

**T.C.**  
**İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**SİLİNDİRİK EKSENLİ HOMOJEN VE HETEROJEN**  
**PANELLERİN ISIL YÜK ALTINDA ELASTİK DAVRANIŞLARI**

**MEHMET HASKUL**

**DOKTORA TEZİ**  
**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**  
**ANABİLİM DALI**

**MALATYA**  
**HAZİRAN 2016**

**T.C.**  
**İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**SİLİNDİRİK EKSENLİ HOMOJEN VE HETEROJEN**  
**PANELLERİN ISIL YÜK ALTINDA ELASTİK DAVRANIŞLARI**

**MEHMET HASKUL**

**DOKTORA TEZİ**  
**MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**  
**ANABİLİM DALI**

**MALATYA**  
**HAZİRAN 2016**

**Tezin Başlığı:** Silindirik eksenli homojen ve heterojen panellerin ısı yük altında elastik davranışları

**Tezi Hazırlayan:** Mehmet HASKUL

**Sınav Tarihi:** 09 Haziran 2016

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

**Sınav Jürisi Üyeleri:**

**Prof. Dr. Murat Kısa** .....

Harran Üniversitesi

**Doç. Dr. Mete Onur Kaman** .....

Fırat Üniversitesi

**Doç. Dr. Mehmet Erdem** .....

İnönü Üniversitesi

**Yrd. Doç. Dr. Yaşar Ayaz** .....

İnönü Üniversitesi

**Tez Danışmanı:**

**Yrd. Doç. Dr. Eray Arslan** .....

İnönü Üniversitesi

**Prof. Dr. Alaattin ESEN**  
Enstitü Müdürü

## **ONUR SÖZÜ**

Doktora Tezi olarak sunduğum ‘‘Silindirik eksenli homojen ve heterojen panellerin ısı ılı yük altında elastik davranışları’’ başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Mehmet HASKUL

## ÖZET

Doktora Tezi

# SİLİNDİRİK EKSENLİ HOMOJEN VE HETEROJEN PANELLERİN ISIL YÜK ALTINDA ELASTİK DAVRANIŞLARI

Mehmet HASKUL

İnönü Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim dalı

111+xi

2016

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Eray ARSLAN

Bu çalışmada genelleştirilmiş şekil değiştirme durumu altında radyal yönde sıcaklık değişimine maruz kalan kalın cidarlı eğri eksenli homojen ve Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemedan (FDM) üretilmiş panellerin elastik gerilme davranışını tayin etmek için iki farklı analitik model geliştirilmiştir.

Radyal ısı yük, panelin dış ya da iç yüzeyinin ısıtılması ve panelde ısı kararlı rejiminin oluşturulması şeklinde belirlenmiştir. Panel açısız yönde iki ucundan rijit mesnetler tarafından sabitlenmiştir. Bu mesnetler açısız doğrultuda yer değiştirmeye izin vermekte fakat panelin orta yüzeyinin eğrilik yarıçapının sabit kalmasını sağlamaktadır. Panele radyal doğrultuda ısı yük (bu homojen bir ısı yük olsa dahi) mesnetlerin etkisiyle panelin her iki ucunda eğilme momenti oluşmasına sebep olmaktadır. Böylece panel hem ısı yük hem de mekanik yük altında çalışmaya zorlanmaktadır. Bunun yanı sıra, panelin eksenel yöndeki uçlarının serbest olduğu varsayılmaktadır.

FDM panel için Poisson oranı hariç bütün malzeme özelliklerinin radyal yönde bir güç yasasına bağlı olarak değiştiği varsayılmıştır. Derecelendirilmiş malzemeyi oluşturan malzemelerin özellikleri için karışım kuralları dikkate alınmıştır. Pozitif ve negatif sıcaklık dağılımında oluşan gerilmelerin analizi yapılmış ve derecelendirme parametresinin von Mises ve Tresca akma kriterlerine göre plastik akmanın üzerine etkileri incelenmiştir.

Sayısal sonuçlar homojen (saf çelik ya da alüminyum), çelik/alüminyum ve alüminyum/çelik FDM'ler için elde edilmiştir. Uygun derecelendirme parametresine bağlı olarak hem mesnetlerdeki moment etkisinin azalması hem de bazı durumlarda panelde dikkate değer bir ağırlığın düşmesi gibi sonuçlara ulaşılabilmektedir.

**ANAHTAR KELİMELEER:** Silindirik eğri eksenli panel, ısı yük, Tresca akma kriteri, von Mises akma kriteri, Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme

## **ABSTRACT**

**Ph.D. Thesis**

### **ELASTIC BEHAVIORS OF HOMOGENEOUS AND HETEROGENEOUS CYLINDRICALLY CURVED PANEL UNDER THERMAL LOAD**

**Mehmet HASKUL**

**Inonu University**

**Graduate School of Natural and Applied Sciences**

**Department of Mechanical Engineering**

**111+xi**

**2016**

**Supervisor: Asst. Prof. Dr. Eray ARSLAN**

In this study, an analytical model is developed to predict the elastic stress response of a thick walled cylindrically curved homogeneous and Functionally Graded Material (FGM) panels subjected to radial temperature gradient under the assumption of generalized plane strain.

The ends of the panels in the angular direction are guided by rigid supports which allow a displacement in circumferential direction but fix the curvature of the middle surface. As thermal load is applied to the panels, couples act on those ends, giving rise to pure bending conditions even in case of homogeneous heating (for FGM panel). Moreover, the free ends in the axial direction of the panel are taken into consideration.

Section of the FGM panel, the material is power-law functionally graded, and - based on the rule of mixtures - a coherent dependence of all the material properties (except for Poisson's ratio) on the radial coordinate is taken into account. The stresses occurring for both a positive and a negative temperature gradient are analyzed, and one finds that, depending on the grading parameter, the yield limit according to von Mises and Tresca may be reached either at the inner surface, the outer surface or at both surfaces simultaneously.

Numerical results are provided for a homogeneous (pure steel or pure aluminum), a steel/aluminum FGM, and an aluminum/steel FGM. It is shown that by appropriate grading not only a reduction of the couples acting at the supports but in some cases also a considerable reduction of the weight of the panel may be achieved.

**KEY WORDS:** Cylindrically curved panel, thermal load, Tresca yield criterion, von Mises yield criterion, Functionally Graded Material

## TEŐEKKÖRLER

Bu alıőmanın her aőamasında yardım, öneri, desteğini ve tecrübelerini esirgmeden beni yönlendiren danışman hocam Sayın Yrd. Do. Dr. Eray ARSLAN'a

Ayrıca her daim benden desteklerini esirgemeyen değerli AİLEM'e, özellikle oğlum Selçuk, kızım Nisa ve eőim Sevil'e

teőekkür ederim.

I also wish to express my deepest gratitude to Prof.Dr. Werner MACK (Vienna Universitiesity of Tecnology, Austria) for his guidance, advice, criticism and help throughout this study.

# İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖZET .....	i
ABSTRACT .....	ii
TEŞEKKÜRLER .....	iii
İÇİNDEKİLER .....	iv
ŞEKİLLER LİSTESİ .....	v
ÇİZELGELER LİSTESİ .....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR .....	x
1. GİRİŞ .....	1
2. KAYNAK ÖZETLERİ .....	3
3. MATERYAL ve YÖNTEM .....	9
3.1. Materyal .....	9
3.2. Yöntem .....	10
3.3. Temel Denklemler .....	12
3.4. Homojen Panel için Analitik Model .....	13
3.4.1. Homojen Panel İçin Genel Denklemler .....	13
3.4.2. Homojen Panel İçin Sıcaklık Alanı .....	17
3.4.3. Homojen Panel için Akma Başlangıcı .....	19
3.5. FDM Panel için Analitik Model .....	20
3.5.1. FDM Panel için Genel Denklemler .....	20
3.5.2. FDM Panel için Sıcaklık Alanı .....	26
3.5.3. FDM Panel için Akma Başlangıcı .....	28
4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA .....	29
4.1. Homojen Panel için Sayısal Sonuçlar .....	29
4.2. FDM Panel için Sayısal Sonuçlar .....	52
4.2.1. Çelik /alüminyum fonksiyonel derecelendirilmiş panele ait sayısal sonuçlar .....	61
4.2.2. Alüminyum/çelik fonksiyonel derecelendirilmiş panele ait sayısal sonuçlar .....	83
5. SONUÇLAR .....	103
KAYNAKLAR.....	108
ÖZGEÇMİŞ.....	111



## ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 1.1. Farklı yapıdaki malzemelerin karşılaştırılması .....	1
Şekil 3.1. Kullanılan koordinat sistemi ve kalın duvarlı eğri eksenli panel geometrisi .....	10
Şekil 3.2. a) 1. Durum b) 2. Durum c) 3. Durum d) 4. Durum ve e) 5. Durum'da oluşan sıcaklık için ısı şartlar.....	18
Şekil 4.1. Homojen panel için elastik limitte ısı şartlar .....	31
Şekil 4.2. Pozitif sıcaklık dağılımı için elastik limitte sıcaklık farkının iç yüzey sıcaklığı ile değişimi .....	33
Şekil 4.3. Negatif sıcaklık dağılımı için elastik limitte sıcaklık farkının iç yüzey sıcaklığı ile değişimi .....	34
Şekil 4.4. Homojen ısı yük altında ( $\Delta\bar{T} = 0$ ) 1. duruma ait gerilme dağılımları a) $\bar{T}_a = 1.170, \Delta\bar{T} = 0$ b) $\bar{T}_a = 2.340, \Delta\bar{T} = 0$ c) $\bar{T}_a = 2.666, \Delta\bar{T} = 0$ E noktası d) $\bar{T}_a = 2.812, \Delta\bar{T} = 0$ E' noktası .....	36
Şekil 4.5. Pozitif ısı yük altında 2. duruma ait gerilme dağılımları a) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 0.468$ b) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 0.936$ c) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.212$ A noktası d) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.246$ A' noktası ..	38
Şekil 4.6. Pozitif ısı yük altında 3. duruma ait gerilme dağılımları a) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 0.936$ b) $\bar{T}_a = 0.468, \Delta\bar{T} = 0.936$ c) $\bar{T}_a = 1.453, \Delta\bar{T} = 0.936$ d) $\bar{T}_a = 1.882, \Delta\bar{T} = 0.936$ .....	40
Şekil 4.6. (devamı) Pozitif ısı yük altında 3. duruma ait gerilme dağılımları e) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 0.689$ f) $\bar{T}_a = 1.380, \Delta\bar{T} = 0.689$ g) $\bar{T}_a = 2.069, \Delta\bar{T} = 0.689$ h) $\bar{T}_a = 2.750, \Delta\bar{T} = 0.689, B$ noktası .....	41
Şekil 4.6. (devamı) Pozitif ısı yük altında 3. duruma ait gerilme dağılımları i) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 0.342$ i) $\bar{T}_a = 1.0, \Delta\bar{T} = 0.342$ j) $\bar{T}_a = 2.0, \Delta\bar{T} = 0.342$ k) $\bar{T}_a = 3.037, \Delta\bar{T} = 0.342, C$ noktası .....	42
Şekil 4.6. (devamı) Pozitif ısı yük altında 3. duruma ait gerilme dağılımları l) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 0.323$ m) $\bar{T}_a = 1.20, \Delta\bar{T} = 0.323$ n) $\bar{T}_a = 2.40, \Delta\bar{T} = 0.323$ o) $\bar{T}_a = 3.144, \Delta\bar{T} = 0.323, C'$ noktası .....	43
Şekil 4.6. (devamı) Pozitif ısı yük altında 3. duruma ait gerilme dağılımları p) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 0.212$ r) $\bar{T}_a = 1.60, \Delta\bar{T} = 0.212$ s) $\bar{T}_a = 2.40, \Delta\bar{T} = 0.212$ t) $\bar{T}_a = 3.061, \Delta\bar{T} = 0.212, D$ noktası .....	44
Şekil 4.7. Negatif ısı yük altında 4. duruma ait gerilme dağılımı a) $\bar{T}_a = 0.350, \Delta\bar{T} = -0.350$ b) $\bar{T}_a = 0.700, \Delta\bar{T} = -0.700$ c) $\bar{T}_a = 0.932, \Delta\bar{T} = -0.932, F$ noktası d) $\bar{T}_a = 0.959, \Delta\bar{T} = -0.959$ F' noktası .....	46

Şekil 4.8. Negatif ısı yük altında 5. duruma ait gerilme dağılımları	
a) $\bar{T}_a = 1.60, \Delta\bar{T} = -0.100$ b) $\bar{T}_a = 1.80, \Delta\bar{T} = -0.300$ c) $\bar{T}_a = 1.907, \Delta\bar{T} = -0.407$	
d) $\bar{T}_a = 1.980, \Delta\bar{T} = -0.480$ .....	47
Şekil 4.9. Genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme durumunda elastik durum ve düzlem şekil değiştirme durumunda kısmen plastik için gerilme dağılımlarının karşılaştırılması ...	48
Şekil 4.10. Pozitif ısı yük altında mesnetlerde oluşan eğilme momentleri .....	49
Şekil 4.11. Negatif ısı yük altında mesnetlerde oluşan eğilme momentleri .....	50
Şekil 4.12. a) Pozitif ve b) Negatif ısı yük altında farklı yarıçap oranlarına sahip paneller için elastik limite ait sıcaklık farkının iç ve dış yüzey sıcaklığına göre değişimi .....	51
Şekil 4.13. Homojen panel ve $m = 10^{-7}$ FDM panelde oluşan gerilme ve yer değiştirmelerin karşılaştırılması a) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.212$ b) $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.246$ c) $\bar{T}_a = 2.750, \Delta\bar{T} = 0.689$ d) $\bar{T}_a = 3.06, \Delta\bar{T} = 0.212$ .....	53
Şekil 4.13. (devamı) Homojen panel ve $m = 10^{-7}$ FDM panelde oluşan gerilme ve yer değiştirmelerin karşılaştırılması e) $\bar{T}_a = 2.666, \Delta\bar{T} = 0$ f) $\bar{T}_a = 2.812, \Delta\bar{T} = 0$ g) $\bar{T}_a = 0.932, \Delta\bar{T} = -0.932$ h) $\bar{T}_a = 0.959, \Delta\bar{T} = -0.959$ .....	54
Şekil 4.14. a) Çelik-Alüminyum b) Alüminyum-Çelik FDM panel için hacim oranlarının farklı $m$ değerleri ile değişimi .....	55
Şekil 4.15. Çelik-Alüminyum a) Elastisite modülü dağılımı b) Isıl genleşme katsayısı dağılımı c) Isıl iletim katsayısı dağılımı d) tek eksenli akma gerilmesi dağılımı .....	56
Şekil 4.16. Alüminyum-çelik FDM panelde a) Elastisite modülü dağılımı b) Isı iletim katsayısı dağılımı c) Isıl genleşme katsayısı dağılımı d) Tek eksenli akma gerilmesi dağılımı	57
Şekil 4.17. Farklı dereceleme parametresi $m$ değerleri için a) Çelik/alüminyum b) Alüminyum/çelik pozitif sıcaklık dağılımı c) Çelik/alüminyum d) Alüminyum/çelik negatif sıcaklık dağılımı .....	58
Şekil 4.18. Farklı $m$ dereceleme parametresi için a) Pozitif sıcaklık dağılımı b) Negatif sıcaklık dağılımı .....	59
Şekil 4.19. Çelik-alüminyum FDM panelin ağırlık değişimi .....	60
Şekil 4.20. $m = -1.60$ için FDM paneldeki pozitif ısı yük altındaki elastik sınırlar .....	61
Şekil 4.21. $m = -1.60$ için FDM paneldeki negatif ısı yük altındaki elastik sınırlar .....	62
Şekil 4.22. $m = -1.60$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca' ya göre A noktası b) von Mises' e göre A' noktası c) Tresca' ya göre B noktası d) von Mises' e göre B' noktası noktası .....	64
Şekil 4.22. (devamı) $m = -1.60$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca' ya göre D noktası f) Von Mises' e göre D' noktası g) Tresca ve von Mises aynı anda akma C noktası h) Tresca ve von Mises aynı anda akma .....	65
Şekil 4.22. (devamı) $m = -1.60$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları i) Tresca' ya göre F noktası j) Von Mises' e göre F' noktası j) Tresca' ya göre G noktası k) Von Mises' e göre G' noktası .....	66

Şekil 4.23. $m = -2.40$ için FDM paneldeki pozitif ısıl yük altındaki elastik sınırlar .....	67
Şekil 4.24. $m = -2.40$ için FDM paneldeki negatif ısıl yük altındaki elastik sınırlar .....	68
Şekil 4.25. $m = -2.40$ kritik noktalar ait gerilme dağılımları a) Tresca' ya göre $A$ noktası b) von Mises'e göre $A'$ noktası c) Tresca' ya göre $B$ noktası d) von Mises' e göre $B'$ noktası .	70
Şekil 4.25. (devam) $m = -2.40$ kritik noktalar ait gerilme dağılımları e) Tresca ve von Mises aynı anda akma $C$ noktası f) Tresca ve von Mises aynı anda akma $D'$ noktası g) Von Mises'e göre $E$ noktası h) Von Mises'e göre $F$ noktası .....	71
Şekil 4.25. (devamı) $m = -2.40$ kritik noktalar ait gerilme dağılımları ı)Tresca' ya göre $G$ noktası i) Von Mises'e göre $G'$ noktası .....	72
Şekil 4.26. $m = -3.20$ için FDM paneldeki pozitif ısıl yük altındaki elastik sınırlar .....	73
Şekil 4.27. $m = -3.20$ için FDM paneldeki negatif ısıl yük altındaki elastik sınırlar .....	74
Şekil 4.28. $m = -3.20$ kritik noktalar ait gerilme dağılımları a) Tresca' ya göre $A$ noktası b) Von Mises'e göre $A'$ noktası c) Tresca' ya göre $B$ noktası d) Von Mises' e göre $B'$ noktası	76
Şekil 4.28. (devamı) $m = -3.20$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca ve Von Mises aynı anda akma $C$ noktası f) Tresca ve Von Mises aynı anda akma $D$ noktası g) Tresca' ya göre $E$ noktası h) Von Mises'e göre $E'$ noktası .....	77
Şekil 4.29. $m = m_{ext} = -4.705$ için FDM paneldeki pozitif ısıl yük altındaki elastik sınırlar ...	78
Şekil 4.30. $m = m_{ext} = -4.705$ için FDM paneldeki negatif ısıl yük altındaki elastik sınırlar ...	79
Şekil 4.31. $m = m_{ext} = -4.705$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca' ya göre $A$ noktası b) Von Mises' e göre $A'$ noktası c) Tresca' ya göre $B$ noktası d) Von Mises' e göre $B'$ noktası .....	81
Şekil 4.31. (devamı) $m = m_{ext} = -4.705$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca ve Von Mises aynı anda akma $C$ noktası f) Tresca ve Von Mises aynı anda akma $D$ noktası g) Tresca' ya göre $E$ noktası h) Von Mises' e göre $E'$ noktası .....	82
Şekil 4.32. $m = 1.60$ için FDM paneldeki pozitif ısıl yük altındaki elastik sınırlar .....	83
Şekil 4.33. $m = 1.60$ için FDM paneldeki negatif ısıl yük altındaki elastik sınırlar .....	84
Şekil 4.34. $m = 1.60$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca'ya göre $A$ noktası b) von Mises'e göre $A'$ noktası c) Tresca ve von Mises aynı anda akma $B$ noktası d) Tresca ve von Mises aynı anda akma $C$ noktası .....	86
Şekil 4.34. (devamı) $m = 1.60$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca' ya göre $D$ noktası f) von Mises'e göre $D'$ noktası g) Tresca' ya göre $E$ noktası h) von Mises' e göre $E'$ noktası .....	87
Şekil 4.35. $m = 2.40$ için FDM paneldeki pozitif ısıl yük altındaki elastik sınırlar .....	88
Şekil 4.36. $m = 2.40$ için FDM paneldeki negatif ısıl yük altındaki elastik sınırlar .....	89
Şekil 4.37. $m = 2.40$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca'ya göre $A$ noktası b) Von Mises'e göre $A'$ noktası c) Tresca ve Von Mises aynı anda akma $B$ noktası d) Tresca ve Von Mises aynı anda akma $C$ noktası .....	91
Şekil 4.37. (devamı) $m = 2.40$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca'ya göre $D$ noktası f) Von Mises'e göre $D'$ noktası g) Tresca' ya göre $E$ noktası h) Von Mises'e göre $E'$ noktası .....	92
Şekil 4.38. $m = 3.20$ için FDM paneldeki pozitif ısıl yük altındaki elastik sınırlar .....	93

Şekil 4.39. $m = 3.20$ için FDM paneldeki negatif ısı yük altındaki elastik sınırlar .....	94
Şekil 4.40. $m = 3.20$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca'ya göre $A$ noktası b) Von Mises'e göre $A'$ noktası c) Tresca ve Von Mises aynı anda akma $B$ noktası d) Tresca ve Von Mises aynı anda akma $C$ noktası .....	96
Şekil 4.40. (devamı) $m = 3.20$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca'ya göre $D$ noktası f) von Mises'e göre $D'$ noktası g) Tresca' ya göre $E$ noktası h) von Mises'e göre $E'$ noktası .....	97
Şekil 4.41. $m = m_{ext} = 4.705$ için FDM paneldeki pozitif ısı yük altındaki elastik sınırlar .....	98
Şekil 4.42. $m = m_{ext} = 4.705$ için FDM paneldeki pozitif ısı yük altındaki elastik sınırlar .....	99
Şekil 4.43. $m = m_{ext} = 4.705$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca'ya göre $A$ noktası b) von Mises'e göre $A'$ noktası c) Tresca ve von Mises aynı anda akma $B$ noktası d) Tresca ve von Mises aynı anda akma $C$ noktası .....	101
Şekil 4.43. (devamı) $m = m_{ext} = 4.705$ kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca' ya göre $D$ noktası f) von Mises'e göre $D'$ noktası g) Tresca' ya göre $E$ noktası h) von Mises'e göre $E'$ noktası .....	102

## ÇİZELGELER LİSTESİ

	Sayfa No
Çizelge 4.1. Şekil 4.1'de işaretlenen kritik noktalara ait akma ve gerilme durumları .....	32
Çizelge 4.2. Homojen panele ait kritik noktalarda oluşan boyutsuz eğilme moment değerleri ..	35
Çizelge 4.3. $m=-1.60$ FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri ...	63
Çizelge 4.4. $m=-2.40$ FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri...	69
Çizelge 4.5. $m= -3.20$ FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri	75
Çizelge 4.6. $m=m_{ext}= -4.705$ FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri .....	80
Çizelge 4.7. $m=1.60$ FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri ...	85
Çizelge 4.8. $m= 2.40$ FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri ...	90
Çizelge 4.9. $m= 3.20$ FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri...	95
Çizelge 4.10. $m=m_{ext}=4.705$ FDM panele ait kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri.....	100

## SİMGELER VE KISALTMALAR

$a$	Panelin iç yarıçapı
$b$	Panelin dış yarıçapı
$C_i$	İntegral sabitleri
$E$	Elastisite modülü
$f$	$\theta$ 'ya bağlı bir fonksiyon
$L_i$	Yardımcı ifadeler
$M$	Eğilme momenti
$r$	Radyal koordinat
$r_0$	Orta yüzey radyal koordinatı
$T$	Anlık ile referans sıcaklık arasındaki fark
$T_a$	İç yüzey sıcaklığı
$T_b$	Dış yüzey sıcaklığı
$u$	Radyal yönde yer değiştirme
$v$	Açısal yönde yer değiştirme
FDM	Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme
$\alpha$	Isıl genleşme katsayısı
$\beta$	Isıl yumuşama parametresi
$k$	Isı iletim katsayısı
$\rho$	Yoğunluk
$V_i$	Hacim
$\gamma_{\theta}$	Kayma Şekil değiştirmesi
$\Delta T$	Sıcaklık farkı ( $T_b - T_a$ )
$\varepsilon_r, \varepsilon_{\theta}, \varepsilon_z$	Normal şekil değiştirme bileşenleri
$\nu$	Poisson oranı
$\sigma_{eM}$	Eş değer von Mises gerilmesi
$\sigma_{eT}$	Eş değer Tresca gerilmesi
$\sigma_r, \sigma_{\theta}, \sigma_z$	Normal gerilme bileşenleri
$\sigma_{th}$	$T$ sıcaklığındaki akma gerilmesi
$\sigma_0$	Referans sıcaklıktaki akma sınırı
$\tau_{r\theta}$	Kayma gerilmesi
$\varepsilon_0$	Eksenel yöndeki normal şekil değiştirme bileşeni (sabit)

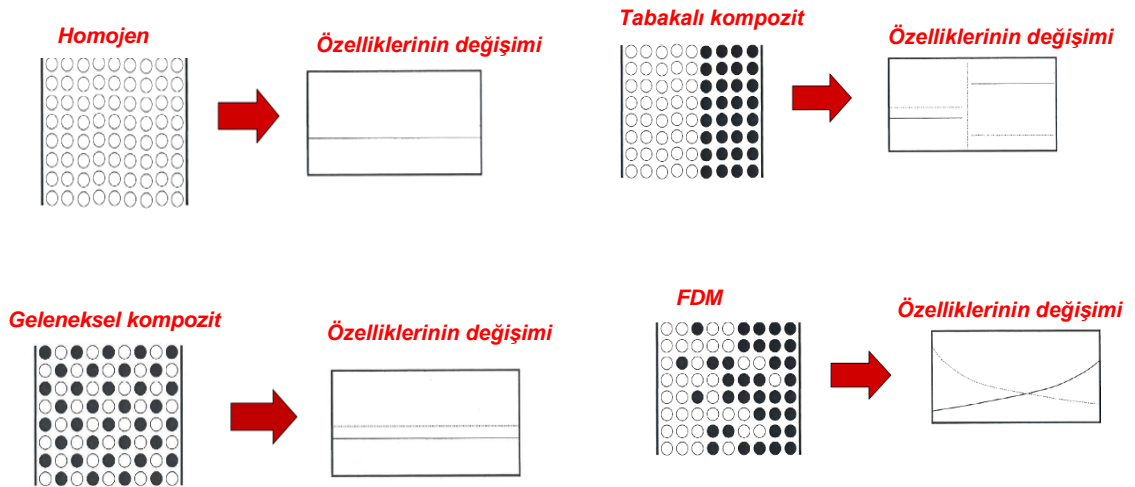
*Canım Annem'e*

## 1. GİRİŞ

Mühendislikte eğri eksenli kirişler ve paneller pek çok uygulama alanına sahiptir. Genellikle uçaklar, uzay araçları, gemiler, yapı malzemeleri, soğutma kuleleri, baraj kapakları ve basınçlı kaplar gibi makine ve yapılarda kullanılırlar. Bu uygulamalarda eğri eksenli kiriş ve paneller ısı yük ve mekanik yüke maruz kalabilirler. Geniş kullanım alanlarından dolayı eğri eksenli panel araştırmaları pek çok araştırmacının ilgisini çekmiştir.

Bu çalışmada; eğri eksenli homojen paneller ve eğri eksenli heterojen (Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme) panellerin ısı yük altında elastik davranışları incelenmiştir. Bu kapsamda temel analitik denklemler elde edilmiş ve sayısal sonuçlar sunulmuştur.

*Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM)* yapı içerisinde mekanik özellikleri sürekli ve düzgün değişen kompozit malzemelerdir. İki veya daha fazla bileşenden oluşan bu ileri malzemelerde, tabakalı yapılardan farklı olarak malzemenin mekanik özellikleri belirli bir doğrultuda ya da düzlemde belirli bir sürekli fonksiyona bağlı olarak değişmektedir. FDM'ler, homojen ya da katmanlı malzemeler ile karşılaştırıldığında, ağırlık, mekanik ve ısı dayanım, yalıtım ya da iletim, korozyon, tokluk özellikleri açısından üstünlük gösterebilmektedir [1]. Şekil 1.1'de homojen malzeme, tabakalı kompozit malzeme, geleneksel kompozit malzeme ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerdeki değişimini göstermektedir.



Şekil 1.1. Farklı yapıdaki malzemelerin karşılaştırılması [1]



Elastisite modülü, poisson oranı, kayma modülü ve malzeme yoğunluğu gibi mekanik özellikler FDM'lerde tercih edilen yönde sürekli ve düzgün bir şekilde değişir. FDM'ler levhalar, parçacıklar, lifler ve iğnecik yapıların oluşumunda mühendislik malzemelerin birleşmesiyle gelişmiştir. Yapısal performansı artırmak için FDM'ler yapıların belirli fonksiyonel özelliklerini optimize etmek için mikroskobik ölçülerde malzeme mimarisine uygun hale getirilmesiyle geliştirilmektedir [2].

Seramik ve metal bileşenlerden oluşan FDM'ler ısı bariyer sistemlerin özelliklerini geliştirmek için iyi bir örnektir. Çünkü geleneksel ve çok tabakalı kompozit yapılarda sıklıkla gözlenen çatlak veya ayrılma gibi problemlerin önüne geçilerek bileşenlerin özellikleri arasında düzgün geçiş sağlamıştır. Uzaysal olarak iki veya daha fazla malzemenin farklı hacimsel oranlarındaki değişimle FDM'ler istenilen doğrultuda uygun şekilde derecelendirilebilir.

Bu çalışmada FDM panelin mekanik özellikleri (elastisite modülü, yoğunluğu, ısı genleşme katsayısı, ısı iletim katsayısı, akma gerilmesi) radyal doğrultuda üstel bir fonksiyona bağlı olarak değişmektedir. Öncelikle, homojen ve FDM panellerin mekanik davranışları incelenmiş ve elde edilen sonuçlar detaylı olarak verilmiştir. Daha sonra, materyal ve yöntem bölümünde, problemin tanımı yapılmış, temel kavramlar tanıtılmış, temel kabüller tanımlanmış, homojen ve FDM paneller için gerilme, yer değiştirme ve sıcaklık alanı için denklemler türetilmiş ve panelin ısı ve mekanik yük altındaki elastik davranışlarının analizi gerçekleştirilmiştir. Araştırma bulguları ve tartışma bölümünde ise homojen ve FDM panellere ait sıcaklık ve gerilme dağılımları ile ilgili sayısal sonuçlar sunulmuş ve literatürdeki diğer çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

## 2. KAYNAK ÖZETLERİ

Silindirik eğri eksenli homojen ve FDM paneller veya kirişler ile ilgili literatürde çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Timoshenko ve Goodier, düzlem gerilme durumunda basit eğilme altında eğri eksenli kirişlerin deformasyon davranışlarını araştırmıştır [3].

Eraslan ve Arslan, düzlem gerilme durumunda basit eğilme altında eğri eksenli homojen kirişin elastik-plastik durumunu analiz etmek için matematiksel bir yöntem geliştirmiştir [4].

