091 | 0.00306 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094077 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.02180 | 0.00603 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094086 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.03267 | 0.00890 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094093 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.04350 | 0.01169 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094098 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.05429 | 0.01438 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 4.640 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 4.000 \times 10^{-10}$ | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00885 | 0.00249 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094077 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.01769 | 0.00490 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094086 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.02651 | 0.00723 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094093 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.03529 | 0.00949 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094098 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.04404 | 0.01167 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 2.907 \times 10^{-12}$, $\Delta I_3 = 1.864 \times 10^{-10}$ | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00819 | 0.00231 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094077 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.01637 | 0.00454 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094086 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.02453 | 0.00669 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094093 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.03267 | 0.00878 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094098 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.04076 | 0.01081 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 4.825 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.748 \times 10^{-12}$, $\Delta I_3 = 1.312 \times 10^{-10}$ | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 2, 1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ | | | | | | | | |

Tablo 4.21: SFY-2 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|-----|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|-------|---------|
| 0.1 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00797 | 0.00224 | 4.10 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094078 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.01593 | 0.00440 | 8.20 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094089 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.02387 | 0.00650 | 12.40 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094097 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.03179 | 0.00854 | 16.50 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094103 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.03967 | 0.01051 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 5.339 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 3.544 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 2.432 \times 10^{-10}$ | | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 2.1094050 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094067 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00406 | 0.00113 | 4.10 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094081 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00811 | 0.00223 | 8.25 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094094 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.01216 | 0.00330 | 12.35 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094106 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.01618 | 0.00434 | 16.50 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094116 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.02020 | 0.00534 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 6.642 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.748 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 8.648 \times 10^{-11}$ | | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 2.1094050 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094068 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00281 | 0.00078 | 4.12 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094084 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00562 | 0.00154 | 8.24 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094100 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00843 | 0.00228 | 12.36 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094116 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.01122 | 0.00299 | 16.48 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094131 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.01400 | 0.00368 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 8.037 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.044 \times 10^{-12}$, $\Delta I_3 = 4.695 \times 10^{-11}$ | | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 2, 1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ | | | | | | | | |

zamanında hata normları $k = 0.1$ için $h = 0.1$ iken $L_2 = 0.03967 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.01051 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ iken $L_2 = 0.02020 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00534 \times 10^{-3}$ ve $h = 0.01$ iken $L_2 = 0.01400 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00368 \times 10^{-3}$ şeklinde oldukça küçük değerler almıştır.

Tablo 4.20 ye göre $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalganın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 20.625$ konumundadır. Buna göre nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum/zaman} = 20.625/20 = 1.13125$ dir. Tablo 4.21 e göre ise $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalganın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 22.60$ konumunda olduğu için

Tablo 4.22: SFY-2 ile Problem 1'in h ve k 'nin farklı değerleri için hesaplanan hata normları ($3c = 0.3$ için $-40 \leq x \leq 60$, $3c = 0.09$ için $-80 \leq x \leq 120$).

| h | k | $c = 0.1$ | | $c = 0.03$ | |
|-------|------|-------------------|------------------------|-------------------|------------------------|
| | | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ |
| | 0.1 | 0.73701 | 0.21956 | 0.05429 | 0.01438 |
| 0.125 | 0.05 | 0.58278 | 0.17334 | 0.04404 | 0.01167 |
| | 0.01 | 0.53347 | 0.15855 | 0.04076 | 0.01081 |
| 0.1 | | 0.54615 | 0.16287 | 0.03967 | 0.01051 |
| 0.05 | 0.1 | 0.29213 | 0.08724 | 0.02020 | 0.00534 |
| 0.01 | | 0.21169 | 0.06308 | 0.01400 | 0.00368 |

nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum/zaman} = 22.60/20 = 1.13$ 'dir. Dalganın hızının nümerik değerleri $v = 1 + \varepsilon c = 1.03$ analitik değeriyle uyumludur. Ayrıca h ve k nin farklı değerleri için $t = 20$ zamanında dalganın yüksekliği başlangıç değeriyle hemem hemen aynı değerleri aldığı görülür.

Tablo 4.22 de $c = 0.1$ ve $c = 0.03$ genlikli dalgalar için farklı konum ve zaman adımları için hesaplanan hata normları karşılaştırıldı. Tablodan küçülen h ve k değerleriyle hata normlarının azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.23 de $3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$, $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerlerle birlikte literatürdeki diğer çalışmalarda elde edilen değerler verildi.

Problem 2: İki Soliter Dalga Girişimi

Bu problemde tepe noktası $x_1 = -177$ konumunda, $3c_1 = 0.6$ yüksekliğinde ve tepe noktası $x_2 = -147$ konumunda, $3c_2 = 0.3$ yüksekliğinde iki soliter dalganın $-200 \leq x \leq 400$ aralığındaki girişimi $t = 400$ zamanına kadar gözlemlendi.

Tablo 4.24 de $h = 0.12$ iken $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin aldığı değerler verildi. Tabloya göre konum adım uzunluğu $h = 0.12$ olarak alındığında korunum sabitlerindeki değişim $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 =$

Tablo 4.23: SFY-2 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ |
|---------------------|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|
| 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 |
| 4 | 3.9799529 | 0.8104576001 | 2.579007427 | 0.15552 | 0.05458 |
| 8 | 3.9799709 | 0.8104575975 | 2.579007398 | 0.30847 | 0.10268 |
| 12 | 3.9799839 | 0.8104575934 | 2.579007355 | 0.45694 | 0.14543 |
| 16 | 3.9799865 | 0.8104575882 | 2.579007303 | 0.59990 | 0.18412 |
| 20 | 3.9799617 | 0.8104575822 | 2.579007244 | 0.73701 | 0.21956 |
| 20[19]($h = 0.1$) | 3.97989 | 0.810462 | 2.57901 | 0.217 | 0.084 |
| 20[20]($h = 0.1$) | 3.97989 | 0.810467 | 2.57902 | 0.220 | 0.086 |
| 20[21] | 3.98203 | 0.808650 | 2.57302 | 4.688 | 1.755 |
| 20[25] | 3.961597 | 0.804185 | 2.558292 | 0.0184 | 1.5664 |
| 20[26] | 3.97986 | 0.811164 | 2.58133 | 0.511 | 0.198 |
| 20[27] | 3.98206 | 0.810399 | 2.57880 | 0.227 | 0.081 |
| 20[28] | 3.980016 | 0.8104624 | 2.579006 | 0.22050 | 0.08448 |
| 20[31] | 3.979883 | 0.81027618 | 2.57839258 | 0.30 | 0.116 |
| 20[36]($h = 0.1$) | 3.97997 | 0.810459 | 2.57901 | 0.55 | 0.21 |
| 20[37] | 3.97988 | 0.810465 | 2.57901 | 0.219 | 0.086 |
| 20[38] | 3.98206 | 0.811164 | 2.58133 | 0.511 | 0.198 |
| 20[38] | 3.97986 | 0.810399 | 2.57880 | 0.227 | 0.081 |
| 20[44] | 3.97988 | 0.81046 | 2.57902 | 0.52171 | 0.19828 |
| 20[44] | 3.98005 | 0.81047 | 2.57902 | 0.03689 | 0.01824 |
| 20[46] | 3.979950 | 0.810521 | 2.579202 | 0.702 | 0.268 |
| 20[47] | 3.97972 | 0.81026 | 2.57873 | 0.266856 | 0.091465 |
| 20[48] | 3.9799000 | 0.8104646 | 2.5790160 | 0.04921 | 0.02020 |
| 20[48] | 3.9798834 | 0.8104651 | 2.5790160 | 0.01171 | 0.01268 |

1.503×10^{-6} ve $\Delta I_3 = 1.434 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 1.559 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 5.507 \times 10^{-6}$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 5.681 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 3.220 \times 10^{-6}$ değerlerini alır. Görüldüğü gibi ΔI_1 , k değerinin küçülmesiyle değişmemiş, ΔI_2 ve ΔI_3 bir miktar küçülmüştür.

Tablo 4.25 de $k = 0.1$ iken $h = 0.12$, 0.06 ve 0.03 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin aldığı değerler verildi. Tabloya göre korunum sabitlerindeki değişim, zaman adım uzunluğu $k = 0.1$ iken $h = 0.12$ için $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 1.503 \times 10^{-6}$ ve $\Delta I_3 = 1.434 \times 10^{-5}$; $h = 0.06$ için $\Delta I_1 = 6.778 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 7.368 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 4.695 \times 10^{-6}$; $h = 0.03$ için $\Delta I_1 = 1.343 \times 10^{-2}$, $\Delta I_2 = 6.298 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 1.035 \times 10^{-6}$ şeklindedir. Buna göre k sabit, h in küçülmesiyle I_1 deki mutlak değişimin arttığı, I_2 ve I_3 deki mutlak değişimlerin azaldığı söylenebilir.

Tablo 4.26 da $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerlerle birlikte literatürdeki diğer çalışmalarda elde edilen değerler verildi. Tabloda korunum sabitlerinin virgülden sonra aynı değerleri aldığı basamak sayısı dikkate alındığında SFY-2'nin iyi sonuçlar verdiği görülür.

Problem 3: Ardışık Dalga Oluşumu

Bu problemde $d = 2$ yüksek eğim ve $d = 5$ düşük eğim için elde edilen ardışık dalgaların oluşumu $-36 \leq x \leq 300$ aralığında, $t = 250$ zamanına kadar gözlemlendi.

Tablo 4.27 de $d = 2$, $h = 0.24$ olarak alınıp $k = 0.1$, 0.05 ve 0.01 değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablo 4.28 de $d = 2$, $k = 0.1$ ve $h = 0.24$, 0.12 , 0.06 değerleri için korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablolardan $d = 2$ iken

Tablo 4.24: SFY-2 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

| | | $k = 0.1$ | | | $k = 0.05$ | | | $k = 0.01$ | | |
|------------|-----|-------------------------------------|-----------|-----------|-------------------------------------|-----------|-----------|-------------------------------------|-----------|-----------|
| | | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 |
| $h = 0.12$ | t | | | | | | | | | |
| | 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 |
| | 40 | 9.86135529 | 3.2447339 | 10.778280 | 9.86135529 | 3.2447392 | 10.778306 | 9.86135529 | 3.2447408 | 10.778314 |
| | 80 | 9.86163235 | 3.2447169 | 10.778149 | 9.86163235 | 3.2447358 | 10.778240 | 9.86163235 | 3.2447418 | 10.778269 |
| | 120 | 9.86165760 | 3.2446725 | 10.777800 | 9.86165760 | 3.2447277 | 10.778066 | 9.86165760 | 3.2447454 | 10.778151 |
| | 160 | 9.86166002 | 3.2445916 | 10.777144 | 9.86166002 | 3.2447150 | 10.777739 | 9.86166001 | 3.2447545 | 10.777930 |
| | 200 | 9.86166025 | 3.2445372 | 10.776692 | 9.86166023 | 3.2447074 | 10.777515 | 9.86166023 | 3.2447619 | 10.777779 |
| | 240 | 9.86166018 | 3.2445897 | 10.777128 | 9.86166018 | 3.2447148 | 10.777733 | 9.86166017 | 3.2447547 | 10.777926 |
| | 280 | 9.86166013 | 3.2446707 | 10.777785 | 9.86166013 | 3.2447275 | 10.778060 | 9.86166013 | 3.2447455 | 10.778147 |
| | 320 | 9.86166021 | 3.2447154 | 10.778137 | 9.86166022 | 3.2447356 | 10.778235 | 9.86166022 | 3.2447419 | 10.778266 |
| | 360 | 9.86166040 | 3.2447328 | 10.778270 | 9.86166040 | 3.2447391 | 10.778302 | 9.86166040 | 3.2447410 | 10.778311 |
| | 400 | 9.86166052 | 3.2447387 | 10.778315 | 9.86166051 | 3.2447403 | 10.778324 | 9.86166051 | 3.2447407 | 10.778326 |
| | | $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$ | | |
| | | $\Delta I_2 = 1.503 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_2 = 1.559 \times 10^{-7}$ | | | $\Delta I_2 = 5.681 \times 10^{-7}$ | | |
| | | $\Delta I_3 = 1.434 \times 10^{-5}$ | | | $\Delta I_3 = 5.507 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_3 = 3.220 \times 10^{-6}$ | | |

Tablo 4.25: SFY-2 ile Problem 2'nin $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

| | | $h = 0.12$ | | | $h = 0.06$ | | | $h = 0.03$ | | |
|-----------|-----|-------------------------------------|-----------|-----------|-------------------------------------|-----------|-----------|-------------------------------------|-----------|-----------|
| | | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 |
| $k = 0.1$ | t | | | | | | | | | |
| | 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822732 | 3.2447773 | 10.778329 | 9.85823035 | 3.2447868 | 10.778329 |
| | 40 | 9.86135529 | 3.2447339 | 10.778280 | 9.86298732 | 3.2447714 | 10.778296 | 9.86434971 | 3.2447811 | 10.778301 |
| | 80 | 9.86163235 | 3.2447169 | 10.778149 | 9.86439688 | 3.2447535 | 10.778198 | 9.86766319 | 3.2447631 | 10.778211 |
| | 120 | 9.86165760 | 3.2446725 | 10.777800 | 9.86482174 | 3.2447061 | 10.777936 | 9.86948214 | 3.2447152 | 10.777972 |
| | 160 | 9.86166002 | 3.2445916 | 10.777144 | 9.86494988 | 3.2446176 | 10.777441 | 9.87048056 | 3.2446247 | 10.777517 |
| | 200 | 9.86166025 | 3.2445372 | 10.776692 | 9.86498851 | 3.2445570 | 10.777100 | 9.87102850 | 3.2445625 | 10.777203 |
| | 240 | 9.86166018 | 3.2445897 | 10.777128 | 9.86500007 | 3.2446157 | 10.777431 | 9.87132912 | 3.2446228 | 10.777508 |
| | 280 | 9.86166013 | 3.2446707 | 10.777785 | 9.86500350 | 3.2447045 | 10.777927 | 9.87149403 | 3.2447136 | 10.777964 |
| | 320 | 9.86166021 | 3.2447154 | 10.778137 | 9.86500455 | 3.2447523 | 10.778192 | 9.87158456 | 3.2447622 | 10.778207 |
| | 360 | 9.86166040 | 3.2447328 | 10.778270 | 9.86500493 | 3.2447705 | 10.778291 | 9.87163429 | 3.2447806 | 10.778298 |
| | 400 | 9.86166052 | 3.2447387 | 10.778315 | 9.86500507 | 3.2447766 | 10.778325 | 9.87166161 | 3.2447867 | 10.778328 |
| | | $\Delta I_1 = 3.439 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 6.778 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 1.343 \times 10^{-2}$ | | |
| | | $\Delta I_2 = 1.503 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_2 = 7.368 \times 10^{-7}$ | | | $\Delta I_2 = 6.298 \times 10^{-8}$ | | |
| | | $\Delta I_3 = 1.434 \times 10^{-5}$ | | | $\Delta I_3 = 4.695 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_3 = 1.035 \times 10^{-6}$ | | |

Tablo 4.26: SFY-2 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | $I_1[27]$ | $I_2[27]$ | $I_3[27]$ | $I_1[37]$ | $I_2[37]$ | $I_3[37]$ |
|-----|------------|-----------|-----------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.8586 | 3.2449 | 10.7788 | 9.85825 | 3.24481 | 10.77833 |
| 40 | 9.86135529 | 3.2447339 | 10.778280 | 9.8642 | 3.2456 | 10.7809 | 9.85833 | 3.24482 | 10.77836 |
| 80 | 9.86163235 | 3.2447169 | 10.778149 | 9.8683 | 3.2475 | 10.7872 | 9.85832 | 3.24482 | 10.77834 |
| 120 | 9.86165760 | 3.2446725 | 10.777800 | 9.8719 | 3.2491 | 10.7928 | 9.85833 | 3.24486 | 10.77843 |
| 160 | 9.86166002 | 3.2445916 | 10.777144 | 9.8751 | 3.2506 | 10.7979 | 9.85833 | 3.24491 | 10.77852 |
| 200 | 9.86166025 | 3.2445372 | 10.776692 | 9.8886 | 3.2523 | 10.8036 | 9.85830 | 3.24492 | 10.77851 |
| 240 | 9.86166018 | 3.2445897 | 10.777128 | 9.8825 | 3.2544 | 10.8109 | 9.85830 | 3.24489 | 10.77846 |
| 280 | 9.86166013 | 3.2446707 | 10.777785 | 9.8854 | 3.2557 | 10.8156 | 9.85829 | 3.24484 | 10.77834 |
| 320 | 9.86166021 | 3.2447154 | 10.778137 | 9.8883 | 3.2569 | 10.8197 | 9.85832 | 3.24482 | 10.77833 |
| 360 | 9.86166040 | 3.2447328 | 10.778270 | 9.8907 | 3.2576 | 10.8220 | 9.85829 | 3.24479 | 10.77823 |
| 400 | 9.86166052 | 3.2447387 | 10.778315 | 9.8930 | 3.2585 | 10.8251 | 9.85830 | 3.24478 | 10.77819 |
| t | $I_1[38]$ | $I_2[38]$ | $I_3[38]$ | $I_1[47](h = 0.25)$ | $I_2[47](h = 0.25)$ | $I_3[47](h = 0.25)$ | | | |
| 0 | 9.8586 | 3.2449 | 10.7788 | 9.8583 | 3.2328 | 10.7623 | | | |
| 40 | 9.8642 | 3.2456 | 10.7809 | 9.8575 | 3.2362 | 10.7738 | | | |
| 80 | 9.8683 | 3.2475 | 10.7872 | 9.8574 | 3.2362 | 10.7727 | | | |
| 120 | 9.8719 | 3.2492 | 10.7928 | 9.8573 | 3.2367 | 10.7707 | | | |
| 160 | 9.8751 | 3.2506 | 10.7979 | 9.8573 | 3.2377 | 10.7675 | | | |
| 200 | 9.8886 | 3.2523 | 10.8036 | 9.8574 | 3.2384 | 10.7654 | | | |
| 240 | 9.8825 | 3.2544 | 10.8109 | 9.8572 | 3.2376 | 10.7671 | | | |
| 280 | 9.8854 | 3.2557 | 10.8156 | 9.8570 | 3.2364 | 10.7695 | | | |
| 320 | 9.8883 | 3.2569 | 10.8197 | 9.8567 | 3.2357 | 10.7706 | | | |
| 360 | 9.8907 | 3.2576 | 10.8220 | 9.8565 | 3.2353 | 10.7706 | | | |
| 400 | 9.8930 | 3.2585 | 10.8251 | 9.8563 | 3.2351 | 10.7703 | | | |

Tablo 4.27: SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.1 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899083 | 2.785949 | 48.96 | 0.139475 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449093 | 4.490948 | 102.48 | 0.158441 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999105 | 6.195863 | 156.72 | 0.170292 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549117 | 7.900746 | 211.20 | 0.177319 |
| | 250 | 30.462999 | 3.099130 | 9.605615 | 265.68 | 0.181779 |
| $M_1 = 0.1074999951, M_2 = 0.0110002112, M_3 = 0.0340993411$ | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899075 | 2.785917 | 48.96 | 0.139485 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449074 | 4.490871 | 102.72 | 0.158479 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999073 | 6.195734 | 156.72 | 0.170271 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549072 | 7.900563 | 211.20 | 0.177340 |
| | 250 | 30.462999 | 3.099071 | 9.605377 | 265.68 | 0.181779 |
| $M_1 = 0.1074999975, M_2 = 0.0109999777, M_3 = 0.0340983880$ | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899073 | 2.785907 | 48.96 | 0.139488 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449068 | 4.490846 | 102.72 | 0.158493 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999063 | 6.195693 | 156.72 | 0.170262 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549058 | 7.900504 | 211.20 | 0.177345 |
| | 250 | 30.463000 | 3.099052 | 9.605300 | 265.68 | 0.181776 |
| $M_1 = 0.1074999984, M_2 = 0.0109999026, M_3 = 0.0340980816$ | | | | | | |

h ve k nin farklı değerleri için korunum sabitlerinin lineer değişim oranları, (3.2.5) den elde edilen $M_1 = 0.1050$, $M_2 = 0.0106$ ve $M_3 = 0.03307$ analitik değerleriyle uyumlu değerler almıştır.

Tablo 4.29 da $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1, 0.05, 0.01$ değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablo 4.30 da $d = 5$, $k = 0.1$ ve $h = 0.24, 0.12, 0.06$ değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum

Tablo 4.28: SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 2$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.24 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899083 | 2.785949 | 48.96 | 0.139475 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449093 | 4.490948 | 102.48 | 0.158441 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999105 | 6.195863 | 156.72 | 0.170292 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549117 | 7.900746 | 211.20 | 0.177319 |
| | 250 | 30.462999 | 3.099130 | 9.605615 | 265.68 | 0.181779 |
| $M_1 = 0.1074999951$, $M_2 = 0.0110002112$, $M_3 = 0.0340993411$ | | | | | | |
| 0.12 | 0 | 3.594000 | 0.349678 | 1.082640 | -35.88 | 0.100000 |
| | 50 | 8.969000 | 0.899687 | 2.787736 | 48.96 | 0.139677 |
| | 100 | 14.344000 | 1.449702 | 4.492624 | 102.72 | 0.159056 |
| | 150 | 19.719000 | 1.999718 | 6.197413 | 156.84 | 0.170723 |
| | 200 | 25.094000 | 2.549735 | 7.902165 | 211.32 | 0.177722 |
| | 250 | 30.468999 | 3.099752 | 9.606902 | 265.80 | 0.182112 |
| $M_1 = 0.1074999966$, $M_2 = 0.0110002975$, $M_3 = 0.0340970471$ | | | | | | |
| 0.06 | 0 | 3.597000 | 0.349978 | 1.083570 | -35.94 | 0.100000 |
| | 50 | 8.972000 | 0.899988 | 2.788647 | 48.96 | 0.139699 |
| | 100 | 14.347000 | 1.450004 | 4.493506 | 102.72 | 0.159158 |
| | 150 | 19.722000 | 2.000021 | 6.198262 | 156.90 | 0.170866 |
| | 200 | 25.097000 | 2.550040 | 7.902979 | 211.32 | 0.177862 |
| | 250 | 30.472000 | 3.100058 | 9.607681 | 265.80 | 0.182186 |
| $M_1 = 0.1074999987$, $M_2 = 0.0110003217$, $M_3 = 0.0340964443$ | | | | | | |

Tablo 4.29: SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|---|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.1 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883913 | 2.739046 | 48.24 | 0.110694 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433918 | 4.444351 | 102.24 | 0.136904 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983927 | 6.149419 | 156.24 | 0.157266 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533939 | 7.854359 | 210.48 | 0.170064 |
| | 250 | 30.463000 | 3.083951 | 9.559251 | 264.96 | 0.177284 |
| $M_1 = 0.1074999996$, $M_2 = 0.0110001595$, $M_3 = 0.0341028840$ | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883911 | 2.739039 | 48.24 | 0.110658 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433911 | 4.444321 | 102.24 | 0.136907 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983910 | 6.149349 | 156.24 | 0.157283 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533909 | 7.854238 | 210.48 | 0.170078 |
| | 250 | 30.463000 | 3.083908 | 9.559077 | 264.96 | 0.177332 |
| $M_1 = 0.1074999996$, $M_2 = 0.0109999887$, $M_3 = 0.03410218650$ | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883911 | 2.739037 | 48.24 | 0.110647 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433908 | 4.444312 | 102.24 | 0.136907 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983904 | 6.149326 | 156.24 | 0.157288 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533900 | 7.854200 | 210.48 | 0.170081 |
| | 250 | 30.463000 | 3.083895 | 9.559021 | 264.96 | 0.177345 |
| $M_1 = 0.1074999996$, $M_2 = 0.0109999337$, $M_3 = 0.0341019622$ | | | | | | |

genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Yani $d = 5$ olduğunda h ve k nin farklı değerleri için korunum sabitlerinin lineer değişimi analitik değerleriyle uyumlu olduğu görülür.

Tablo 4.31 de $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri, diğer araştırmacılar tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldı. Ayrıca Tablo 4.32 de korunum sabitlerinin lineer değişim oranları, literatürdeki diğer çalışmalarla elde edilen değerleriyle karşılaştırıldı.

Tablo 4.30: SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 5$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.24 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883913 | 2.739046 | 48.24 | 0.110694 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433918 | 4.444351 | 102.24 | 0.136904 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983927 | 6.149419 | 156.24 | 0.157266 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533939 | 7.854359 | 210.48 | 0.170064 |
| | 250 | 30.463000 | 3.083951 | 9.559251 | 264.96 | 0.177284 |
| $M_1 = 0.1074999996$, $M_2 = 0.0110001595$, $M_3 = 0.0341028840$ | | | | | | |
| 0.12 | 0 | 3.594000 | 0.334511 | 1.035390 | -35.88 | 0.100000 |
| | 50 | 8.969000 | 0.884513 | 2.740892 | 48.36 | 0.110408 |
| | 100 | 14.344000 | 1.434521 | 4.446145 | 102.24 | 0.136984 |
| | 150 | 19.719000 | 1.984533 | 6.151114 | 156.36 | 0.157599 |
| | 200 | 25.094000 | 2.534549 | 7.855932 | 210.60 | 0.170455 |
| | 250 | 30.469000 | 3.084566 | 9.560695 | 264.96 | 0.177892 |
| $M_1 = 0.1074999993$, $M_2 = 0.0110002186$, $M_3 = 0.0341012191$ | | | | | | |
| 0.06 | 0 | 3.597000 | 0.334811 | 1.036320 | -35.94 | 0.100000 |
| | 50 | 8.972000 | 0.884814 | 2.741818 | 48.42 | 0.110340 |
| | 100 | 14.347000 | 1.434821 | 4.447057 | 102.30 | 0.137017 |
| | 150 | 19.722000 | 1.984835 | 6.152001 | 156.36 | 0.157719 |
| | 200 | 25.097000 | 2.534852 | 7.856787 | 210.60 | 0.170582 |
| | 250 | 30.472000 | 3.084870 | 9.561515 | 265.02 | 0.177975 |
| $M_1 = 0.1074999987$, $M_2 = 0.0110002348$, $M_3 = 0.0341007808$ | | | | | | |

Tablo 4.31: SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|---------|------------|----------|----------|--------|--------------|
| 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| 50 | 8.963000 | 0.899083 | 2.785949 | 48.96 | 0.139475 |
| 100 | 14.338000 | 1.449093 | 4.490948 | 102.48 | 0.158441 |
| 150 | 19.713000 | 1.999105 | 6.195863 | 156.72 | 0.170292 |
| 200 | 25.088000 | 2.549117 | 7.900746 | 211.20 | 0.177319 |
| 250 | 30.462999 | 3.099130 | 9.605615 | 265.68 | 0.181779 |
| 250[28] | 30.48699 | 3.10148 | 9.61202 | 265.92 | 0.1819803 |
| 250[31] | | | | 265.92 | 0.182 |
| 250[36] | 30.46299 | 3.09887 | 9.60482 | 265.68 | 0.18158 |
| 250[37] | 30.4869971 | 3.10123 | 9.61118 | 265.92 | 0.18177 |
| 250[42] | | | | 265.92 | 0.1820388184 |

Tablo 4.32: SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$).

| | M_1 | M_2 | M_3 |
|-------|--------------|-----------|-----------|
| SFY-2 | 0.1074999951 | 0.0110021 | 0.0340993 |
| [28] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034095 |
| [36] | 0.107500 | 0.010992 | 0.034096 |
| [37] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034092 |

Tablo 4.33: SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$)

| t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|---------|------------|----------|----------|--------|--------------|
| 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| 50 | 8.963000 | 0.883913 | 2.739046 | 48.24 | 0.110694 |
| 100 | 14.338000 | 1.433918 | 4.444351 | 102.24 | 0.136904 |
| 150 | 19.713000 | 1.983927 | 6.149419 | 156.24 | 0.157266 |
| 200 | 25.088000 | 2.533939 | 7.854359 | 210.48 | 0.170064 |
| 250 | 30.463000 | 3.083951 | 9.559251 | 264.96 | 0.177284 |
| 250[28] | 30.48704 | 3.08631 | 9.56594 | 264.96 | 0.1787177 |
| 250[31] | | | | 264.96 | 0.182 |
| 250[36] | 30.46305 | 3.08376 | 9.55868 | 264.96 | 0.17710 |
| 250[37] | 30.4869998 | 3.08613 | 9.56533 | 264.96 | 0.17767 |
| 250[42] | | | | 264.96 | 0.1779322071 |

Tablo 4.33 de $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın maksimum genlik değerleri, bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi ve diğer araştırmacılar tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldı. Ek olarak Tablo 4.34 de korunum sabitlerinin lineer değişim oranları, literatürdeki diğer çalışmalarla elde edilen değerleriyle karşılaştırıldı. Sonuç olarak bu problemin SFY-2 ile elde edilen sonuçlarının literatürdeki farklı çalışmalarla elde edilen sonuçlarıyla uyum içinde olduğu görülür.

Tablo 4.34: SFY-2 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$)

| | M_1 | M_2 | M_3 |
|-------|--------------|--------------|--------------|
| SFY-2 | 0.1074999996 | 0.0110001594 | 0.0341028840 |
| [28] | 0.1075 | 0.011 | 0.034099 |
| [36] | 0.107500 | 0.010992 | 0.034101 |
| [37] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034097 |

4.3 Sonlu Fark Yaklaşımı-3 (SFY-3)

3.1.1 denkleminde UU_x nonlineer terim yerine

$$UU_x \cong \frac{1}{2} \left[U_m^{n+1} \left(\frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{12h} \right) + U_m^n \left(\frac{-U_{m+2}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}}{12h} \right) \right] \quad (4.3.1)$$

sonlu fark yaklaşımı, U_x türevi yerine

$$U_x \cong \frac{1}{2} \left(\frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{12h} + \frac{-U_{m+2}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}}{12h} \right)$$

U_t türevi yerine

$$U_t \cong \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k}$$

ve U_{xxt} türevi yerine

$$U_{xxt} \cong \frac{1}{k} \left(\frac{-U_{m+2}^{n+1} + 16U_{m+1}^{n+1} - 30U_m^{n+1} + 16U_{m-1}^{n+1} - U_{m-2}^{n+1}}{12h^2} - \frac{-U_{m+2}^n + 16U_{m+1}^n - 30U_m^n + 16U_{m-1}^n - U_{m-2}^n}{12h^2} \right)$$

sonlu fark yaklaşımları yazılır ve düzenlenirse

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1 + \varepsilon U_m^n}{24h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) U_{m-2}^{n+1} + \left(-\frac{1 + \varepsilon U_m^n}{3h} - \frac{4\mu}{3kh^2} \right) U_{m-1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{1}{k} + \varepsilon \frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{24h} + \frac{5\mu}{2kh^2} \right) U_m^{n+1} \\
& + \left(\frac{1 + \varepsilon U_m^n}{3h} - \frac{4\mu}{3kh^2} \right) U_{m+1}^{n+1} + \left(-\frac{1 + \varepsilon U_m^n}{24h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) U_{m+2}^{n+1} \\
& = \frac{U_m^n}{k} - \frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{24h} \\
& - \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m+2}^n + 16U_{m+1}^n - 30U_m^n + 16U_{m-1}^n - U_{m-2}^n}{12h^2} \right) \tag{4.3.2}
\end{aligned}$$

sonlu fark denklemi elde edilir.

4.3.1 Kararlılık Analizi

(4.3.1) sonlu fark yaklaşımının (3.1.1) ile verilen RLW denkleminde uygulanmasıyla elde edilen sonlu fark şemasının kararlılık analizi von Neumann yöntemi kullanılarak incelendi.

\hat{U} , U nun bir yerel sabiti olmak üzere (3.1.1) ile verilen RLW denkleminde görülen UU_x nonlineer terimindeki U yerine \hat{U} alınırsa (4.3.2) sonlu fark şeması

$$\begin{aligned}
& \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{12h} + \frac{-U_{m+2}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}}{12h} \right) \\
& + \frac{\varepsilon \hat{U}}{2} \left(\frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{12h} + \frac{-U_{m+2}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}}{12h} \right) \\
& - \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m+2}^{n+1} + 16U_{m+1}^{n+1} - 30U_m^{n+1} + 16U_{m-1}^{n+1} - U_{m-2}^{n+1}}{12h^2} \right. \\
& \left. - \frac{-U_{m+2}^n + 16U_{m+1}^n - 30U_m^n + 16U_{m-1}^n - U_{m-2}^n}{12h^2} \right) = 0
\end{aligned}$$

olur. Gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{24h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) U_{m-2}^{n+1} + \left(-\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{3h} - \frac{4\mu}{3kh^2} \right) U_{m-1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{1}{k} + \frac{5\mu}{2kh^2} \right) U_m^{n+1} + \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{3h} - \frac{4\mu}{3kh^2} \right) U_{m+1}^{n+1} + \left(-\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{24h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) U_{m+2}^{n+1} \\
& = \frac{U_m^n}{k} - \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{2} \right) \left(\frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{12h} \right) \\
& - \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m+2}^n + 16U_{m+1}^n - 30U_m^n + 16U_{m-1}^n - U_{m-2}^n}{12h^2} \right) \tag{4.3.3}
\end{aligned}$$

şekline gelir. Bu sonlu fark yaklaşımının kararlılık analizi von Neumann yöntemiyle incelemek için (4.3.3) yaklaşımında U_m^n yerine

$$U_m^n = e^{i\beta m h \xi^n}, \quad i = \sqrt{-1}$$

yazılır ve düzenlenirse

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{24h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) e^{i\beta(m-2)h \xi^{(n+1)}} + \left(-\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{3h} - \frac{4\mu}{3kh^2} \right) e^{i\beta(m-1)h \xi^{(n+1)}} \\
& + \left(\frac{1}{k} + \frac{5\mu}{2kh^2} \right) e^{i\beta m h \xi^{(n+1)}} + \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{3h} - \frac{4\mu}{3kh^2} \right) e^{i\beta(m+1)h \xi^{(n+1)}} \\
& + \left(-\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{24h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) e^{i\beta(m+2)h \xi^{(n+1)}} \\
& = \frac{e^{i\beta m h \xi^n}}{k} - \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{2} \right) \left(\frac{-e^{i\beta(m+2)h \xi^n} + 8e^{i\beta(m+1)h \xi^n} - 8e^{i\beta(m-1)h \xi^n} + e^{i\beta(m-2)h \xi^n}}{12h} \right) \\
& - \frac{\mu}{k} \left(\frac{-e^{i\beta(m+2)h \xi^n} + 16e^{i\beta(m+1)h \xi^n} - 30e^{i\beta m h \xi^n} + 16e^{i\beta(m-1)h \xi^n} - e^{i\beta(m-2)h \xi^n}}{12h^2} \right)
\end{aligned}$$