Dryden, düzlem gerilme durumunda, basit eğilmeye maruz kalmış eğri eksenli fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan üretilmiş silindirik eğri eksenli kirişte gerilme dağılımını incelemiştir [5]. Çalışmada elastisite modülünün radyal doğrultudaki değişimi üstel kanuna bağlı olarak modellenmiştir.

Arslan ve Eraslan, basit eğilmeye maruz homojen olmayan eğri eksenli çubukların elastik ve plastik davranışlarını analiz etmek için analitik ve sayısal yöntemler geliştirmiştir [6]. Analitik modelde elastisite modülü, sayısal modelde ise; elastisite modülünün ve çubuk malzemesinin pekleşme parametresinin radyal yönde üstel fonksiyona bağlı olarak değiştiği varsayılmıştır.

Arslan ve Sülü, basit eğilmeye maruz iki farklı tabakadan oluşan eğri eksenli çubuğun, elastik ve plastik davranışlarını incelemiştir [7]. Çalışmada çubuğun düzlem gerilme durumunda olduğu varsayılmıştır.

Eraslan ve Arslan, eğri eksenli çubuğun elastik-plastik davranışlarına düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme için analitik çözümler sunmuşlardır [8]. Eğri eksenli kiriş, dar ve dikdörtgen kesite sahiptir ve kiriş basit eğilme yükü altında çalışmaktadır.

Dadras, pekleşen eğri eksenli kirişin basit eğilme ve düzlem şekil değiştirme durumunda elastik-plastik davranışını incelemiştir [9]. Çalışmada genel pekleşme parametresi için doğrusal olmayan denklemler analitik olarak çözülmekle birlikte sadece lineer pekleşme durumu incelenmiştir.

Shaffer ve House, sert sıkıştırılmaz plastik malzemeden yapılmış basit eğilmeye maruz eğri eksenli çubuktaki açıl ve radyal yönde gerilme dağılımlarını elde etmek için analitik model geliştirmiştir [10]. Çalışmada elastik gerilme dağılımları Airy gerilme fonksiyonu kullanılarak elde edilmiş, plastik gerilme dağılımları düzlem gerilme durumunda Tresca akma kriteri ile elde edilmiştir.

Shaffer ve House, bir diğer çalışmada sert sıkıştırılmaz plastik malzemeden yapılmış basit eğilmeye maruz kalan eğri eksenli geniş çubuktaki şekil değiştirme ve yer değiştirmeler için denklemler türetmiştir [11].

Arslan ve Eraslan, eğri eksenli çubukta doğrusal olmayan pekleşme davranışlarını tarif eden elastik-plastik durum için bir analitik çözüm geliştirmiştir [12]. Çalışmada dar dikdörtgen kesite sahip ve basit eğilmeye maruz kalan bir çubuk eleman ele alınmıştır. Analitik çözüm Tresca akma kriteri ve onunla ilişkili akma kuralı ve Swift-type doğrusal olmayan pekleşme kanununa bağlı olarak düşünülmüştür.

Boley ve Barrekette, radyal yönde değişen ısı yük altında sabit kesit alanı ve sabit mekanik özelliklere sahip eğri eksenli kirişler için termo-elastik gerilmeleri incelemiştir [13].

Mohammadi ve Dryden, elastisite modülü radyal yönde değişen eğri eksenli FDM kiriş için termo elastik gerilmeleri incelemiştir [14]. Çalışmada, sadece ısı yük altındaki yapının elastisite modülünün radyal doğrultuda değiştiği kabul edilmiş ve genel bir çözüm elde edilmiştir.

Librescu vd. eğri eksenli paneller ve kabukların doğrusal olmayan davranışlarının analitik modellerini mekanik yükler, ısı yükler ve yanal basınçlara maruz kalan yapılar için geliştirmiştir [15]. Mekanik yükler; tek eksenli basma yükleri ve tek eksenli basma ve enine çekme bileşenleri veya panelin burkulma sonrası tepki aralığında monoton olarak arttırılmasıyla oluşan basma yüklerini içermektedir.

Duc ve Tung, uniform yanal basınç ve sıcaklık etkisi altında silindirik FDM'lerin doğrusal olmayan tepkilerini araştırmak için analitik bir yaklaşım ortaya

koymuşlardır [16]. Malzeme özellikleri sıcaklıktan bağımsızdır. Bileşimindeki hacim oranı dağılımı, üstel kanuna uygun bir fonksiyon ile tanımlanarak kalınlık yönünde derecelendirilmiş şeklinde incelenmiştir. Silindirik panel için denge ve uygunluk denklemleri klasik kabuk teorisi kullanılarak elde edilmiştir.

Kiani vd. mekanik ve ısı yük altında çalışan, fonksiyonel derecelendirilmiş iki tabakalı dikdörtgen kesitli eğri eksenli panellerin analizini yapmıştır [17]. Kabuğun ısı mekanik özellikleri, panelin tamamında sabit olan Poisson oranı hariç, kalınlık yönünde üstel kanuna bağlı olarak değişmektedir.

Arslan vd. düzlem şekil değiştirme durumu için radyal yönde sıcaklığa maruz eğri eksenli homojen panelde elastik davranışı incelemiştir [18]. Eğri eksenli panelin iç veya dış yüzeyinin ısıtılması sonucu oluşan gerilmeler için elastik deformasyon analizi yapılmıştır.

Arslan ve Mack düzlem şekil değiştirme durumunda radyal yönde sıcaklığa maruz eğri eksenli homojen paneli ele almıştır [19]. Eğri eksenli panelin iç veya dış yüzeyinin ısıtılması sonucu oluşan gerilmelerin Tresca akma kriterine göre elastik-plastik analizi yapılmıştır.

Carslaw ve Jaeger silindirik katı yapılardaki ısı iletim denklemlerini türetilmiş çözümleridir [20].

Kieback vd. FDM'lerin üretim teknikleri alanındaki gelişmeleri sunmuştur [21]. Metal toz ergiyiklerin üretim teknikleri incelemiştir.

Shin vd. üç boyutlu heterojen malzemelerin üretimine olanak sağlayan ve yeni bir teknoloji olarak ortaya çıkan "tabakalı üretim" olarak bilinen serbest katı üretim yöntemini araştırmışlardır [22]. Heterojen malzemeler için bu yöntemin bütün kapasitesini kullanarak tasarım ve üretim için yeni bir yöntem geliştirmişlerdir.

Birman ve Byrd, FDM'ler ile ilgili 2000 yılından itibaren yapılan çalışmalar üzerine genel bir araştırma yapmıştır [23]. Çalışmada FDM'lerin çeşitli uygulamaları ve geliştirilen teorileri ile ilgili olarak yapılan araştırmalar sunulmuştur. Bu araştırmalar; ısı transferini, gerilmeleri, statik ve dinamik analizleri, test

yöntemlerini, üretimlerini ve tasarımlarını, uygulamalarını, homojenizasyonlarını içermektedir.

Nie vd. sabit düzlem kayma gerilmesi yada sabit açısız gerilmede kalınlık boyunca fonksiyonel dereceli doğrusal elastik içi boş silindir ve küreler için uygun bir teknik sunmuşlardır [24]. Çalışmada hacim dağılımının yarıçapın bir fonksiyonu olduğu varsayılmıştır ve malzeme özellikleri, karışım kuralı veya diğer homojenizasyon yöntemlerine uygulanabilen analiz yöntemi olarak bilinen Mori-Tanaka Taslağı kullanılarak elde edilmiştir.

Sobczak ve Drenchev, FDM'ler için temel üretim tekniklerini sistematize etmiştir [25]. Çalışmada sadece metalden oluşan FDM'lerin üretim teknikleri anlatılmaktadır.

Thai ve Kim, fonksiyonel dereceli plak ve kabuk modellenmesi ve analizi için kullanılan çeşitli teknik ve teorileri kapsamlı bir şekilde ele almıştır [26]. Mekanik ve ısıl yükler altında, fonksiyonel dereceli plak ve kabukların genel davranışlarını incelemek için geliştirilen teorik modeller üzerinde durulmuştur. Araştırma, özellikle klasik plak teorisi, birinci dereceden kayma deformasyon teorisi, üst düzey kayma deformasyon teorileri ve yaygın karışım teorilerine odaklanmıştır.

Arslan ve Haskul, genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme durumunda radyal yönde ısıl yüke maruz kalan, kalın cidarlı silindirik eğri eksenli homojen panellerin elastik gerilme davranışlarını araştırmak için analitik yöntem geliştirmişlerdir [27]. Panelin açısız uçları mesnetlerle desteklendiği için panele ısıl yük uygulandığında mesnetlerden dolayı momentler ortaya çıkmış ve böylece panel basit eğilme durumunda kalmıştır. Elastik sınırlar Tresca ve von Mises akma kriterine göre incelenmiştir.

Parvazi vd. iç basınç ve ısıl yüke maruz kalan FDM'den üretilmiş kalın cidarlı silindirler için elastik-plastik analitik çözüm sunmuşlardır [28].

Sharma ve Yadav, sonlu farklar yöntemini kullanarak, von Mises akma kriteri ve genel doğrusal olmayan pekleşme kanunu ile tanımlanmış iç ve dış basınç altında dönen fonksiyonel derecelendirilmiş paslanmaz çelik kompozit silindir için ısıl

elastik-plastik gerilmeleri incelemişlerdir [29]. Çalışmada dönen silindirde elastisite modülü, üstel kanuna göre radyal doğrultuda değişmektedir.

Ghannad vd. tarafından birinci dereceden kayma deformasyon teorisi ve pertürbasyon teorisinin eşleşmiş asimptotik yöntemi kullanılarak iç basınca maruz, FDM'den yapılmış, değişken kalınlığa sahip, çift tarafından ankastre mesnetli, kalın silindirik kabukların aksensimetrik gerilmeleri ve deformasyonları için analitik çözüm üretmişlerdir [30].

Zafarnad ve Hassani, değişken kalınlığa sahip iki boyutlu fonksiyonel derecelendirilmiş dönen dairesel katı disklerin elastik çözümlerini göstermiştir [31]. Malzeme özellikleri hem radyal hem de aksenal yönde sürekli bir fonksiyona bağlı olarak değişmektedir.

Arslan ve Mack, sıkı geçme ile üretilmiş şaft ve içi boş silindir arasındaki iç basıncın transfer edilen momente etkisini incelemişlerdir [32]. İçi boş silindir FDM'den üretilmiştir ve mekanik özellikleri radyal doğrultuda güç yasasına bağlı olarak değiştiği kabul edilmiştir.

Horgan ve Chan, uniform iç veya dış basınç altında lineer olarak elastik izotropik disk veya içi boş silindirlerin davranışları üzerine homojen olmayan malzemelerin etkilerini araştırmışlardır [33].

Woo ve Meguid, ısı yük ve yanal mekanik yükler altında FDM'den yapılmış iç bükey kabuklar ve plaklar için bir analitik çözüm sunmuştur [34]. Bu kabukların mekanik özelliklerinin kabukların kalınlık yönünde sürekli bir şekilde değiştiği ve hacim oranları değişiminin üstel bir fonksiyona bağlı olduğu varsayılmıştır.

Peng ve Li, FDM'den yapılmış içi boş bir diskin termo-elastik analizini yapmışlardır [35]. İçi boş diskin malzeme özelliklerinin radyal doğrultuda değiştiği varsayılmıştır.

Literatür araştırması sonucunda özellikle şu durum tespit edilmiştir. FDM'lerin analizlerinin yapıldığı bir takım araştırmalarda, malzeme katsayıları tarif eden fonksiyonlar tek bir mekanik katsayıyı temel alarak oluşturulmuştur. Bu genellikle elastisite modülü olmuştur. Diğer çalışmalarda ise, birden çok mekanik

özelliik derecelendirilmesine rağmen, her bir özellik için farklı derecelendirilme parametreleri kullanılmıştır [15], [16], [26]. Her iki durum da, fiziksel olarak açıklanabilecek durumlar değildir. Çünkü genel olarak deneysel bir FDM'de tüm mekanik özelliklerin değişmesi ve bu değişimlerin birbirleriyle ilişkili olmaları gerekmektedir [32].

Bu çalışmada, FDM panel için oluşturulan modelde, (Poisson oranı hariç) tüm mekanik özelliklerin tek bir derecelendirme parametresine bağlı olarak değiştiği ve literatürde ki diğer çalışmalardan [6], [19] farklı olarak genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme durumu yani panelin  $z$  eksenel yönde serbest uçlu olduğu fakat düzlem şekil değiştirmenin sabit ( $\varepsilon_0 = \frac{\partial w}{\partial z} = \text{sabit}$ ) olduğu kabulü söz konusudur.

Ayrıca panelde kayma şekil değiştirme ve kayma modülü oluşmadığı için panel basit eğilme durumu söz konusudur ve çalışmanın analitik olarak çözümü mümkün olmuştur.

Genel olarak bu çalışmanın literatürdeki diğer çalışmalardan farkını ve özgünlüğünü aşağıdaki gibi sıralamak mümkündür:

*i.* Eğeri eksenli panelin analitik modeli oluşturulurken *genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme durumu* göz önünde bulundurulmuştur.

*ii.* Hem homojen hem de fonksiyonel derecelendirilmiş paneller için *iki farklı matematiksel model* geliştirilmiştir.

*iii.* FDM panelin Poisson oranı hariç tüm mekanik özelliklerinin radyal doğrultuda *doğrusal olmayan* bir şekilde değiştiği kabul edilmiş ve her mekanik özellik için *tek bir derecelendirme parametresi* kullanılmıştır.

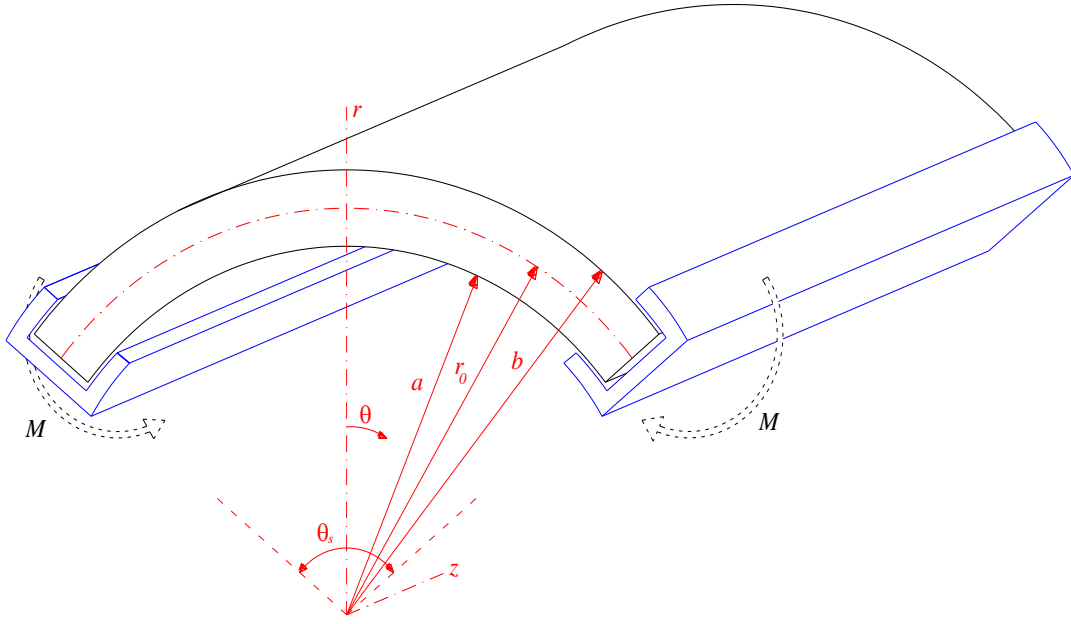
*iv.* Söz konusu modeller, panellerin elastik davranışlarının tarifi için geliştirilmiş ve elastik sınırların belirlenmesi için hem *Tresca hem de von Mises* akma kriterleri kullanılmıştır.

### 3. MATERYAL VE YÖNTEM

#### 3.1. Materyal

Bu çalışmada, radyal yönde kararlı rejim ısı yüküne maruz kalan, kalın duvarlı, eğri eksenli homojen ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden üretilmiş panellerde oluşacak elastik gerilme ve yer değiştirmeler için geliştirilmiş şekil değiştirme durumu altında analitik modeller geliştirilmiştir. Analizde, silindirik koordinat sistemi kullanılmıştır. Bu nedenle  $r$  radyal koordinatı,  $\theta$  açısal koordinatı ve  $z$  eksenel koordinatı temsil etmektedir [3]. Şekil 3.1, iç yarıçapı  $a$  ve dış yarıçapı  $b$  olan kalın kenarlı eğri eksenli panelin geometrisini ve çalışmada kullanılan koordinat sistemini göstermektedir. Bu şekilde görüldüğü gibi panelin  $z$  eksenel yönünde serbest uçlu olduğu varsayılmaktadır ve bundan dolayı geliştirilmiş şekil değiştirme durumu için sınır şartlarının gerekliliği yerine getirilmiş olur. Bu nedenle referanslar [18,19]'da yapılan analizin aksine, eksenel şekil değiştirme durumu sıfıra eşit değildir ve sabit bir değere sahiptir. Ek olarak, panelin açısal doğrultuda ( $\theta$ ) rijit mesnetlerle sabitlendiği varsayılmaktadır. Bu mesnetler, uç yüzeylerde ( $\theta=+\theta_s/2$  ve  $\theta=-\theta_s/2$  için) açısal doğrultuda panelin yer değiştirmesine müsaade etmekte fakat panelin orta yüzeyinin ( $r=r_0=(a+b)/2$ ) eğrilik yarıçapının sabit kalmasını sağlamaktadır. Panel radyal doğrultuda ısı yükü uygulandığında (FDM panel için homojen bir sıcaklık tatbik edilse dahi) mesnetlerin etkisiyle her iki uçta  $M$  eğilme momenti oluşmakta, böylece panel hem ısı hemde mekanik yük altında çalışmaya zorlanmaktadır.





Şekil 3.1. Kullanılan koordinat sistemi ve kalın duvarlı eğri eksenli panel geometrisi

Silindirik simetri varsayımıyla, radyal, açısal ve eksenel gerilme ( $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ ) ve şekil değiştirme ( $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$ ) bileşenleri sadece radyal koordinatın ( $r$ ) fonksiyonu olur [3]. Ayrıca panelde kayma gerilmesi  $\tau_{r\theta}$  ve kayma şekil değiştirme  $\gamma_{r\theta}$  bileşenlerinin oluşmadığı varsayılmıştır [18]. Buna ilaveten söz konusu problem ve kabuller nedeniyle, radyal yer değiştirme bileşeni ( $u$ ) sadece radyal koordinatın fonksiyonu olurken, açısal yer değiştirme bileşeni ( $v$ ) radyal ve açısal koordinatlara ( $r$  ve  $\theta$ ) bağlıdır [27]. Bu sayede, problemin analitik çözümü mümkün olabilmektedir. Bu analitik çözüm panelin elastik davranışını belirlemek için kullanılmıştır. Elastik bölge sınırlarını tanımlamak için Tresca ve von Mises akma kriterleri kullanılmış ve elastik limit değerleri belirlenmiştir. Elastik bölge ve elastik limit değerleri homojen ve FDM paneller için ayrı ayrı türetilmiştir.

### 3.2. Yöntem

Mevcut araştırmanın konusu Şekil 3.1’de gösterilen eğri eksenli kalın cidarlı homojen ve FDM’den üretilmiş panellerin elastik deformasyon davranışlarını tespitini içermektedir. Her iki panelin çözümü için de ihtiyaç duyulacak sınır koşulları bu bölümde tespit edilmiştir. Panellerin, iç ve dış yüzeylerinin üzerinde

herhangi bir gerilmenin oluşmadığı ve bu nedenle bu yüzeylerin ( $r=a$  ve  $r=b$ , bkz Şekil 3.1) serbest yüzeyler olduğu kabul edilmiştir. Bu durum için sınır koşulları:

$$\sigma_r|_{r=a} = 0, \quad (3.1)$$

$$\sigma_r|_{r=b} = 0. \quad (3.2)$$

Panellerin, genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme durumuna uygun olduğu kabul edilmiştir. Bu nedenle, eksenel doğrultudaki şekil değiştirme bileşeni  $\varepsilon_z = \varepsilon_0'$  dir ve

$$F_z = \theta_s \int_a^b \sigma_z r dr = 0 \quad (3.3)$$

şartının sağlanması gerekmektedir. Bu denklem eksenel doğrultudaki yüzeyde eksenel bir kuvvetin oluşmadığını göstermektedir ( $F_z=0$ ). Ayrıca eksenel doğrultudaki şekil değiştirme bileşeni  $\varepsilon_0$  bütün panel boyunca sabittir ancak ısı yüküne bağlıdır. Burada  $\theta_s$  panelin iki ucu arasında kalan yay açısını temsil etmektedir.

Isıl yük altındaki panelin orta yüzeyinin eğrilik yarıçapı değişecektir. Fakat açısal doğrultudaki mesnetler yardımıyla bu yüzeydeki eğrilik yarıçapının değişmediği, diğer bir deyişle, radyal doğrultuda bir deformasyonun oluşmadığı kabul edilmektedir. Bu durumda, diğer bir sınır şartı

$$u|_{r=r_0} = 0 \quad (3.4)$$

olur. Burada  $r_0=(a+b)/2$  panelin orta yüzeyinin yarıçapıdır ve  $u$  radyal doğrultudaki yer değiştirmeyi temsil etmektedir.

Giriş bölümünde de bahsedildiği gibi kesme şekil değiştirmesi  $\gamma_{r\theta} = 0$ . Bu yüzden radyal yer değiştirme, şekil değiştirme ve gerilmeler sadece  $r$  radyal koordinata bağlıdır ve kayma gerilmesi  $\tau_{r\theta}$  kaybolur (desteklerin çevresindeki lokal etkiler göz ardı edilmiştir). Ancak açısal yer değiştirme  $v$  açısal koordinat  $\theta$ 'ya bağlıdır [19]. Sıcaklık alanı, serbest bir panelde orta yüzey yarıçapının değişmesini sağlayacağı için mesnetler buna karşılık olarak  $M$  eğilme momentinin oluşmasına sebep olurlar (pozitif tanımlı eğilme momenti için bkz. Şekil 3.1). Eksenel yönde

birim uzunluk başına düşen eğilme momenti  $M$  aşağıdaki denklem ile tespit edilebilir.

$$M = \int_a^b \sigma_\theta r dr. \quad (3.5)$$

Böylece, birinci bölümde özetlendiği gibi panel basit eğilme durumundadır.

Diğer bir yandan, panel radyal olarak  $T = T(r)$  sıcaklık dağılımına maruz kalmaktadır. Burada  $T$  anlık sıcaklık ve referans sıcaklık arasındaki farkı temsil etmektedir.

### 3.3. Temel Denklemler

Bu bölümde, Bölüm 3.2’de sözü edilen kabuller ışığında, homojen ve FDM panellerin elastik davranışları için oluşturulacak genel denklemlerin türetilmesinde kullanılacak temel denklemler tanıtılacaktır:

Şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkileri

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \quad (3.7)$$

$$\gamma_{r\theta} = -\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} = 0. \quad (3.8)$$

Denklem (3.8), radyal yer değiştirmenin sadece  $r$ 'ye bağlı bir fonksiyon olduğu durum için geçerlidir. Radyal yöndeki denge denklemi kayma gerilmesinin oluşmadığı panel için aşağıdaki gibi tanımlanabilir [3], [19].

$$\sigma_\theta = \frac{d}{dr}(r\sigma_r) \quad (3.9)$$

Temel denklemlerden bir diğeri genelleştirilmiş Hooke yasasıdır. Ancak bu yasa için kullanılacak denklemler, elastisite modülü, Poisson oranı ve ısıl genişleme katsayısı gibi mekanik özellikleri içermektedir. Homojen panel için bu parametreler sabitken,

FDM panelde (Poisson oranı hariç) değişken olduğu için temel denklemler bu bölümde değil, sırasıyla Bölüm 3.4.1 ve 3.5.1'de homojen ve FDM paneller için verilmiştir.

### 3.4. Homojen Panel için Analitik Model

#### 3.4.1. Homojen Panel için Genel Denklemler

Homojen, eğri eksenli silindirik panel için, genelleştirilmiş Hooke yasası aşağıda verilmektedir.

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \alpha T, \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_r - \sigma_z)] + \alpha T, \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_0 = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] + \alpha T. \quad (3.12)$$

Burada;  $E$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$  ve  $T$  sırasıyla elastisite modülü, poisson oranı, ısıl genleşme katsayısı ve anlık sıcaklık ile referans sıcaklığı arasındaki sıcaklık farkını temsil etmektedir.

Yukarıda verilen denklem (3.12) aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) + E(\varepsilon_0 - \alpha T). \quad (3.13)$$

Diğer taraftan (3.8) denkleminin integrali alınarak, açısız yer değiştirme için aşağıdaki bağıntıya ulaşılır.

$$\nu = rf \quad (3.14)$$

Denklem (3.14)'de  $f$  sadece  $\theta$ 'nın bir fonksiyonudur. Hem  $\varepsilon_\theta$  hem de  $u$  sadece radyal koordinata bağlı olduğundan dolayı denklem (3.7)'nin  $\theta$ 'ya göre türevinin alınmasıyla aşağıdaki gibi ifade elde edilir

$$\frac{\partial^2 \nu}{\partial \theta^2} = 0 \quad (3.15)$$

ve bu haliyle açısız yer değiştirme bileşeni aşağıdaki formu almaktadır.

$$\nu = C_1 r \theta \quad (3.16)$$

Burada  $C_1$  keyfi integrasyon sabitidir. Denklemler (3.6), (3.7) ve Hooke yasası (3.10), (3.11) kullanılarak  $\sigma_r$  ve  $\sigma_\theta$ , radyal yer değiştirme ve radyal yer değiştirmenin türevi cinsinden ifade edilir.

$$\sigma_r = \frac{E \{ \nu [ r (\epsilon_0 + C_1) + u ] + r (1 - \nu) u' - \alpha r (1 + \nu) T \}}{r (1 + \nu) (1 - 2\nu)}, \quad (3.17)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E [ r \epsilon_0 \nu + (1 - \nu) (r C_1 + u) r \nu u' - \alpha r (1 + \nu) T ]}{r (1 + \nu) (1 - 2\nu)}. \quad (3.18)$$

Denklemler (3.17) ve (3.18) , radyal yer değiştirme (3.9)'da yerine konularak bütün model için alan denklemi türetilir.

$$r^2 u'' + r u' - u = \frac{r [ C_1 (1 - 2\nu) + \alpha r (1 + \nu) T' ]}{1 - \nu} \quad (3.19)$$

Denklem (3.19)'un çözüümüyle, denklem aşağıdaki formda elde edilmiş olur.

$$u = C_2 r + \frac{C_3}{r} + \frac{C_1 (1 - 2\nu) \{ a^2 - r^2 [ 1 - 2 \ln (r / a) ] \}}{4r (1 - \nu)} + \frac{\alpha (1 + \nu)}{r (1 - \nu)} \int_a^r \xi T d\xi. \quad (3.20)$$

Burada  $\xi$  integral çözüümü için herhangi bir değişkeni temsil etmektedir. (3.20) denkleminde elde edilen  $C_2$  ve  $C_3$  keyfi integral sabitleridir. Bu durumda denklemler (3.13), (3.17) ve (3.18)  $u$  radyal yer değiştirme eşitliğinde yerine yazılarak radyal gerilme, açısıl gerilme ve eksenel gerilme aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\sigma_r = \frac{EC_1 \{ r^2 - (1 - 2\nu) [ a^2 (1 - 2\nu) - 2r^2 \ln (r / a) ] \}}{4r^2 (1 - \nu^2) (1 - 2\nu)} + \frac{C_2 E}{(1 + \nu) (1 - 2\nu)} - \frac{C_3 E}{r^2 (1 + \nu)} + \frac{E \epsilon_0 \nu}{(1 + \nu) (1 - 2\nu)} - \frac{E \alpha}{r^2 (1 - \nu)} \int_a^r \xi T d\xi, \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\theta} = & \frac{EC_1 \left\{ a^2 (1-2\nu)^2 + r^2 [3-4\nu + 2(1-2\nu) \ln(r/a)] \right\}}{4r^2 (1-\nu^2)(1-2\nu)} \\
& + \frac{C_3 E}{r^2 (1+\nu)} + \frac{C_2 E}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{E\epsilon_0 \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\
& + \frac{E\alpha}{r^2 (1-\nu)} \left( \int_a^r \xi T d\xi - r^2 T \right), \tag{3.22}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_z = & \frac{EC_1 \nu \left\{ 1-\nu + (1-2\nu) \ln(r/a) \right\}}{(1-\nu^2)(1-2\nu)} + \frac{2C_2 E \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\
& + \frac{E\epsilon_0 (1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} - \frac{E\alpha T}{r^2 (1-\nu)}. \tag{3.23}
\end{aligned}$$

Eksenel yöndeki kuvvet denklemleri (3.3) ve (3.23) kullanılarak hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}
F_z = & - \frac{EC_1 \nu \left\{ a^2 - b^2 [1+2(1-2\nu) \ln(b/a)] \right\}}{4(1-\nu^2)(1-2\nu)} \\
& + \frac{E(a^2 - b^2)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ C_2 \nu + \frac{\epsilon_0 (1-\nu)}{2} \right] - \frac{E\alpha}{1-\nu} \int_a^b \xi T d\xi. \tag{3.24}
\end{aligned}$$

Tamamen elastik durum için yukarıdaki denklemlerde yer alan integrasyon sabitleri  $C_1, C_2, C_3$ 'ü ve eksenel şekil değiştirme  $\epsilon_0$ 'ı hesaplamak gerekmektedir. Bunları hesaplamak için denklem (3.1) - (3.4)'te tanımlanan sınır koşulları kullanılır ve aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\begin{aligned}
C_1 = & \frac{4\alpha (a^2 - b^2)(1-\nu)}{S} \\
& \times \left\{ \left[ r_0^2 (1-3\nu) + a^2 (1+\nu) \right] \int_a^b \xi T d\xi - (a^2 - b^2)(1+\nu) \int_a^{r_0} \xi T d\xi \right\}, \tag{3.25}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_2 = & \frac{\alpha}{S} \left\{ (a^2 - b^2)(1 + \nu) \left\{ a^2 - b^2 \left[ 1 - 2(1 - 2\nu) \ln(a/b) \right] \right\} \int_a^{r_0} \xi T d\xi \right. \\
& - \left\{ 4a^2 b^2 (1 - \nu) \nu \ln(a/b) - 2(a^2 - b^2) r_0^2 \left[ 1 - \nu(5 - 6\nu) \right] \ln(a/r_0) \right. \\
& \left. \left. + (a^2 - b^2) \left[ a^2 (1 + \nu) - r_0^2 (1 - 2\nu)(1 - 3\nu) \right] \right\} \int_a^b \xi T d\xi \right\}, \quad (3.26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_3 = & \frac{a^2 \alpha}{S} \left\{ (a^2 - b^2)(1 + \nu) \left[ (a^2 - b^2)(1 - 2\nu) + 2b^2 \ln(a/b) \right] \int_a^{r_0} \xi T d\xi \right. \\
& + \left\{ 4b^2 r_0^2 \nu \left[ \ln(a/b) + \nu \ln(b/r_0) \right] \right. \\
& + 2r_0^2 \left[ a^2 (1 + \nu)(1 - 2\nu) - b^2 (1 - \nu) \right] \ln(a/r_0) \\
& \left. \left. + (a^2 - b^2) \left[ r_0^2 (1 + (5 - 8\nu)\nu) - a^2 (1 + \nu)(1 - 2\nu) \right] \right\} \int_a^b \xi T d\xi \right\}, \quad (3.27)
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_0 = -\frac{2\alpha}{a^2 - b^2} \int_a^b \xi T d\xi. \quad (3.28)$$

Burada

$$\begin{aligned}
S = & -2(a^2 - b^2)(1 - \nu) \left\{ a^2 b^2 \ln(a/b) \right. \\
& \left. + r_0^2 \left\{ (1 - 2\nu) \left[ a^2 \ln(a/r_0) - b^2 \ln(b/r_0) \right] + (1 - \nu)(a^2 - b^2) \right\} \right\} \quad (3.29)
\end{aligned}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Panelin açısız uçlarındaki mesnetler sebebiyle eğilme momenti oluşacaktır. Eğilme momentinin elde edilmesi için denklem (3.22)'de tanımlanan açısız gerilme  $\sigma_\theta$ , denklem (3.5)'te yerine konularak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
M = & \frac{E}{2(1 + \nu)} \left\{ \frac{C_1 \left[ (a^2 - b^2)(1 - \nu) + \left[ (1 - 2\nu)a^2 + b^2 \right] (1 - 2\nu) \right] \ln(a/b)}{2(1 - \nu)(1 - 2\nu)} \right. \\
& \left. - \frac{(a^2 - b^2)(C_2 + \nu \varepsilon_0)}{1 - 2\nu} - 2C_3 \ln(a/b) \right\} + \frac{E\alpha}{1 - \nu} \left[ \int_a^b \frac{1}{r} \left( \int_a^r \xi T d\xi \right) dr - \int_a^b \xi T d\xi \right]. \quad (3.30)
\end{aligned}$$

Elde edilen bu denklemler, homojen panele uygulanabilecek herhangi bir sıcaklık dağılımı için kullanılabilir. Bu çalışmada kabul edilen Bölüm 3.4.2' de tarif edilecek sıcaklık dağılımı kullanılarak sayısal sonuçlar elde edilecektir.