\implies

$$\begin{aligned}
& e^{i\beta mh} \xi^{(n+1)} \left\{ \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{24h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) e^{-2i\beta h} + \left(-\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{3h} - \frac{4\mu}{3kh^2} \right) e^{-i\beta h} \right. \\
& \left. + \left(\frac{1}{k} + \frac{5\mu}{2kh^2} \right) + \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{3h} - \frac{4\mu}{3kh^2} \right) e^{i\beta h} + \left(-\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{24h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) e^{2i\beta h} \right\} \\
& = e^{i\beta mh} \xi^n \left\{ \frac{1}{k} - \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{24h} \right) (-e^{2i\beta h} + 8e^{i\beta h} - 8e^{-i\beta h} + e^{-2i\beta h}) \right. \\
& \left. - \frac{\mu}{12kh^2} (-e^{2i\beta h} + 16e^{i\beta h} - 30 + 16e^{-i\beta h} - e^{-2i\beta h}) \right\}
\end{aligned}$$

\implies

$$\begin{aligned}
& e^{i\beta mh} \xi^{(n+1)} \left\{ \frac{1}{k} + \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{24h} \right) (e^{-2i\beta h} - 8e^{-i\beta h} + 8e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}) \right. \\
& \left. - \left(\frac{\mu}{12kh^2} \right) (-e^{-2i\beta h} + 16e^{-i\beta h} - 30 + 16e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}) \right\} \\
& = e^{i\beta mh} \xi^n \left\{ \frac{1}{k} - \left(\frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{24h} \right) (e^{-2i\beta h} - 8e^{-i\beta h} + 8e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}) \right. \\
& \left. - \left(\frac{\mu}{12kh^2} \right) (-e^{-2i\beta h} + 16e^{-i\beta h} - 30 + 16e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}) \right\}
\end{aligned}$$

elde edilir ve $e^{i\beta h} = \cos \beta + hi \sin \beta h$ Euler formülünün kullanılmasıyla

$$\xi = \frac{1 - i \left(k \frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{12h} \right) (\sin 2\beta h) + \frac{\mu}{6h^2} (-\cos 2\beta h + 32 \cos \beta h - 30)}{1 + i \left(k \frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{12h} \right) (\sin 2\beta h) + \frac{\mu}{6h^2} (-\cos 2\beta h + 32 \cos \beta h - 30)}$$

yazılabilir. $A = 1 + \frac{\mu}{6h^2} (-\cos 2\beta h + 32 \cos \beta h - 30)$ ve $B = \left(k \frac{1 + \varepsilon \hat{U}}{12h} \right) (\sin 2\beta h)$ olmak üzere

$$\xi = \frac{A - iB}{A + iB}$$

şeklinde yazılabilir. Buradan

$$|\xi| = \frac{|A - iB|}{|A + iB|} = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 1$$

elde edilir. Sonuç olarak $|\xi| \leq 1$ olduğu için yöntem kararlıdır denilir.

4.3.2 Nümerik Sonuçlar

Bu bölümde (3.1.1) ile verilen RLW denkleminde UU_x nonlinear terim yerine (4.3.1) sonlu fark yaklaşımının yazılmasıyla elde edilen (4.3.2) fark denkleminin üç model probleme uygulanmasıyla elde edilen nümerik sonuçlar verildi.

Problem 1: Tek Soliter Dalga Hareketi

Bu problemde $3c = 0.3$ yüksekliğine sahip soliter dalganın, $-40 \leq x \leq 60$ aralığında sağa doğru hareketi $t = 20$ zamanına kadar gözlemlendi.

Tablo 4.35 de $3c = 0.3$ yüksekliğine sahip soliter dalganın hareketi boyunca $h = 0.125$ olmak üzere farklı k değerleri için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablodaki korunum sabitlerinin değerleri, (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ analitik değerleriyle uyumludur. Korunum sabitlerindeki mutlak değişim $h = 0.125$ iken $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 3.955 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.840 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.836 \times 10^{-8}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.957 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.496 \times 10^{-10}$ ve $\Delta I_3 = 1.637 \times 10^{-9}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.957 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.908 \times 10^{-10}$ ve $\Delta I_3 = 3.156 \times 10^{-10}$ olarak bulunur. Buradan $h = 0.125$ iken k 'nın küçülmesiyle I_1 de önemli ölçüde bir mutlak değişim olmazken I_2 ve I_3 deki mutlak değişimin azalmaktadır olduğu görülür. $t = 20$ zamanında hata normları $h = 0.125$ için $k = 0.1$ iken $L_2 = 0.20751 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.06214 \times 10^{-3}$; $k = 0.05$ iken $L_2 = 0.05398 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.01559 \times 10^{-3}$ ve $k = 0.01$ iken $L_2 = 0.01482 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00879 \times 10^{-3}$ olarak oldukça küçük değerler almıştır.

Tablo 4.36 da $3c = 0.3$ ve $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlardaki korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte

Tablo 4.35: SFY-3 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|---|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|--------|---------|
| 0.1 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799534 | 0.8104576008 | 2.579007436 | 0.04344 | 0.01502 | 4.375 | 0.29999 |
| | 8 | 3.9799723 | 0.8104576003 | 2.579007432 | 0.08628 | 0.02850 | 8.750 | 0.29998 |
| | 12 | 3.9799864 | 0.8104575995 | 2.579007426 | 0.12803 | 0.04069 | 13.250 | 0.29997 |
| | 16 | 3.9799900 | 0.8104575984 | 2.579007418 | 0.16844 | 0.05183 | 17.625 | 0.29998 |
| | 20 | 3.9799658 | 0.8104575969 | 2.579007408 | 0.20751 | 0.06214 | 22.000 | 0.29998 |
| | $\Delta I_1 = 3.955 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.840 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 2.836 \times 10^{-8}$ | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799534 | 0.8104576010 | 2.579007437 | 0.01182 | 0.00377 | 4.375 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799723 | 0.8104576012 | 2.579007437 | 0.02329 | 0.00716 | 8.750 | 0.29998 |
| | 12 | 3.9799864 | 0.8104576013 | 2.579007437 | 0.03407 | 0.01021 | 13.250 | 0.29998 |
| | 16 | 3.9799900 | 0.8104576013 | 2.579007437 | 0.04418 | 0.01301 | 17.625 | 0.29999 |
| | 20 | 3.9799658 | 0.8104576013 | 2.579007435 | 0.05398 | 0.01559 | 22.000 | 0.30000 |
| | $\Delta I_1 = 3.957 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.496 \times 10^{-10}$, $\Delta I_3 = 1.637 \times 10^{-9}$ | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799534 | 0.8104576010 | 2.579007437 | 0.00472 | 0.00017 | 4.375 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799723 | 0.8104576011 | 2.579007438 | 0.00890 | 0.00032 | 8.750 | 0.29998 |
| | 12 | 3.9799864 | 0.8104576012 | 2.579007438 | 0.01176 | 0.00061 | 13.250 | 0.29998 |
| | 16 | 3.9799900 | 0.8104576012 | 2.579007438 | 0.01337 | 0.00233 | 17.625 | 0.30000 |
| | 20 | 3.9799658 | 0.8104576012 | 2.579007437 | 0.01482 | 0.00879 | 22.000 | 0.30000 |
| | $\Delta I_1 = 3.957 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.908 \times 10^{-10}$, $\Delta I_3 = 3.156 \times 10^{-10}$ | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ | | | | | | | | |

dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Korunum sabitlerinin nümerik çözümlerle elde edilen değerleri (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ analitik değerleriyle uyumludur. Korunum sabitlerinin mutlak değişimi. $k = 0.1$ iken $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 4.809 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.686 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.808 \times 10^{-8}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 6.874 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.644 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.749 \times 10^{-8}$; $h = 0.01$ için $\Delta I_1 = 8.921 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.073 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.748 \times 10^{-8}$ olarak elde edilir. Burada zaman adım uzunluğu $k = 0.1$ iken konum adım uzunluğu h 'nin değişmesiyle korunum sabitlerinde önemli ölçüde bir değişikliğin olmadığı görülür. $t = 20$ zamanında hata normlarının $k = 0.1$ için $h = 0.1$ iken $L_2 = 0.20750 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.06209 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ iken $L_2 = 0.20783 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.06207 \times 10^{-3}$ ve $h = 0.01$ iken $L_2 = 0.20837 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.06207 \times 10^{-3}$ şeklinde birbirine yakın değerler aldığı görülür.

Tablo 4.35 ve Tablo 4.36 ya göre $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalganın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 22.0$ konumundadır. Buna göre nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum/zaman} = 22/20 = 1.1$, teorik hızıyla $v = 1 + \varepsilon c = 1.1$ aynı hesaplanmıştır. Ayrıca $h = 0.125$ iken k değerlerinin küçülmesiyle veya $k = 0.1$ iken h değerlerinin küçülmesiyle $t = 20$ zamanında dalganın yüksekliği başlangıç değerine çok yakın değerler almıştır.

İkinci olarak $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın, $-80 \leq x \leq 120$ aralığında sağa doğru hareketi $t = 20$ zamanına kadar gözlemlendi. Burada dalganın genliği küçülünce dalga genişleyeceği için sınır şartlarını sağlamayı devam ettireceği daha geniş bir aralık seçildi.

Tablo 4.37 de $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın hareketi boyunca $h = 0.125$ seçildiğinde $k = 0.1$, 0.05 ve 0.01 değerleri için belirli zamanlarda korunum

Tablo 4.36: SFY-3 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|---|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|-------|---------|
| 0.1 | 0 | 3.9799263 | 0.8104593621 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799541 | 0.8104593621 | 2.579007436 | 0.04344 | 0.01500 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799743 | 0.8104593615 | 2.579007432 | 0.08629 | 0.02848 | 8.80 | 0.30000 |
| | 12 | 3.9799903 | 0.8104593604 | 2.579007426 | 0.12804 | 0.04066 | 13.20 | 0.29999 |
| | 16 | 3.9799961 | 0.8104593591 | 2.579007418 | 0.16845 | 0.05178 | 17.60 | 0.29999 |
| | 20 | 3.9799744 | 0.8104593574 | 2.579007409 | 0.20750 | 0.06209 | 22.00 | 0.29998 |
| | $\Delta I_1 = 4.809 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.686 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 2.808 \times 10^{-8}$ | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.9799265 | 0.8104617110 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799554 | 0.8104617111 | 2.579007436 | 0.04349 | 0.01499 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799785 | 0.8104617103 | 2.579007432 | 0.08643 | 0.02847 | 8.80 | 0.30000 |
| | 12 | 3.9799990 | 0.8104617090 | 2.579007426 | 0.12827 | 0.04064 | 13.20 | 0.29999 |
| | 16 | 3.9800105 | 0.8104617073 | 2.579007419 | 0.16873 | 0.05177 | 17.60 | 0.29999 |
| | 20 | 3.9799952 | 0.8104617054 | 2.579007409 | 0.20783 | 0.06207 | 22.00 | 0.29998 |
| | $\Delta I_1 = 6.874 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.644 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 2.749 \times 10^{-8}$ | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.9799266 | 0.8104624628 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799566 | 0.8104624638 | 2.579007436 | 0.04356 | 0.01499 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799822 | 0.8104624629 | 2.579007432 | 0.08662 | 0.02847 | 8.80 | 0.30000 |
| | 12 | 3.9800069 | 0.8104624615 | 2.579007426 | 0.12859 | 0.04064 | 13.20 | 0.29999 |
| | 16 | 3.9800240 | 0.8104624597 | 2.579007419 | 0.16917 | 0.05177 | 17.60 | 0.29999 |
| | 20 | 3.9800159 | 0.8104624577 | 2.579007409 | 0.20837 | 0.06207 | 22.00 | 0.29998 |
| | $\Delta I_1 = 8.921 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.073 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 2.748 \times 10^{-8}$ | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ | | | | | | | | |

sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablodan korunum sabitlerinin değerlerinin dalganın hareketi boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 2.1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ analitik değerleriyle uyumlu olduğu görülmektedir. Tabloya göre korunum sabitlerindeki mutlak değişim $h = 0.125$ iken $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.015 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 5.335 \times 10^{-11}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.597 \times 10^{-14}$ ve $\Delta I_3 = 3.502 \times 10^{-12}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.303 \times 10^{-12}$ ve $\Delta I_3 = 2.222 \times 10^{-11}$ 'dir. Korunum sabitlerinin mutlak değişimleri oldukça küçük değerler almıştır. $t = 20$ zamanında hata normları $h = 0.125$ için $k = 0.1$ iken $L_2 = 0.01370 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00362 \times 10^{-3}$; $k = 0.05$ iken $L_2 = 0.00348 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00091 \times 10^{-3}$ ve $k = 0.01$ iken $L_2 = 0.00064 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00004 \times 10^{-3}$ şeklinde çok küçük değerler almıştır.

Tablo 4.38 de $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın hareketi boyunca $k = 0.1$ ve $h = 0.1$, 0.05 ve 0.01 değerleri için belirli zamanlardaki korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Korunum sabitlerinin nümerik değerleri (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 2.1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ analitik değerleriyle oldukça uyumludur. Korunum sabitlerinin mutlak değişimi $k = 0.1$ iken $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 5.590 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.072 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 5.209 \times 10^{-11}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 6.848 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.276 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 5.516 \times 10^{-11}$; $h = 0.01$ için $\Delta I_1 = 8.098 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 4.345 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 1.593 \times 10^{-10}$ olarak bulunur. Buradan $k = 0.1$ iken h 'nın farklı değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin mutlak değişimleri oldukça küçük değerler almıştır. $t = 20$ zamanında hata normları $k = 0.1$ için $h = 0.1$ iken $L_2 = 0.01370 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00362 \times 10^{-3}$;

Tablo 4.37: SFY-3 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|---|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|--------|---------|
| 0.1 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00275 | 0.00077 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094078 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00550 | 0.00151 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094088 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00825 | 0.00224 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094095 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.01098 | 0.00294 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094101 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.01370 | 0.00362 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.015 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 5.335 \times 10^{-11}$ | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00071 | 0.00019 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094078 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00141 | 0.00038 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094088 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00212 | 0.00056 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094095 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00280 | 0.00074 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094101 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00348 | 0.00091 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.597 \times 10^{-14}$, $\Delta I_3 = 3.502 \times 10^{-12}$ | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00016 | 0.00001 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094078 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00034 | 0.00002 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094088 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00048 | 0.00002 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094095 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00058 | 0.00003 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094101 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00064 | 0.00004 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.303 \times 10^{-12}$, $\Delta I_3 = 2.222 \times 10^{-11}$ | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 2, 1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ | | | | | | | | |

Tablo 4.38: SFY-3 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|-----|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|-------|---------|
| 0.1 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00275 | 0.00077 | 4.10 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094079 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00550 | 0.00151 | 8.20 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094090 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00825 | 0.00223 | 12.40 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094099 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.01098 | 0.00294 | 16.50 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094106 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.01370 | 0.00362 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 5.590 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.072 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 5.209 \times 10^{-11}$ | | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 2.1094050 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094067 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00275 | 0.00077 | 4.10 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094082 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00551 | 0.00151 | 8.25 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094095 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00826 | 0.00223 | 12.35 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094108 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.01099 | 0.00294 | 16.50 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094119 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.01372 | 0.00362 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 6.848 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.276 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 5.516 \times 10^{-11}$ | | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 2.1094050 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094068 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00276 | 0.00077 | 4.12 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094084 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00552 | 0.00151 | 8.24 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094100 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00827 | 0.00223 | 12.36 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094116 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.01101 | 0.00294 | 16.48 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094131 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.01374 | 0.00362 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 8.098 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 4.345 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 1.593 \times 10^{-10}$ | | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 2, 1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ | | | | | | | | |

$h = 0.05$ iken $L_2 = 0.01372 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00362 \times 10^{-3}$ ve $h = 0.01$ iken $L_2 = 0.01374 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00362 \times 10^{-3}$ değerlerini almıştır. Oldukça küçük değerler alan hata normları zaman adım uzunluğu k nin küçülürken birbirine yakın değerler almıştır.

Tablo 4.37 ye göre $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalganın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 20.625$ konumundadır. Buna göre nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum/zaman} = 20.625/20 = 1.13125$ dir. Tablo 4.38 e göre ise $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalganın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 22.60$ konumunda olduğu için

Tablo 4.39: SFY-3 ile Problem 1'in h ve k 'nin farklı değerleri için hesaplanan hata normları ($3c = 0.3$ için $-40 \leq x \leq 60$, $3c = 0.09$ için $-80 \leq x \leq 120$).

| h | k | $c = 0.1$ | | $c = 0.03$ | |
|-------|------|-------------------|------------------------|-------------------|------------------------|
| | | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ |
| | 0.1 | 0.20751 | 0.06214 | 0.01370 | 0.00362 |
| 0.125 | 0.05 | 0.05398 | 0.01559 | 0.00348 | 0.00091 |
| | 0.01 | 0.01482 | 0.00879 | 0.00064 | 0.00004 |
| 0.1 | | 0.20750 | 0.06209 | 0.01370 | 0.00362 |
| 0.05 | 0.1 | 0.20783 | 0.06207 | 0.01372 | 0.00362 |
| 0.01 | | 0.20837 | 0.06207 | 0.01374 | 0.00362 |

nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum}/\text{zaman} = 22.60/20 = 1.13$ 'dir. Dalganın hızının nümerik değerleri $v = 1 + \varepsilon c = 1.03$ analitik değeriyle uyumludur. Ayrıca h ve k 'nin farklı değerleri için $t = 20$ zamanında dalganın yüksekliği başlangıç değeriyle hemem hemen aynı değerleri aldığı görülür.

Tablo 4.39 da $c = 0.1$ ve $c = 0.03$ genlikli dalgalar için farklı konum ve zaman adımları için hesaplanan hata normları karşılaştırıldı. Tabloda $h = 0.125$ iken k küçülürken hata normlarında düzgün bir azalış gözlenmektedir, diğer taraftan $k = 0.1$ iken h küçülürken hata normları oldukça küçük değerler almasına rağmen düzenli bir azalış göstermemiştir.

Tablo 4.40 da $3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$, $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerlerle birlikte literatürdeki diğer çalışmalarda elde edilen değerler verildi. Tablodan görüldüğü gibi SFY-3 ile bir çok çalışmadan daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Problem 2: İki Soliter Dalga Girişimi

Bu problemde tepe noktası $x_1 = -177$ konumunda, $3c_1 = 0.6$ yüksekliğinde ve tepe noktası $x_2 = -147$ konumunda, $3c_2 = 0.3$ yüksekliğinde iki soliter dalganın $-200 \leq x \leq 400$ aralığındaki girişimi $t = 400$ zamanına kadar gözlendi.

Tablo 4.40: SFY-3 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\beta c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ |
|---------------------|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|
| 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 |
| 4 | 3.9799534 | 0.8104576008 | 2.579007436 | 0.04344 | 0.01502 |
| 8 | 3.9799723 | 0.8104576003 | 2.579007432 | 0.08628 | 0.02850 |
| 12 | 3.9799864 | 0.8104575995 | 2.579007426 | 0.12803 | 0.04069 |
| 16 | 3.9799900 | 0.8104575984 | 2.579007418 | 0.16844 | 0.05183 |
| 20 | 3.9799658 | 0.8104575969 | 2.579007408 | 0.20751 | 0.06214 |
| 20[19]($h = 0.1$) | 3.97989 | 0.810462 | 2.57901 | 0.217 | 0.084 |
| 20[20]($h = 0.1$) | 3.97989 | 0.810467 | 2.57902 | 0.220 | 0.086 |
| 20[21] | 3.98203 | 0.808650 | 2.57302 | 4.688 | 1.755 |
| 20[25] | 3.961597 | 0.804185 | 2.558292 | 0.0184 | 1.5664 |
| 20[26] | 3.97986 | 0.811164 | 2.58133 | 0.511 | 0.198 |
| 20[27] | 3.98206 | 0.810399 | 2.57880 | 0.227 | 0.081 |
| 20[28] | 3.980016 | 0.8104624 | 2.579006 | 0.22050 | 0.08448 |
| 20[31] | 3.979883 | 0.81027618 | 2.57839258 | 0.30 | 0.116 |
| 20[36]($h = 0.1$) | 3.97997 | 0.810459 | 2.57901 | 0.55 | 0.21 |
| 20[37] | 3.97988 | 0.810465 | 2.57901 | 0.219 | 0.086 |
| 20[38] | 3.98206 | 0.811164 | 2.58133 | 0.511 | 0.198 |
| 20[38] | 3.97986 | 0.810399 | 2.57880 | 0.227 | 0.081 |
| 20[44] | 3.97988 | 0.81046 | 2.57902 | 0.52171 | 0.19828 |
| 20[44] | 3.98005 | 0.81047 | 2.57902 | 0.03689 | 0.01824 |
| 20[46] | 3.979950 | 0.810521 | 2.579202 | 0.702 | 0.268 |
| 20[47] | 3.97972 | 0.81026 | 2.57873 | 0.266856 | 0.091465 |
| 20[48] | 3.9799000 | 0.8104646 | 2.5790160 | 0.04921 | 0.02020 |
| 20[48] | 3.9798834 | 0.8104651 | 2.5790160 | 0.01171 | 0.01268 |

Tablo 4.41 de konum adım uzunluğu $h = 0.12$ iken zaman adım uzunluğu $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin aldığı değerler verildi. Tablodan korunum sabitlerinin mutlak değişimi $h = 0.12$ iken $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 4.897 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 3.471 \times 10^{-6}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 2.758 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 4.750 \times 10^{-7}$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 4.066 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 1.213 \times 10^{-6}$ değerlerini almıştır. h sabit iken k değerleri küçülürken korunum sabitlerinin mutlak değişimleri düzenli azalmamaktadır ama birbirine yakın oldukça küçük değerler almışlardır.

Tablo 4.42 da $k = 0.1$ iken $h = 0.12, 0.06$ ve 0.03 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin aldığı değerler verildi. Tabloya göre $k = 0.1$ sabit $h = 0.12$ için $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 4.897 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 3.471 \times 10^{-6}$ olarak bulunan korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $h = 0.06$ için $\Delta I_1 = 6.906 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 3.894 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 2.378 \times 10^{-6}$, ayrıca $h = 0.03$ için $\Delta I_1 = 1.370 \times 10^{-2}$, $\Delta I_2 = 1.159 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 2.276 \times 10^{-7}$ değerlerini almıştır. Zaman adım uzunluğu k sabit, konum zaman uzunluğu h in küçülmesiyle I_1 in mutlak değişim artarken I_2 ve I_3 ün mutlak değişimleri azalmaktadır.

Tablo 4.43 da $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerlerle birlikte literatürdeki diğer çalışmalarda elde edilen değerler verildi. Tabloya göre SFY-3'de diğer çalışmalara göre daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Problem 3: Ardışık Dalga Oluşumu

Bu problemde $d = 2$ yüksek eğim ve $d = 5$ düşük eğim için elde edilen ardışık dalgaların oluşumu $-36 \leq x \leq 300$ aralığında, $t = 250$ zamanına kadar gözlemlendi.

Tablo 4.44 de $d = 2$, konum adım uzunluğu $h = 0.24$, zaman adım uzunluğu $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda

Tablo 4.41: SFY-3 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

| | | $k = 0.1$ | | | $k = 0.05$ | | | $k = 0.01$ | | |
|------------|-----|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------|
| | | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 |
| $h = 0.12$ | t | | | | | | | | | |
| | 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 |
| | 40 | 9.86151166 | 3.2447346 | 10.778300 | 9.86151165 | 3.2447393 | 10.778323 | 9.86151165 | 3.2447408 | 10.778330 |
| | 80 | 9.86172508 | 3.2447178 | 10.778213 | 9.86172508 | 3.2447363 | 10.778301 | 9.86172508 | 3.2447421 | 10.778329 |
| | 120 | 9.86173067 | 3.2446750 | 10.777980 | 9.86173066 | 3.2447296 | 10.778243 | 9.86173067 | 3.2447470 | 10.778327 |
| | 160 | 9.86173084 | 3.2445971 | 10.777539 | 9.86173084 | 3.2447201 | 10.778132 | 9.86173084 | 3.2447594 | 10.778322 |
| | 200 | 9.86173095 | 3.2445452 | 10.777234 | 9.86173094 | 3.2447152 | 10.778056 | 9.86173094 | 3.2447696 | 10.778319 |
| | 240 | 9.86173091 | 3.2445956 | 10.777529 | 9.86173091 | 3.2447200 | 10.778130 | 9.86173091 | 3.2447597 | 10.778322 |
| | 280 | 9.86173083 | 3.2446736 | 10.777972 | 9.86173083 | 3.2447295 | 10.778241 | 9.86173084 | 3.2447472 | 10.778327 |
| | 320 | 9.86173080 | 3.2447169 | 10.778208 | 9.86173080 | 3.2447362 | 10.778300 | 9.86173081 | 3.2447422 | 10.778329 |
| | 360 | 9.86173083 | 3.2447339 | 10.778296 | 9.86173082 | 3.2447393 | 10.778322 | 9.86173083 | 3.2447409 | 10.778330 |
| | 400 | 9.86173087 | 3.2447397 | 10.778326 | 9.86173086 | 3.2447404 | 10.778330 | 9.86173087 | 3.2447406 | 10.778331 |
| | | | $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$ | |
| | | $\Delta I_2 = 4.897 \times 10^{-7}$ | | | $\Delta I_2 = 2.758 \times 10^{-7}$ | | | $\Delta I_2 = 4.066 \times 10^{-7}$ | | |
| | | $\Delta I_3 = 3.471 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_3 = 4.750 \times 10^{-7}$ | | | $\Delta I_3 = 1.213 \times 10^{-6}$ | | |

Tablo 4.42: SFY-3 ile Problem 2'nin $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_1 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

| | | $h = 0.12$ | | | $h = 0.06$ | | | $h = 0.03$ | | |
|-----------|-----|-------------------------------------|-----------|-----------|-------------------------------------|-----------|-----------|-------------------------------------|-----------|-----------|
| | | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 |
| $k = 0.1$ | t | | | | | | | | | |
| | 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822732 | 3.2447773 | 10.778329 | 9.85823035 | 3.2447868 | 10.778329 |
| | 40 | 9.86151166 | 3.2447346 | 10.778300 | 9.86322996 | 3.2447716 | 10.778301 | 9.86456656 | 3.2447812 | 10.778302 |
| | 80 | 9.86172508 | 3.2447178 | 10.778213 | 9.86469557 | 3.2447538 | 10.778214 | 9.86813464 | 3.2447633 | 10.778216 |
| | 120 | 9.86173067 | 3.2446750 | 10.777980 | 9.86505214 | 3.2447069 | 10.777981 | 9.87006652 | 3.2447154 | 10.777983 |
| | 160 | 9.86173084 | 3.2445971 | 10.777539 | 9.86512199 | 3.2446191 | 10.777540 | 9.87106074 | 3.2446252 | 10.777542 |
| | 200 | 9.86173095 | 3.2445452 | 10.777234 | 9.86513232 | 3.2445591 | 10.777235 | 9.87154698 | 3.2445631 | 10.777238 |
| | 240 | 9.86173091 | 3.2445956 | 10.777529 | 9.86513316 | 3.2446173 | 10.777531 | 9.87177240 | 3.2446233 | 10.777533 |
| | 280 | 9.86173083 | 3.2446736 | 10.777972 | 9.86513304 | 3.2447053 | 10.777974 | 9.87187100 | 3.2447139 | 10.777976 |
| | 320 | 9.86173080 | 3.2447169 | 10.778208 | 9.86513298 | 3.2447528 | 10.778209 | 9.87191138 | 3.2447624 | 10.778211 |
| | 360 | 9.86173083 | 3.2447339 | 10.778296 | 9.86513301 | 3.2447709 | 10.778298 | 9.87192667 | 3.2447807 | 10.778300 |
| | 400 | 9.86173087 | 3.2447397 | 10.778326 | 9.86513305 | 3.2447769 | 10.778327 | 9.87193188 | 3.2447869 | 10.778329 |
| | | $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 6.906 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 1.370 \times 10^{-2}$ | | |
| | | $\Delta I_2 = 4.897 \times 10^{-7}$ | | | $\Delta I_2 = 3.894 \times 10^{-7}$ | | | $\Delta I_2 = 1.159 \times 10^{-7}$ | | |
| | | $\Delta I_3 = 3.471 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_3 = 2.378 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_3 = 2.276 \times 10^{-7}$ | | |

Tablo 4.43: SFY-3 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | $I_1[27]$ | $I_2[27]$ | $I_3[27]$ | $I_1[37]$ | $I_2[37]$ | $I_3[37]$ |
|-----|------------|-----------|-----------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.8586 | 3.2449 | 10.7788 | 9.85825 | 3.24481 | 10.77833 |
| 40 | 9.86151166 | 3.2447346 | 10.778300 | 9.8642 | 3.2456 | 10.7809 | 9.85833 | 3.24482 | 10.77836 |
| 80 | 9.86172508 | 3.2447178 | 10.778213 | 9.8683 | 3.2475 | 10.7872 | 9.85832 | 3.24482 | 10.77834 |
| 120 | 9.86173067 | 3.2446750 | 10.777980 | 9.8719 | 3.2491 | 10.7928 | 9.85833 | 3.24486 | 10.77843 |
| 160 | 9.86173084 | 3.2445971 | 10.777539 | 9.8751 | 3.2506 | 10.7979 | 9.85833 | 3.24491 | 10.77852 |
| 200 | 9.86173095 | 3.2445452 | 10.777234 | 9.8886 | 3.2523 | 10.8036 | 9.85830 | 3.24492 | 10.77851 |
| 240 | 9.86173091 | 3.2445956 | 10.777529 | 9.8825 | 3.2544 | 10.8109 | 9.85830 | 3.24489 | 10.77846 |
| 280 | 9.86173083 | 3.2446736 | 10.777972 | 9.8854 | 3.2557 | 10.8156 | 9.85829 | 3.24484 | 10.77834 |
| 320 | 9.86173080 | 3.2447169 | 10.778208 | 9.8883 | 3.2569 | 10.8197 | 9.85832 | 3.24482 | 10.77833 |
| 360 | 9.86173083 | 3.2447339 | 10.778296 | 9.8907 | 3.2576 | 10.8220 | 9.85829 | 3.24479 | 10.77823 |
| 400 | 9.86173087 | 3.2447397 | 10.778326 | 9.8930 | 3.2585 | 10.8251 | 9.85830 | 3.24478 | 10.77819 |
| t | $I_1[38]$ | $I_2[38]$ | $I_3[38]$ | $I_1[47](h = 0.25)$ | $I_2[47](h = 0.25)$ | $I_3[47](h = 0.25)$ | | | |
| 0 | 9.8586 | 3.2449 | 10.7788 | 9.8583 | 3.2328 | 10.7623 | | | |
| 40 | 9.8642 | 3.2456 | 10.7809 | 9.8575 | 3.2362 | 10.7738 | | | |
| 80 | 9.8683 | 3.2475 | 10.7872 | 9.8574 | 3.2362 | 10.7727 | | | |
| 120 | 9.8719 | 3.2492 | 10.7928 | 9.8573 | 3.2367 | 10.7707 | | | |
| 160 | 9.8751 | 3.2506 | 10.7979 | 9.8573 | 3.2377 | 10.7675 | | | |
| 200 | 9.8886 | 3.2523 | 10.8036 | 9.8574 | 3.2384 | 10.7654 | | | |
| 240 | 9.8825 | 3.2544 | 10.8109 | 9.8572 | 3.2376 | 10.7671 | | | |
| 280 | 9.8854 | 3.2557 | 10.8156 | 9.8570 | 3.2364 | 10.7695 | | | |
| 320 | 9.8883 | 3.2569 | 10.8197 | 9.8567 | 3.2357 | 10.7706 | | | |
| 360 | 9.8907 | 3.2576 | 10.8220 | 9.8565 | 3.2353 | 10.7706 | | | |
| 400 | 9.8930 | 3.2585 | 10.8251 | 9.8563 | 3.2351 | 10.7703 | | | |

Tablo 4.44: SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.1 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899082 | 2.785853 | 48.96 | 0.139697 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449091 | 4.490704 | 102.72 | 0.159174 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999102 | 6.195452 | 156.96 | 0.170866 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549113 | 7.900160 | 211.20 | 0.177597 |
| | 250 | 30.463001 | 3.099125 | 9.604854 | 265.92 | 0.182021 |
| $M_1 = 0.1075000027, M_2 = 0.0110001946, M_3 = 0.0340962963$ | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899074 | 2.785919 | 48.96 | 0.139682 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449071 | 4.490622 | 102.72 | 0.159171 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999068 | 6.195314 | 156.96 | 0.170882 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549066 | 7.899964 | 211.44 | 0.177612 |
| | 250 | 30.463001 | 3.099063 | 9.604599 | 265.92 | 0.182057 |
| $M_1 = 0.1075000033, M_2 = 0.0109999466, M_3 = 0.0340952741$ | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899071 | 2.785909 | 48.96 | 0.139677 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449065 | 4.490596 | 102.72 | 0.159169 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999058 | 6.195269 | 156.96 | 0.170885 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549050 | 7.899901 | 211.44 | 0.177630 |
| | 250 | 30.463001 | 3.099043 | 9.604516 | 265.92 | 0.182066 |
| $M_1 = 0.1075000035, M_2 = 0.0109998668, M_3 = 0.0340949453$ | | | | | | |

aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablo 4.45 de $d = 2$, $k = 0.1$ ve $h = 0.24, 0.12, 0.06$ değerleri için korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi.