### 3.4.2. Homojen panel için sıcaklık alanı

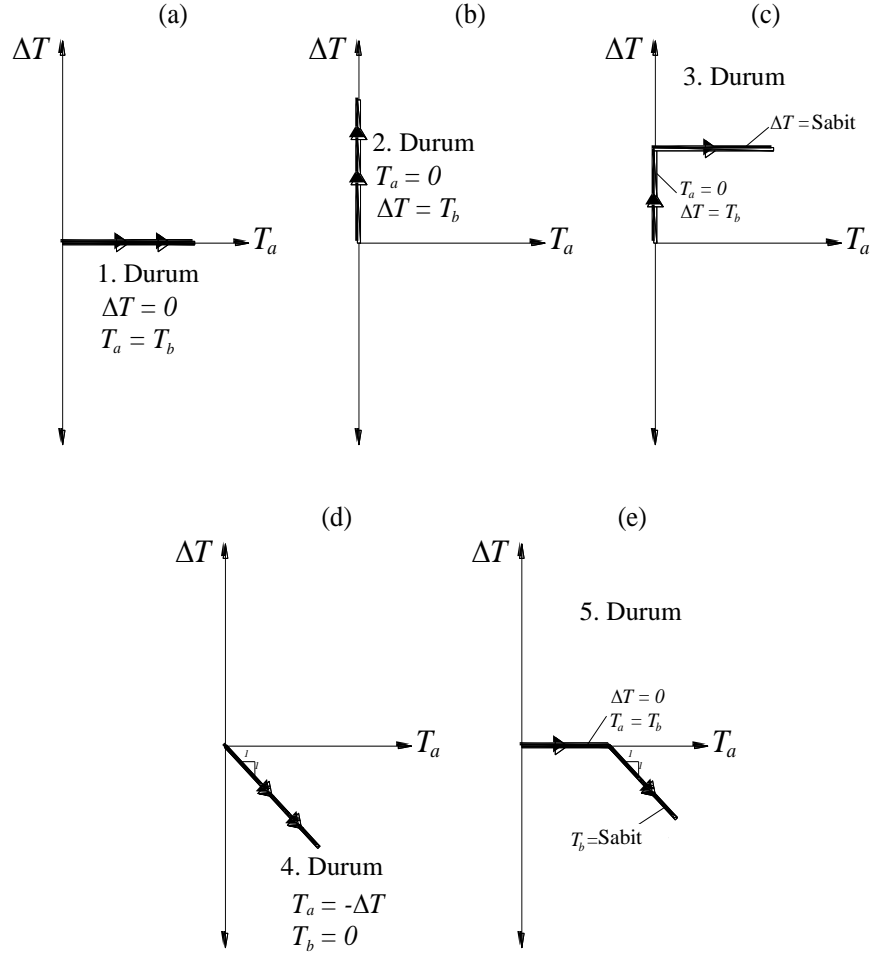
Homojen paneldeki sıcaklık dağılımında kararlı rejim kabulü yapılmıştır. Denklemlerde sıcaklık olarak tarif edilen  $T$ , daha öncede söz edildiği gibi anlık sıcaklık ile referans sıcaklıkları arasındaki farkı ifade etmektedir. Sıcaklık farkı  $\Delta T$  ise dış yüzey sıcaklığı  $T_b$  ile iç yüzey sıcaklığı  $T_a$  farkına eşittir (dış yüzey ve iç yüzey tanımı için bkz Şekil 3.1).

$$\Delta T = T_b - T_a \quad (3.31)$$

Homojen panelde sıcaklık alanı için aşağıdaki beş durum gözetilmiştir. Bu durumların grafiksel gösterimi Şekil 3.2' de sunulmuştur.

1. Durum: Panelin tamamı homojen bir şekilde ısıtılmıştır,  $\Delta T = 0$  (Şekil 3.2a).
2. Durum: Panelin iç yüzey sıcaklığı  $T_a = 0$ 'da sabit tutulup panelin dış yüzey sıcaklığı  $T_b$  yavaş yavaş (kararlı rejim) artırılır ( $\Delta T = T_b$ ). Bu durum, Şekil 3.2b'de gösterilmiştir.
3. Durum: İlk olarak panelin iç yüzey sıcaklığı  $T_a = 0$ 'da sabit tutulurken panelin dış yüzey sıcaklığı belirli bir sıcaklığa kadar yükseltilir. Sonra bütün panelin sıcaklığı ( $\Delta T$  sabit tutulacak şekilde) arttırılır (Bkz. Şekil 3.2c).
4. Durum: Panelin dış yüzey sıcaklığı  $T_b = 0$ 'da sabit tutulurken, iç yüzey sıcaklığı yavaş yavaş arttırılır ( $T_a = -\Delta T$ ) (Şekil 3.2d).
5. Durum: İlk olarak bütün panelin sıcaklığı belirli bir sıcaklığa kadar homojen ( $\Delta T = 0$ ) bir şekilde arttırılır. Daha sonra dış yüzey sıcaklığı  $T_b$  sabit tutulup iç yüzey sıcaklığı  $T_a$  yavaş bir şekilde arttırılır (Şekil 3.2e).





Şekil 3.2. a) 1. Durum b) 2. Durum c) 3. Durum d) 4. Durum ve e) 5. Durum'da takip edilmesi gereken ısıl şartlar

Bütün sıcaklık durumlarında sıcaklık değişimi akma başlangıcına kadar çok yavaş bir şekilde uygulanmış ve bu yüzden panel sıcaklık dağılımı kararlı rejim sıcaklığı olarak tanımlanmıştır [20]. Kararlı rejim için, sıcaklık dağılımını tarif edecek olan diferansiyel denklem aşağıda verilmiştir [35].

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ rk \frac{dT(r)}{dr} \right] = 0. \quad (3.32)$$

Burada  $k$  ısı iletim katsayısını temsil etmektedir. Bu diferansiyel denklemin çözümü

$$T(r) = \frac{T_a \ln(r/b) - T_b \ln(r/a)}{\ln(a/b)} \quad (3.33)$$

şeklindedir [20]. Ayrıca, elastik denklemlerde (örneğin denklem (3.25 ve 3.26)) yer alan sıcaklık integrallerinin de analitik olarak hesaplanması mümkündür. İntegralin kapalı formda çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\int_a^r \xi T d\xi = \frac{T_a \{a^2 [1 - 2 \ln(a/b)] - r^2 [1 - 2 \ln(r/b)]\}}{4 \ln(a/b)} - \frac{T_b \{a^2 - r^2 [1 - 2 \ln(r/a)]\}}{4 \ln(a/b)}. \quad (3.34)$$

### 3.4.3. Homojen Panel için Akma Başlangıcı

Mevcut elastik çözüm, homojen panelde plastikleşme başlayıncaya kadar geçerlidir. Elastik sınırları belirlemek amacıyla von Mises ve Tresca akma kriterleri kullanılmıştır. İlaveten, panel materyalinin akma gerilmesi değerinde sıcaklıktan dolayı oluşacak yumuşama da göz önünde bulundurulmuştur:

$$\sigma_{th} = \sigma_0 (1 - \beta T). \quad (3.35)$$

Burada  $\sigma_0$  panelin referans sıcaklıktaki tek eksenli akma gerilmesini ve  $\beta$  malzemenin ısı yumuşama parametresini temsil etmektedir. Akma şartı Tresca akma kriterine göre;

$$\frac{\sigma_{eT}}{\sigma_{th}} = 1 \quad (3.36)$$

şartı sağlandığı anda ve koordinatta akma gerçekleşir. Burada  $\sigma_{eT}$  Tresca'ya göre eşdeğer akma gerilmesini temsil etmektedir ve aşağıdaki gibi ifade edilir [35].

$$\sigma_{eT} = \max(|\sigma_r - \sigma_\theta|, |\sigma_\theta - \sigma_z|, |\sigma_z - \sigma_r|). \quad (3.37)$$

Diğer taraftan von Mises akma kriterine göre akma şartı ise

$$\frac{\sigma_{eM}}{\sigma_{th}} = 1 \quad (3.38)$$

şeklindedir. Burada  $\sigma_{eM}$  von Mises'e göre eşdeğer akma gerilmesini temsil etmektedir ve silindirik koordinata uygun asal gerilmeler için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır [20].

$$\sigma_{eM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2]}. \quad (3.39)$$

### 3.5. FDM Panel için Analitik Model

Bu bölümde sırasıyla, FDM panelin mekanik katsayılarının değişimi tarif edilecek, elastik davranışı için genel denklemler oluşturulacak, radyal doğrultudaki sıcaklık dağılım denklemi elde edilecek ve akma durumu belirlenecektir.

#### 3.5.1. FDM Panel için Genel Denklemler

FDM panel için genel denklemler aşağıda gösterildiği gibi elde edilmiştir. Poisson oranı  $\nu$  panel boyunca sabit kabul edilmiştir. Fakat diğer bütün mekanik katsayıların panelin radyal koordinatı boyunca bir güç yasasına bağlı olarak değiştiği kabul edilmiştir. Panelin elastisite modülü  $E = E(r)$ 'ye ve ısıl genleşme katsayısı  $\alpha = \alpha(r)$  değişkenine bağlı olduğundan genelleştirilmiş Hooke yasası aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E(r)}[\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] + \alpha(r)T, \quad (3.40)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E(r)}[\sigma_\theta - \nu(\sigma_r - \sigma_z)] + \alpha(r)T, \quad (3.41)$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_0 = \frac{1}{E(r)}[\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] + \alpha(r)T. \quad (3.42)$$

Burada tekrar belirtmelidir ki,  $E$  ve  $\alpha$  radyal koordinata bağlı güç yasası yardımıyla tarif edilmiştir. (Örnek olarak Sharma ve Yadav [29], Zafarmand ve Hassani [31] tarafından yapılan çalışmalar incelenebilir).

FDM panelin herhangi bir noktasındaki malzeme özelliklerini tarif etmek için genel lineer karışım kanunu kullanılmıştır.

$$Pr_{eff}(r) = Pr_0 V_0(r) + Pr_1 V_1(r). \quad (3.43)$$

Burada  $Pr_{eff}$  belirli radyal koordinattaki etkin malzeme özelliklerini temsil etmektedir ve  $0 \leq V_i \leq 1$  ile  $V_i$  malzemedeki hacim oranı değişimini göstermektedir. Burada  $Pr$ ; malzemenin ısı genleşme katsayısını  $\alpha(r)$ , yoğunluğunu  $\rho(r)$ , tek eksenli akma gerilmesi  $\sigma_y(r)$  ve ısı iletkenlik katsayısını  $k(r)$  temsil eder. 0 (sıfır) alt indisi panelin iç yüzeyindeki ( $r=a$ ) malzemeyi, 1 alt indisi ise seçilen ikinci malzemeyi temsil etmektedir. İç yüzeyinin çelik olması durumunda,  $Pr_0$  çeliğin mekanik özelliklerini,  $V_0(r)$  çeliğin  $r$  koordinatındaki hacimsel oranını,  $Pr_1$  dış yüzeydeki alüminyumun mekanik özelliğini ve  $V_1(r)$  alüminyumun  $r$  koordinatındaki hacimsel oranını göstermektedir. Aşağıdaki denklik her durumda geçerli olacaktır.

$$V_1(r) = 1 - V_0(r). \quad (3.44)$$

Diğer bir yönden elastisite modülünün aşağıdaki üstel ifadeye göre değiştiği kabul edilmiştir.

$$E(r) = E_0 \left( \frac{r}{a} \right)^m. \quad (3.45)$$

Buradaki  $m$ , fonksiyonel derecelendirme parametresini,  $E_0$  ise iç yüzeyde kullanılan saf malzemenin Elastisite modülünü temsil etmektedir. Denklemler (3.43)-(3.45) yardımıyla 0 (sıfır) bileşenin hacim oranı ile FDM bileşenlerinin Elastisite modülü arasındaki ilişki aşağıdaki gibi tarif edilebilir.

$$V_0(r) = \frac{E_0 \left( \frac{r}{a} \right)^m - E_1}{E_0 - E_1}. \quad (3.46)$$

Dolayısıyla denklem (3.43) her bir mekanik katsayıyı tarif eden aşağıdaki formu alacaktır.

$$Pr_{eff}(r) = A_{Pr} \left( \frac{r}{a} \right)^m + B_{Pr}. \quad (3.47)$$

ve

$$A_{Pr} = \frac{E_0 (Pr_0 - Pr_1)}{E_0 - E_1}, \quad B_{Pr} = \frac{E_0 Pr_1 - E_1 Pr_0}{E_0 - E_1}. \quad (3.48)$$

Burada  $Pr = \alpha, \rho, \sigma_y$  ve  $k$  'yi (sırasıyla ısı genleşme katsayısı, yoğunluk, akma gerilmesi ve ısı iletim katsayısını) temsil etmektedir. Tekrar hatırlatılmalıdır ki, bu mekanik özellikler, tek bir derecelendirilme parametresiyle ( $m$ ) radyal koordinata bağlı olarak değişirken, Poisson oranı panel boyunca sabit kabul edilmektedir [32]. Ayrıca, burada belirtmelidir ki, ortak çalışma koşullarında malzeme özelliklerine sıcaklığın etkisinin olmadığı kabul edilmiştir [33].

Malzeme özellikleri belirlendikten sonra, FDM panel için genel denklemler türetilebilir. İlk olarak, denklemler (3.42), (3.45), (3.47) ve (3.48)'in kullanılmasıyla, aksel gerilme  $\sigma_z$  diğer gerilme bileşenleri cinsinden ifade edilebilir.

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) + E_0 \left(\frac{r}{a}\right)^m \left[ \varepsilon_0 - \left( A_\alpha \left(\frac{r}{a}\right)^m + B_\alpha \right) T \right]. \quad (3.49)$$

Homojen panelde yer değiştirmeler için yapılan derivasyon, FDM panel için de geçerlidir. Bu durumda, FDM için açılal yer değiştirme ifadesi denklem (3.16) ile aynı olacaktır.

$$\nu = C_1 r \theta \quad (3.50)$$

burada  $C_1$  yine keyfi integral sabitidir. Buradan (3.6), (3.7) ve Hooke yasası (3.40), (3.42) denklemleri kullanılarak  $\sigma_r$  ve  $\sigma_\theta$ ,  $u$  cinsinden ifade edilebilir.

$$\sigma_r = \frac{E_0 \left(\frac{r}{a}\right)^m}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[ \frac{\nu u}{r} + (1-\nu)u' + \nu(\varepsilon_0 + C_1) - (1+\nu) \left( A_\alpha \left(\frac{r}{a}\right)^m + B_\alpha \right) T \right], \quad (3.51)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E_0 \left(\frac{r}{a}\right)^m}{(1-2\nu)} \left[ \frac{(1-\nu)u}{(1+\nu)r} + \frac{C_1(1-\nu) + \nu(\varepsilon_0 + u')}{1+\nu} - \left( A_\alpha \left(\frac{r}{a}\right)^m + B_\alpha \right) T \right]. \quad (3.52)$$

(3.51) ve (3.52) denklemleri (3.9)'da verilen denge denkleminde yerine konularak yer değiştirme için aşağıdaki diferansiyel denklem elde edilir.

$$\begin{aligned}
& r^{1+m}u'' + (1+m)r^m u' - \frac{r^{-1+m}[1-\nu(1+m)]u}{1-\nu} \\
&= \frac{r^m}{1-\nu} \left[ C_1[1-\nu(2+m)] - m\nu\epsilon_0 + m \left( 2A_\alpha \left( \frac{r}{a} \right)^m + B_\alpha \right) (1+\nu)T \right. \\
&\quad \left. + r \left( A_\alpha \left( \frac{r}{a} \right)^m + B_\alpha \right) (1+\nu)T' \right]. \tag{3.53}
\end{aligned}$$

Denklem (3.53)'in analitik çözümü

$$\begin{aligned}
u &= \frac{r}{m} \left\{ C_1[1-\nu(2+m)] - m\nu\epsilon_0 \right\} + C_2 r^{(-m+S)/2} + C_3 r^{(-m-S)/2} \\
&\quad - \frac{(1+\nu)}{2S(1-\nu)a^m r^{(m+S)/2}} \left[ (2-m-S)r^S I_1 - (2-m+S)I_2 \right] \tag{3.54}
\end{aligned}$$

olur. Burada  $C_2$  ve  $C_3$  keyfi integrasyon sabitleridir ve

$$I_1 = a^m B_\alpha \int_a^r \xi^{(m-S)/2} T d\xi + A_\alpha \int_a^r \xi^{(3m-S)/2} T d\xi, \tag{3.55}$$

$$I_2 = a^m B_\alpha \int_a^r \xi^{(m+S)/2} T d\xi + A_\alpha \int_a^r \xi^{(3m+S)/2} T d\xi, \tag{3.56}$$

$$S = \sqrt{4 + m^2 - \frac{4m\nu}{1-\nu}} \tag{3.57}$$

olarak tanımlanmıştır. Buradan (3.51) ve (3.52) denklemlerinin kullanılmasıyla aşağıdaki gerilme ifadelerine ulaşılır.

$$\begin{aligned}
\sigma_r &= \frac{C_1 E_0 r^m}{m(1+\nu)a^m} - \frac{E_0 r^{(-2+m+S)/2}}{2a^m(1+\nu)(1-2\nu)} \\
&\quad \times \left\{ C_2 r^S [m-S-(2+m-S)\nu] + C_3 [m+S(2+m+S)\nu] \right\} \\
&\quad + \frac{E_0 r^{(-2+m-S)}}{2S(1-\nu)a^{2m}} \left[ r^S (2+m-S)I_1 - (2+m+S)I_2 \right] \tag{3.58}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_\theta = & \frac{C_1 E_0 (1+m) r^m}{m(1+\nu) a^m} - \frac{E_0 r^m \left[ A_\alpha \frac{r^m}{a^m} + B_\alpha \right] T}{2(1-2\nu)(1+\nu) a^m} \\
& + \frac{E_0 r^{(-2+m-S)/2} \left\{ C_2 r^S [m-S-(2+m-S)\nu] + C_3 [m+S-(2+m+S)\nu] \right\}}{2(1+\nu)(1-2\nu) a^m} \\
& + \frac{E_0 r^{(-2+m-S)/2}}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ r^S [m(1+\nu) - (1-\nu)(2-S)] I_1 \right. \\
& \left. + [m(1+\nu) - (1-\nu)(2+S)] I_2 \right\}
\end{aligned} \tag{3.59}$$

ve  $\sigma_z$  denklem (3.49) yardımıyla bulunabilir.

Yukarıdaki genel denklemlerdeki bilinmeyen  $C_1$ ,  $C_2$ , ve  $C_3$  üç integral sabiti ve eksenel şekil değiştime  $\varepsilon_0$  hesaplanmalıdır. Bu bilinmeyenlerin hesaplanabilmesi için gerekli sınır şartları, (denklemler (3.1)-(3.4)) kullanılır. Denklemlerdeki bilinmeyenler aşağıdaki gibi elde edilir.

$$C_1 = \frac{2m(2+m)r_0^{(m+S)/2}}{(b^{2+m} - a^{2+m})L_7} \left[ L_6 - a^m (a^S - b^S) L_2 \right] - \frac{m(a^S - b^S)(1+\nu)L_3}{a^m S(1-\nu)L_7}, \tag{3.60}$$

$$\begin{aligned}
C_2 = & \frac{(b^{(2+m+S)/2} - a^{(2+m+S)/2})(2+m)r_0^{(m+S)/2}}{(b^{2+m} - a^{2+m})L_7} \left\{ \frac{(2+m)r_0^{(m+S)/2}L_6}{a^S - b^S} \right. \\
& \left. - (2+m)a^m r_0^{(m+S)/2}L_2 + \frac{(a^{2+m} - b^{2+m})(1+\nu)L_3}{2a^m S(1-\nu)} \right\} - \frac{(1+\nu)(1-2\nu)L_1}{a^m S(a^S - b^S)(1-\nu)L_5}, \tag{3.61}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_3 = & \frac{a^S(1+\nu)(1-2\nu)L_1}{a^m S(a^S - b^S)(1-\nu)L_4} - \frac{4(a^S b^{(2+m+S)/2} - b^S a^{(2+m+S)/2})(1-2\nu)}{(a^{2+m} - b^{2+m})L_4 L_7} \\
& \times \left\{ \frac{(2+m)r_0^{(m+S)/2}L_6}{a^S - b^S} - (2+m)a^m r_0^{(m+S)/2}L_2 + \frac{(a^{2+m} - b^{2+m})(1+\nu)L_3}{2S(1-\nu)a^m} \right\}, \tag{3.62}
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_0 = -\frac{2+m}{2a^m (a^{2+m} - b^{2+m})\nu} \left( \frac{2a^{2m}L_2}{r_0} + \frac{b^{(2+m-S)/2}L_1\nu^2}{S(1-\nu)} \right). \tag{3.63}$$

Burada

$$L_1 = b^S (2 + m - S) \left[ a^m B_\alpha \int_a^b r^{(m-S)/2} T dr + A_\alpha \int_a^b r^{(3m-S)/2} T dr \right] \\ - (2 + m + S) \left[ a^m B_\alpha \int_a^b r^{(m+S)/2} T dr + A_\alpha \int_a^b r^{(3m+S)/2} T dr \right], \quad (3.64)$$

$$L_2 = r_0 V \left\{ \frac{a^{-m} A_\alpha \int_a^b r^{1+2m} T dr + B_\alpha \int_a^b r^{1+m} T dr}{(1-\nu) a^m} - \frac{mv}{S(1-\nu)^2 a^{2m}} \right. \\ \times \left[ a^m B_\alpha \left( \int_a^b r^{(m+S)/2} \left( \int_a^r \xi^{(m-S)/2} T \xi \right) dr \right. \right. \\ \left. \left. - \int_a^b r^{(m-S)/2} \left( \int_a^r \xi^{(m+S)/2} T d\xi \right) dr \right) \right. \\ \left. + A_\alpha \left( \int_a^b r^{(m+S)/2} \left( \int_a^r \xi^{(3m-S)/2} \right) dr \right. \right. \\ \left. \left. + \int_a^b r^{(m-S)/2} \left( \int_a^r \xi^{(3m+S)/2} \right) dr \right) \right] \left. \right\}, \quad (3.65)$$

$$L_3 = r_0^S (2 - m - S) \left[ a^m B_\alpha \int_a^{r_0} r^{(m-S)/2} T dr + A_\alpha \int_a^{r_0} r^{(3m-S)/2} T dr \right] \\ - (2 - m + S) \left[ a^m B_\alpha \int_a^{r_0} r^{(m+S)/2} T dr + A_\alpha \int_a^{r_0} r^{(3m+S)/2} T dr \right], \quad (3.66)$$

$$L_4 = m + S - (2 + m + S)\nu, \quad (3.67)$$

$$L_5 = m - S - (2 + m - S)\nu, \quad (3.68)$$

$$L_6 = \frac{1+\nu}{4S(1-\nu)a^m} \left\{ \frac{(a^{2+m} - b^{2+m})}{2+m} \left[ \frac{a^S L_5}{r_0^{(m+S)/2}} - \frac{L_4}{r_0^{(m-S)/2}} \right] \right. \\ \left. - \frac{2r_0^2 V^2}{1+\nu} \left[ a^S b^{(2+m-S)/2} - b^{(2+m+S)/2} \right] \right\}, \quad (3.69)$$

$$L_7 = a^{(2+m+S)/2} (r_0^S L_4 - b^S L_5) - b^{(2+m+S)/2} (r_0^S L_4 - a^S L_5) \\ + 2r_0^{(2+m+S)/2} [1 - (2+m)\nu] (b^S - a^S). \quad (3.70)$$

Böylece sıcaklık alanı belirtildikten sonra FDM paneldeki yer değiştirme ve gerilmeler hesaplanabilecektir. Buna ilaveten, denklem (3.59)'da verilen açılmal



gerilme  $\sigma_\theta$  ve denklem (3.5) kullanılarak eğilme momenti  $M$  hesaplanabilir ve aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned}
M = & \frac{E_0 C_1 (b^{2+m} - a^{2+m})(1+m)}{ma^m (2+m)(1+\nu)} - \frac{E_0 (1-\nu)}{4ma^m (1+\nu)(1-2\nu)} \\
& \times \left\{ C_2 \left[ a^{(2+m+S)/2} - b^{(2+m+S)/2} \right] \left[ 2 - (2+m-S)\nu \right] (2+m-S) \right. \\
& + C_3 \left[ a^{(2+m-S)/2} - b^{(2+m-S)/2} \right] \left[ 2 - (2+m+S)\nu \right] (2+m-S) \left. \right\} \\
& + \frac{E_0}{2Sa^{2m} (1-\nu)^2} \left\{ \left[ m+S-2 + (2+m-S)\nu \right] \right. \\
& \times \left[ a^m B_\alpha \int_a^b r^{(m+S)/2} \left( \int_a^r \xi^{(m-S)/2} T d\xi \right) dr \right. \\
& + A_\alpha \int_a^b r^{(m+S)/2} \left( \int_a^r \xi^{(3m-S)/2} T d\xi \right) dr \left. \right] \\
& + \left[ 2-m+S - (2+m+S)\nu \right] \\
& \times \left[ a^m B_\alpha \int_a^b r^{(m-S)/2} \left( \int_a^r \xi^{(m+S)/2} T d\xi \right) dr \right. \\
& + A_\alpha \int_a^b r^{(m-S)/2} \left( \int_a^r \xi^{(3m+S)/2} T d\xi \right) dr \left. \right\} \\
& - \frac{E_0}{a^m (1-\nu)} \left( B_\alpha \int_a^b r^{1+m} T dr + \frac{A_\alpha}{a^m} \int_a^b r^{1+2m} T dr \right) \tag{3.71}
\end{aligned}$$

Ancak yukarıda elde edilen formüller için  $m=0$  (homojen panel) ve  $m=-2$  (FDM panel) değerleri tekil değerlerdir. Bu nedenle bu tekil değerler kullanıldığında, analitik model cevap vermemektedir. Fakat denklemlerin sayısal sonuçları  $m=10^{-7}$  ve  $m=1.99 \times 10^{-7}$  değerleri için elde edilmiş ve bu değerlerin yukarıda tanımlanan tekil değerler yerine kullanılabilecekleri tespit edilmiştir.

### 3.5.2. FDM Panel için Sıcaklık Alanı

Sıcaklık alanı kararlı durum olarak ele alındığı için iç veya dış yüzey sıcaklıklarının yavaşça artışı düşünülmüştür ve zamandan bağımsız olarak hesaplanmıştır. Bu durumda Peng ve Li tarafından elde edilen ısı iletim denklemi kullanılmaktadır [35].

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[ rk(r) \frac{dT(r)}{dr} \right] = 0 \quad (3.72)$$

Bu denklemin homojen panel için kullanılan sıcaklık denkleminin (3.32) farkı, ısı iletim katsayısının radyal koordinatın fonksiyonu olmasıdır. (3.47) ve (3.48) denklemlerinde verilen yarıçapa bağlı ısı iletkenlik bağıntısının kullanılmasıyla (3.72) denkleminin çözümü aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T(r) = \frac{D_1 \left\{ m \ln(r) - \ln \left[ A_k \left( \frac{r}{a} \right)^m + B_k \right] \right\}}{mB_k} + D_2. \quad (3.73)$$

Burada  $D_1$  ve  $D_2$  integrasyon sabitleridir. İç yüzey sıcaklığı için  $T_a$  ve dış yüzey sıcaklığı için  $T_b$  tanımlanması yapılırsa,

$$T(a) = T_a, \quad T(b) = T_b \quad (3.74)$$

$D_1$  ve  $D_2$  sabitleri hesaplanır ve denklem (3.73) aşağıdaki şekli alır.

$$T(r) = \frac{\left\{ m \ln(r/b) + \ln \left[ A_k (b/a)^m + B_k \right] - \ln \left[ A_k (r/a)^m + B_k \right] \right\} T_a}{-m \ln(b/a) - \ln[A_k + B_k] + \ln \left[ A_k (b/a)^m + B_k \right]} + \frac{\left\{ -m \ln(r/a) + \ln \left[ A_k (r/a)^m + B_k \right] - \ln[A_k + B_k] \right\} T_b}{-m \ln(b/a) - \ln[A_k + B_k] + \ln \left[ A_k (b/a)^m + B_k \right]}. \quad (3.75)$$

FDM panel için Bölüm 3.5.1'de türetilen gerilme ve yer değiştirme denklemlerinin içerdiği sıcaklık integrallerinin kapalı çözümünü elde etmek mümkün gözükmemektedir. Bu nedenle, sayısal sonuçlarda kullanılmak üzere integraller sayısal yöntem kullanılarak çözülmüştür [36].