Tablo 4.46 da $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1, 0.05, 0.01$ değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablo

Tablo 4.45: SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 2$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.24 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.899082 | 2.785853 | 48.96 | 0.139697 |
| | 100 | 14.338000 | 1.449091 | 4.490704 | 102.72 | 0.159174 |
| | 150 | 19.713000 | 1.999102 | 6.195452 | 156.96 | 0.170866 |
| | 200 | 25.088000 | 2.549113 | 7.900160 | 211.20 | 0.177597 |
| | 250 | 30.463001 | 3.099125 | 9.604854 | 265.92 | 0.182021 |
| $M_1 = 0.1075000027, M_2 = 0.0110001946, M_3 = 0.0340962963$ | | | | | | |
| 0.12 | 0 | 3.594000 | 0.349678 | 1.082640 | -35.88 | 0.100000 |
| | 50 | 8.969000 | 0.899687 | 2.787711 | 48.96 | 0.139703 |
| | 100 | 14.344000 | 1.449701 | 4.492560 | 102.72 | 0.159186 |
| | 150 | 19.719000 | 1.999717 | 6.197305 | 156.96 | 0.170884 |
| | 200 | 25.094000 | 2.549734 | 7.902010 | 211.32 | 0.177896 |
| | 250 | 30.469000 | 3.099751 | 9.606701 | 265.80 | 0.182196 |
| $M_1 = 0.1074999984, M_2 = 0.0110002935, M_3 = 0.0340962433$ | | | | | | |
| 0.06 | 0 | 3.597000 | 0.349978 | 1.083570 | -35.94 | 0.100000 |
| | 50 | 8.972000 | 0.899988 | 2.788640 | 49.02 | 0.139713 |
| | 100 | 14.347000 | 1.450004 | 4.493490 | 102.72 | 0.159187 |
| | 150 | 19.722000 | 2.000021 | 6.198234 | 156.90 | 0.170895 |
| | 200 | 25.097000 | 2.550039 | 7.902940 | 211.32 | 0.177898 |
| | 250 | 30.472000 | 3.100058 | 9.607630 | 265.86 | 0.182203 |
| $M_1 = 0.1074999990, M_2 = 0.0110003207, M_3 = 0.0340962404$ | | | | | | |

Tablo 4.46: SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.1 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883913 | 2.739027 | 48.48 | 0.110310 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433918 | 4.444263 | 102.24 | 0.136961 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983926 | 6.149200 | 156.24 | 0.157579 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533937 | 7.853978 | 210.48 | 0.170330 |
| | 250 | 30.463000 | 3.083948 | 9.558698 | 264.96 | 0.177918 |
| $M_1 = 0.1074999996, M_2 = 0.0110001475, M_3 = 0.0341006701$ | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883911 | 2.739020 | 48.48 | 0.110280 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433910 | 4.444232 | 102.24 | 0.136936 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983908 | 6.149125 | 156.24 | 0.157540 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533905 | 7.853849 | 210.72 | 0.170380 |
| | 250 | 30.463000 | 3.083903 | 9.558511 | 264.96 | 0.177859 |
| $M_1 = 0.1074999996, M_2 = 0.0109999665, M_3 = 0.0340999239$ | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883910 | 2.739018 | 48.48 | 0.110270 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433908 | 4.444222 | 102.24 | 0.136927 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983902 | 6.149101 | 156.48 | 0.157536 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533895 | 7.853808 | 210.72 | 0.170396 |
| | 250 | 30.463000 | 3.083888 | 9.558451 | 264.96 | 0.177837 |
| $M_1 = 0.1074999996, M_2 = 0.0109999083, M_3 = 0.0340996839$ | | | | | | |

4.47 de $d = 5$, $k = 0.1$ ve $h = 0.24, 0.12, 0.06$ değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablolardan $d = 2$ ve $d = 5$ durumlarında h ve k nin farklı değerleri için korunum sabitlerinin lineer değişim oranları (3.2.5) den elde edilen $M_1 = 0.1050$, $M_2 = 0.0106$ ve $M_3 = 0.03307$ analitik değerleriyle oldukça uyumlu değerler almıştır.

Tablo 4.48 de $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri;

Tablo 4.47: SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 5$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.24 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883913 | 2.739027 | 48.48 | 0.110310 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433918 | 4.444263 | 102.24 | 0.136961 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983926 | 6.149200 | 156.24 | 0.157579 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533937 | 7.853978 | 210.48 | 0.170330 |
| | 250 | 30.463000 | 3.083948 | 9.558698 | 264.96 | 0.177918 |
| $M_1 = 0.1074999996, M_2 = 0.0110001475, M_3 = 0.0341006701$ | | | | | | |
| 0.12 | 0 | 3.594000 | 0.334511 | 1.035390 | -35.88 | 0.100000 |
| | 50 | 8.969000 | 0.884513 | 2.740887 | 48.36 | 0.110309 |
| | 100 | 14.344000 | 1.434520 | 4.446122 | 102.36 | 0.137006 |
| | 150 | 19.719000 | 1.984533 | 6.151057 | 156.36 | 0.157754 |
| | 200 | 25.094000 | 2.534548 | 7.855832 | 210.60 | 0.170616 |
| | 250 | 30.469000 | 3.084565 | 9.560549 | 264.96 | 0.177934 |
| $M_1 = 0.1074999993, M_2 = 0.0110002157, M_3 = 0.0341006354$ | | | | | | |
| 0.06 | 0 | 3.597000 | 0.334811 | 1.036320 | -35.94 | 0.100000 |
| | 50 | 8.972000 | 0.884813 | 2.741817 | 48.42 | 0.110312 |
| | 100 | 14.347000 | 1.434821 | 4.447052 | 102.30 | 0.137020 |
| | 150 | 19.722000 | 1.984835 | 6.151987 | 156.36 | 0.157754 |
| | 200 | 25.097000 | 2.534852 | 7.856761 | 210.60 | 0.170617 |
| | 250 | 30.472000 | 3.084870 | 9.561478 | 265.02 | 0.178006 |
| $M_1 = 0.1074999987, M_2 = 0.0110002341, M_3 = 0.0341006328$ | | | | | | |

Tablo 4.48: SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|---------|------------|----------|----------|--------|--------------|
| 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| 50 | 8.963000 | 0.899082 | 2.785853 | 48.96 | 0.139697 |
| 100 | 14.338000 | 1.449091 | 4.490704 | 102.72 | 0.159174 |
| 150 | 19.713000 | 1.999102 | 6.195452 | 156.96 | 0.170866 |
| 200 | 25.088000 | 2.549113 | 7.900160 | 211.20 | 0.177597 |
| 250 | 30.463001 | 3.099125 | 9.604854 | 265.92 | 0.182021 |
| 250[28] | 30.48699 | 3.10148 | 9.61202 | 265.92 | 0.1819803 |
| 250[31] | | | | 265.92 | 0.182 |
| 250[36] | 30.46299 | 3.09887 | 9.60482 | 265.68 | 0.18158 |
| 250[37] | 30.4869971 | 3.10123 | 9.61118 | 265.92 | 0.18177 |
| 250[42] | | | | 265.92 | 0.1820388184 |

Tablo 4.49: SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$).

| | M_1 | M_2 | M_3 |
|-------|--------------|--------------|--------------|
| SFY-3 | 0.1075000027 | 0.0110001946 | 0.0340962963 |
| [28] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034095 |
| [36] | 0.107500 | 0.010992 | 0.034096 |
| [37] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034092 |

Tablo 4.49 da ise korunum sabitlerinin lineer değişim oranları, daha önce yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldı.

Tablo 4.50 de $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın maksimum genlik değerleri, bu değerleri aldığı x konum değerleri ve Tablo 4.51 de korunum sabitlerinin lineer değişim oranları, literatürdeki diğer çalışmalardan elde edilen değerleriyle karşılaştırıldı. Sonuç olarak SFY-3 ile elde edilen sonuçların literatürdeki farklı çalışmalarla elde edilen sonuçlarıyla uyum içinde olduğu görülür.

Tablo 4.50: SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|---------|------------|----------|----------|--------|--------------|
| 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| 50 | 8.963000 | 0.883913 | 2.739027 | 48.48 | 0.110310 |
| 100 | 14.338000 | 1.433918 | 4.444263 | 102.24 | 0.136961 |
| 150 | 19.713000 | 1.983926 | 6.149200 | 156.24 | 0.157579 |
| 200 | 25.088000 | 2.533937 | 7.853978 | 210.48 | 0.170330 |
| 250 | 30.463000 | 3.083948 | 9.558698 | 264.96 | 0.177918 |
| 250[28] | 30.48704 | 3.08631 | 9.56594 | 264.96 | 0.1787177 |
| 250[31] | | | | 264.96 | 0.182 |
| 250[36] | 30.46305 | 3.08376 | 9.55868 | 264.96 | 0.17710 |
| 250[37] | 30.4869998 | 3.08613 | 9.56533 | 264.96 | 0.17767 |
| 250[42] | | | | 264.96 | 0.1779322071 |

Tablo 4.51: SFY-3 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$).

| | M_1 | M_2 | M_3 |
|-------|--------------|--------------|--------------|
| SFY-3 | 0.1074999996 | 0.0110001475 | 0.0341006701 |
| [28] | 0.1075 | 0.011 | 0.034099 |
| [36] | 0.107500 | 0.010992 | 0.034101 |
| [37] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034097 |

4.4 Sonlu Fark Yaklaşımı-4 (SFY-4)

3.1.1 denkleminde UU_x nonlineer terim yerine

$$\begin{aligned}
 UU_x \cong & \frac{1}{2} \left[\left(\frac{U_{m+2}^{n+1} + U_{m+1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}}{5} \right) \left(\frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{12h} \right) \right. \\
 & \left. + \left(\frac{U_{m+2}^n + U_{m+1}^n + U_m^n + U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{5} \right) \left(\frac{-U_{m+2}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}}{12h} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{4.4.1}$$

sonlu fark yaklaşımı, U_x türevi yerine

$$U_x \cong \frac{1}{2} \left(\frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{12h} + \frac{-U_{m+2}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}}{12h} \right)$$

U_t türevi yerine

$$U_t \cong \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k}$$

ve U_{xxt} türevi yerine

$$\begin{aligned}
 U_{xxt} \cong & \frac{1}{k} \left(\frac{-U_{m+2}^{n+1} + 16U_{m+1}^{n+1} - 30U_m^{n+1} + 16U_{m-1}^{n+1} - U_{m-2}^{n+1}}{12h^2} \right. \\
 & \left. - \frac{-U_{m+2}^n + 16U_{m+1}^n - 30U_m^n + 16U_{m-1}^n - U_{m-2}^n}{12h^2} \right)
 \end{aligned}$$

sonlu fark yaklaşımları yazılır ve düzenlenirse

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{24h} + \frac{\varepsilon}{120h} (-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n) \right. \\
& \left. + \frac{\varepsilon}{120h} (U_{m+2}^{n+1} + U_{m+1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}) + \frac{\mu}{12kh^2} \right) U_{m-2}^{n+1} \\
& + \left(-\frac{1}{3h} + \frac{\varepsilon}{120h} (-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n) \right. \\
& \left. - \frac{\varepsilon}{120h} 8 (U_{m+2}^{n+1} + U_{m+1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}) - \frac{4\mu}{3kh^2} \right) U_{m-1}^{n+1} \\
& + \left(\frac{1}{k} + \frac{\varepsilon}{120h} (-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n) + \frac{5\mu}{2kh^2} \right) U_m^{n+1} \\
& + \left(\frac{1}{3h} + \frac{\varepsilon}{120h} (-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n) \right. \\
& \left. + \frac{\varepsilon}{120h} 8 (U_{m+2}^{n+1} + U_{m+1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}) - \frac{4\mu}{3kh^2} \right) U_{m+1}^{n+1} \\
& + \left(-\frac{1}{24h} + \frac{\varepsilon}{120h} (-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n) \right. \\
& \left. - \frac{\varepsilon}{120h} (U_{m+2}^{n+1} + U_{m+1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1} + U_{m-2}^{n+1}) + \frac{\mu}{12kh^2} \right) U_{m+2}^{n+1} \\
& = \frac{U_m^n}{k} - \frac{-U_{m+2}^n + 8U_{m+1}^n - 8U_{m-1}^n + U_{m-2}^n}{24h} \\
& - \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m+2}^n + 16U_{m+1}^n - 30U_m^n + 16U_{m-1}^n - U_{m-2}^n}{12h^2} \right) \tag{4.4.2}
\end{aligned}$$

sonlu fark denklemini elde edilir.

4.4.1 Kararlılık Analizi

(4.4.1) sonlu fark yaklaşımının (3.1.1) ile verilen RLW denklemine uygulanmasıyla elde edilen sonlu fark şemasının kararlılık analizi von Neumann yöntemi kullanılarak incelendi. (3.1.1) ile verilen RLW denkleminde UU_x nonlineer terimdeki U yerine \hat{U} yerel sabiti yazılmasıyla SFY-3 ile bulunan (4.3.3) lineer sonlu fark denkleminin aynısı elde edilir. Sonuç olarak (4.4.2) sonlu fark yaklaşımı da kararlıdır.

4.4.2 Nümerik Sonuçlar

Bu bölümde (3.1.1) ile verilen RLW denkleminde UU_x nonlinear terim yerine (4.4.1) sonlu fark yaklaşımının yazılmasıyla elde edilen (4.4.2) fark denkleminin üç model probleme uygulanmasıyla elde edilen nümerik sonuçlar verildi.

Problem 1: Tek soliter dalga hareketi

Bu problemde $3c = 0.3$ yüksekliğine sahip soliter dalganın, $-40 \leq x \leq 60$ aralığında sağa doğru hareketi $t = 20$ zamanına kadar gözlemlendi.

Tablo 4.52 de $3c = 0.3$ yüksekliğine sahip soliter dalganın konum adım uzunluğu $h = 0.125$ ve zaman adım uzunluğu $k = 0.1, 0.05, 0.01$ değerleri için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Korunum sabitlerinin nümerik değerleri, (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ analitik değerleriyle uyumlu olduğu tablodan görülür. I_1, I_2 ve I_3 deki mutlak değişim $h = 0.125$ iken $k = 0.1$ için sırasıyla $\Delta I_1 = 3.955 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 6.736 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 1.800 \times 10^{-7}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.957 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.787 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 1.359 \times 10^{-7}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.957 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.006 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 1.152 \times 10^{-7}$ olarak bulunur. $h = 0.125$ iken k 'nın küçülmesiyle I_1 deki mutlak değişim hemem hemen sabit kalmakta, I_2 ve I_3 deki mutlak değişimin küçük oranlarla azalmaktadır. $t = 20$ zamanında hata normları $h = 0.125$ için $k = 0.1$ iken $L_2 = 0.26245 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.7603 \times 10^{-3}$; $k = 0.05$ iken $L_2 = 0.12882 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.03606 \times 10^{-3}$ ve $k = 0.01$ iken $L_2 = 0.10008 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.03212 \times 10^{-3}$ değerlerini alarak bir miktar küçülmektedir.

Tablo 4.53 de $3c = 0.3$ yüksekliğindeki sahip soliter dalganın ilerleyişinin $k = 0.1$

Tablo 4.52: SFY-4 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|---|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|--------|---------|
| 0.1 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799534 | 0.8104576052 | 2.579007448 | 0.05917 | 0.02155 | 4.375 | 0.29999 |
| | 8 | 3.9799723 | 0.8104576166 | 2.579007478 | 0.11592 | 0.03887 | 8.750 | 0.29997 |
| | 12 | 3.9799864 | 0.8104576323 | 2.579007520 | 0.16884 | 0.05316 | 13.250 | 0.29996 |
| | 16 | 3.9799900 | 0.8104576499 | 2.579007568 | 0.21759 | 0.06537 | 17.625 | 0.29996 |
| | 20 | 3.9799658 | 0.8104576681 | 2.579007617 | 0.26245 | 0.07603 | 22.000 | 0.29996 |
| | $\Delta I_1 = 3.955 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 6.736 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.800 \times 10^{-7}$ | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799534 | 0.8104576043 | 2.579007446 | 0.03194 | 0.01132 | 4.375 | 0.29999 |
| | 8 | 3.9799723 | 0.8104576128 | 2.579007470 | 0.06150 | 0.01982 | 8.750 | 0.29997 |
| | 12 | 3.9799864 | 0.8104576241 | 2.579007502 | 0.08742 | 0.02625 | 13.250 | 0.29997 |
| | 16 | 3.9799900 | 0.8104576364 | 2.579007538 | 0.10968 | 0.03135 | 17.625 | 0.29997 |
| | 20 | 3.9799658 | 0.8104576486 | 2.579007573 | 0.12882 | 0.03606 | 22.000 | 0.29997 |
| | $\Delta I_1 = 3.957 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.787 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.359 \times 10^{-7}$ | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799534 | 0.8104576039 | 2.579007445 | 0.02585 | 0.00835 | 4.375 | 0.29999 |
| | 8 | 3.9799723 | 0.8104576113 | 2.579007466 | 0.04937 | 0.01518 | 8.750 | 0.29997 |
| | 12 | 3.9799864 | 0.8104576209 | 2.579007494 | 0.06940 | 0.02265 | 13.250 | 0.29997 |
| | 16 | 3.9799900 | 0.8104576310 | 2.579007524 | 0.08607 | 0.02822 | 17.625 | 0.29998 |
| | 20 | 3.9799658 | 0.8104576408 | 2.579007552 | 0.10008 | 0.03212 | 22.000 | 0.29998 |
| | $\Delta I_1 = 3.957 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.006 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.152 \times 10^{-7}$ | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ | | | | | | | | |

olmak üzere $h = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlardaki korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Korunum sabitlerinin nümerik çözümle elde edilen değerleri (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 3.9799497, I_2 = 0.81046249, I_3 = 2.579007$ analitik değerleriyle uyumludur. Ayrıca korunum sabitlerinin mutlak değişimi $k = 0.1$ iken $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 4.809 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.183 \times 10^{-8}$ ve $\Delta I_3 = 7.903 \times 10^{-8}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 6.874 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.718 \times 10^{-10}$ ve $\Delta I_3 = 9.444 \times 10^{-9}$; $h = 0.01$ için $\Delta I_1 = 8.921 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.866 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.687 \times 10^{-8}$ olarak bulunur. Burada korunum sabitlerindeki mutlak değişimler oldukça küçük değerler almıştır ancak bu değerler k nın küçülmesiyle düzenli bir azalma göstermezler. $t = 20$ zamanında hata normlarının $k = 0.1$ için $h = 0.1$ iken $L_2 = 0.23947 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.06990 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ iken $L_2 = 0.21453 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.06354 \times 10^{-3}$ ve $h = 0.01$ iken $L_2 = 0.20862 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.0212 \times 10^{-3}$ değerlerini alarak küçüldüğü görülür.

Tablo 4.52 ve Tablo 4.53 e göre $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalganın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 22.0$ konumundadır. Buna göre nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum/zaman} = 22/20 = 1.1$, teorik hızıyla $v = 1 + \varepsilon c = 1.1$ aynı hesaplanmıştır. Ayrıca $h = 0.125$ iken k değerlerinin küçülmesiyle veya $k = 0.1$ iken h değerlerinin küçülmesiyle $t = 20$ zamanında dalganın yüksekliği başlangıç değerine daha yakın değerler almıştır.

İkinci olarak $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın, $-80 \leq x \leq 120$ aralığında sağa doğru hareketi $t = 20$ zamanına kadar gözlemlendi. Burada dalganın genliği küçülünce dalga genişleyeceği için sınır şartlarını sağlamayı devam ettireceği önceki problemde daha geniş bir aralık seçildi.

Tablo 4.54 de $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın konum adım uzunluğu

Tablo 4.53: SFY-4 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|--|-----|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|-------|---------|
| 0.1 | 0 | 3.9799263 | 0.8104593621 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799541 | 0.8104593643 | 2.579007442 | 0.05266 | 0.01894 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799743 | 0.8104593696 | 2.579007455 | 0.10366 | 0.03462 | 8.80 | 0.29999 |
| | 12 | 3.9799903 | 0.8104593769 | 2.579007473 | 0.15193 | 0.04793 | 13.20 | 0.29998 |
| | 16 | 3.9799961 | 0.8104593853 | 2.579007494 | 0.19715 | 0.05954 | 17.60 | 0.29997 |
| | 20 | 3.9799744 | 0.8104593939 | 2.579007516 | 0.23947 | 0.06990 | 22.00 | 0.29997 |
| $\Delta I_1 = 4.809 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.183 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 7.903 \times 10^{-8}$ | | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.9799265 | 0.8104617110 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799554 | 0.8104617114 | 2.579007437 | 0.04543 | 0.01585 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799785 | 0.8104617115 | 2.579007436 | 0.09009 | 0.02976 | 8.80 | 0.29999 |
| | 12 | 3.9799990 | 0.8104617116 | 2.579007434 | 0.13331 | 0.04212 | 13.20 | 0.29999 |
| | 16 | 3.9800105 | 0.8104617116 | 2.579007431 | 0.17478 | 0.05329 | 17.60 | 0.29998 |
| | 20 | 3.9799952 | 0.8104617115 | 2.579007427 | 0.21453 | 0.06354 | 22.00 | 0.29998 |
| $\Delta I_1 = 6.874 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.718 \times 10^{-10}$, $\Delta I_3 = 9.444 \times 10^{-9}$ | | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.9799266 | 0.8104624628 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.30000 |
| | 4 | 3.9799566 | 0.8104624638 | 2.579007436 | 0.04363 | 0.01502 | 4.40 | 0.30000 |
| | 8 | 3.9799822 | 0.8104624629 | 2.579007432 | 0.08676 | 0.02851 | 8.80 | 0.29999 |
| | 12 | 3.9800069 | 0.8104624616 | 2.579007426 | 0.12878 | 0.04069 | 13.20 | 0.29999 |
| | 16 | 3.9800240 | 0.8104624599 | 2.579007419 | 0.16939 | 0.05182 | 17.60 | 0.29999 |
| | 20 | 3.9800159 | 0.8104624579 | 2.579007410 | 0.20862 | 0.06212 | 22.00 | 0.29998 |
| $\Delta I_1 = 8.921 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.866 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 2.687 \times 10^{-8}$ | | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 3.9799497$, $I_2 = 0.81046249$, $I_3 = 2.579007$ | | | | | | | | |

$h = 0.125$ ve zaman adım uzunluğu $k = 0.1, 0.05, 0.01$ için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tabloda verilen korunum sabitlerinin değerlerinin dalganın hareketi boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 2.1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ analitik değerleriyle uyumlu olduğu görülmektedir. Tabloya göre korunum sabitlerindeki mutlak değişim $h = 0.125$ iken $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.062 \times 10^{-10}$ ve $\Delta I_3 = 2.876 \times 10^{-10}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 5.731 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 1.632 \times 10^{-10}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 4.581 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 1.331 \times 10^{-10}$ 'dir. h sabitken k 'nın küçülen değerleri için I_1 deki mutlak değişim hemen hemen aynı kalırken, I_2 ve I_3 deki mutlak değişimler küçük bir miktar azalmıştır. $t = 20$ zamanında hata normları $h = 0.125$ için $k = 0.1$ iken $L_2 = 0.01576 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.0423 \times 10^{-3}$; $k = 0.05$ iken $L_2 = 0.00594 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00161 \times 10^{-3}$ ve $k = 0.01$ iken $L_2 = 0.00341 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00084 \times 10^{-3}$ şeklinde oldukça küçük değerler almıştır.

Tablo 4.55 de $3c = 0.09$ yüksekliğine sahip soliter dalganın hareketi boyunca $k = 0.1$ ve $h = 0.1, 0.05, 0.01$ değerleri için belirli zamanlardaki korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerler ile birlikte dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Korunum sabitlerinin nümerik çözümle elde edilen değerleri (3.2.3) den elde edilen $I_1 = 2.1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ analitik değerleriyle uyumludur. korunum sabitlerinin mutlak değişimi $k = 0.1$ iken $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 5.590 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 5.505 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 1.411 \times 10^{-10}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 6.848 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.940 \times 10^{-13}$ ve $\Delta I_3 = 1.518 \times 10^{-11}$; $h = 0.01$ için $\Delta I_1 = 8.098 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 4.323 \times 10^{-11}$ ve $\Delta I_3 = 1.587 \times 10^{-10}$ olarak

Tablo 4.54: SFY-4 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, hata normları, dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|---|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|--------|---------|
| 0.1 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00318 | 0.00092 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094078 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00635 | 0.00181 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094088 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00951 | 0.00265 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094095 | 0.1273016388 | 0.388805991 | 0.01264 | 0.00346 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094101 | 0.1273016389 | 0.388805991 | 0.01576 | 0.00423 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.062 \times 10^{-10}$, $\Delta I_3 = 2.876 \times 10^{-10}$ | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00121 | 0.00036 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094078 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00242 | 0.00071 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094088 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00362 | 0.00103 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094095 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00479 | 0.00133 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094101 | 0.1273016388 | 0.388805991 | 0.00594 | 0.00161 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 5.731 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 1.632 \times 10^{-10}$ | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016387 | 0.388805990 | 0.00071 | 0.00020 | 4.125 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094078 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00142 | 0.00038 | 8.250 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094088 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00210 | 0.00055 | 12.375 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094095 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00277 | 0.00070 | 16.500 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094101 | 0.1273016388 | 0.388805990 | 0.00341 | 0.00084 | 20.625 | 0.09000 |
| | $\Delta I_1 = 5.069 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 4.581 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 1.331 \times 10^{-10}$ | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 2, 1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ | | | | | | | | |

Tablo 4.55: SFY-4 ile Problem 1'in $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları; dalganın konumu ve yüksekliği ($3c = 0.09$, $-80 \leq x \leq 120$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | x | U |
|---|-----|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|-------|---------|
| 0.1 | 0 | 2.1094050 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094066 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00301 | 0.00087 | 4.10 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094079 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00602 | 0.00170 | 8.20 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094090 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.00902 | 0.00249 | 12.40 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094099 | 0.1273016675 | 0.388805990 | 0.01200 | 0.00326 | 16.50 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094106 | 0.1273016676 | 0.388805990 | 0.01497 | 0.00400 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 5.590 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 5.505 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 1.411 \times 10^{-10}$ | | | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 2.1094050 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094067 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00282 | 0.00079 | 4.10 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094082 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00563 | 0.00156 | 8.25 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094095 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.00844 | 0.00230 | 12.35 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094108 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.01123 | 0.00301 | 16.50 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094119 | 0.1273017058 | 0.388805990 | 0.01401 | 0.00371 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 6.848 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 7.940 \times 10^{-13}$, $\Delta I_3 = 1.518 \times 10^{-11}$ | | | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 2.1094050 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00000 | 0.00000 | 0.000 | 0.09000 |
| | 4 | 2.1094068 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00276 | 0.00077 | 4.12 | 0.09000 |
| | 8 | 2.1094084 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00552 | 0.00151 | 8.24 | 0.09000 |
| | 12 | 2.1094100 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.00828 | 0.00224 | 12.36 | 0.09000 |
| | 16 | 2.1094116 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.01102 | 0.00294 | 16.48 | 0.09000 |
| | 20 | 2.1094131 | 0.1273017181 | 0.388805990 | 0.01375 | 0.00362 | 20.60 | 0.09000 |
| $\Delta I_1 = 8.098 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 4.323 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 1.587 \times 10^{-10}$ | | | | | | | | |
| Analitik: $I_1 = 2, 1094074997$, $I_2 = 0.1273017186$, $I_3 = 0.3888059904$ | | | | | | | | |

bulunur. Buradan $k = 0.1$ iken h 'nin farklı değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 de oldukça küçük mutlak değişimler olmuştur ancak bu değişimler k 'nin değişimiyle orantılı olmamıştır. $t = 20$ zamanında hata normları $k = 0.1$ için $h = 0.1$ iken $L_2 = 0.01497 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00400 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ iken $L_2 = 0.01401 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00371 \times 10^{-3}$ ve $h = 0.01$ iken $L_2 = 0.01375 \times 10^{-3}$, $L_\infty = 0.00362 \times 10^{-3}$ değerlerini almıştır. Oldukça küçük değerler alan hata normlarında k nin küçülmesiyle ciddi bir azalma olmamıştır.

Tablo 4.54 e göre $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalganın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 20.625$ konumundadır. Buna göre nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum/zaman} = 20.625/20 = 1.13125$ dir.

Tablo 4.56: SFY-4 ile Problem 1'in h ve k 'nin farklı değerleri için hesaplanan hata normları ($3c = 0.3$ için $-40 \leq x \leq 60$, $3c = 0.09$ için $-80 \leq x \leq 120$).

| h | k | $c = 0.1$ | | $c = 0.03$ | |
|-------|------|-------------------|------------------------|-------------------|------------------------|
| | | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ |
| | 0.1 | 0.26245 | 0.07603 | 0.01576 | 0.00423 |
| 0.125 | 0.05 | 0.12882 | 0.03606 | 0.00594 | 0.00161 |
| | 0.01 | 0.10008 | 0.03212 | 0.00341 | 0.00084 |
| 0.1 | | 0.23947 | 0.06990 | 0.01497 | 0.00400 |
| 0.05 | 0.1 | 0.21453 | 0.06354 | 0.01401 | 0.00371 |
| 0.01 | | 0.20862 | 0.06212 | 0.01375 | 0.00362 |

Tablo 4.55 e göre ise $t = 0$ zamanında tepe noktası $x = 0$ konumunda olan soliter dalganın $t = 20$ zamanına geldiğinde tepe noktası $x = 22.60$ konumunda olduğu için nümerik çözümden elde edilen hızı $v = \text{konum}/\text{zaman} = 22.60/20 = 1.13$ 'dir. Dalganın hızının nümerik değerleri $v = 1 + \varepsilon c = 1.03$ analitik değeriyle uyumludur. Ayrıca h ve k 'nin farklı değerleri için $t = 20$ zamanında dalganın yüksekliği başlangıç değeriyle hemem hemen aynı değerleri aldığı görülür.

Tablo 4.56 de $c = 0.1$ ve $c = 0.03$ genlikli dalgalar için farklı konum ve zaman adımları için hesaplanan hata normları karşılaştırıldı. Tabloda $h = 0.125$ iken k küçüldüğünde hata normlarında önemli ölçüde azalma gözlenmektedir. Diğer taraftan $k = 0.1$ iken h küçüldüğünde hata normlarının oldukça küçük ama birbirine yakın değerler aldığı görülür.

Tablo 4.57 de $3c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$, $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerlerle birlikte literatürdeki diğer çalışmalarda elde edilen değerler verildi. SFY-4 ile $t = 20$ zamanında oldukça küçük hata normları elde edilmiştir.

Problem 2: İki Soliter Dalga Girişimi

Bu problemde tepe noktası $x_1 = -177$ konumunda, $3c_1 = 0.6$ yüksekliğinde ve

Tablo 4.57: SFY-4 ile Problem 1'in $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\beta c = 0.3$, $-40 \leq x \leq 60$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | $L_2 \times 10^3$ | $L_\infty \times 10^3$ |
|---------------------|-----------|--------------|-------------|-------------------|------------------------|
| 0 | 3.9799262 | 0.8104576008 | 2.579007437 | 0.00000 | 0.00000 |
| 4 | 3.9799534 | 0.8104576052 | 2.579007448 | 0.05917 | 0.02155 |
| 8 | 3.9799723 | 0.8104576166 | 2.579007478 | 0.11592 | 0.03887 |
| 12 | 3.9799864 | 0.8104576323 | 2.579007520 | 0.16884 | 0.05316 |
| 16 | 3.9799900 | 0.8104576499 | 2.579007568 | 0.21759 | 0.06537 |
| 20 | 3.9799658 | 0.8104576681 | 2.579007617 | 0.26245 | 0.07603 |
| 20[19]($h = 0.1$) | 3.97989 | 0.810462 | 2.57901 | 0.217 | 0.084 |
| 20[20]($h = 0.1$) | 3.97989 | 0.810467 | 2.57902 | 0.220 | 0.086 |
| 20[21] | 3.98203 | 0.808650 | 2.57302 | 4.688 | 1.755 |
| 20[25] | 3.961597 | 0.804185 | 2.558292 | 0.0184 | 1.5664 |
| 20[26] | 3.97986 | 0.811164 | 2.58133 | 0.511 | 0.198 |
| 20[27] | 3.98206 | 0.810399 | 2.57880 | 0.227 | 0.081 |
| 20[28] | 3.980016 | 0.8104624 | 2.579006 | 0.22050 | 0.08448 |
| 20[31] | 3.979883 | 0.81027618 | 2.57839258 | 0.30 | 0.116 |
| 20[36]($h = 0.1$) | 3.97997 | 0.810459 | 2.57901 | 0.55 | 0.21 |
| 20[37] | 3.97988 | 0.810465 | 2.57901 | 0.219 | 0.086 |
| 20[38] | 3.98206 | 0.811164 | 2.58133 | 0.511 | 0.198 |
| 20[38] | 3.97986 | 0.810399 | 2.57880 | 0.227 | 0.081 |
| 20[44] | 3.97988 | 0.81046 | 2.57902 | 0.52171 | 0.19828 |
| 20[44] | 3.98005 | 0.81047 | 2.57902 | 0.03689 | 0.01824 |
| 20[46] | 3.979950 | 0.810521 | 2.579202 | 0.702 | 0.268 |
| 20[47] | 3.97972 | 0.81026 | 2.57873 | 0.266856 | 0.091465 |
| 20[48] | 3.9799000 | 0.8104646 | 2.5790160 | 0.04921 | 0.02020 |
| 20[48] | 3.9798834 | 0.8104651 | 2.5790160 | 0.01171 | 0.01268 |

tepe noktası $x_2 = -147$ konumunda, $3c_2 = 0.3$ yüksekliğinde iki soliter dalganın $-200 \leq x \leq 400$ aralığındaki girişimi $t = 400$ zamanına kadar gözlemlendi.

Tablo 4.58 de konum adım uzunluğu $h = 0.12$ iken zaman adım uzunluğu $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin aldığı değerler verildi. Tabloya göre I_1, I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim $h = 0.12$ seçildiğinde $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 5.252 \times 10^{-6}$ ve $\Delta I_3 = 1.548 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 4.592 \times 10^{-6}$ ve $\Delta I_3 = 1.481 \times 10^{-5}$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 4.266 \times 10^{-6}$ ve $\Delta I_3 = 1.407 \times 10^{-5}$ olarak bulunmuştur. ΔI_1 , k değerinin küçülmesiyle değişmezken, ΔI_2 ve ΔI_3 bir miktar küçülmüştür.

Tablo 4.59 de $k = 0.1$ ve $h = 0.12, 0.06, 0.03$ değerleri için belirli zamanlarda korunum sabitlerinin aldığı değerler verildi. Tabloya göre $k = 0.1$ sabit $h = 0.12$ için I_1 deki mutlak değişim $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$, I_2 'deki mutlak değişim $\Delta I_2 = 5.252 \times 10^{-6}$ ve I_3 'deki mutlak değişim $\Delta I_3 = 1.548 \times 10^{-5}$; $h = 0.06$ için $\Delta I_1 = 6.906 \times 10^{-3}$, $\Delta I_2 = 7.557 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 1.441 \times 10^{-6}$, ayrıca $h = 0.03$ için $\Delta I_1 = 1.370 \times 10^{-2}$, $\Delta I_2 = 3.841 \times 10^{-7}$ ve $\Delta I_3 = 6.701 \times 10^{-6}$ olarak bulunmuştur. Zaman adım uzunluğu k sabit, konum zaman uzunluğu h nın küçülmesiyle I_1 in mutlak değişim artarken I_2 ve I_3 ün mutlak değişimleri azalmaktadır.

Tablo 4.60 de $h = 0.125$ ve $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin ve hata normlarının aldığı değerlerle birlikte literatürdeki diğer çalışmalarda elde edilen değerler verildi. Tabloya göre diğer çalışmalarda elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldığında SFY-4'ün oldukça iyi sonuçlar verdiği söylenebilir.

Problem 3: Ardışık Dalga Oluşumu

Bu problemde $d = 2$ yüksek eğim ve $d = 5$ düşük eğim için elde edilen ardışık dalgaların oluşumu $-36 \leq x \leq 300$ aralığında, $t = 250$ zamanına kadar gözlemlendi.