### 3.5.3. FDM Panel için Akma Başlangıcı

Yukarıda FDM için elde edilen denklemler ile gerilmeler hesaplanabilir. Elastik sınırları belirlemek için (homojen panelde de olduğu gibi) yaygın olarak kullanılan Tresca ve von Mises akma kriterleri kullanılmıştır. Bu denklemler aşağıdaki gibidir.

$$\sigma_T(r) = \sigma_y(r) \quad \sigma_T = \max(|\sigma_r - \sigma_\theta|, |\sigma_\theta - \sigma_z|, |\sigma_z - \sigma_r|), \quad (3.76)$$

$$\sigma_M(r) = \sigma_y(r) \quad \sigma_M = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2]} \quad (3.77)$$

(detaylı bilgi için bkz. Chen ve Han [37]).

#### 4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

Bu bölümde elde edilen sayısal sonuçlar, Bölüm 3.4.1' de homojen panel için türetilen genel denklemler ve Bölüm 3.5.1'de FDM panel için türetilen genel denklemler kullanılarak elde edilmiştir. Sayısal sonuçlarda boyutsuz büyüklükler kullanılmıştır. Sayısal sonuçları elde etmek için Fortran kodları hazırlanmış ve sonuçlar grafikler ile sunulmuştur. Homojen panel için elde edilen sayısal sonuçlar ve FDM panel için elde edilen sayısal sonuçlar olmak üzere iki kısımda incelenmiştir.

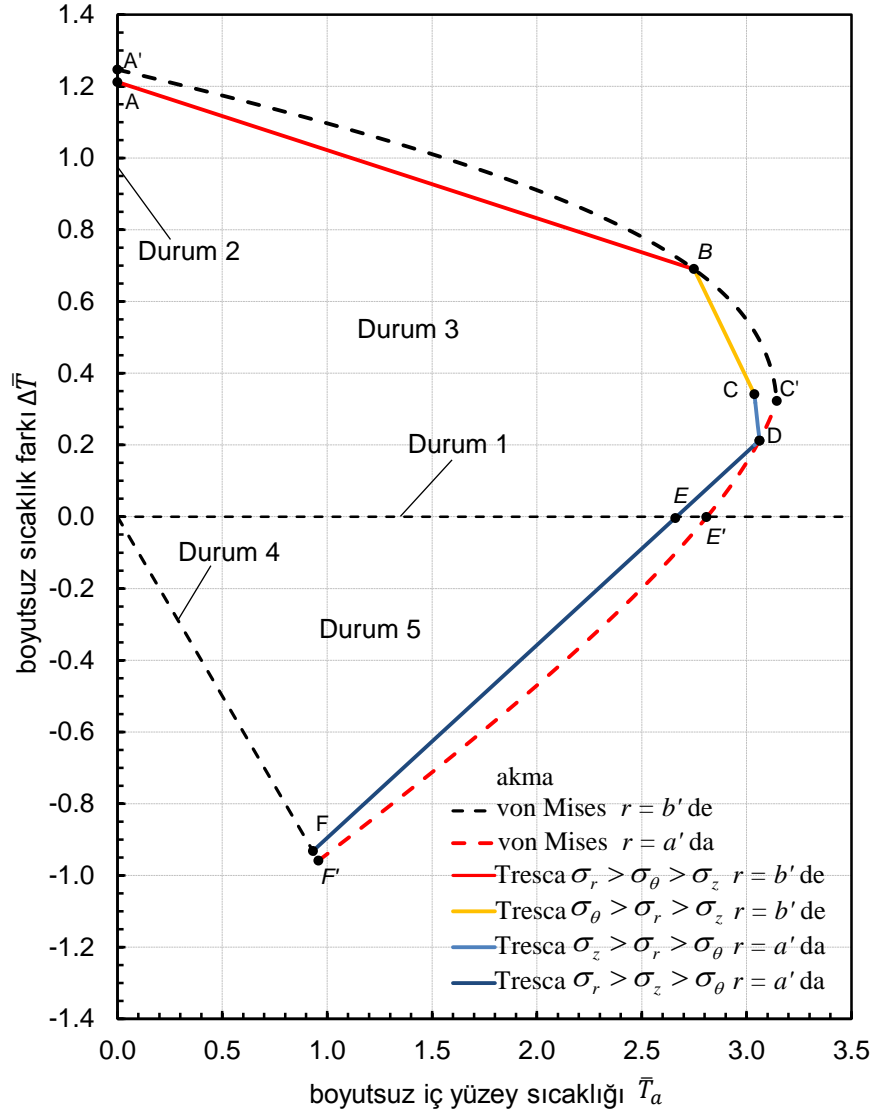
##### 4.1. Homojen Panel için Sayısal Sonuçlar

Homojen panelin malzeme özellikleri; Poisson oranı  $\nu=0.3$ , boyutsuz ısı yumuşama parametresi  $\beta = 0.2$  ve yüzey yarıçap oranları  $a/b = 0.75$  olarak alınmıştır. Homojen panel için kullanılan boyutsuz büyüklükler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\bar{r} = r/b, \bar{M} = M/(b^2\sigma_0), \bar{T}_i = \alpha ET_i / \sigma_0, \bar{\beta} = \beta\sigma_0/(\alpha E) \text{ ve } \bar{\sigma}_i = \sigma_i / \sigma_0. \quad (4.1)$$

Şekil 4.1'de, pozitif ( $\Delta T > 0$ ) ve negatif ( $\Delta T < 0$ ) sıcaklık dağılımı durumlarında, farklı iç yüzey sıcaklıkları için akma sebepleri olacak sıcaklık farklarının değişimi gösterilmiştir. Şekilde Bölüm 3.4.2'de tarif edilen 5 farklı durum görülmektedir. Sıcaklık dağılım grafiğinde kesik çizgi von Mises, düz çizgi ise Tresca akma kriterine göre elastik sınırları göstermektedir. Eğrilerin iç kısmında kalan bölgede, homojen panel elastik davranır. Eğrinin üzerinde akma gerçekleşir. Dış bölgesinde ise panel elastik-plastik davranacaktır. Şekil üzerinde bulunan her bir nokta A noktasından F noktasına kadar (buna A', C', E', ve F' dahil) her biri ayrı bir kritik noktayı ifade etmektedir ve bu noktaların karakteristik özellikleri Çizelge 4.1'de belirtilmiştir. Şekil 4.1'de A noktasından C noktasına kadar (Çizelge 4.1'de görüldüğü gibi) akma, panelin dış yüzeyinde ( $r = b$ ) oluşmaktadır ve bu durum A' ve C' noktaları için de geçerlidir. Buna karşılık C noktasından F noktasına kadar akma, panelin iç yüzeyinde ( $r = a$ ) gerçekleşmektedir. Aynı şekilde bu durum C' ve F' noktalarında da gözlenmektedir. C ve C' noktalarında panelin iç ve dış yüzeylerinde aynı anda plastik akma başlamaktadır. Ayrıca Tresca için bu noktalar arasındaki gerilme durumu AB eğrisinde  $\bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_\theta > \bar{\sigma}_z$ , BC'de  $\bar{\sigma}_\theta > \bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_z$ , CD'de  $\bar{\sigma}_z > \bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_\theta$ , ve DF'de  $\bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_z > \bar{\sigma}_\theta$  şeklinde elde edilmiştir. Burada B ve D noktaları

Tresca prizmasının köşelerini simgelemektedir. Bundan dolayı bu noktalarda, von Mises eş değer gerilme ve Tresca eş değer gerilme durumları aynı değerlere sahiptir [3]. Diğer bir ilgi çekici sonuç ise  $A$  ve  $A'$  noktalarında mesnetlerden dolayı oluşan eğilme momentlerinin negatif olmasıdır (Şekil 3.1 gösterilen momentlerin yönü pozitiftir). Ancak eğilme momenti  $B$  noktasında sıfıra eşittir ve  $B$  noktasında  $F$  noktasına kadar (ve  $F'$ ) pozitif moment oluşmaktadır. Bir diğer kritik nokta ise  $B$  noktasından  $E$  noktasına kadar pozitif sıcaklık değişim oranına rağmen mesnetlerde oluşan eğilme momentleri pozitif değerler alırlar.



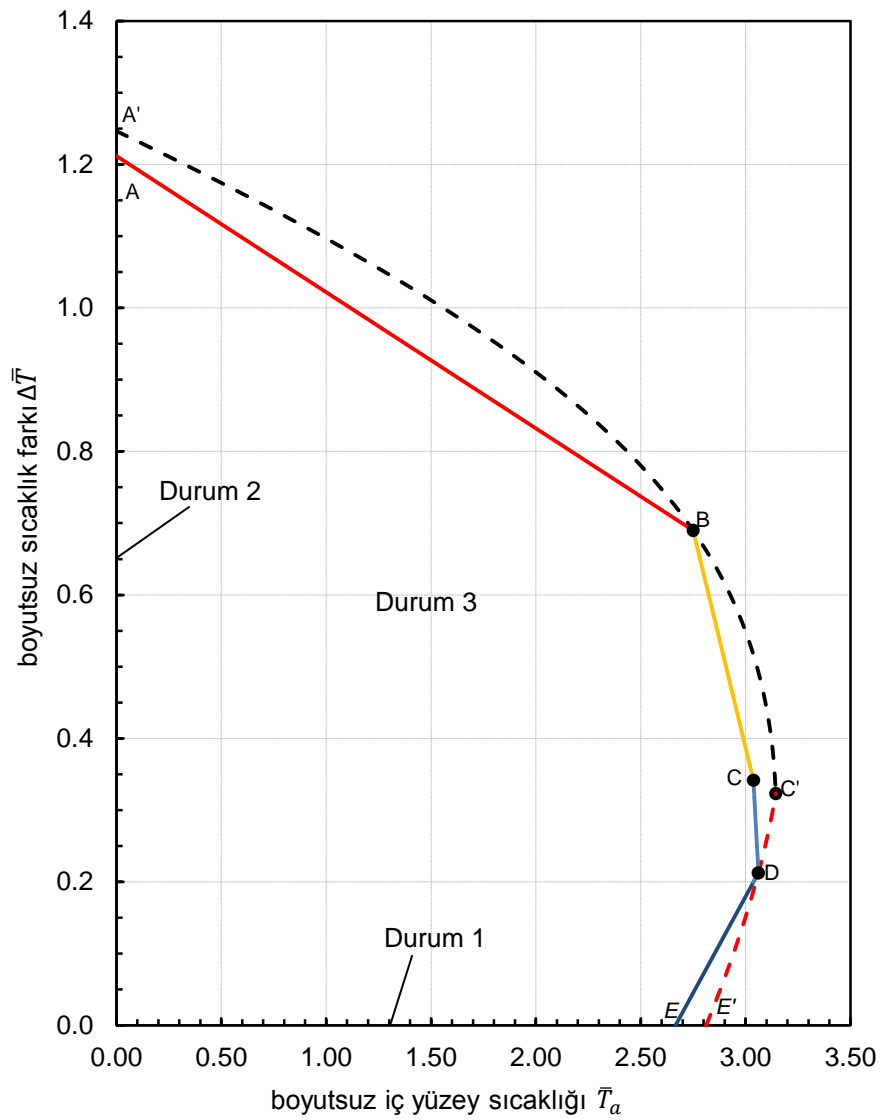
Şekil 4.1. Homojen panel için elastik limite ısı şartları (kesik çizgi von Mises, düz çizgi Tresca'yı göstermektedir)

Çizelge 4.1. Şekil 4.1'de işaretlenen kritik noktalara ait akma ve gerilme durumları

Nokta	Akma Kriteri	Durum	Sıcaklık Dağılımı	Akmanın oluştuğu yer	Gerilme Durumu
A	Tresca	Durum 2	Pozitif	$r = b$	$\bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_\theta > \bar{\sigma}_z$
A'	von Mises	Durum 2	Pozitif	$r = b$	-
B	Tresca ve von Mises	Durum 3	Pozitif	$r = b$	$\bar{\sigma}_r = \bar{\sigma}_\theta > \bar{\sigma}_z$
C	Tresca	Durum 3	Pozitif	$r = a$ ve $r = b$ , eş zamanlı	$\bar{\sigma}_z > \bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_\theta$ $r = a$ 'da $\bar{\sigma}_\theta > \bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_z$ $r = b$ 'de
C'	von Mises	Durum 3	Pozitif	$r = a$ ve $r = b$ , eş zamanlı	-
D	Tresca ve von Mises	Durum 3	Pozitif	$r = a$	$\bar{\sigma}_r = \bar{\sigma}_z > \bar{\sigma}_\theta$
E	Tresca	Durum 1	Homojen sıcaklık	$r = a$	$\bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_z > \bar{\sigma}_\theta$
E'	von Mises	Durum 1	Homojen sıcaklık	$r = a$	-
F	Tresca	Durum 4	Negatif	$r = a$	$\bar{\sigma}_r > \bar{\sigma}_z > \bar{\sigma}_\theta$
F'	von Mises	Durum 4	Negatif	$r = a$	-

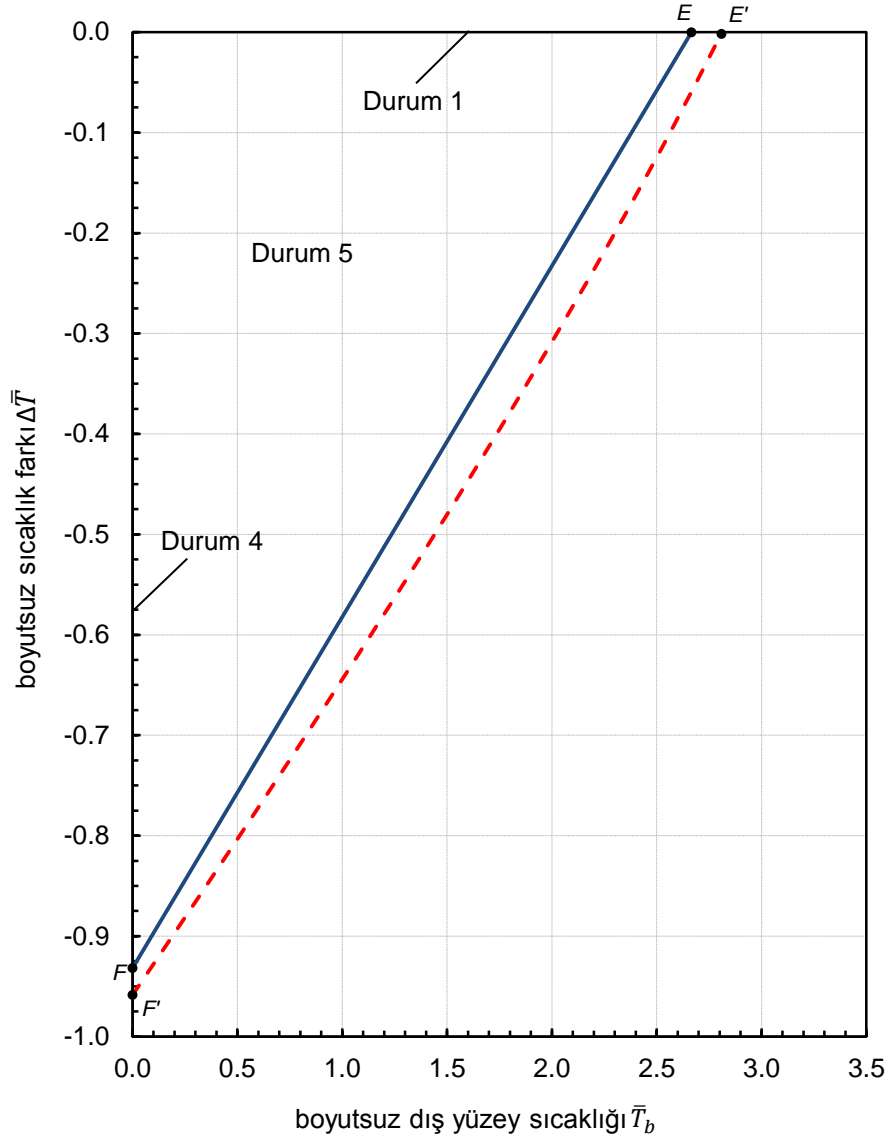
Panelin elastik davranışı için gerilmeler sadece panelin ısıtılma yöntemine bağlı değil aynı zamanda panelin son sıcaklık dağılımına da bağlıdır. Ancak belirli iç ısıtılma durumları plastikleşmeye sebep olabilir. Bazı elastik durumlar için belirli bir sıcaklık uygulama yöntemi vardır. Örneğin 3. durumda öncelikle panelin dış yüzey sıcaklığı belirli bir değere kadar ısıtılmış daha sonra bütün panelin ( $\Delta\bar{T}$  sabit kalacak şekilde) sıcaklığı artırılmıştır (Şekil 3.2c' de olduğu gibi). Diğer bir sıcaklık durumunda (ilk olarak bütün panel sıcaklığı artırılır, sonra  $\bar{T}_a$  sıcaklığı sabit tutulur ve  $\bar{T}_b$  sıcaklığı artırılır), panel kısmen plastik noktaya geçebilir E (ve E') ve daha sonra Şekil 4.1' de olduğu gibi  $\bar{T}_b$  sıcaklığı artırılarak tekrar elastik noktaya ulaşmış olur. Bu davranış bu çalışmanın kapsamının dışında tutulmuştur. Buna benzer bir

yaklaşım 5. durum için de geçerlidir. Ayrıca 3. ve 5. durumlarda Bölüm 3.5'de tanımlanan sıcaklığın belirli bir kısmı takip edilmelidir. Şekil 4.1'de pozitif ve negatif iç yüzey sıcaklık dağılımları tek bir şekilde gösterilmiştir. Şekil 4.2 ve Şekil 4.3'de ise bu durumlar ayrı ayrı gösterilmiştir. Şekil 4.3'de verilen grafikte yatay eksen dış yüzey sıcaklığı olarak değiştirilmiştir.



Şekil 4.2. Pozitif sıcaklık dağılımı için elastik limitte sıcaklık farkının iç yüzey sıcaklığı ile değişimi (kesik çizgi von Mises, düz çizgi Tresca'yı göstermektedir)





Şekil 4.3. Negatif sıcaklık dağılımı için elastik limite sıcaklık farkının iç yüzey sıcaklığı ile değişimi (kesik çizgi von Mises, düz çizgi Tresca'yı göstermektedir)

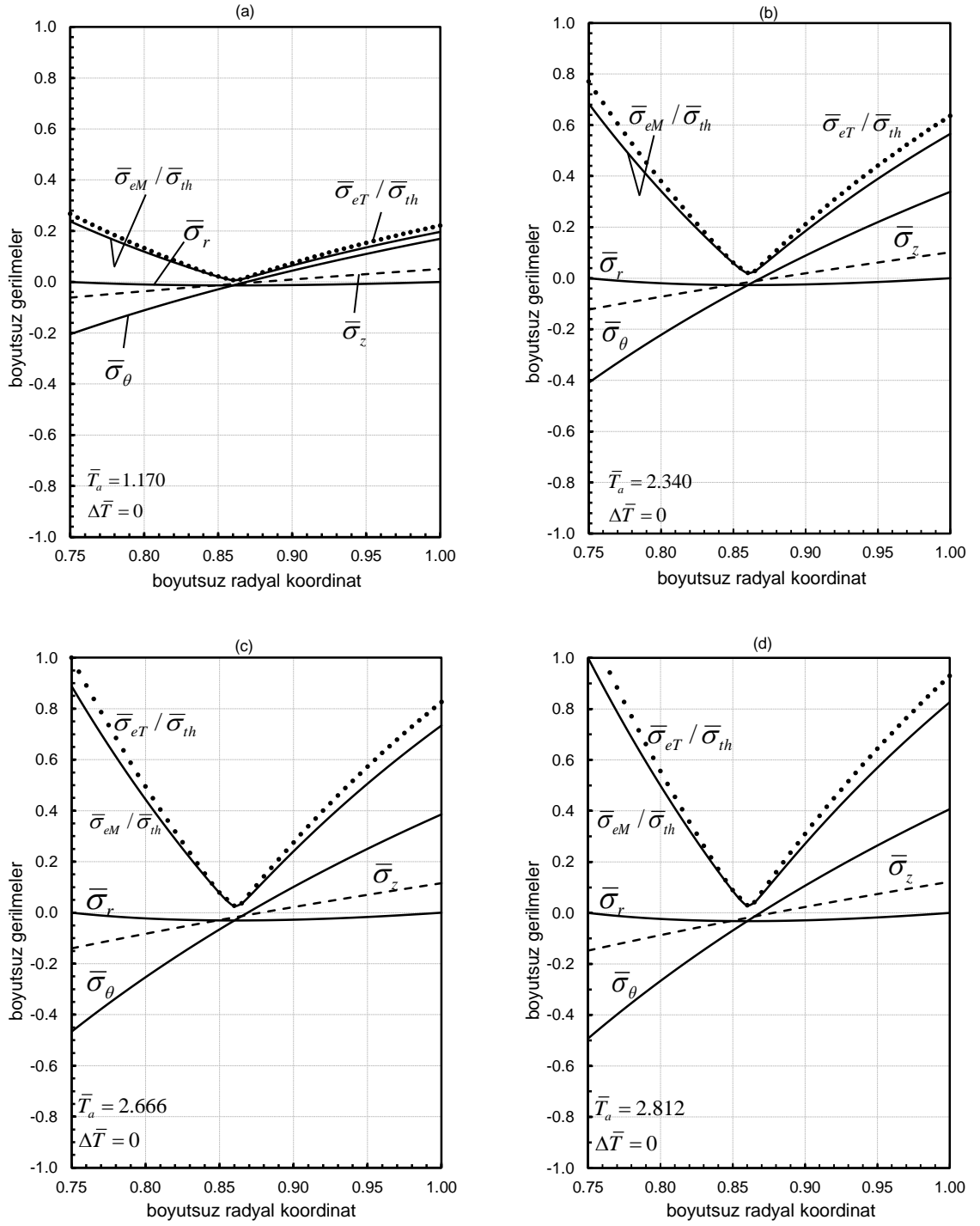
Şekil 4.1'de belirtilen her bir kritik nokta için eğilme moment değerleri hesaplanmış ve Çizelge 4.2'de sunulmuştur. Bu değerler; A, ve A' noktalarında negatif, C - F noktaları dahil ve bu noktalar arasındaki bütün noktalarda pozitif moment oluşmuştur. B noktasında ise (akmanın iç ve dış yüzeyde aynı anda oluştuğu

3. durum) herhangi bir eğilme momenti oluşmamaktadır. Bunun nedeni bu noktada açısıl doğrultuda gerilme  $\sigma_\theta = 0$  oluşmamasıdır.

Çizelge 4.2. Homojen panele ait kritik noktalarda oluşan boyutsuz eğilme moment değerleri

Kritik noktalar	Eğilme momenti $\bar{M}$
<i>A</i>	$-7.967x10^{-3}$
<i>A'</i>	$-8.194x10^{-3}$
<i>B</i>	0
<i>C</i>	$2.763x10^{-3}$
<i>C'</i>	$3.061x10^{-3}$
<i>D</i>	$3.652x10^{-3}$
<i>E</i>	$4.397x10^{-3}$
<i>E'</i>	$4.637x10^{-3}$
<i>F</i>	$7.663x10^{-3}$
<i>F'</i>	$7.883x10^{-3}$

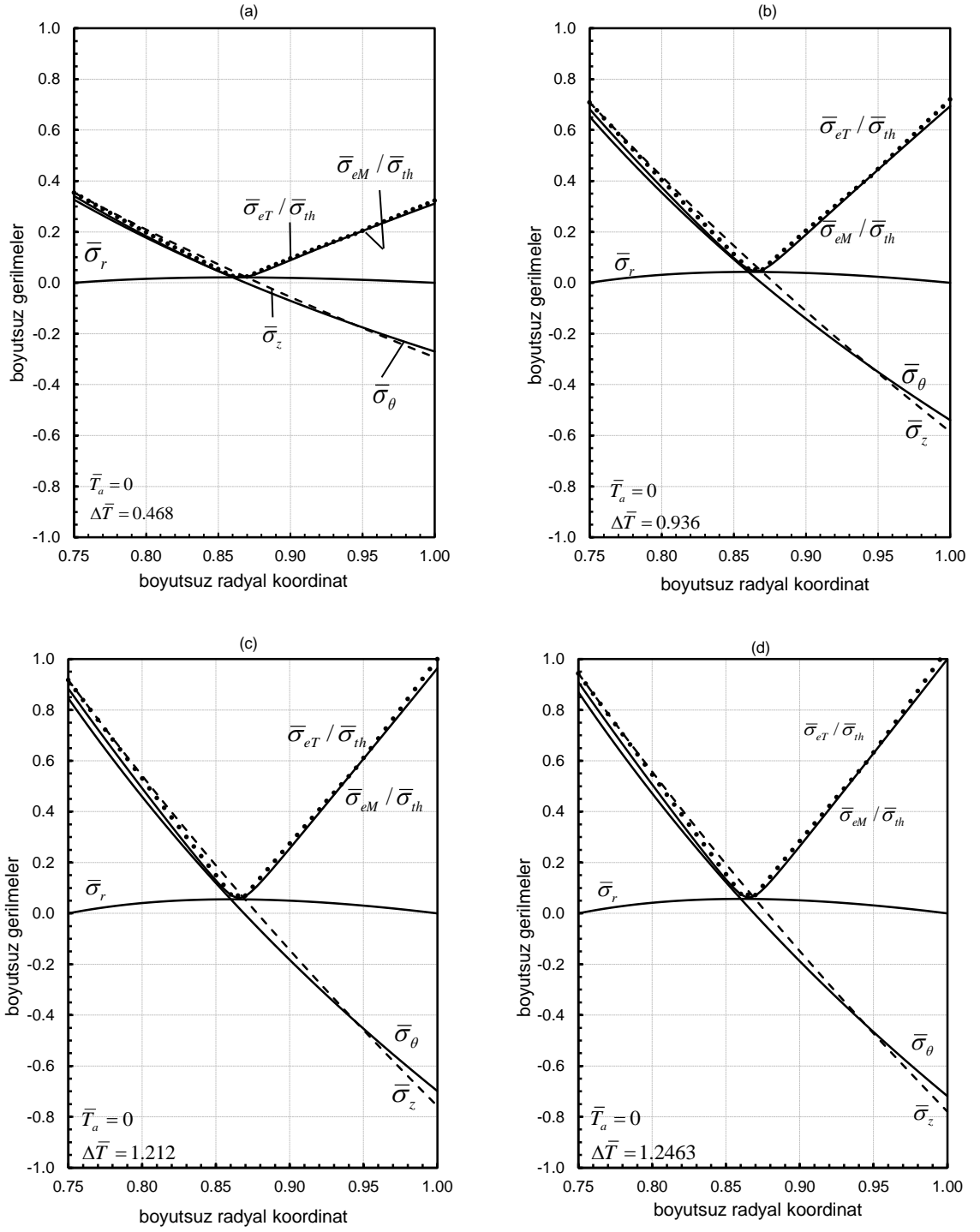
Panelin radyal doğrultuda elastik sınır yüklerini, gerilme dağılımlarını ve von Mises ile Tresca eş değer akma gerilmelerini aşağıdaki grafiklerde her bir durum için ayrı ayrı verilmiştir.



Şekil 4.4. Homojen ısı yük altında ( $\Delta \bar{T} = 0$ ) 1. duruma ait gerilme dağılımları a)  $\bar{T}_a = 1.170$ ,  $\Delta \bar{T} = 0$  b)  $\bar{T}_a = 2.340$ ,  $\Delta \bar{T} = 0$  c)  $\bar{T}_a = 2.666$ ,  $\Delta \bar{T} = 0$  E noktası d)  $\bar{T}_a = 2.812$ ,  $\Delta \bar{T} = 0$  E' noktası

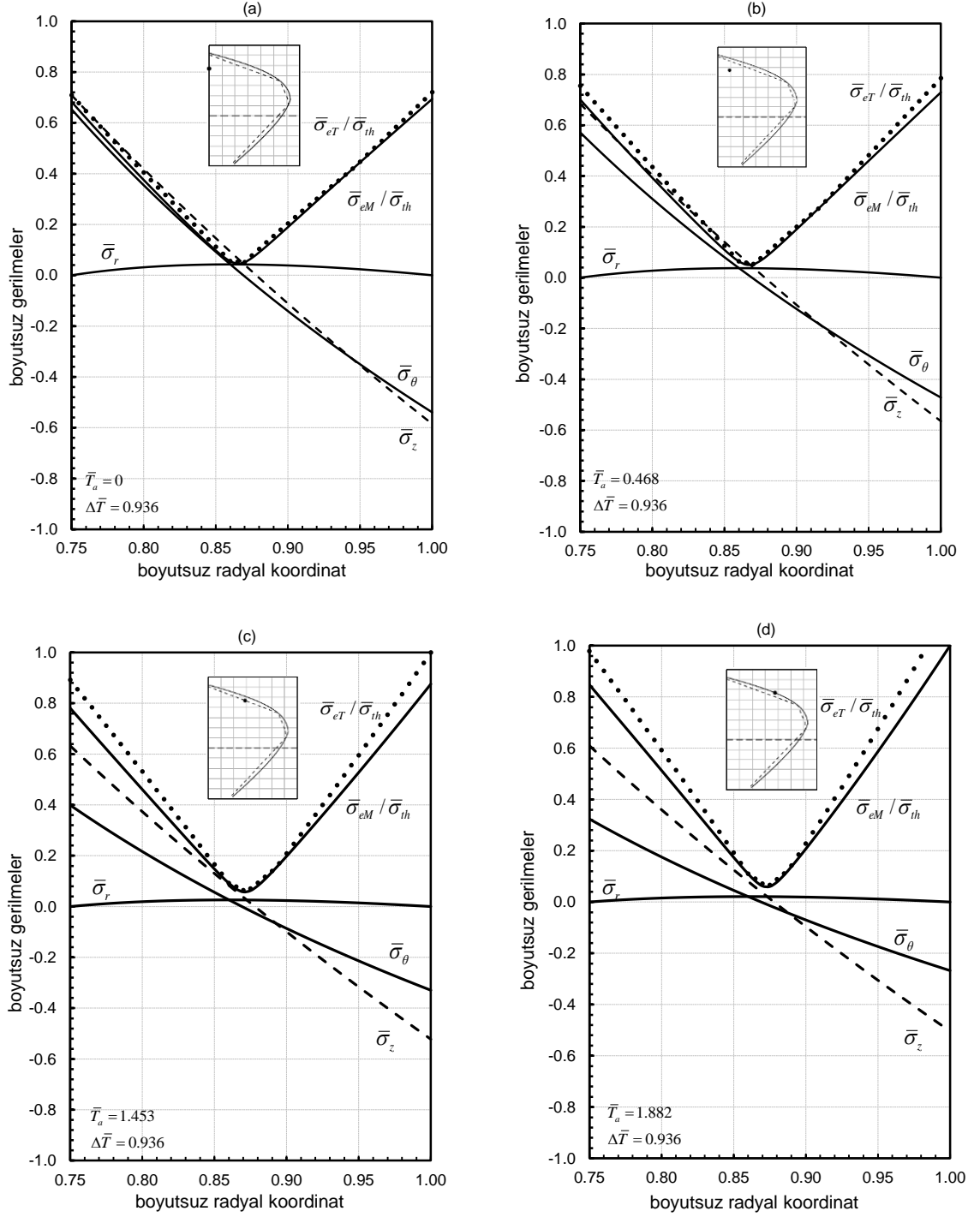
Şekil 4.4c ve Şekil 4.4d sırasıyla Tresca akma kriterine göre  $\bar{T}_a = \bar{T}_b = 2.666$  ve  $\Delta\bar{T} = 0$  olarak hesaplanan ve von Mises akma kriterine göre  $\bar{T}_a = \bar{T}_b = 2.812$  ve  $\Delta\bar{T} = 0$  olarak hesaplanan homojen sıcaklık dağılımına göre elastik gerilmeleri göstermektedir. Bu sıcaklık dağılımları Şekil 4.1'de  $E$  ve  $E'$  noktalarında oluşmaktadır. Bu durumda, bütün panel akma noktasına kadar homojen olarak ısıtılmıştır.