Tablo 4.58: SFY-4 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

| | | $k = 0.1$ | | | $k = 0.05$ | | | $k = 0.01$ | | |
|------------|-----|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------|
| | | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 |
| $h = 0.12$ | t | | | | | | | | | |
| | 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 |
| | 40 | 9.86151172 | 3.2447614 | 10.778395 | 9.86151171 | 3.2447653 | 10.778416 | 9.86151171 | 3.2447665 | 10.778422 |
| | 80 | 9.86172514 | 3.2448175 | 10.778570 | 9.86172514 | 3.2448353 | 10.778657 | 9.86172514 | 3.2448409 | 10.778684 |
| | 120 | 9.86173071 | 3.2449664 | 10.777031 | 9.86173071 | 3.2450203 | 10.779291 | 9.86173071 | 3.2450375 | 10.779375 |
| | 160 | 9.86173073 | 3.2452460 | 10.777889 | 9.86173073 | 3.2453689 | 10.780483 | 9.86173073 | 3.2454082 | 10.780673 |
| | 200 | 9.86173056 | 3.2454377 | 10.780474 | 9.86173055 | 3.2456077 | 10.781296 | 9.86173055 | 3.2456621 | 10.781559 |
| | 240 | 9.86173046 | 3.2452511 | 10.779904 | 9.86173046 | 3.2453741 | 10.780500 | 9.86173046 | 3.2454133 | 10.780690 |
| | 280 | 9.86173055 | 3.2449709 | 10.779044 | 9.86173056 | 3.2450248 | 10.779307 | 9.86173056 | 3.2450419 | 10.779390 |
| | 320 | 9.86173089 | 3.2448211 | 10.778581 | 9.86173090 | 3.2448386 | 10.778668 | 9.86173091 | 3.2448440 | 10.778695 |
| | 360 | 9.86173124 | 3.2447643 | 10.778404 | 9.86173124 | 3.2447682 | 10.778425 | 9.86173125 | 3.2447693 | 10.778431 |
| | 400 | 9.86173130 | 3.2447454 | 10.778345 | 9.86173129 | 3.2447448 | 10.778344 | 9.86173129 | 3.2447444 | 10.778343 |
| | | | $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$ | |
| | | $\Delta I_2 = 5.252 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_2 = 4.592 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_2 = 4.266 \times 10^{-6}$ | | |
| | | $\Delta I_3 = 1.548 \times 10^{-5}$ | | | $\Delta I_3 = 1.481 \times 10^{-5}$ | | | $\Delta I_3 = 1.407 \times 10^{-5}$ | | |

Tablo 4.59: SFY-4 ile Problem 2'nin $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

| | | $h = 0.12$ | | | $h = 0.06$ | | | $h = 0.03$ | | | | |
|-----|-----------|-------------------------------------|------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------------|-------------------------------------|-----------|--|
| | | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 | I_1 | I_2 | I_3 | | |
| 102 | $k = 0.1$ | 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.85822732 | 3.2447773 | 10.778329 | 9.85823035 | 3.2447868 | 10.778329 | |
| | | 40 | 9.86151172 | 3.2447614 | 10.778395 | 9.86323002 | 3.2447781 | 10.778324 | 9.86456661 | 3.2447828 | 10.778308 | |
| | | 80 | 9.86172514 | 3.2448175 | 10.778570 | 9.86469569 | 3.2447785 | 10.778303 | 9.86813477 | 3.2447695 | 10.778238 | |
| | | 120 | 9.86173071 | 3.2449664 | 10.777031 | 9.86505226 | 3.2447794 | 10.778243 | 9.87006670 | 3.2447336 | 10.778049 | |
| | | 160 | 9.86173073 | 3.2452460 | 10.777889 | 9.86512207 | 3.2447810 | 10.778127 | 9.87106095 | 3.2446657 | 10.777689 | |
| | | 200 | 9.86173056 | 3.2454377 | 10.780474 | 9.86513233 | 3.2447820 | 10.778045 | 9.87154719 | 3.2446189 | 10.777440 | |
| | | 240 | 9.86173046 | 3.2452511 | 10.779904 | 9.86513316 | 3.2447811 | 10.778125 | 9.87177262 | 3.2446643 | 10.777682 | |
| | | 280 | 9.86173055 | 3.2449709 | 10.779044 | 9.86513309 | 3.2447795 | 10.778241 | 9.87187123 | 3.2447324 | 10.778043 | |
| | | 320 | 9.86173089 | 3.2448211 | 10.778581 | 9.86513312 | 3.2447786 | 10.778301 | 9.87191164 | 3.2447688 | 10.778234 | |
| | | 360 | 9.86173124 | 3.2447643 | 10.778404 | 9.86513323 | 3.2447782 | 10.778324 | 9.87192695 | 3.2447826 | 10.778306 | |
| | | 400 | 9.86173130 | 3.2447454 | 10.778345 | 9.86513328 | 3.2447781 | 10.778331 | 9.87193217 | 3.2447871 | 10.778330 | |
| | | | | $\Delta I_1 = 3.510 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 6.906 \times 10^{-3}$ | | | $\Delta I_1 = 1.370 \times 10^{-2}$ | | |
| | | | | $\Delta I_2 = 5.252 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_2 = 7.557 \times 10^{-7}$ | | | $\Delta I_2 = 3.841 \times 10^{-7}$ | | |
| | | $\Delta I_3 = 1.548 \times 10^{-5}$ | | | $\Delta I_3 = 1.441 \times 10^{-6}$ | | | $\Delta I_3 = 6.701 \times 10^{-7}$ | | | | |

Tablo 4.60: SFY-4 ile Problem 2'nin $h = 0.12$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri ($3c_1 = 0.6$, $3c_2 = 0.3$, $x_1 = -177$, $x_2 = -147$, $-200 \leq x \leq 400$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | $I_1[27]$ | $I_2[27]$ | $I_3[27]$ | $I_1[37]$ | $I_2[37]$ | $I_3[37]$ |
|-----|------------|-----------|-----------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 9.85822123 | 3.2447402 | 10.778329 | 9.8586 | 3.2449 | 10.7788 | 9.85825 | 3.24481 | 10.77833 |
| 40 | 9.86151172 | 3.2447614 | 10.778395 | 9.8642 | 3.2456 | 10.7809 | 9.85833 | 3.24482 | 10.77836 |
| 80 | 9.86172514 | 3.2448175 | 10.778570 | 9.8683 | 3.2475 | 10.7872 | 9.85832 | 3.24482 | 10.77834 |
| 120 | 9.86173071 | 3.2449664 | 10.777031 | 9.8719 | 3.2491 | 10.7928 | 9.85833 | 3.24486 | 10.77843 |
| 160 | 9.86173073 | 3.2452460 | 10.777889 | 9.8751 | 3.2506 | 10.7979 | 9.85833 | 3.24491 | 10.77852 |
| 200 | 9.86173056 | 3.2454377 | 10.780474 | 9.8886 | 3.2523 | 10.8036 | 9.85830 | 3.24492 | 10.77851 |
| 240 | 9.86173046 | 3.2452511 | 10.779904 | 9.8825 | 3.2544 | 10.8109 | 9.85830 | 3.24489 | 10.77846 |
| 280 | 9.86173055 | 3.2449709 | 10.779044 | 9.8854 | 3.2557 | 10.8156 | 9.85829 | 3.24484 | 10.77834 |
| 320 | 9.86173089 | 3.2448211 | 10.778581 | 9.8883 | 3.2569 | 10.8197 | 9.85832 | 3.24482 | 10.77833 |
| 360 | 9.86173124 | 3.2447643 | 10.778404 | 9.8907 | 3.2576 | 10.8220 | 9.85829 | 3.24479 | 10.77823 |
| 400 | 9.86173130 | 3.2447454 | 10.778345 | 9.8930 | 3.2585 | 10.8251 | 9.85830 | 3.24478 | 10.77819 |
| t | $I_1[38]$ | $I_2[38]$ | $I_3[38]$ | $I_1[47](h = 0.25)$ | $I_2[47](h = 0.25)$ | $I_3[47](h = 0.25)$ | | | |
| 0 | 9.8586 | 3.2449 | 10.7788 | 9.8583 | 3.2328 | 10.7623 | | | |
| 40 | 9.8642 | 3.2456 | 10.7809 | 9.8575 | 3.2362 | 10.7738 | | | |
| 80 | 9.8683 | 3.2475 | 10.7872 | 9.8574 | 3.2362 | 10.7727 | | | |
| 120 | 9.8719 | 3.2492 | 10.7928 | 9.8573 | 3.2367 | 10.7707 | | | |
| 160 | 9.8751 | 3.2506 | 10.7979 | 9.8573 | 3.2377 | 10.7675 | | | |
| 200 | 9.8886 | 3.2523 | 10.8036 | 9.8574 | 3.2384 | 10.7654 | | | |
| 240 | 9.8825 | 3.2544 | 10.8109 | 9.8572 | 3.2376 | 10.7671 | | | |
| 280 | 9.8854 | 3.2557 | 10.8156 | 9.8570 | 3.2364 | 10.7695 | | | |
| 320 | 9.8883 | 3.2569 | 10.8197 | 9.8567 | 3.2357 | 10.7706 | | | |
| 360 | 9.8907 | 3.2576 | 10.8220 | 9.8565 | 3.2353 | 10.7706 | | | |
| 400 | 9.8930 | 3.2585 | 10.8251 | 9.8563 | 3.2351 | 10.7703 | | | |

Tablo 4.61 de $d = 2$ yüksek eğimi için, konum adım uzunluğu $h = 0.24$ olduğunda zaman adım uzunluğu $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablo 4.62 de $d = 2$, $k = 0.1$ ve $h = 0.24, 0.12, 0.06$ değerleri için korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablolardan $d = 2$ iken h ve k nın farklı değerleri için korunum sabitlerinin lineer değişim oranları (3.2.5) eşitlikleri ile bulunan $M_1 = 0.1050$, $M_2 = 0.0106$ ve $M_3 = 0.03307$ analitik değerleriyle uyumlu olduğu görülür.

Tablo 4.63 de $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1, 0.05, 0.01$ değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablo 4.64 de $d = 5$, $k = 0.1$ ve $h = 0.24, 0.12, 0.06$ değerleri için I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin belirli zamanlarda aldıkları değerlerle birlikte öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri verildi. Tablolardan $d = 5$ olduğunda h ve k nın farklı değerleri için korunum sabitlerinin lineer değişimi analitik değerleriyle oldukça uyumlu olduğu görülür.

Tablo 4.65 de $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın maksimum genlik değerleri ve bu değerleri aldığı x konum değerleri, diğer araştırmacılar tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldı. Ayrıca Tablo 4.66 de korunum sabitlerinin lineer değişim oranları, literatürdeki diğer çalışmalarla elde edilen değerleriyle karşılaştırıldı.

Tablo 4.67 de $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ için hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın maksimum genlik değerleri, bu değerleri aldığı x konum değerleri

Tablo 4.61: SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.1 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.898862 | 2.785175 | 48.96 | 0.139204 |
| | 100 | 14.338000 | 1.448567 | 4.489085 | 102.72 | 0.158343 |
| | 150 | 19.713000 | 1.998234 | 6.192765 | 156.96 | 0.169820 |
| | 200 | 25.088000 | 2.547887 | 7.896359 | 211.20 | 0.176417 |
| | 250 | 30.463001 | 3.097534 | 9.599921 | 265.92 | 0.180779 |
| $M_1 = 0.1075000026, M_2 = 0.0109938311, M_3 = 0.0340765622$ | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.898853 | 2.785140 | 48.96 | 0.139188 |
| | 100 | 14.338000 | 1.448545 | 4.488998 | 102.72 | 0.158336 |
| | 150 | 19.713000 | 1.998197 | 6.192617 | 156.96 | 0.169830 |
| | 200 | 25.088000 | 2.547834 | 7.896149 | 211.44 | 0.176446 |
| | 250 | 30.463001 | 3.097466 | 9.599648 | 265.92 | 0.180808 |
| $M_1 = 0.1075000032, M_2 = 0.0109935588, M_3 = 0.0340754701$ | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.898850 | 2.785129 | 48.96 | 0.139182 |
| | 100 | 14.338000 | 1.448538 | 4.488969 | 102.72 | 0.158333 |
| | 150 | 19.713000 | 1.998185 | 6.192570 | 156.96 | 0.169832 |
| | 200 | 25.088000 | 2.547818 | 7.896082 | 211.44 | 0.176461 |
| | 250 | 30.463001 | 3.097445 | 9.599560 | 265.92 | 0.180814 |
| $M_1 = 0.1075000034, M_2 = 0.0109934712, M_3 = 0.0340751188$ | | | | | | |

Tablo 4.62: SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 2$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|---|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.24 | 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.898862 | 2.785175 | 48.96 | 0.139204 |
| | 100 | 14.338000 | 1.448567 | 4.489085 | 102.72 | 0.158343 |
| | 150 | 19.713000 | 1.998234 | 6.192765 | 156.96 | 0.169820 |
| | 200 | 25.088000 | 2.547887 | 7.896359 | 211.20 | 0.176417 |
| | 250 | 30.463001 | 3.097534 | 9.599921 | 265.92 | 0.180779 |
| $M_1 = 0.1075000026, M_2 = 0.0109938311, M_3 = 0.0340765622$ | | | | | | |
| 0.12 | 0 | 3.594000 | 0.349678 | 1.082640 | -35.88 | 0.100000 |
| | 50 | 8.969000 | 0.899631 | 2.787539 | 48.96 | 0.139578 |
| | 100 | 14.344000 | 1.449568 | 4.492149 | 102.72 | 0.158975 |
| | 150 | 19.719000 | 1.999496 | 6.196622 | 156.96 | 0.170619 |
| | 200 | 25.094000 | 2.549422 | 7.901045 | 211.32 | 0.177598 |
| | 250 | 30.469000 | 3.099346 | 9.605447 | 265.80 | 0.181877 |
| $M_1 = 0.1074999984, M_2 = 0.0109986759, M_3 = 0.0340912288$ | | | | | | |
| 0.06 | 0 | 3.597000 | 0.349978 | 1.083570 | -35.94 | 0.100000 |
| | 50 | 8.972000 | 0.899974 | 2.788597 | 49.02 | 0.139682 |
| | 100 | 14.347000 | 1.449970 | 4.493386 | 102.72 | 0.159134 |
| | 150 | 19.722000 | 1.999966 | 6.198063 | 156.90 | 0.170828 |
| | 200 | 25.097000 | 2.549961 | 7.902697 | 211.32 | 0.177823 |
| | 250 | 30.472000 | 3.099956 | 9.607315 | 265.86 | 0.182124 |
| $M_1 = 0.1074999990, M_2 = 0.0109999146, M_3 = 0.03409498175$ | | | | | | |

Tablo 4.63: SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve k nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| k | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.1 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883864 | 2.738874 | 48.48 | 0.110181 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433716 | 4.443638 | 102.24 | 0.136498 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983455 | 6.147738 | 156.24 | 0.156775 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533134 | 7.851484 | 210.48 | 0.169291 |
| | 250 | 30.463000 | 3.082791 | 9.555103 | 264.96 | 0.176737 |
| $M_1 = 0.1074999996, M_2 = 0.0109955196, M_3 = 0.0340862930$ | | | | | | |
| 0.05 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883862 | 2.738867 | 48.48 | 0.110151 |
| | 100 | 14.338000 | 1.443708 | 4.443606 | 102.24 | 0.136472 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983435 | 6.147658 | 156.24 | 0.156734 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533099 | 7.851347 | 210.72 | 0.169335 |
| | 250 | 30.463000 | 3.082741 | 9.554904 | 264.96 | 0.176674 |
| $M_1 = 0.1074999996, M_2 = 0.0109953213, M_3 = 0.0340854967$ | | | | | | |
| 0.01 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883861 | 2.738864 | 48.48 | 0.110141 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433706 | 4.443595 | 102.24 | 0.136463 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983429 | 6.147633 | 156.48 | 0.156722 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533088 | 7.851303 | 210.72 | 0.169349 |
| | 250 | 30.463000 | 3.082725 | 9.554840 | 264.96 | 0.176651 |
| $M_1 = 0.1074999996, M_2 = 0.0109952575, M_3 = 0.0340852406$ | | | | | | |

Tablo 4.64: SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 5$, $k = 0.1$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| h | t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|--|-----|-----------|----------|----------|--------|----------|
| 0.24 | 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| | 50 | 8.963000 | 0.883864 | 2.738874 | 48.48 | 0.110181 |
| | 100 | 14.338000 | 1.433716 | 4.443638 | 102.24 | 0.136498 |
| | 150 | 19.713000 | 1.983455 | 6.147738 | 156.24 | 0.156775 |
| | 200 | 25.088000 | 2.533134 | 7.851484 | 210.48 | 0.169291 |
| | 250 | 30.463000 | 3.082791 | 9.555103 | 264.96 | 0.176737 |
| $M_1 = 0.1074999996$, $M_2 = 0.0109955196$, $M_3 = 0.0340862930$ | | | | | | |
| 0.12 | 0 | 3.594000 | 0.334511 | 1.035390 | -35.88 | 0.100000 |
| | 50 | 8.969000 | 0.884501 | 2.740848 | 48.48 | 0.110276 |
| | 100 | 14.344000 | 1.434469 | 4.445964 | 102.36 | 0.136887 |
| | 150 | 19.719000 | 1.984413 | 6.150686 | 156.36 | 0.157548 |
| | 200 | 25.094000 | 2.534345 | 7.855199 | 210.60 | 0.170351 |
| | 250 | 30.469000 | 3.084271 | 9.559636 | 264.96 | 0.177634 |
| $M_1 = 0.1074999993$, $M_2 = 0.0109990399$, $M_3 = 0.0340969839$ | | | | | | |
| 0.06 | 0 | 3.597000 | 0.334811 | 1.036320 | -35.94 | 0.100000 |
| | 50 | 8.972000 | 0.884810 | 2.741807 | 48.42 | 0.110305 |
| | 100 | 14.347000 | 1.434808 | 4.447012 | 102.30 | 0.136991 |
| | 150 | 19.722000 | 1.984805 | 6.151893 | 156.36 | 0.157703 |
| | 200 | 25.097000 | 2.534800 | 7.856603 | 210.60 | 0.170551 |
| | 250 | 30.472000 | 3.084796 | 9.561249 | 265.02 | 0.177931 |
| $M_1 = 0.1074999987$, $M_2 = 0.0109999390$, $M_3 = 0.0340997164$ | | | | | | |

Tablo 4.65: SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalganın konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|---------|------------|----------|----------|--------|--------------|
| 0 | 3.588000 | 0.349077 | 1.080780 | -35.76 | 0.100000 |
| 50 | 8.963000 | 0.898862 | 2.785175 | 48.96 | 0.139204 |
| 100 | 14.338000 | 1.448567 | 4.489085 | 102.72 | 0.158343 |
| 150 | 19.713000 | 1.998234 | 6.192765 | 156.96 | 0.169820 |
| 200 | 25.088000 | 2.547887 | 7.896359 | 211.20 | 0.176417 |
| 250 | 30.463001 | 3.097534 | 9.599921 | 265.92 | 0.180779 |
| 250[28] | 30.48699 | 3.10148 | 9.61202 | 265.92 | 0.1819803 |
| 250[31] | | | | 265.92 | 0.182 |
| 250[36] | 30.46299 | 3.09887 | 9.60482 | 265.68 | 0.18158 |
| 250[37] | 30.4869971 | 3.10123 | 9.61118 | 265.92 | 0.18177 |
| 250[42] | | | | 265.92 | 0.1820388184 |

Tablo 4.66: SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 2$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$).

| | M_1 | M_2 | M_3 |
|-------|--------------|--------------|--------------|
| SFY-4 | 0.1075000026 | 0.0109938311 | 0.0340765622 |
| [28] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034095 |
| [36] | 0.107500 | 0.010992 | 0.034096 |
| [37] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034092 |

Tablo 4.67: SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri, ilk dalgaının konumu ve yüksekliği ($-36 \leq x \leq 300$).

| t | I_1 | I_2 | I_3 | x | U |
|---------|------------|----------|----------|--------|--------------|
| 0 | 3.588000 | 0.333911 | 1.033530 | -35.76 | 0.100000 |
| 50 | 8.963000 | 0.883864 | 2.738874 | 48.48 | 0.110181 |
| 100 | 14.338000 | 1.433716 | 4.443638 | 102.24 | 0.136498 |
| 150 | 19.713000 | 1.983455 | 6.147738 | 156.24 | 0.156775 |
| 200 | 25.088000 | 2.533134 | 7.851484 | 210.48 | 0.169291 |
| 250 | 30.463000 | 3.082791 | 9.555103 | 264.96 | 0.176737 |
| 250[28] | 30.48704 | 3.08631 | 9.56594 | 264.96 | 0.1787177 |
| 250[31] | | | | 264.96 | 0.182 |
| 250[36] | 30.46305 | 3.08376 | 9.55868 | 264.96 | 0.17710 |
| 250[37] | 30.4869998 | 3.08613 | 9.56533 | 264.96 | 0.17767 |
| 250[42] | | | | 264.96 | 0.1779322071 |

Tablo 4.68: SFY-4 ile Problem 3'ün $d = 5$, $h = 0.24$ ve $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları ($-36 \leq x \leq 300$).

| | M_1 | M_2 | M_3 |
|-------|--------------|--------------|--------------|
| SFY-4 | 0.1074999996 | 0.0109955196 | 0.0340862930 |
| [28] | 0.1075 | 0.011 | 0.034099 |
| [36] | 0.107500 | 0.010992 | 0.034101 |
| [37] | 0.1075 | 0.010999 | 0.034097 |

verildi ve diğer araştırmacılar tarafından elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldı. Bunun yanısıra Tablo 4.68 de korunum sabitlerinin lineer değişim oranları, literatürdeki diğer çalışmalarla elde edilen değerleriyle karşılaştırıldı. Sonuç olarak SFY-4 ile elde edilen sonuçların literatürdeki farklı çalışmalarla elde edilen sonuçlarıyla uyum içerisinde olduğu görülür.

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada düzenli uzun dalga (RLW) denkleminin nümerik çözümleri araştırıldı. Denkleminde zamana ve konuma göre türevler yerine uygun sonlu fark yaklaşımları yazılırken UU_x nonlinear terimi yerinde 4 değişik sonlu fark yaklaşımı yazılarak lineer cebirsel denklem sistemleri elde edildi ve her bir sonlu fark şemasının kararlılık analizi incelendi. Elde edilen cebirsel denklem sistemleri direkt yöntemlerden biri yardımıyla çözüldü. Her bir problem için farklı zaman ve konum adım uzunlukları için elde edilen sonuçlar incelendi. Soliter dalgaların hareketini görsel olarak anlamlandırmak için dalga grafikleri SFY-1'in nümerik çözümleriyle birlikte verildi ve ayırt edilemeyecek kadar benzer olduğundan dolayı diğer yaklaşımlarda verilme ihtiyacı duyulmadı.

Tek soliter dalganın hareketi problemi için farklı h ve k değerleri için korunum sabitlerinin mutlak değişimleri ve hata normları oldukça küçük değerler almıştır. SFY-1 ve SFY-2 için k 'nın sabit tutulup h 'ın küçültülmesiyle, SFY-3 ve SFY-4 için ise h 'nın sabit tutulup k 'ın küçültülmesiyle hata normlarında önemli bir ölçüde azalma gözlemlendi. Ayrıca $c = 0.1$ genlikli bir dalga yerine, sınır şartlarını sağlayacağı daha geniş bir aralıkta ele alınan $c = 0.03$ genlikli bir dalga için daha düşük hata normları elde edildi.

İki soliter dalganın girişimi problemi için analitik çözüm olmadığından sadece korunum sabitlerinin değişimine bakıldı. Her bir yaklaşım için korunum sabitlerinin birbirine yakın değerler aldığı görüldü, üstelik bu değerlerin diğer araştırmacılar tarafından yapılan çalışmalar ile oldukça uyumlu olduğu söylenebilir.

Ardışık dalga oluşumu probleminde korunum sabitlerindeki lineer artış oranları, öncü dalganın genliği ve bu genliğin yerleşik olduğu konumu incelendi. Her bir yaklaşım için birbirine yakın değerler alan lineer artış oranları analitik değerleriyle uyum içerisinde olduğu gözlemlendi. Ayrıca $d = 2$ ve $d = 5$ eğimleri için öncü dalganın genliği ve bu genliğin yerleşik olduğu konumun zaman ilerledikçe birbirine yakın değerler almıştır.

Her bir model problem için elde edilen sonuçların var olan analitik çözümler ve daha önce başka araştırmacılar tarafından elde edilen sonuçlarla uyum içerisinde olduğu görüldü. Kullanılan yaklaşımlar arasından öncelikle SFY-3 ve onun ardından SFY-4 diğer yaklaşımlara göre daha iyi sonuçlar vermiştir. Bu çalışmanın sonucu olarak RLW denkleminde UU_x nonlineer terimi yerine kullanılan lineer sonlu fark yaklaşımlarının mühendislikte karşılan bu tip başka nonlineer denklemlerin de çözümünde kolaylıkla kullanılabilmesi söylenebilir.

KAYNAKLAR

- [1] A.T. Filippov, *The versatile Soliton*, Birkhäuser, New York, 2000, 11-13.
- [2] A.M. Wazwaz, *Partial Differential Equations and Solitary Waves Theory*, Springer, New York, 2009, 480-481.
- [3] D. Irk, *B-spline finite element solutions of the some partial differential equation systems*, Ph.D. Thesis, Eskişehir Osmangazi University Turkey, 2007.
- [4] J.S. Russel, *Report on Waves: 14th Meeting of the British Association for the Advancement of Science*, John Murray , London, (1844) 311-390.
- [5] D.J. Korteweg and G. de Vries, *On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and a new type of long stationary wave*, **Phil. Mag.**, 39 (1895) 422-443.
- [6] N.J. Zabusky and M.D. Kruskal, *Interaction of solitons in collisionless plasma and the recurrence of initial states*, **Phys. Rev. Lett.**, 15 (1965) 240-243.
- [7] D.H. Peregrine, *Calculations of the development of an undular bore*, **J. Fluid. Mech.**, 25 (1966) 321-330.
- [8] T.B. Benjamin, J.L. Bona and J.J. Mahony, *Model equations for long waves in nonlinear dispersive systems*, **Phil. Trans. Roy. Soc.**, A, 272 (1972) 47-78.
- [9] P.J. Morrison, J.D. Meiss and J.R. Carey, *Scattering of RLW Solitary waves*, **Physica D**, 11 (1984) 324-336.
- [10] A. V. Wouwer, Ph. Saucez and W. E. Schiesser, *Adaptive Method of Lines*, Chapman and Hall/CRC, USA, 2001, 70
- [11] S. Kutluay, *Sonlu fark yöntemleri*, Basılmamış Ders Notları.
- [12] G. D. Smith, *Numerical solution of partial differential equation: Finite difference methods*, Clarendon Press, Oxford, 1987, 6-9.
- [13] Y. Uçar, *Finite difference solutions of the one-dimensional Burger-like equations*, Master Thesis, İnönü University Turkey, 2005.

- [14] J.C. Eilbeck and G.R. McGuire, *Numerical study of RLW equation I: Numerical methods*, **Journal of Computational Physics.**, 19 (1975) 43-57.
- [15] J.C. Eilbeck and G.R. McGuire, *Numerical study of RLW equation II: Interaction of Solitary waves*, **Journal of Computational Physics.**, 23 (1977) 63-73.
- [16] C.J. Padam and L. Iskandar, *Numerical solutions of the Regularized long-wave equation*, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 20 (1979) 195-201.
- [17] M.E. Alexander and J.L. Morris, *Galerkin methods applied to some model equations for non-linear dispersive Waves*, **Journal of Computational Physics.**, 30 (1979) 428-451.
- [18] L.R.T. Gardner and G.A. Gardner, *Solitary wave of the regularized long wave equation*, **Journal of Computational Physics.**, 91 (1990) 441-459.
- [19] L.R.T. Gardner and İ.Dağ, *The boundary-forced Regularized long wave Equation*, **II Nuova Cimento**, 110 B, N. 12 (1995) 1487-1496.
- [20] L.R.T. Gardner, G.A. Gardner and İ.Dağ, *A B-spline finite element method for the Regularized long wave Equation*, **Commun. Numer. Methods Eng.**, 11 (1995) 59-68.
- [21] L.R.T. Gardner, G.A. Gardner and A. Doğan, *A least squares finite element scheme for the RLW equation*, **Commun. Numer., Methods Eng.**, 12 (1996) 795-804.
- [22] L.R.T. Gardner, G.A. Gardner, F.A. Ayoup, N.K. Amein, *Modelling an Undular Bore with B-splines*, **Comput. Methods in Appl. Mech. Engrg.**, 147 (1997) 147-152.
- [23] D. Bhardwaj and R. Shankar, *A computational method for Regularised Long Wave Equation*, **Comp. Math. Appl.**, 40 (2000) 1397-1404.
- [24] İ. Dağ, *Least squares quadratic B-spline finite element method for the Regularized long wave equation*, **Comp. Methods Appl. Mech. Eng.**, 182 (2000) 205-215.
- [25] İ. Dağ, M.N. Özer, *Approximation of the RLW equation by the least square cubic B-spline finite element method*, **Applied Mathematical Modelling**, 25 (2001) 221-231.

- [26] A. Doğan, *Numerical soliton of Regularized long wave equation using Petrov-Galerkin Method*, **Communications in Numerical Methods in Engineering**, 17 (2001) 485-494.
- [27] A. Doğan, *Numerical Solution of RLW Equation Using Linear Finite Elements within Galerkin's Method*, **Applied Mathematical Modelling**, 26 (7), (2002) 771-783.
- [28] B. Saka, *RLW ve K-S denklemlerinin B-spline kolokeyşin metodları ile çözümleri*, Ph. D. Thesis, Osmangazi University Turkey, 2002.
- [29] A. A. Soliman, K. R. Raslan, *Colloncation method using quadratic B-spline for the RLW equation*, **International Journal of Computer Mathematics** 78(3) (2001) 399-412.
- [30] İ. Dağ, A. Doğan and B.Saka, *B-spline collocation methods for numerical solutions of the RLW equation*, **International Journal of Computer Mathematics**, 80 (2003) 743-757.
- [31] İ. Dağ, B. Saka and D. Irk, *Application of cubic B-splines for numerical solution of the RLW equation*, **Applied Mathematics and Computation**, 159 (2003) 373-389.
- [32] İ. Dağ, B. Saka and D. Irk, *Galerkin method for the numerical solution of the RLW equation using quintic B-splines*, **Journal of Computational and Applied Mathematics**, 190 (2006) 532-547.
- [33] A. M. Soliman, M. H. Hussien, *Collocation solution for RLW equation with septic spline*, **Applied Mathematics and Computation**, 161(2) (2005) 623-636.
- [34] J.I. Ramos, *Explicit finite difference methods for the EW and RLW equation*, **Applied Mathematics and Computation**, 179 (2006) 622-638.
- [35] J.I. Ramos, *Solitary waves of the EW and RLW equations*, **Chaos, Solitons and Fractals** 34 (2007) 1498-1518.
- [36] S. Kutluay and A. Esen, *A finite difference solition of the regularized long-wave equation*, **Mathematical Problems in Engineering**, (2006) 1-14.
- [37] A. Esen, S. Kutluay, *Application of a lumped galerkin method to the regularized long wave equation*, **Applied Mathematics and Computation**, 174 (2006) 833-845.

- [38] Ş. Aydın, *Düzenli uzun dalganın (RLW) nümerik çözümü*, Master Thesis, Niğde University Turkey, 2007.
- [39] M. Rafei, D. D. Ganji, H. R. M. Daniali, H. Pashaei, *Application of homotopy perturbation method to the RLW and generalized modified Boussinesq equations*, **Physics Letters A**, 364 (2007) 1-6.
- [40] M. Inc and Y. Uğurlu, *Numerical simulation of the regularized long wave equation by He's homotopy perturbation method*, **Physics Letters A**, 369 (2007) 173-179.
- [41] B. Saka, İ. Dağ and D. Irk, *Quintic B-spline collocation method for numerical solution of the RLW equation*, **Anziam J.**, 49 (2008) 389-410.
- [42] S. Islam, S. Haq and A. Ali, *A meshfree method for the numerical soliton of the RLW equation*, **Journal of Computational and Applied Mathematics**, 223 (2009) 997-1012.
- [43] H. N. Hassan and H. K. Saleh, *The solution of the regularized long wave equation using the fourier leap-frog method*, **Z. Naturforsch**, 65a (2010) 268-276.
- [44] P. Keskin, *Solitary dalga çözümlerine sahip bazı KTD'lere sonlu farklar yöntemlerinin uygulanması*, Master Thesis, Eskişehir Osmangazi University Turkey, 2010.
- [45] J. Cai, *Some linearly and non-linearly implicit schemes for the numerical solutions of the regularized long-wave equation*, **Applied Mathematics and Computation** 217 (2011) 9948-9955.
- [46] L. P. Pozo, R. Meneses, C. Spa and O. Durán, *A meshless finite-point approximation for solving the RLW equation*, **Mathematical Problems in Engineering**, Volume 2012 (2012) 22.
- [47] L. Mei, Y. Chen, *Numerical solutions of RLW equation using Galerkin method with extrapolation techniques*, **Computer Physics Communications** 183 (2012) 1609-1616.
- [48] E. Yılmaz, *Solitary dalga çözümlerine sahip bazı KTD'lere sonlu elemanlar yöntemlerinin uygulanması*, Master Thesis, Eskişehir Osmangazi University Turkey, 2012.
- [49] J. Hozman and J. Lamač, *Analysis and application of the discontinuous Galerkin method to the RLW equation*, **Boundary Value Problems**, 2013 (2013):116

- [50] N. A. Al-Zahid, H. O. Bakodah and F. A. Hendi, *Numerical solutions of the regularized long-wave (RLW) equation using new modification of laplace-decomposition method*, **Advances in Pure Mathematics**, 3 (2013) 159-163.
- [51] Z. Fang and H. Li, *Numerical solution to regularized long wave equation based on mixed covolume method*, **Applied Mathematics and Mechanics**, 34(7) (2013) 907-920.
- [52] O. İduğ, *RLW ve KdV denklemlerinin Solitary dalga ve soliton çözümleri*, *Master Thesis*, Eskişehir Osmangazi University Turkey, 2013.
- [53] P. J. Olver, *Euler operators and conservation laws of the BBM equation*, **Mathematical Proceeding of Cambridge Philosophical Society**, 85 (1979) 143-159.
- [54] J. Caldwell and P. Smith, *Solution of Burger's equation with large Reynolds number*, **Applied Mathematical Modelling**, 6 (1982), 381-385.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Şeyma YALVAÇ
Doğum Yeri ve Yılı : Malatya, 1988
Medeni Hali : Evli
İletişim : seymakrbkmz@gmail.com

Eğitim

Lisans : Orta Doğu Teknik Üniversitesi,
Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü (2011)
Tezsiz Yüksek Lisans : Afyon Kocatepe Üniversitesi,
Pedagojik Formasyon (2014)
Tezli Yüksek Lisans : İnönü Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü,
Matematik Ana Bilim Dalı (2016)