Şekil 4.1'de gösterilen Durum 2'de belirlenen bazı sıcaklık değerleri için gerilme dağılımları Şekil 4.5'de gösterilmiştir.  $A$  ve  $A'$  noktalarında oluşan elastik sınırları belirtmek için gerilme dağılımı Tresca akma kriterine göre  $\bar{T}_a = 0$  ve  $\Delta\bar{T} = \bar{T}_b = 1.212$  ve von Mises akma kriterine göre  $\bar{T}_a = 0$  ve  $\Delta\bar{T} = \bar{T}_b = 1.246$  için Şekil 4.5c ve Şekil 4.5d'de sırasıyla gösterilmiştir.

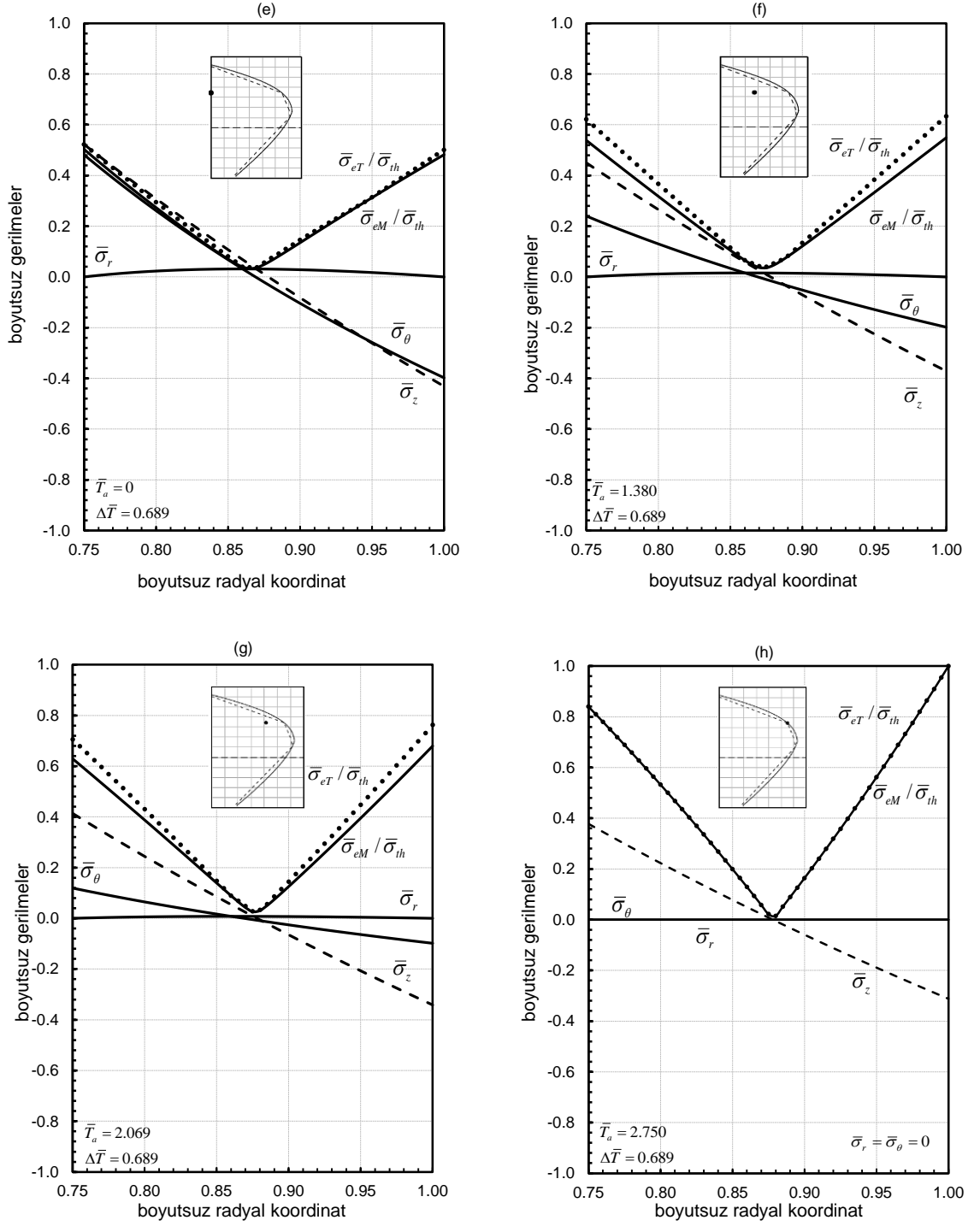


Şekil 4.5. Pozitif ısıl yük altında 2. duruma ait gerilme dağılımları a)  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.468$  b)  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.936$  c)  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.212$  A noktası d)  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.2463$  A' noktası

Bir diğerk pozitif sıcaklık dağılımı 3. durum'da gösterilmektedir (bkz. Şekil 4.1). Burada  $B, D, C$  ve  $C'$  noktalarının temsil ettiği gerilme dağılımları Şekil 4.6a-4.6t'de gösterilmiştir. 3. durumda öncelikle  $\bar{T}_a=0$  iken  $\bar{T}_b$  sıcaklığı, bir sıcaklık farkı oluşturmak için yavaş bir şekilde grafiklerde görüldüğü gibi arttırılır (Şekil 4.6h'de  $\Delta\bar{T}=0.689$ , Şekil 4.6k'de  $\Delta\bar{T}=0.212$ , Şekil 4.6o'da  $\Delta\bar{T}=0.342$  ve Şekil 4.6t'de  $\Delta\bar{T}=0.323$ ). Sonra bütün panele  $\Delta\bar{T}$  sabit tutulacak şekilde akma noktasına kadar ısı yük uygulanır. Şekil 4.6h'de görüldüğü gibi  $T_a=2.750$  sıcaklığına ulaştığında hem Tresca hem de von Mises akma kriterine göre ( $B$  noktası) akma oluşmuştur. Burada  $\bar{\sigma}_r$  ve  $\bar{\sigma}_\theta$  gerilme değerleri sıfıra eşittir. Bundan dolayı Tresca  $\bar{\sigma}_{eT}$  ve von Mises  $\bar{\sigma}_{eM}$  akma gerilmesi  $\bar{\sigma}_{th}$  aynı orana sahiptir. Burada rijit mesnetlerde eğilme momenti oluşmaz. Böylece  $M$  moment değeri sıfıra eşittir (bkz. Çizelge 4.2). Ancak  $D$  noktasına ulaşmak için  $\bar{T}_a=0$  iken panelin dış yüzey sıcaklığı  $\bar{T}_b=0.212$  sıcaklığına kadar ısıtılır. Daha sonra  $\bar{T}_a=3.061$  değerine ulaşmaya kadar bütün panel sıcaklığı arttırılır. Bu ısı yükleri altında paneldeki gerilmeler Şekil 4.6t'de gösterilmektedir. Diğerk önemli nokta ise aynı anda panelin iç ve dış yüzeyinde Tresca  $\Delta\bar{T}=0.342$  ve  $\bar{T}_a=3.037$  ve von Mises için  $\Delta\bar{T}=0.323$  ve  $\bar{T}_a=3.144$  sıcaklık değerlerine göre akmanın oluştuğu 3. durumda belirtilen  $C$  ve  $C'$  noktalarıdır. Bu durum için gerilme dağılımı sırasıyla Şekil 4.6k ve Şekil 4.6o'da gösterilmiştir.

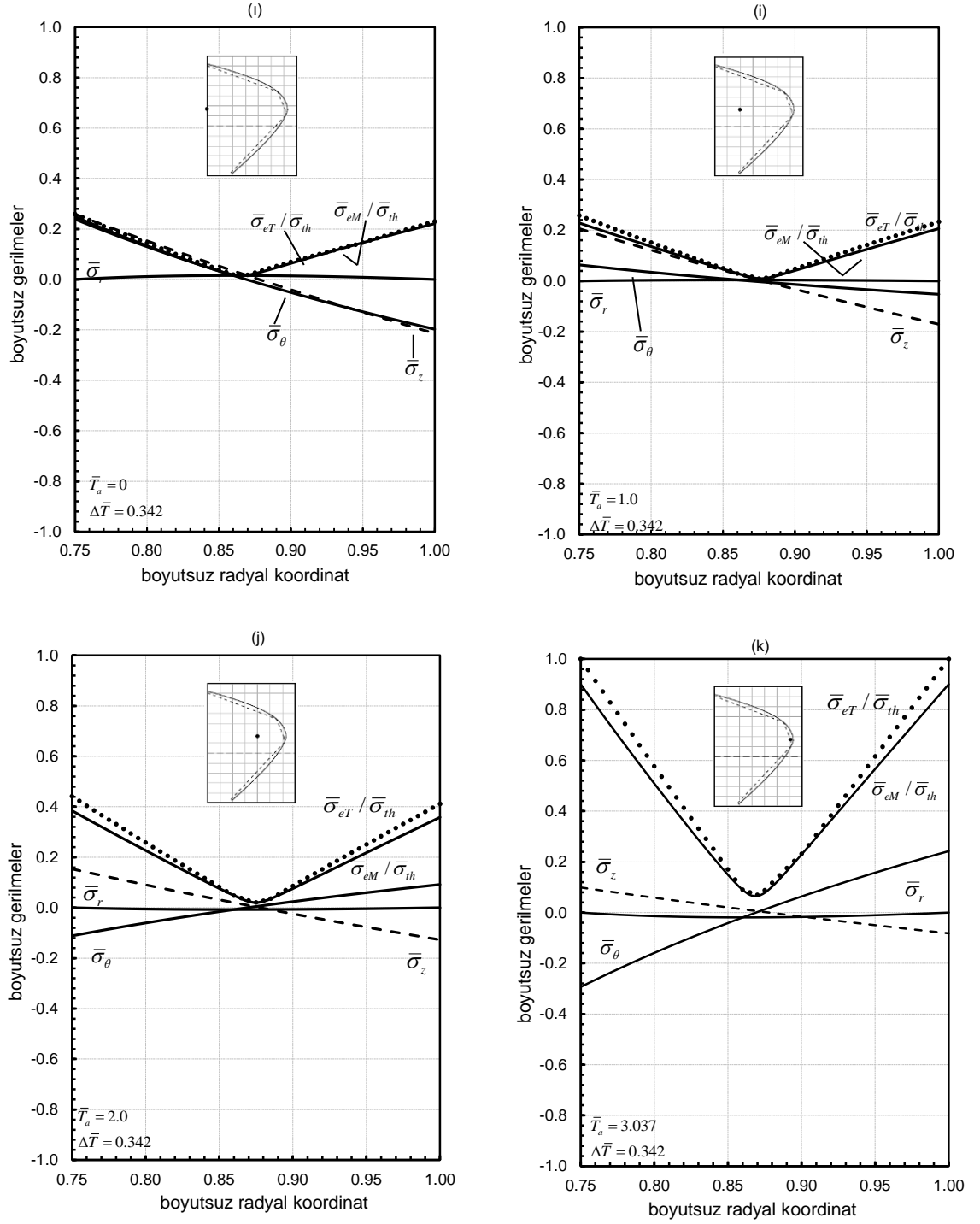


Şekil 4.6. Pozitif ısı yük altında 3. duruma ait gerilme dağılımları a)  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.936$   
b)  $\bar{T}_a = 0.468$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.936$  c)  $\bar{T}_a = 1.453$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.936$  d)  $\bar{T}_a = 1.882$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.936$

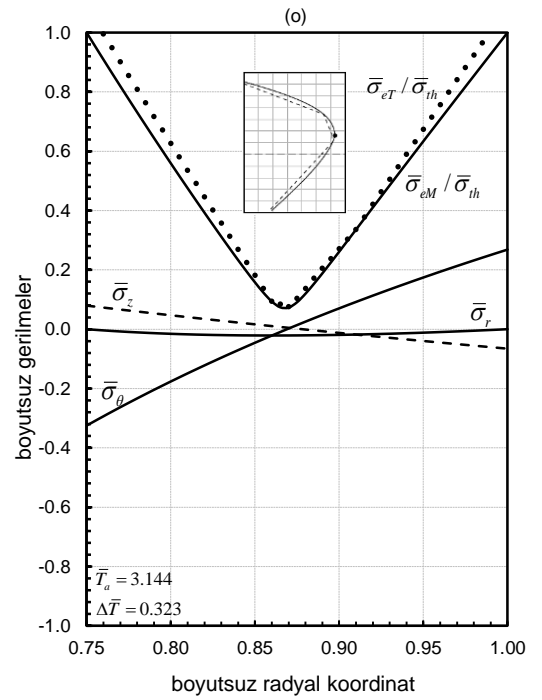
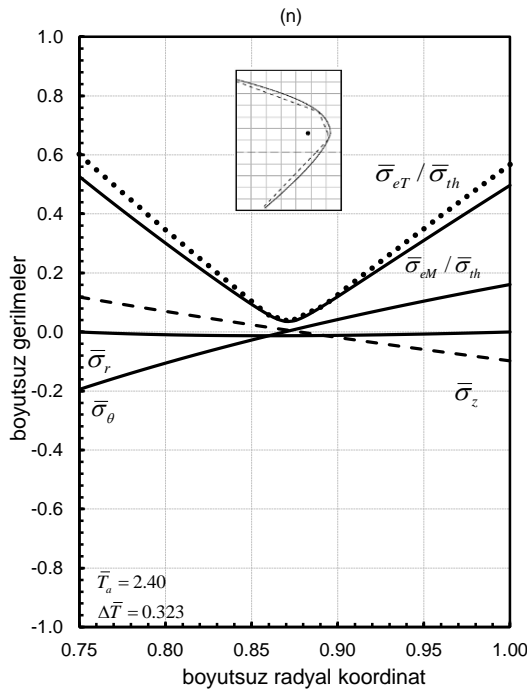
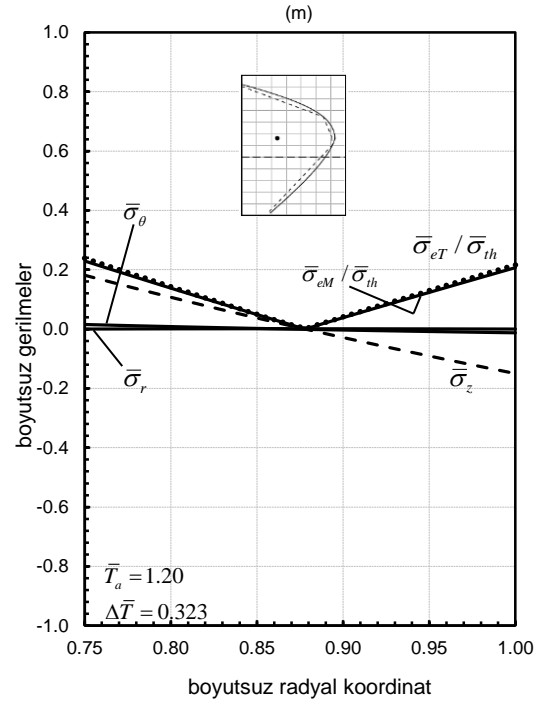
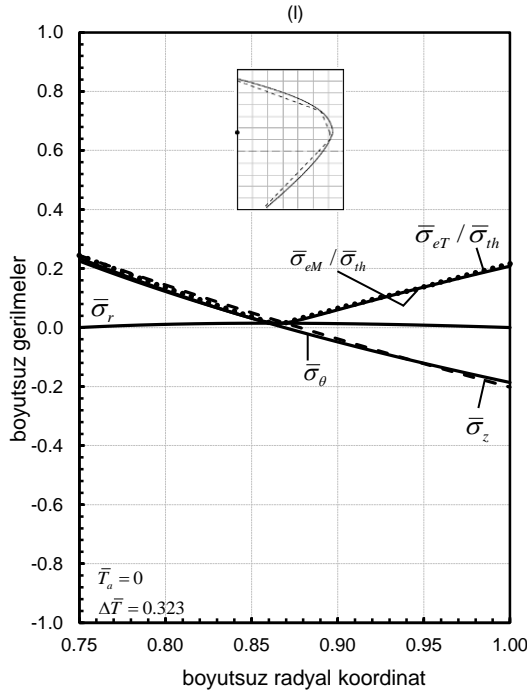


Şekil 4.6. (devamı) Pozitif ısı yük altında 3. duruma ait gerilme dağılımları e)  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.689$   
 f)  $\bar{T}_a = 1.380$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.689$  g)  $\bar{T}_a = 2.069$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.689$  h)  $\bar{T}_a = 2.750$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.689$  B noktası

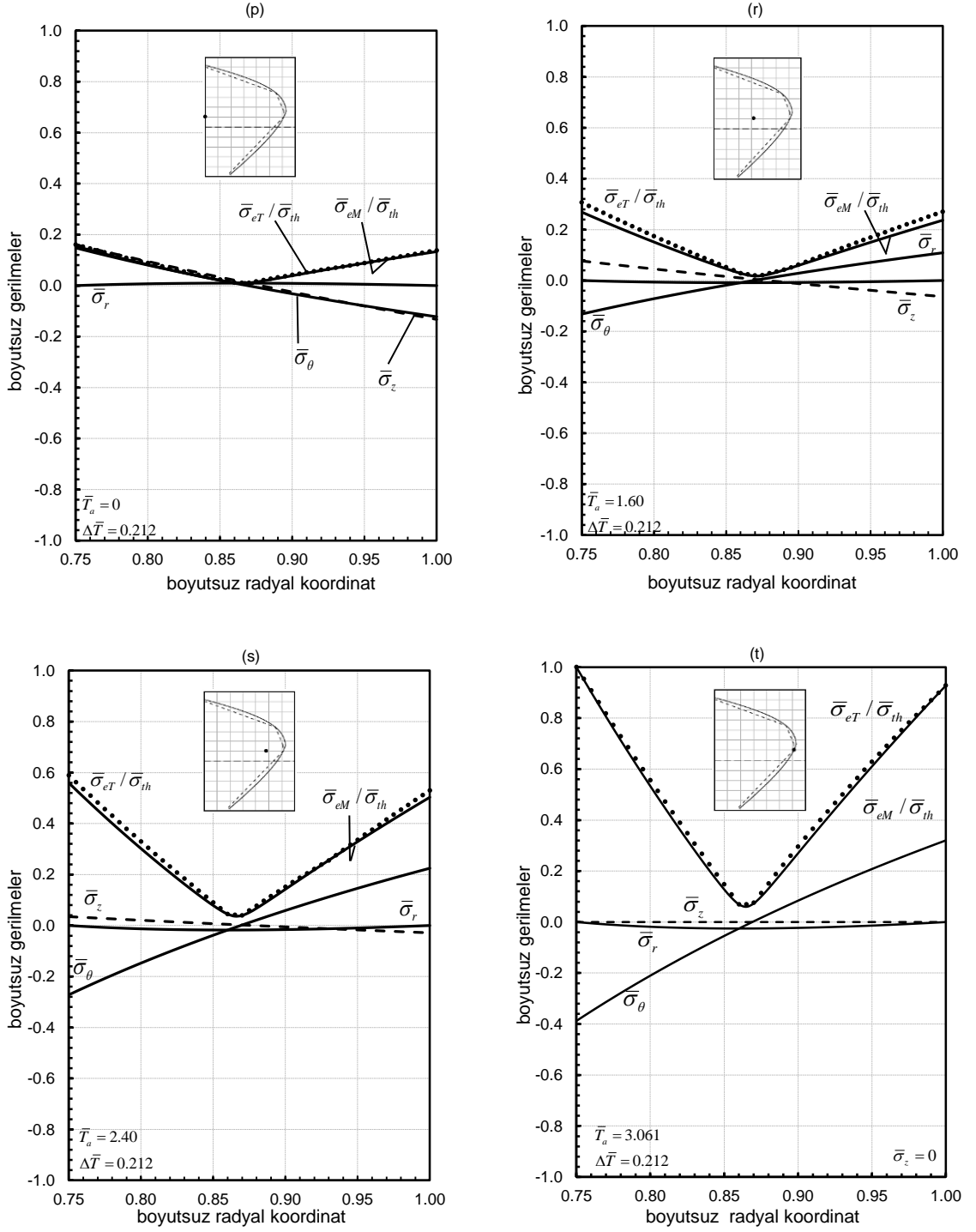




Şekil 4.6. (devamı) Pozitif ısıl yük altında 3. duruma ait gerilme dağılımları ı)  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.342$   
 ii)  $\bar{T}_a = 1.0$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.342$  j)  $\bar{T}_a = 2.0$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.342$  k)  $\bar{T}_a = 3.037$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.342$  C noktası

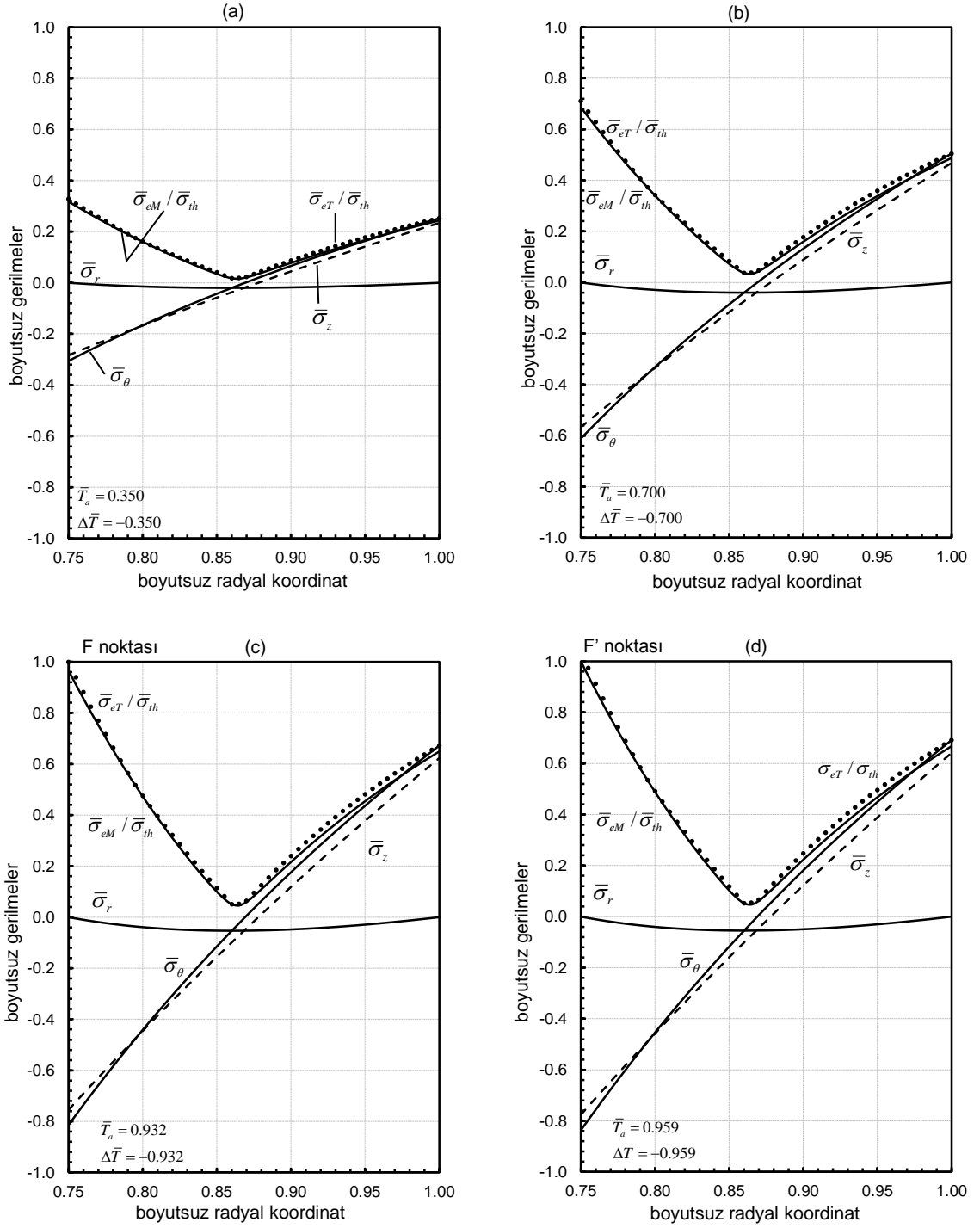


Şekil 4.6. (devamı) Pozitif ısıl yük altında 3. duruma ait gerilme dağılımları l)  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta \bar{T} = 0.323$  m)  $\bar{T}_a = 1.20$ ,  $\Delta \bar{T} = 0.323$  n)  $\bar{T}_a = 2.40$ ,  $\Delta \bar{T} = 0.323$  o)  $\bar{T}_a = 3.144$ ,  $\Delta \bar{T} = 0.323$  C' noktası

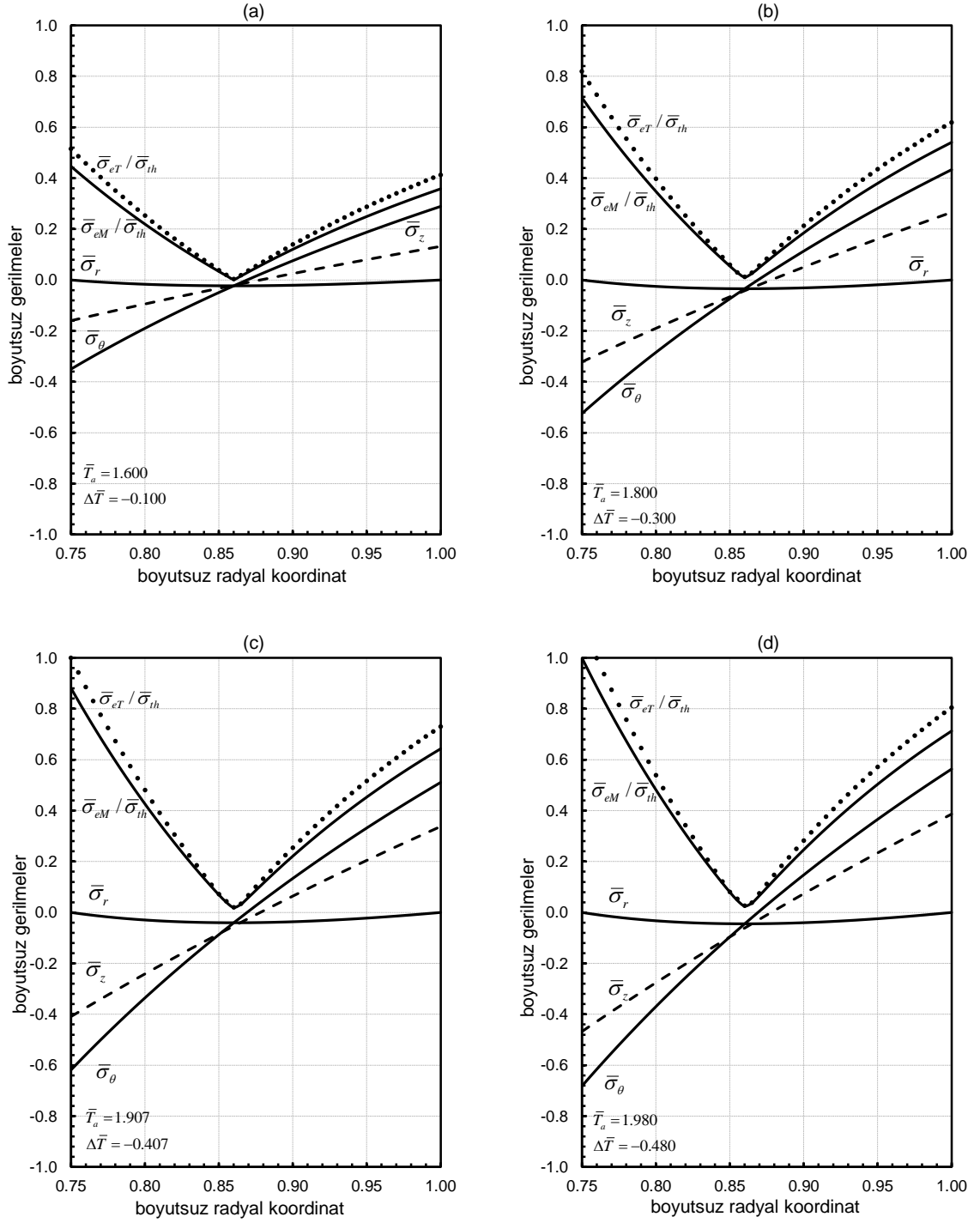


Şekil 4.6. (devamı) Pozitif ısı yük altında 3. duruma ait gerilme dağılımları p)  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.212$   
 r)  $\bar{T}_a = 1.60$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.212$  s)  $\bar{T}_a = 2.40$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.212$  t)  $\bar{T}_a = 3.061$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.212$  D noktası

Şekil 4.7 negatif ısıl yük altında 4. duruma ait gerilme dağılımlarını göstermektedir. Şekil 4.7a ve 4.7b’de farklı  $T_a$  sıcaklığına bağlı olarak gerilme dağılımlarını göstermektedir ve bu durumda panelin herhangi bir yerinde akma gerçekleşmemiştir. Şekil 4.7c ve 4.7d sırasıyla Şekil 4.1’de gösterilen  $F$  ve  $F'$  noktalarını simgelemektedir. Burada, panelin dış yüzey sıcaklığı sabit tutulup  $\bar{T}_b=0$  ve  $\bar{T}_a$  ise yavaş bir şekilde arttırılarak Tresca için  $\bar{T}_a=\Delta\bar{T}=0.932$  ve von Mises için  $\bar{T}_a=\Delta T=0.959$  değerine kadar panel iç yüzeyinden ısıtılır. Şekil 4.8, 5. duruma ait negatif sıcaklık altında oluşan gerilme dağılımını göstermektedir. Burada bütün panel  $\Delta\bar{T}= 1.5$  sıcaklık değerine kadar ısıtılır. Sonra panelin dış yüzey sıcaklığı  $\bar{T}_b=1.5$  değerinde sabit tutulur ve Tresca akma noktası için  $\bar{T}_a=1.907$  değerine, von Mises akma noktası için  $\bar{T}_a=1.980$  değerine kadar yavaş bir şekilde ısıl yük uygulanır. Bu noktalara ait eğilme momenti değerleri Çizelge 4.2’de verilmiştir.



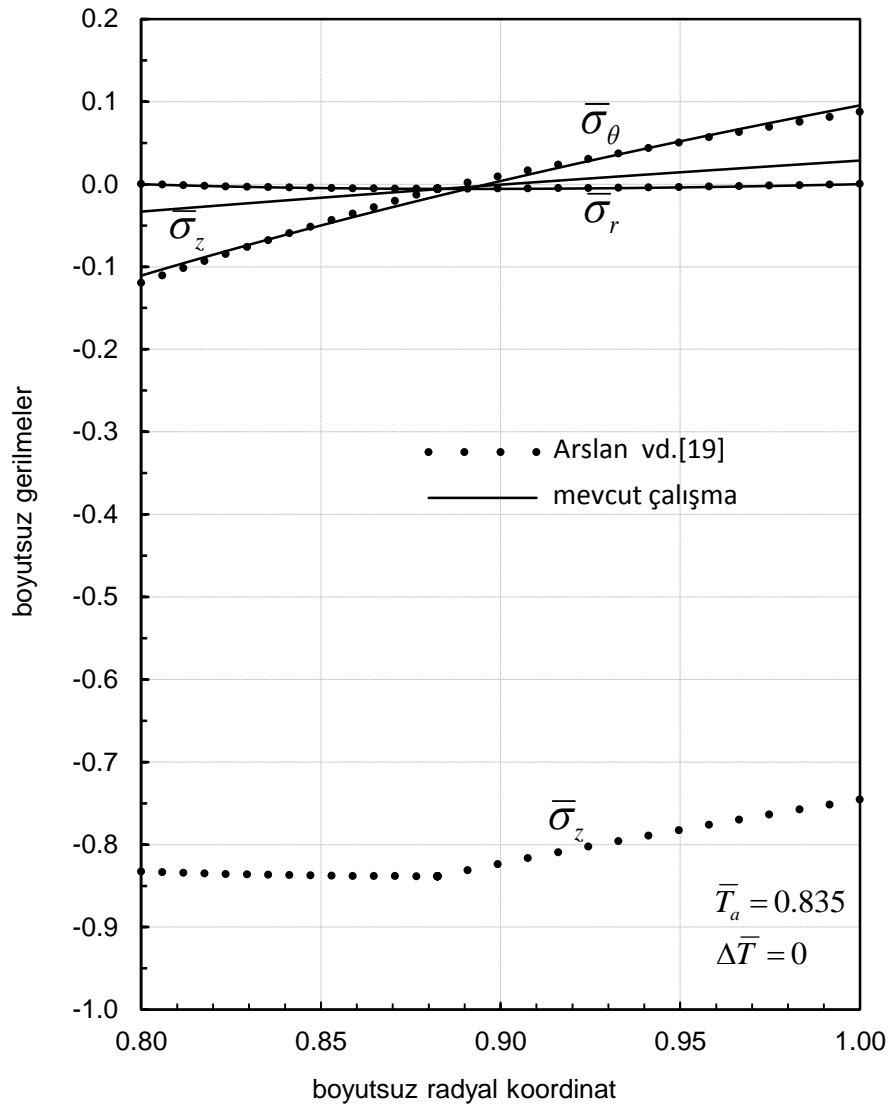
Şekil 4.7. Negatif ısı yük altında 4. duruma ait gerilme dağılımı a)  $\bar{T}_a = 0.350$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.350$   
 b)  $\bar{T}_a = 0.700$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.700$  c)  $\bar{T}_a = 0.932$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.932$ , F noktası d)  $\bar{T}_a = 0.959$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.959$  F' noktası



Şekil 4.8. Negatif ısıl yük altında 5. duruma ait gerilme dağılımları a)  $\bar{T}_a = 1.60$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.100$   
b)  $\bar{T}_a = 1.80$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.300$  c)  $\bar{T}_a = 1.907$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.407$  d)  $\bar{T}_a = 1.980$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.480$

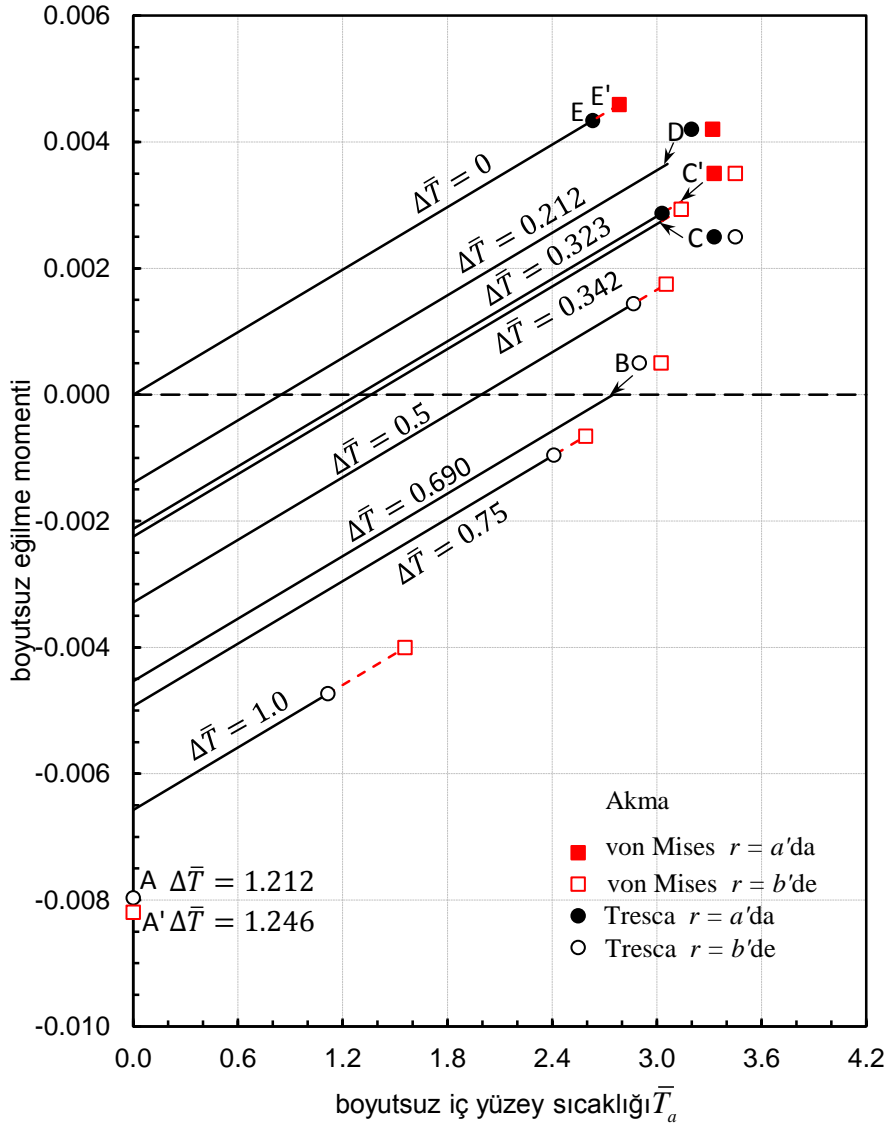
Genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme ve düzlem şekil değiştirme durumları arasındaki farkı göstermek için 1. durumu simgeleyen  $\bar{T}_a = 0.835$  ve  $\Delta\bar{T} = 0$ , homojen sıcaklık ve yarıçap oranları  $a/b=0.80$  için elastik gerilmeler hesaplanmıştır. Bu sonuçlar aynı sıcaklık ve yarıçap oranı için Arslan ve Mack [17]

tarafından yapılan düzlem şekil değiştirme durumu için elde edilen sayısal sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar Şekil 4.9'da gösterilmiştir. Şekilde düz çizgi ile gösterilen sonuçlar, mevcut çalışmayı ve kesik çizgiler ise Arslan ve Mack [17] tarafından yapılan çalışmayı temsil etmektedir. Normal şekil değiştirme durumunda, homojen panel bu yük altında elastik-plastik davranırken, genelleştirilmiş şekil değiştirme durumunda panel sadece elastik davranmaktadır. Ayrıca düzlem şekil değiştirme durumunda aksenal gerilme yüksek basınç altında oluşmasına rağmen, genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme durumunda aksenal gerilme dağılımı, diğer gerilme bileşenlerine ( $\bar{\sigma}_r$  ve  $\bar{\sigma}_\theta$ ) benzemektedir.



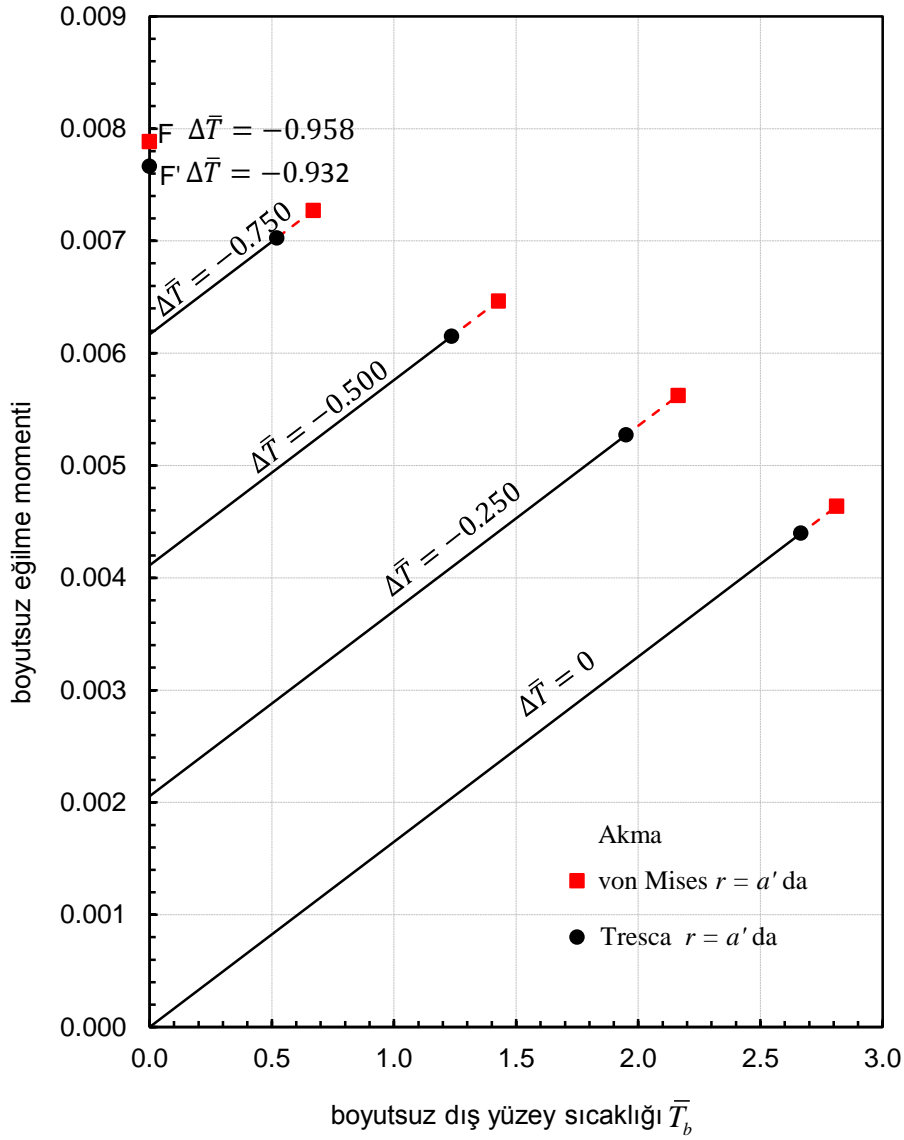
Şekil 4.9. Genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme durumunda elastik durum ve düzlem şekil değiştirme durumunda kısmen plastik [19] için gerilme dağılımlarının karşılaştırılması

Şekil 4.1' de sıcaklık dağılım grafiğinde yer alan kritik noktalara ait boyutsuz moment değerleri Şekil 4.10 ve Şekil 4.11' de ayrıntılı olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.10. Pozitif ısı yük altında mesnetlerde oluşan eğilme momentleri

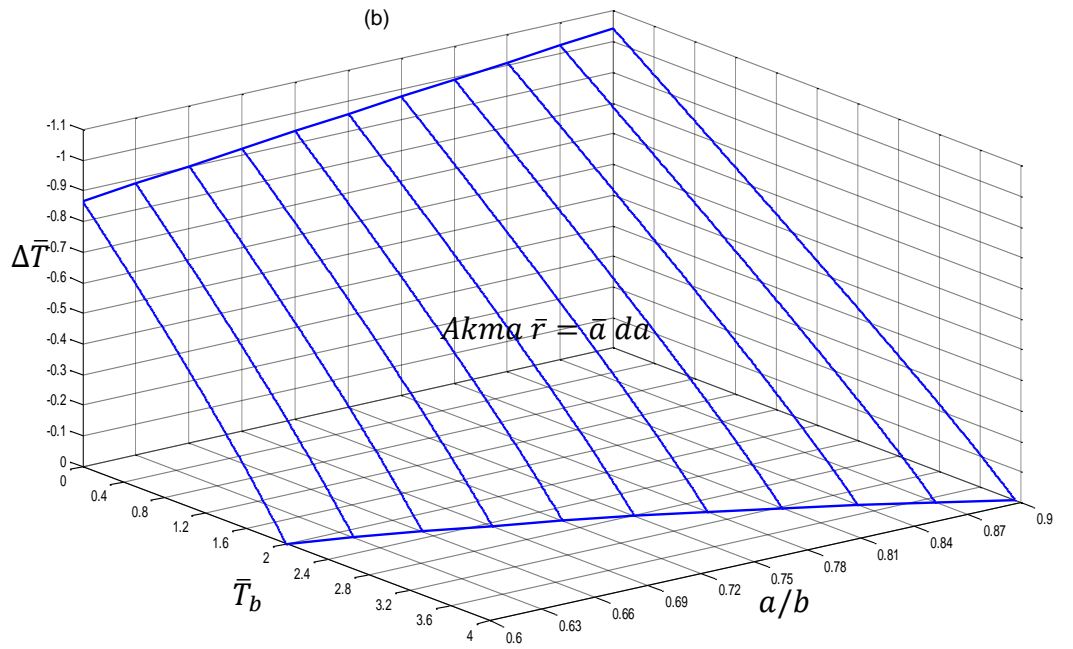
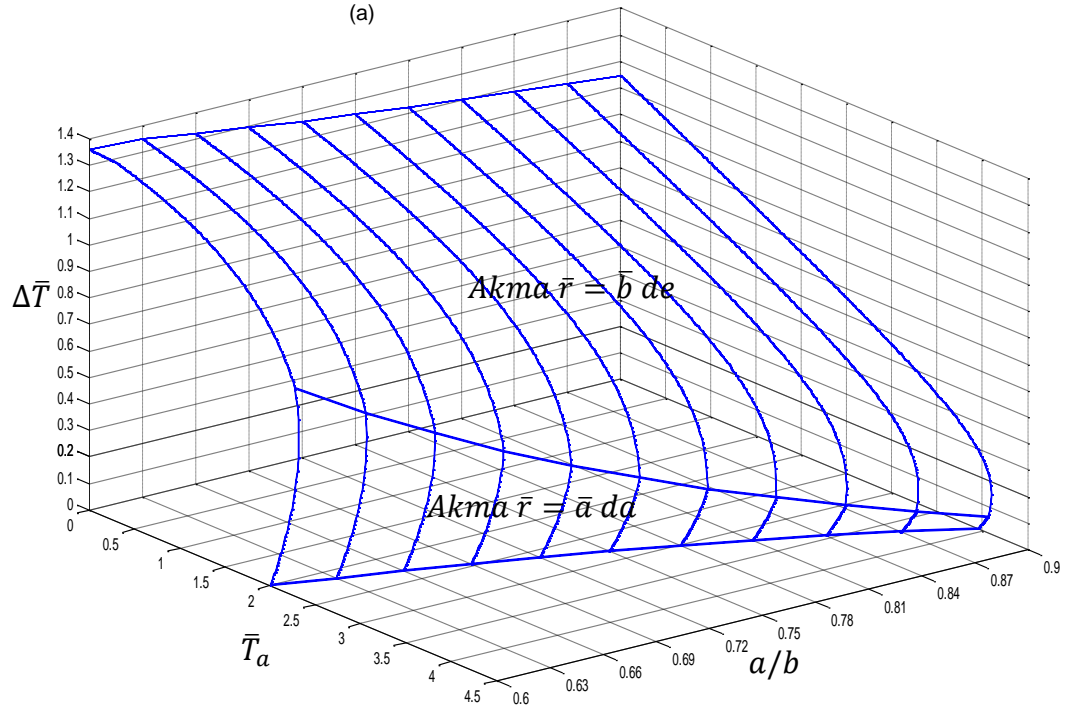




Şekil 4.11. Negatif ısı yük altında mesnetlerde oluşan eğilme momentleri

Şekil 4.10 ve Şekil 4.11'de görüldüğü gibi eğilme momenti en yüksek değere negatif sıcaklıkta ulaşmakta ve bu Şekil 4.1'de gösterilen  $F$  ve  $F'$  noktalarına denk gelmektedir. Eğilme momenti en düşük değerine  $B$  noktasında ulaşmaktadır.

Farklı boyutlara sahip panellerin ( $0.6 \leq a/b \leq 0.9$ ) iç yüzey  $\bar{T}_a$  ve dış yüzey  $\bar{T}_b$  sıcaklıkları ve bu sıcaklıklarda von Mises akma kriterine göre akmanın gerçekleşmesi için gerekli sıcaklık farkının ( $\Delta\bar{T}$ ) dağılımı Şekil 4.12'de gösterilmiştir. Burada panel Şekil 4.12a'da pozitif ısı yüküne maruz kalan panelde akma, dış ve iç yüzeyde gerçekleşmektedir. Şekil 4.12b'de ise negatif ısı yüküne maruz kalan panelde akma sadece iç yüzeyde oluşmaktadır.



Şekil 4.12. a) Pozitif ve b) Negatif ısı yük altında farklı yarıçap oranlarına sahip paneller için elastik limite ait sıcaklık farkının iç ve dış yüzey sıcaklığına göre değişimi

## 4.2. FDM Panel için Sayısal Sonuçlar

FDM panel için elde edilen sayısal sonuçlar için aşağıdaki boyutsuz ifadeler kullanılmıştır.

$$\bar{k} = \frac{k}{k_0}, \quad \bar{r} = \frac{r}{a}, \quad \bar{E} = \frac{E}{E_0}, \quad \bar{M} = \frac{M}{a^2 \sigma_{y,0}}, \quad (4.2)$$

$$\bar{T} = \frac{\alpha_0 E_0 T}{\sigma_{y,0}}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha_0}, \quad \bar{\sigma}_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_{y,0}}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (4.3)$$

Burada 0 alt indisi FDM paneldeki  $r=a$ 'daki saf bileşimi temsil etmektedir. Daha da önemlisi, panelin dış yüzeyinde iç yüzeyde kullanılan malzemenin hacimsel oranı en az sifıra eşit olabileceği ifade edilmelidir. Başka bir ifadeyle bu değer negatif olamaz. Bu durumda uç değer (ekstremum) derecelendirme indeksi  $m_{ext}$  'in varlığı söz konusudur ve aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$m_{ext} = \frac{\ln(\bar{E}_1)}{\ln(b)} \quad (4.4)$$

Buradan  $\bar{E}_1 > 1$  için  $0 < m \leq m_{ext}$  veya  $\bar{E}_1 < 1$  için  $m_{ext} \leq m < 0$  ilişkili olarak bağıntı kurulabilir. Bu denklemleri sayısal olarak hesaplamak için malzeme özellikleri ve yüzey yarıçap oranları belirtilmek zorundadır. Panel yarıçap oranı  $b/a=1.25$  ve Poisson oranı  $\nu=0.3$  ve çelik/ alüminyum panel (iç yüzeyi çelik, dış yüzeyi alüminyum) için boyutsuz büyüklükler

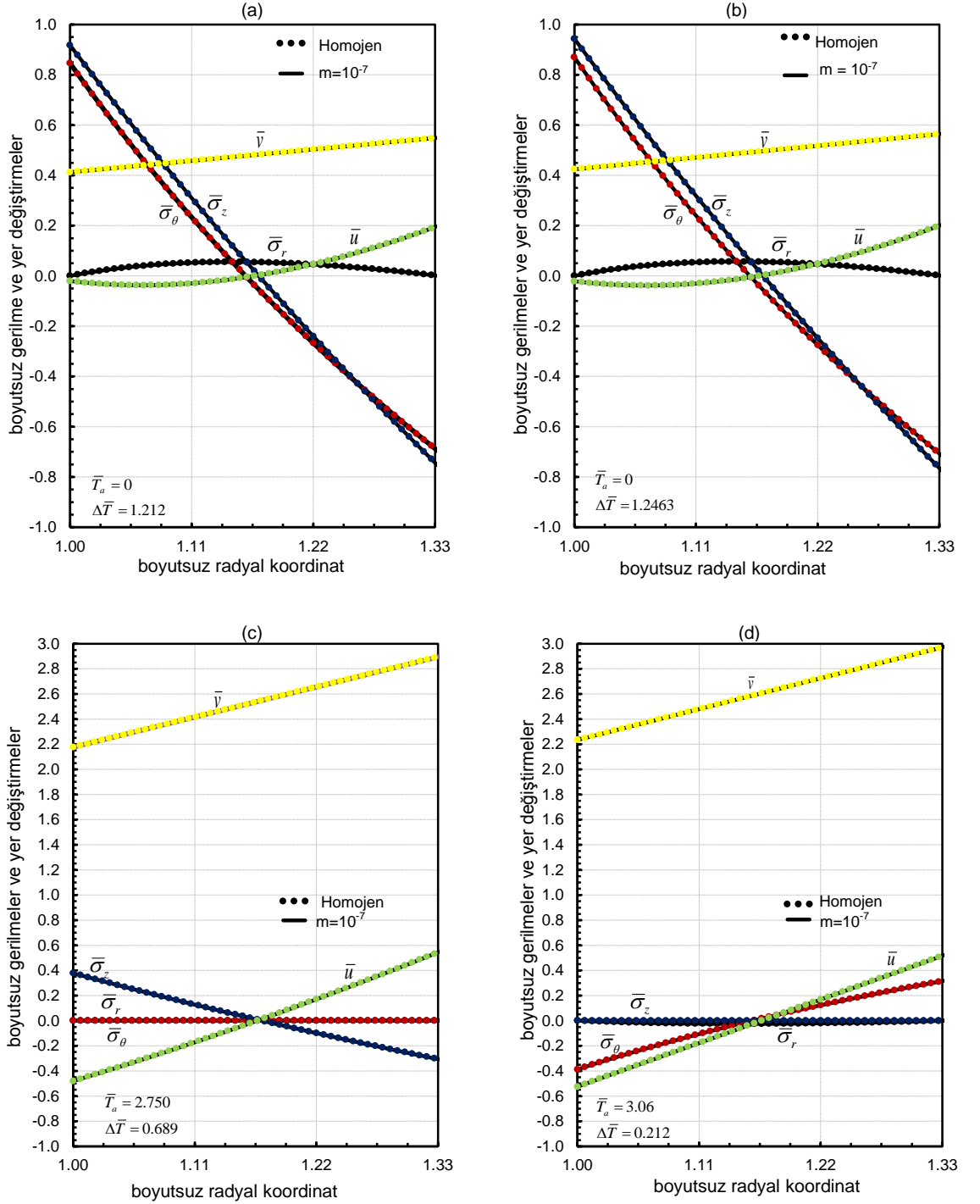
$$E_1 / E_0 = 0.35, \quad \alpha_1 / \alpha_0 = 1.39, \quad k_1 / k_2 = 4.75, \quad (4.5)$$
$$\sigma_{y,1} / \sigma_{y,0} = 0.15, \quad \rho_1 / \rho_0 = 0.35$$

ve alüminyum/çelik panel (dış yüzeyi çelik, iç yüzeyi alüminyum) için boyutsuz ifadeler

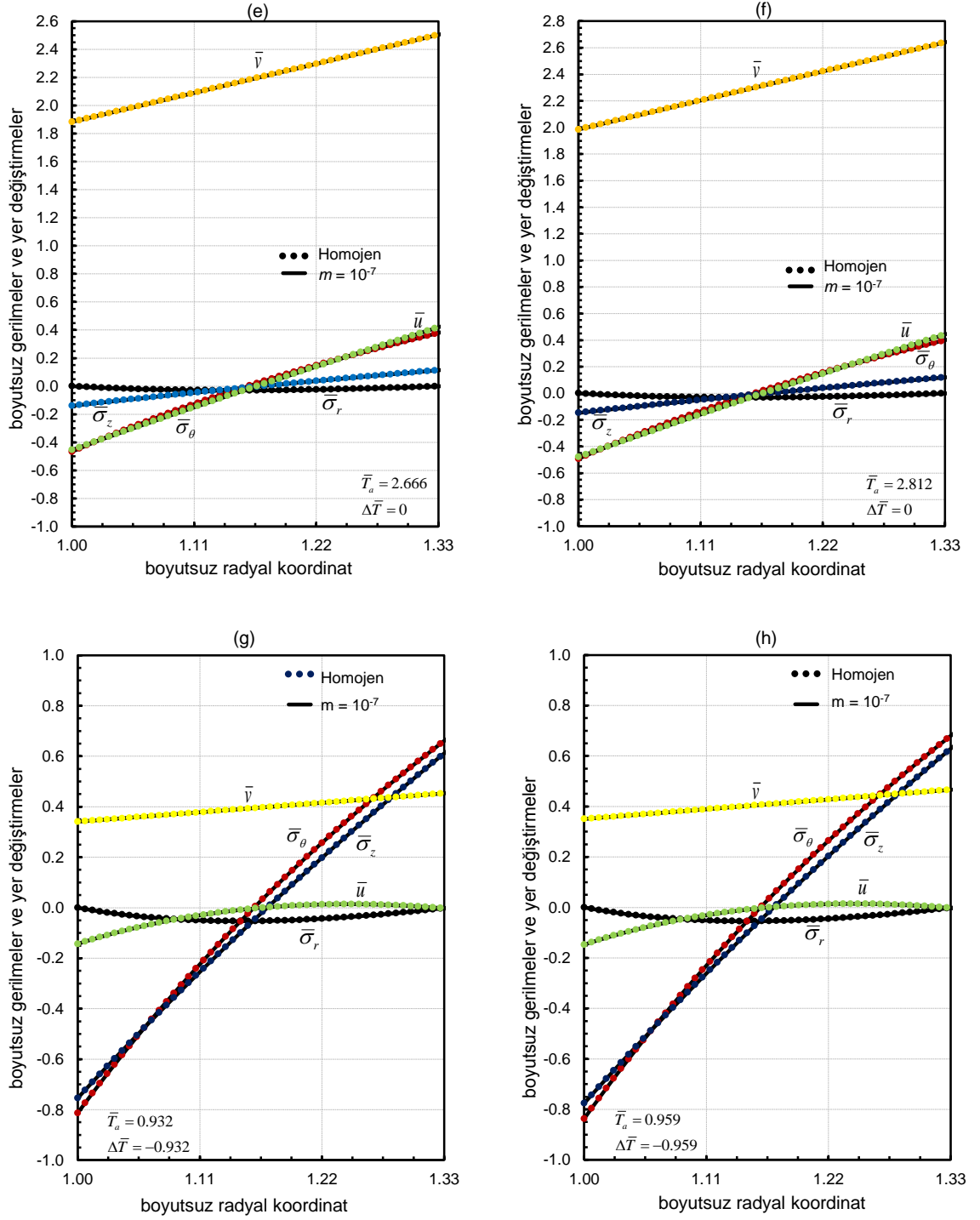
$$E_1 / E_0 = 2.86, \quad \alpha_1 / \alpha_0 = 0.72, \quad k_1 / k_2 = 0.21, \quad (4.6)$$
$$\sigma_{y,1} / \sigma_{y,0} = 6.67, \quad \rho_1 / \rho_0 = 2.86$$

olarak elde edilmiştir. Bu durumda, derecelendirme katsayısının alabileceği maksimum değer çelik/alüminyum FDM panel için  $m_{ext}=-4.705$  ve alüminyum/çelik FDM panel için  $m_{ext}=4.705$  olur.

FDM panel için  $m=10^{-7}$  derecelendirme parametresine göre elde edilen sayısal sonuçlar ile homojen panele ait sayısal sonuçlar farklı sıcaklık durumlarına göre karşılaştırılmış ve her iki durum için elde edilen gerilme ve yer değiştirme dağılımları Şekil 4.13'de gösterilmiştir.



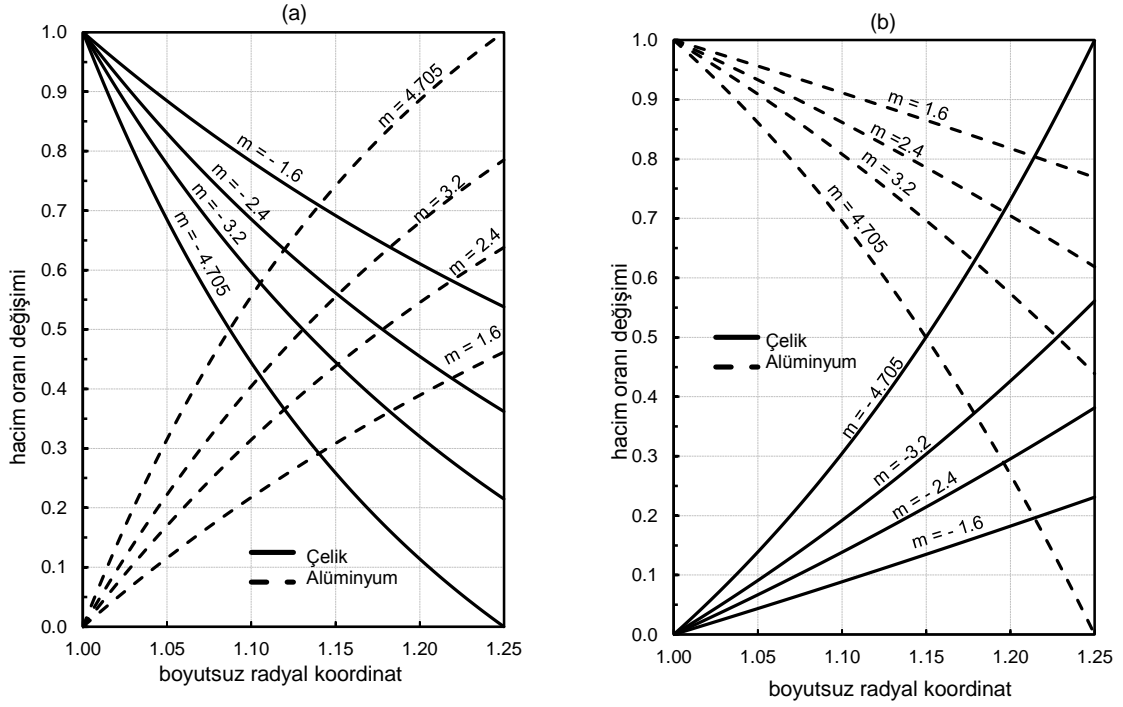
Şekil 4.13. Homojen panel ve  $m = 10^{-7}$  FDM panelde oluşan gerilme ve yer değiştirmelerin karşılaştırılması a)  $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.212$  b)  $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.246$  c)  $\bar{T}_a = 2.750, \Delta\bar{T} = 0.689$  d)  $\bar{T}_a = 3.06, \Delta\bar{T} = 0.212$



şekil 4.13. (devamı) Homojen panel ve  $m = 10^{-7}$  FDM panelde oluşan gerilme ve yer değiştirmelerin karşılaştırılması e)  $\bar{T}_a = 2.666, \Delta\bar{T} = 0$  f)  $\bar{T}_a = 2.812, \Delta\bar{T} = 0$  g)  $\bar{T}_a = 0.932, \Delta\bar{T} = -0.932$  h)  $\bar{T}_a = 0.959, \Delta\bar{T} = -0.959$

şekil 4.13'te noktalar homojen paneli, dđz çizgiler ise FDM paneli temsil etmektedir. Homojen ve FDM ( $m=10^{-7}$ ) panellerdeki gerilme ve yer değiştirmelerin birbirleriyle üst üste çakıştığı gözükmektedir. Bu da birbirinden bağımsız olarak elde edilen iki modelin doğru olduğunu ispatlamaktadır.

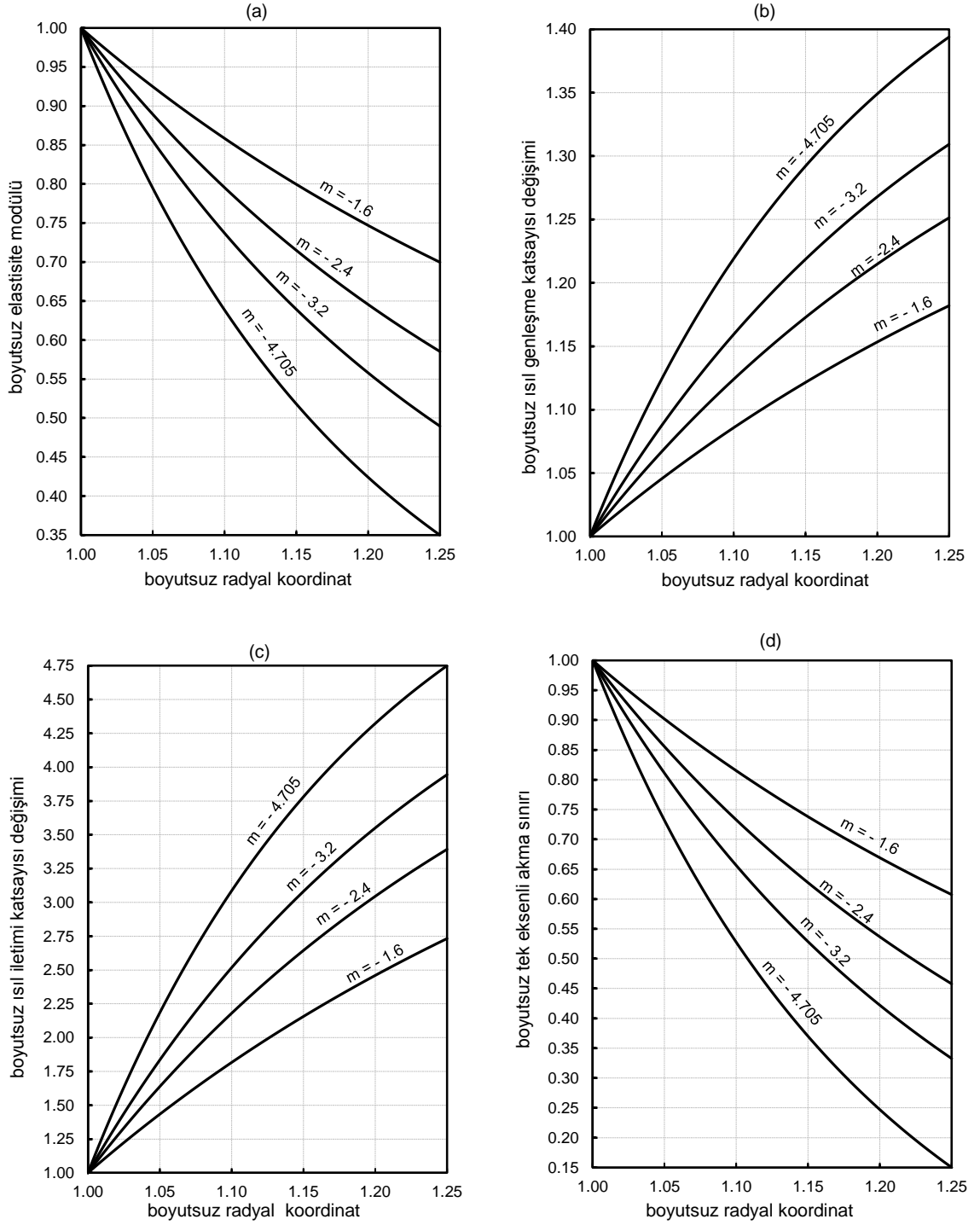
FDM panel için farklı  $m$  değerlerinde oluşacak hacim oranının radyal koordinat boyunca değişimi çelik- alüminyum (İç yüzeyi saf çelik, dış yüzeyi saf alüminyum ya da alüminyum/çelik alaşım) için Şekil 4.14a' da verilmiştir. Bu değişim, Alüminyum-Çelik (İç yüzeyi saf alüminyum, dış yüzeyi saf çelik ya da çelik/alüminyum alaşım) için Şekil 4.14b'de sunulduğu gibidir.



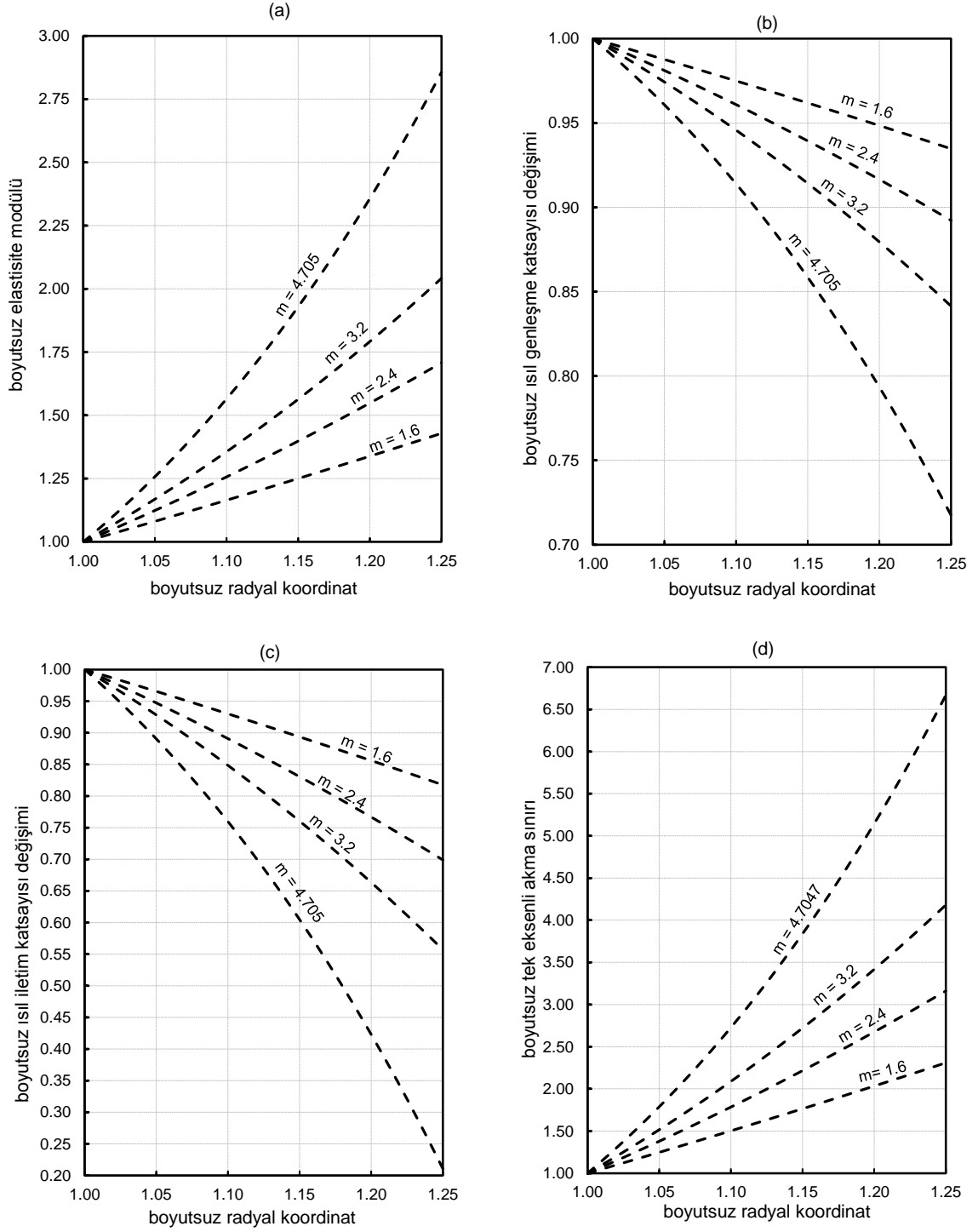
Şekil 4.14 a) Çelik-alüminyum b) Alüminyum-çelik FDM panel için hacim oranlarının farklı  $m$  değerleri ile değişimi

Şekil 4.14'de,  $m=m_{ext}$  değerlerinde hem çelik-alüminyum FDM'de çeliğin, alüminyum-çelik FDM panelde alüminyumun hacim oranlarının iç yüzeyden dış yüzeye doğru azaldığı ve panelin dış yüzeyinde tamamen 0'a (sıfıra) eşit olduğu gözükmektedir.

Şekil 4.15a-d ve Şekil 4.16a-d çeşitli  $m$  değerleri için sırasıyla çelik alüminyum ve alüminyum-çelik FDM panellerin mekanik özelliklerindeki değişimleri  $\bar{E}$ ,  $\bar{\rho}$ ,  $\bar{k}$ ,  $\bar{\alpha}$  ve  $\bar{\sigma}_y$  için (sırasıyla Elastisite modülü, yoğunluğu, ısı iletim katsayısı, ısı genleşme katsayısı ve akma gerilmesi) gösterilmiştir.



Şekil 4.15. Çelik-alüminyum a) Elastisite modülü dağılımı b) Isıl genleşme katsayısı dağılımı c) Isıl iletim katsayısı dağılımı d) Tek eksenli akma gerilmesi dağılımı

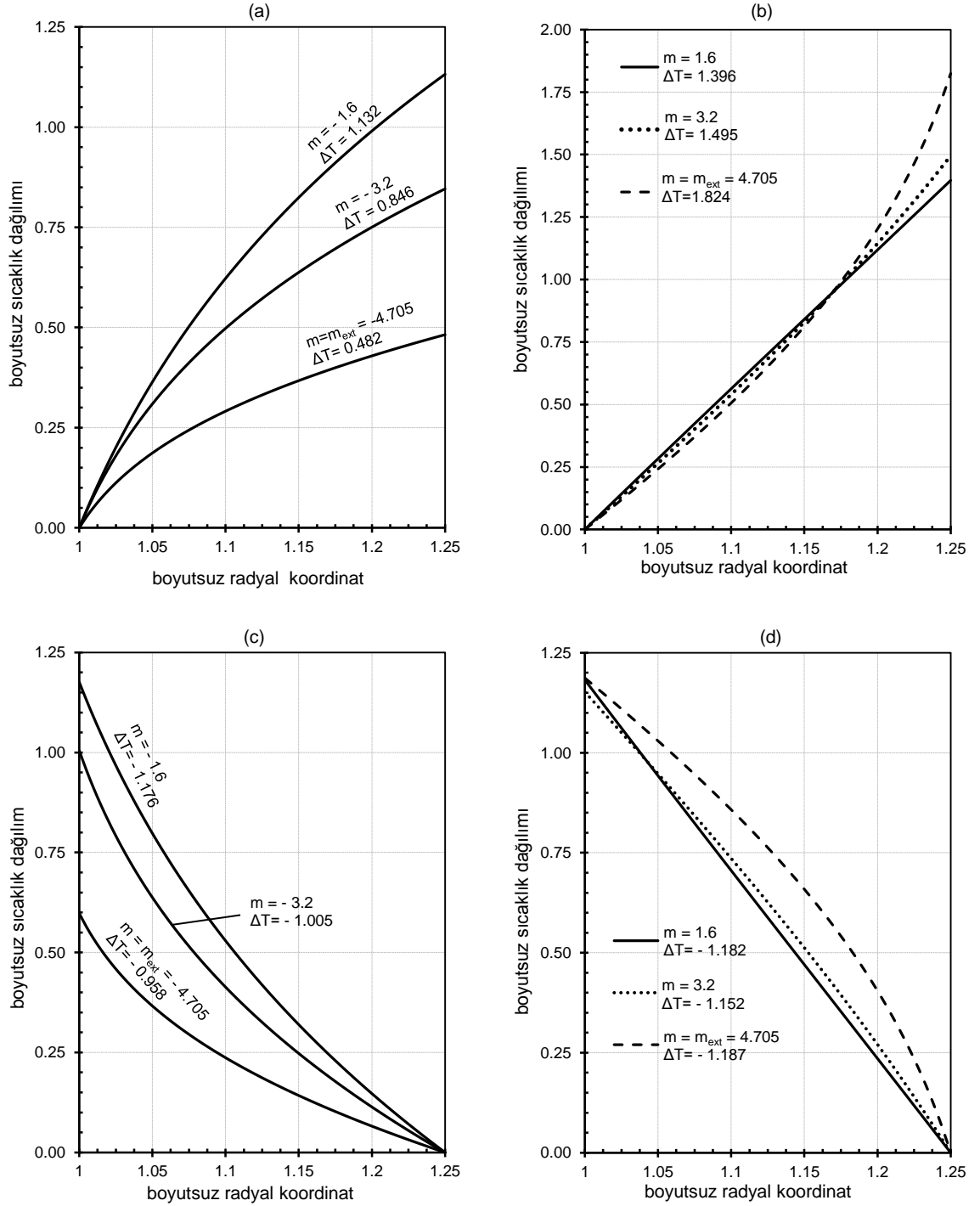


Şekil 4.16. Alüminyum-çelik FDM panelde a) Elastisite modülü dağılımı b) Isı iletim katsayısı dağılımı c) Isıl genleşme katsayısı dağılımı d) Tek eksenli akma gerilmesi dağılımı

Şekil 4.17’de farklı  $m$  değerleri için yarıçap oranlarına göre sıcaklık alanının radyal koordinattaki dağılımları verilmiştir. Özellikle yüzey sıcaklıkları farkları

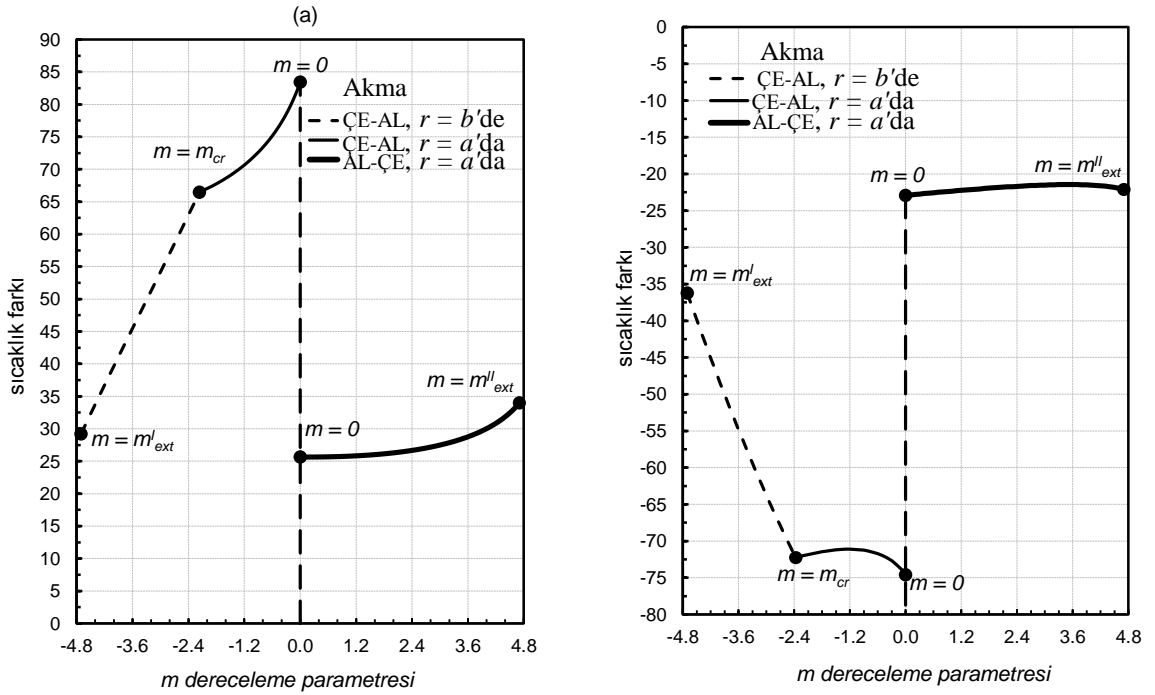


$\Delta T = T_b - T_a$ , üstel dereceleme indisi  $m$  değerine göre uygun olarak alınır ve iç yüzey veya dış yüzey sıcaklığı daima referans sıcaklıkta tutulmaktadır.



Şekil 4.17. Farklı derecelendirme parametresi  $m$  değerleri için a) Çelik /alüminyum b) Alüminyum/çelik pozitif sıcaklık dağılımı c) Çelik /alüminyum d) Alüminyum/çelik negatif sıcaklık dağılımı

Şekil 4.18,  $m$  değerlerine karşılık gelen sıcaklık farklarından dolayı panelde oluşan elastik sınırlar gösterilmiştir.

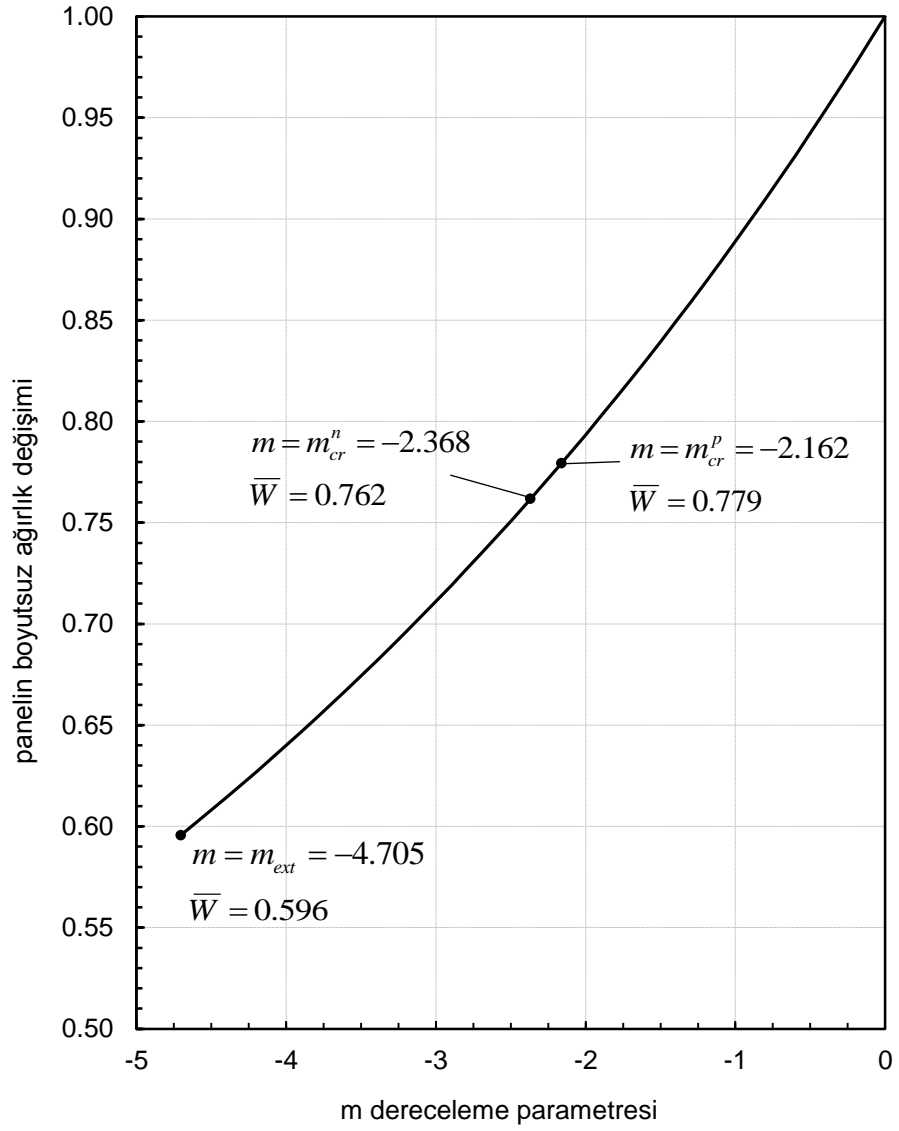


Şekil 4.18. Farklı  $m$  dereceleme parametresi için a) Pozitif sıcaklık dağılımı b) Negatif sıcaklık dağılımı

FDM panelin aksenal yönde birim uzunluk başına düşen boyutsuz ağırlığının homojen panel ağırlığına oranı aşağıdaki denklem yardımıyla hesaplanabilir:

$$\bar{W} = \frac{\int_a^b \rho(r) dr}{\frac{\rho_0}{2}(b^2 - a^2)} \quad (4.7)$$

Şekil 4.19'da çelik-alüminyum FDM panelin ağırlığında meydana gelen değişim gösterilmiştir. Şekilde yer alan  $m = m_{cr}^n = -2.368$  ve  $m = m_{cr}^p = -2.162$  değerleri sırasıyla negatif  $\bar{T}_b = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = -1.192$  ve pozitif  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.097$  sıcaklık altında panelin iç ve dış yüzeylerinde akmanın aynı anda olduğu  $m$  değerlerini göstermektedir.

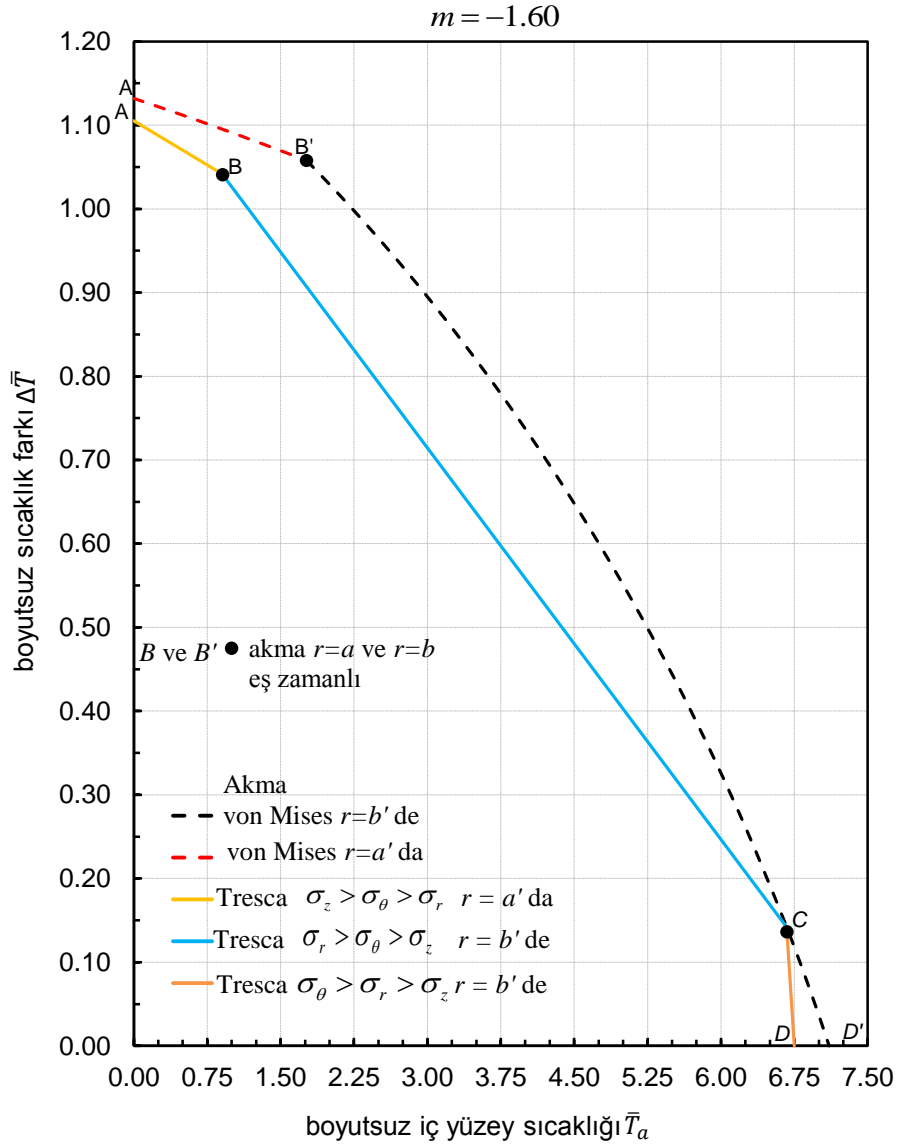


Şekil 4.19. Çelik-alüminyum FDM panelin ağırlık değişimi

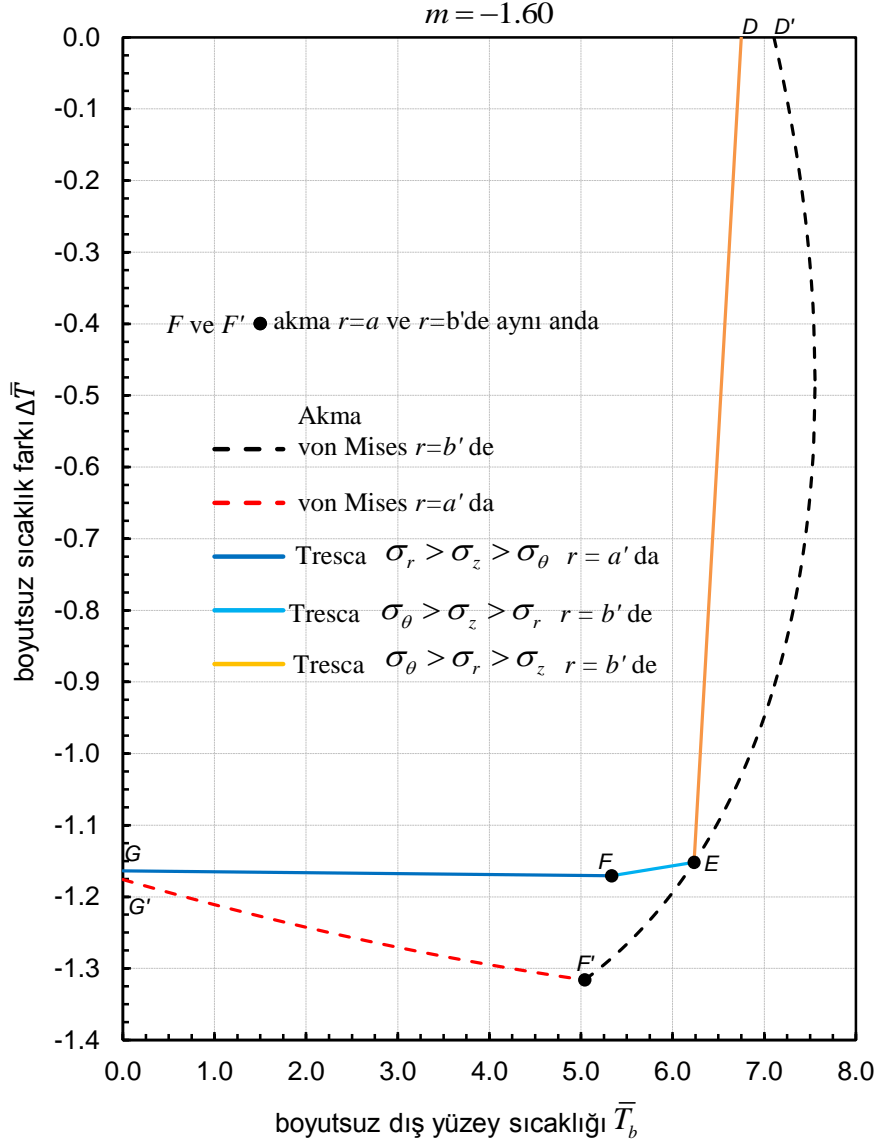
Bundan sonraki bölümlerde çelik-alüminyum ve alüminyum-çelik FDM panel için elde edilen sıcaklık dağılımı ve gerilme dağılımı grafikleri sırasıyla verilmiştir.

#### 4.2.1. Çelik-Alüminyum FDM Panel için Sayısal Sonuçlar

Şekil 4.20 ve Şekil 4.21’de von Mises (kesik çizgi) ve Tresca (düz çizgi) akma kriterlerine göre FDM parametresi  $m = -1.60$  için pozitif ve negatif ısıl yük altındaki panellerde oluşan elastik sınırlar gösterilmiştir.  $m = -1.60$  değerinde ki FDM panelin iç yüzeyi saf çeliktir. Çeliğin, panelin dış yüzeyindeki hacimsel oranı % 53.8, alüminyumun hacimsel oranı ise % 46.2 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 4.20.  $m = -1.60$  için FDM paneldeki pozitif ısıl yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)



Şekil 4.21.  $m = -1.6$  için FDM paneldeki negatif ısıl yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)

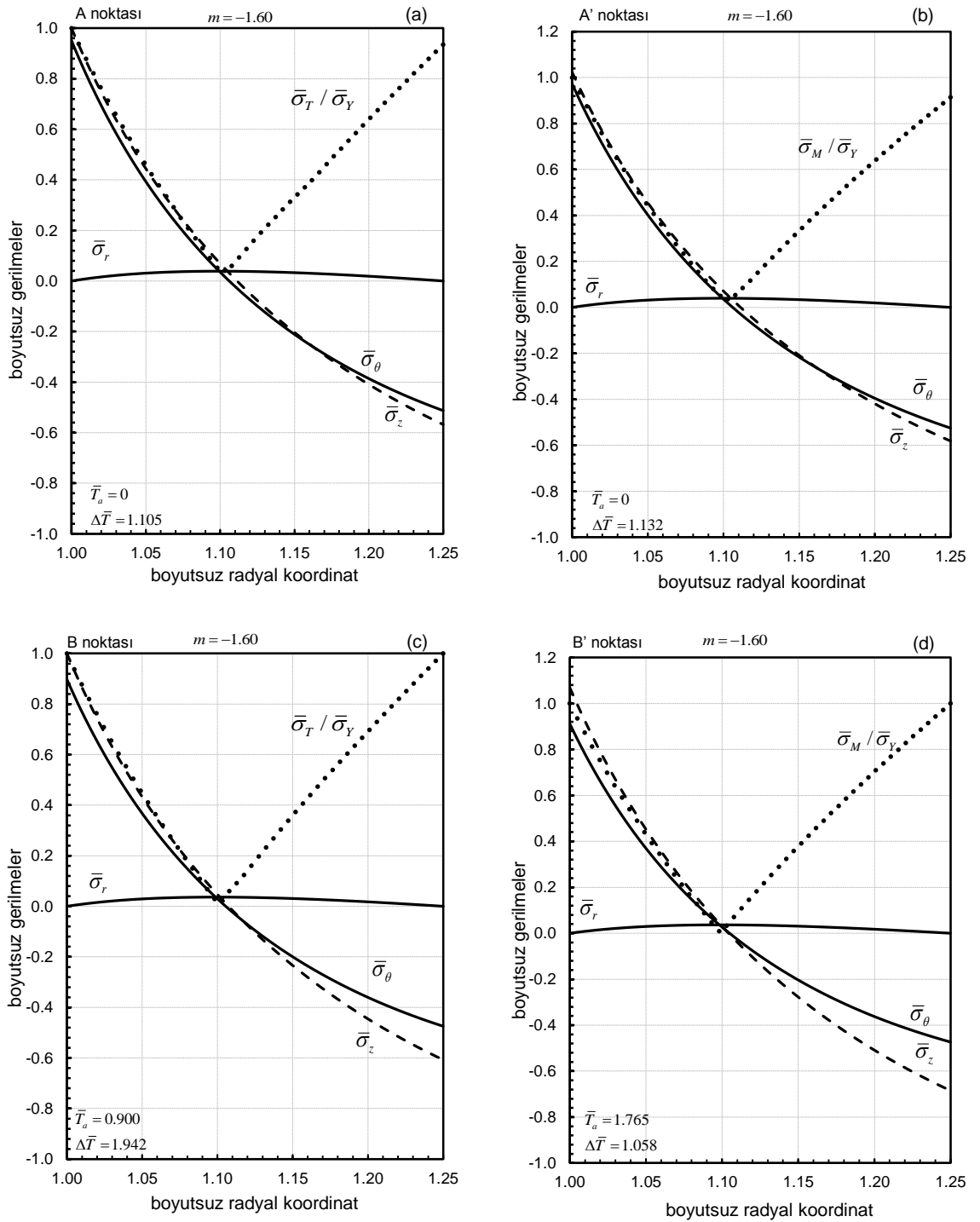
Şekil 4.20 ve Şekil 4.21 üzerinde bulunan her bir nokta,  $A$  noktasından  $G$  noktasına kadar (burada  $A'$ ,  $C'$ ,  $E'$ ,  $F'$ , ve  $G'$  dahil) ayrı bir kritik noktayı temsil etmektedir. Şekil 4.20'de pozitif ısıl yük altında ( $\bar{T}_b > \bar{T}_a$ )  $A$  noktasından  $B$  noktasına kadar akma panelin iç yüzeyinde ( $r = a$ ) oluşmaktadır ve bu durum  $A'$  ve  $B'$  noktaları için de geçerlidir. Buna karşılık  $B$  noktasından  $D$  noktasına kadar plastik akma panelin dış yüzeyinde ( $r = b$ ) gerçekleşmektedir. Aynı şekilde  $B'$  ve  $D'$  noktaları için de bu durum geçerlidir. Şekil 4.19'da negatif ısıl yük altında ( $T_a > T_b$ )  $D$  noktasından  $F$  noktasına kadar (burada  $D'$  ve  $F'$  noktaları dahil) plastikleşme

panelin dış yüzeyinde ( $r = b$ ) gerçekleşmektedir. Diğer taraftan  $F$  noktasından  $G$  noktasına kadar ( $F'$  ve  $G'$  noktaları dahil) akma, panelin iç yüzeyinde ( $r = a$ ) gerçekleşmektedir. Burada önemli bir noktaya işaret etmek gerekir ki, Şekil 4.20'deki  $B$  ve  $B'$  noktalarında ve Şekil 4.21'deki  $F$  ve  $F'$  noktalarında panelin iç yüzey ve dış yüzeylerinde aynı anda akma meydana gelmektedir. Ayrıca Tresca akma kriteri için bu noktalar arasındaki gerilme durumları  $AB$  çizgisinde  $\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$ ,  $BC$ 'de  $\sigma_r > \sigma_\theta > \sigma_z$ ,  $CE$ 'de  $\sigma_\theta > \sigma_r > \sigma_z$ ,  $EF$ 'de  $\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r$ , ve  $FG$ 'de  $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$  oluşmuştur. Şekil 4.20'de gösterilen  $A$  ve  $A'$  noktalarında sırasıyla  $\bar{T}_a=0$ ,  $\bar{T}_b=\Delta\bar{T}=1.105$  ve  $\bar{T}_a=0$ ,  $\bar{T}_b=\Delta\bar{T}=1.132$  sıcaklık değerlerinde mesnetlerden dolayı oluşan eğilme momentlerinin değeri negatiftir. Buna karşılık Şekil 4.21'de  $G$  ve  $G'$  noktalarında sırasıyla  $\bar{T}_b=0$ ,  $\bar{T}_a=\Delta\bar{T}=-1.164$  ve  $\bar{T}_b=0$ ,  $\bar{T}_a=\Delta\bar{T}=-1.176$  sıcaklık değerlerinde mesnetlerden dolayı oluşan eğilme momentlerinin değeri pozitifdir. Eğilme momenti en büyük değerine negatif ısı yük altında  $F$  ve  $F'$  noktalarında ulaşır. Şekil 4.20 ve Şekil 4.21'de gösterilen her bir kritik nokta için eğilme momentleri hesaplanmış ve bu değerler Çizelge 4.3'te verilmiştir.

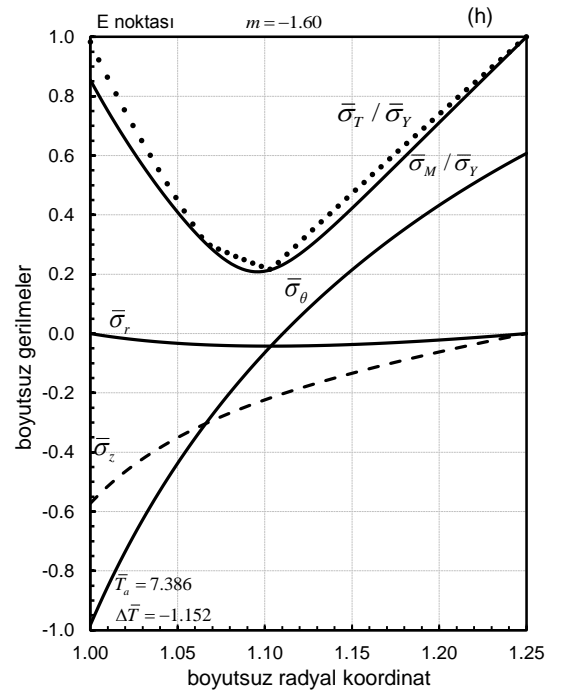
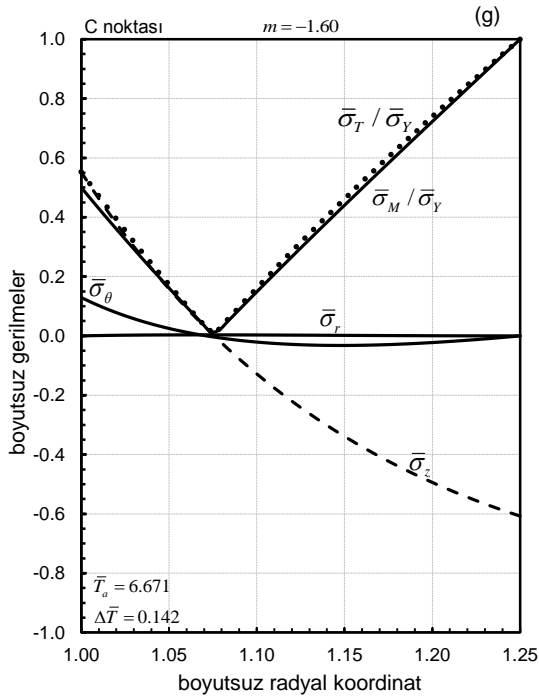
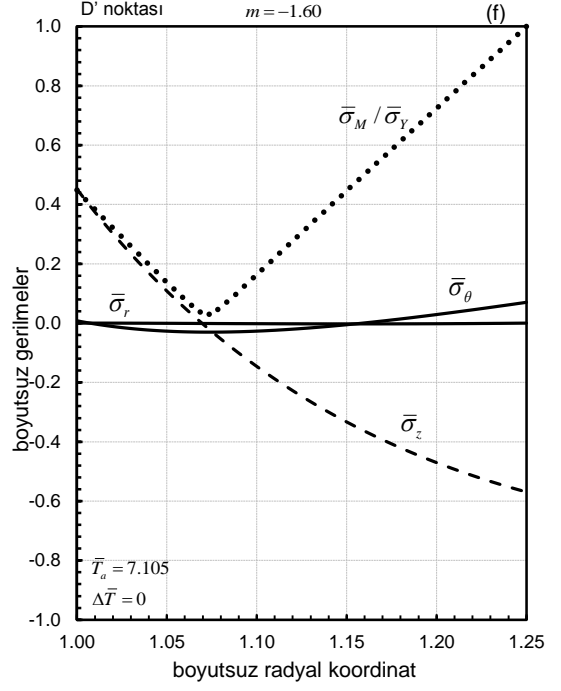
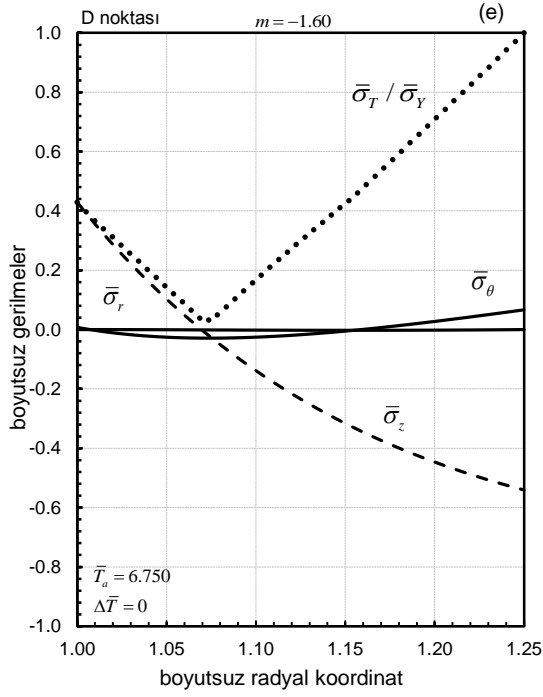
Çizelge 4.3.  $m=-1.60$  FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri

Kritik noktalar	Eğilme momenti $\bar{M}$
$A$	$-7.078 \times 10^{-3}$
$A'$	$-7.25 \times 10^{-3}$
$B$	$-6.66 \times 10^{-3}$
$B'$	$-6.67 \times 10^{-3}$
$C$	$-5.02 \times 10^{-4}$
$D$	$4.04 \times 10^{-4}$
$D'$	$4.26 \times 10^{-4}$
$E$	$7.82 \times 10^{-3}$
$F$	$7.887 \times 10^{-3}$
$F'$	$8.810 \times 10^{-3}$
$G$	$7.524 \times 10^{-3}$
$G'$	$7.602 \times 10^{-3}$

Şekil 4.20 ve Şekil 4.21’de yer alan kritik noktalara ait gerilme dağılımı Şekil 4.22’ de verilmiştir.

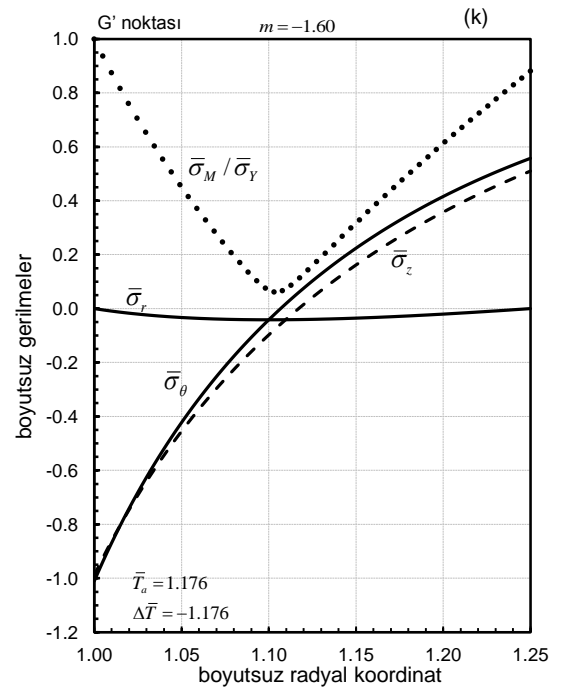
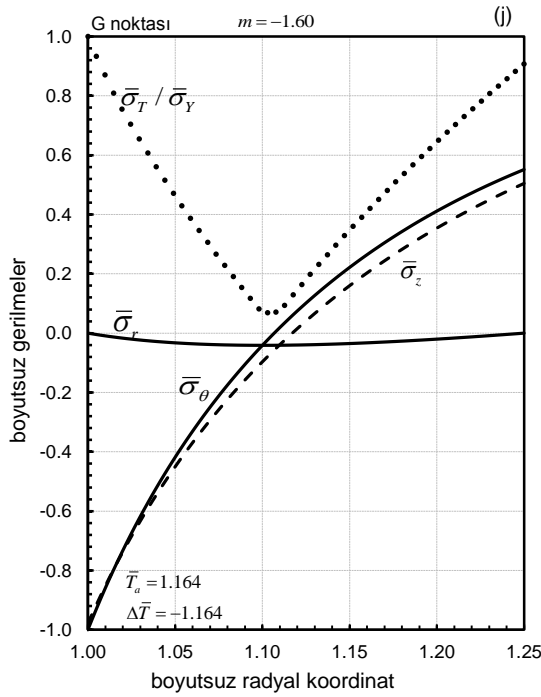
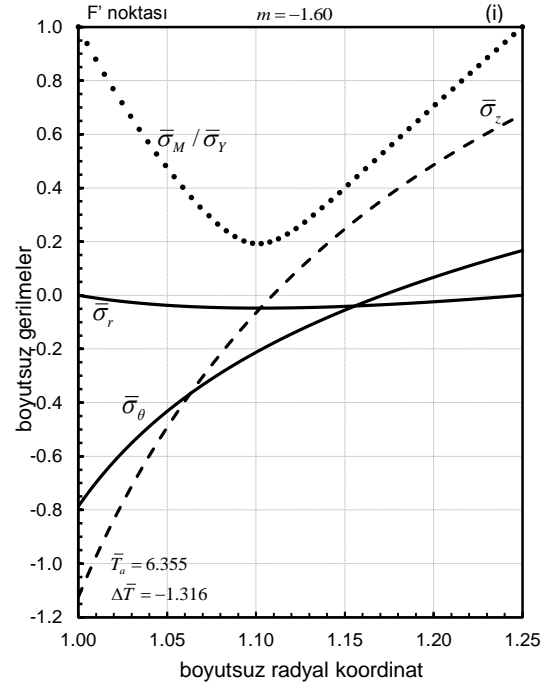
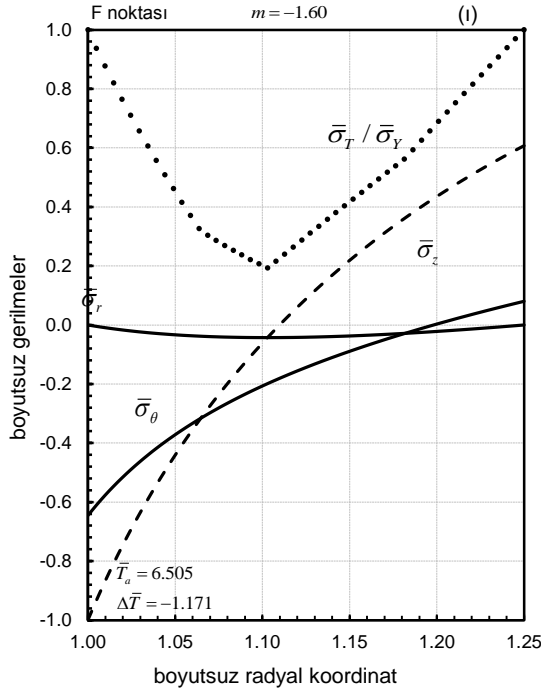


Şekil 4.22.  $m = -1.60$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca'ya göre A noktası b) von Mises'e göre A' noktası c) Tresca'ya göre B noktası d) von Mises'e göre B' noktası



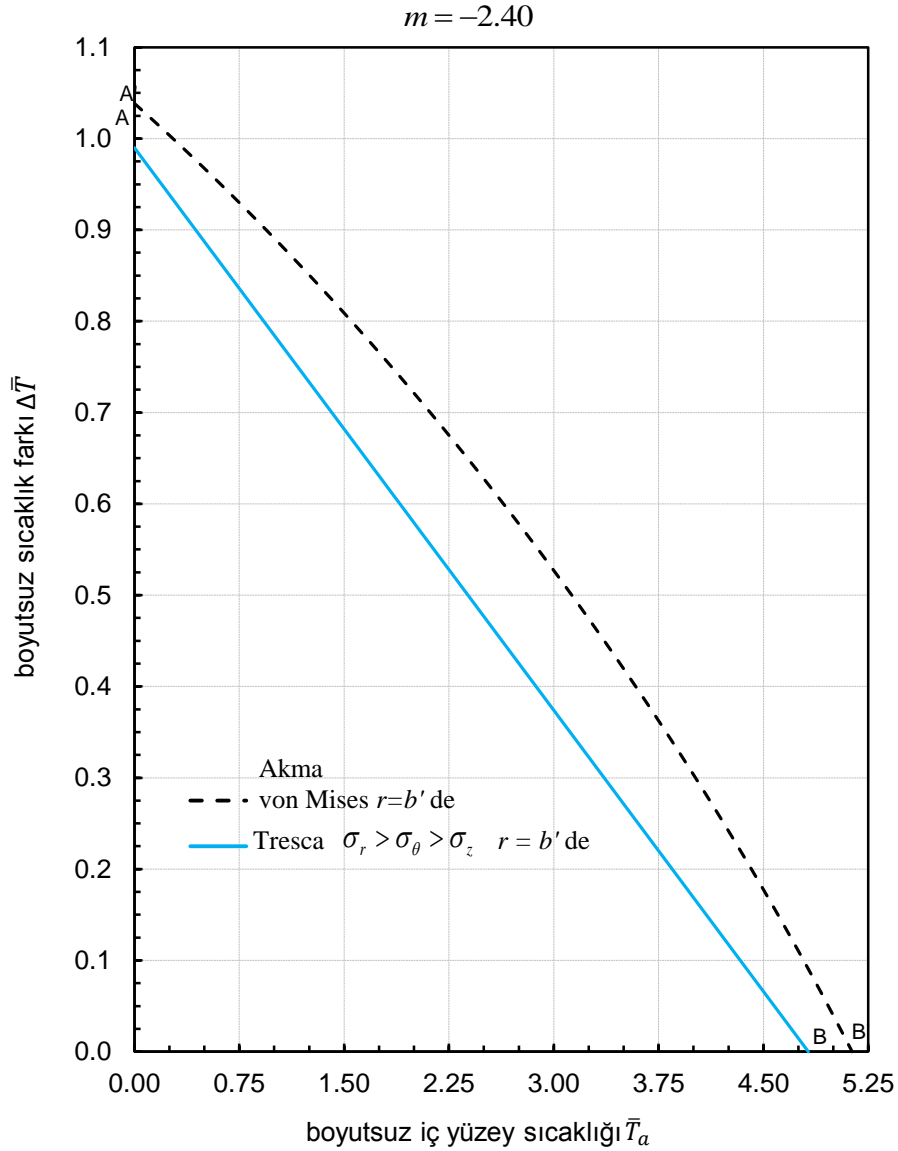
Şekil 4.22. (devamı)  $m = -1.60$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca' ya göre D noktası f) von Mises' e göre D' noktası g) Tresca ve von Mises aynı anda akma C noktası h) Tresca ve von Mises aynı anda akma



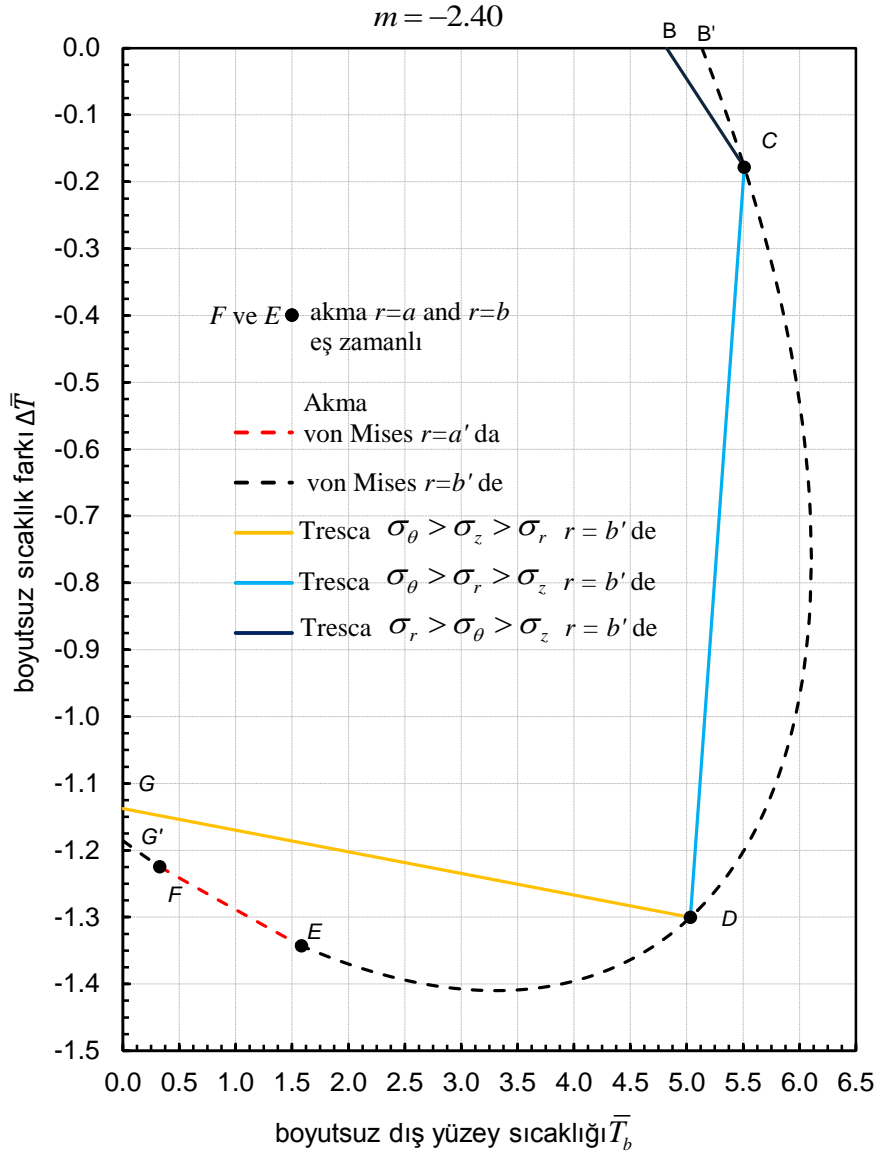


Şekil 4.22. (devamı)  $m = -1.60$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları ı) Tresca' ya göre F noktası i) von Mises' e göre F' noktası j) Tresca' ya göre G noktası k) von Mises' e göre G' noktası

Şekil 4.23 ve Şekil 4.24'te von Mises (kesik çizgi) ve Tresca (düz çizgi) akma kriterlerine göre FDM parametresi  $m = -2.40$  için pozitif ve negatif ısı yük altındaki panellerde oluşan elastik sınırlar gösterilmiştir.  $m = -2.40$  değerindeki FDM panelin iç yüzeyi saf çeliktir. Çeliğin, panelin dış yüzeyindeki hacimsel oranı % 36.2, alüminyumun hacimsel oranı ise % 63.8 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 4. 23.  $m = -2.40$  için FDM paneldeki pozitif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)



Şekil 4.24.  $m = -2.40$  için FDM paneldeki negatif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)

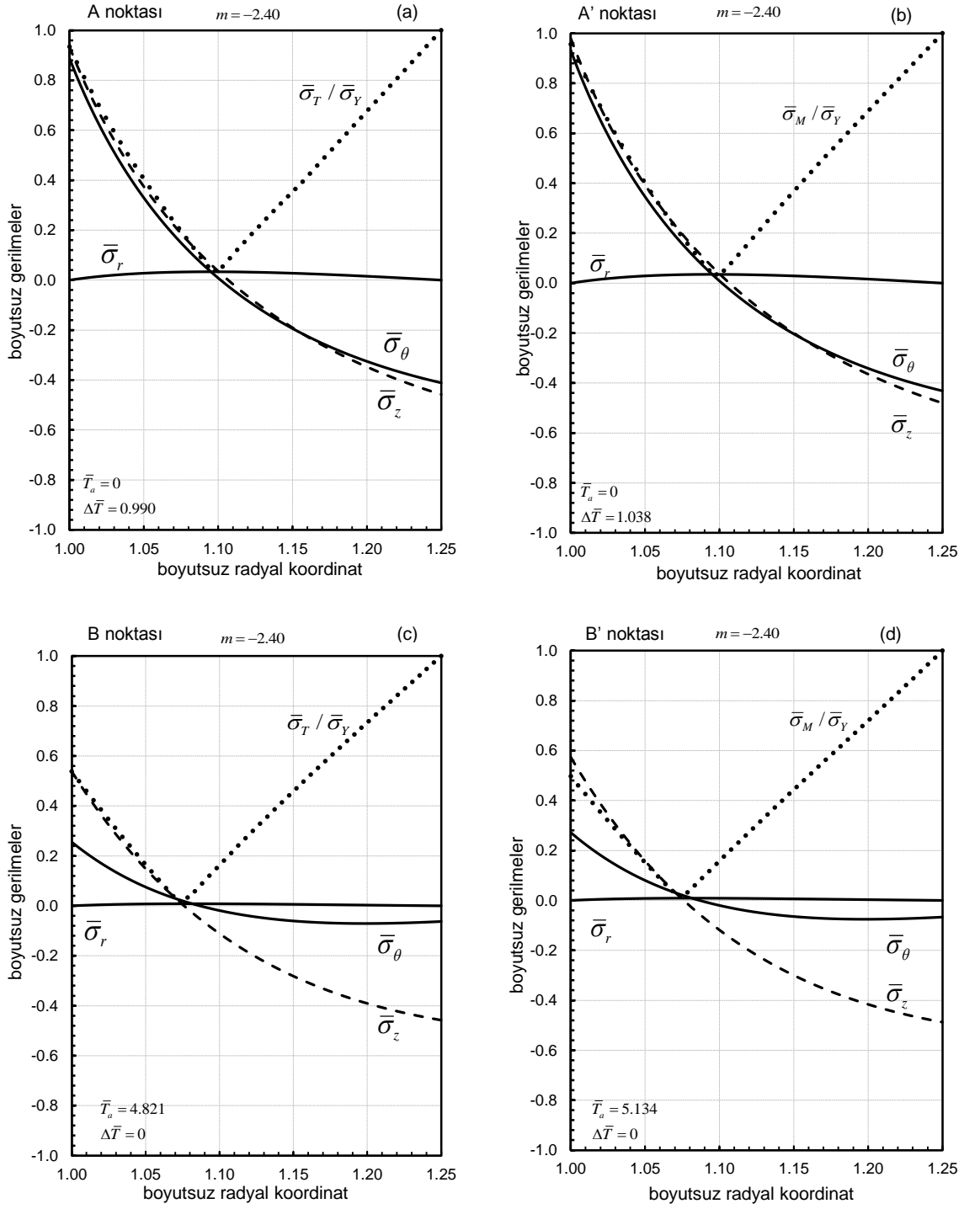
Şekil 4.23 ve Şekil 4.24 üzerinde bulunan her bir nokta A noktasından G noktasına kadar (burada A', C', E', F', ve G' dahil) ayrı bir kritik noktayı ifade etmektedir. Şekil 4.23 ve Şekil 4.24 birlikte incelendiğinde Tresca'ya göre pozitif ( $\bar{T}_b > \bar{T}_a$ ) ve negatif ( $\bar{T}_a > \bar{T}_b$ ) ısı yük altında A noktasından G noktasına kadar akma, panelin dış yüzeyinde ( $r = b$ ) oluşmaktadır. Aynı durum von Mises için A' noktasından E noktasına kadar akma, panelin dış yüzeyinde ( $r = b$ ) oluşmakta fakat E ve F noktalarında ise akma iç yüzeyde ( $r = a$ ) gerçekleşmektedir. Burada dikkat

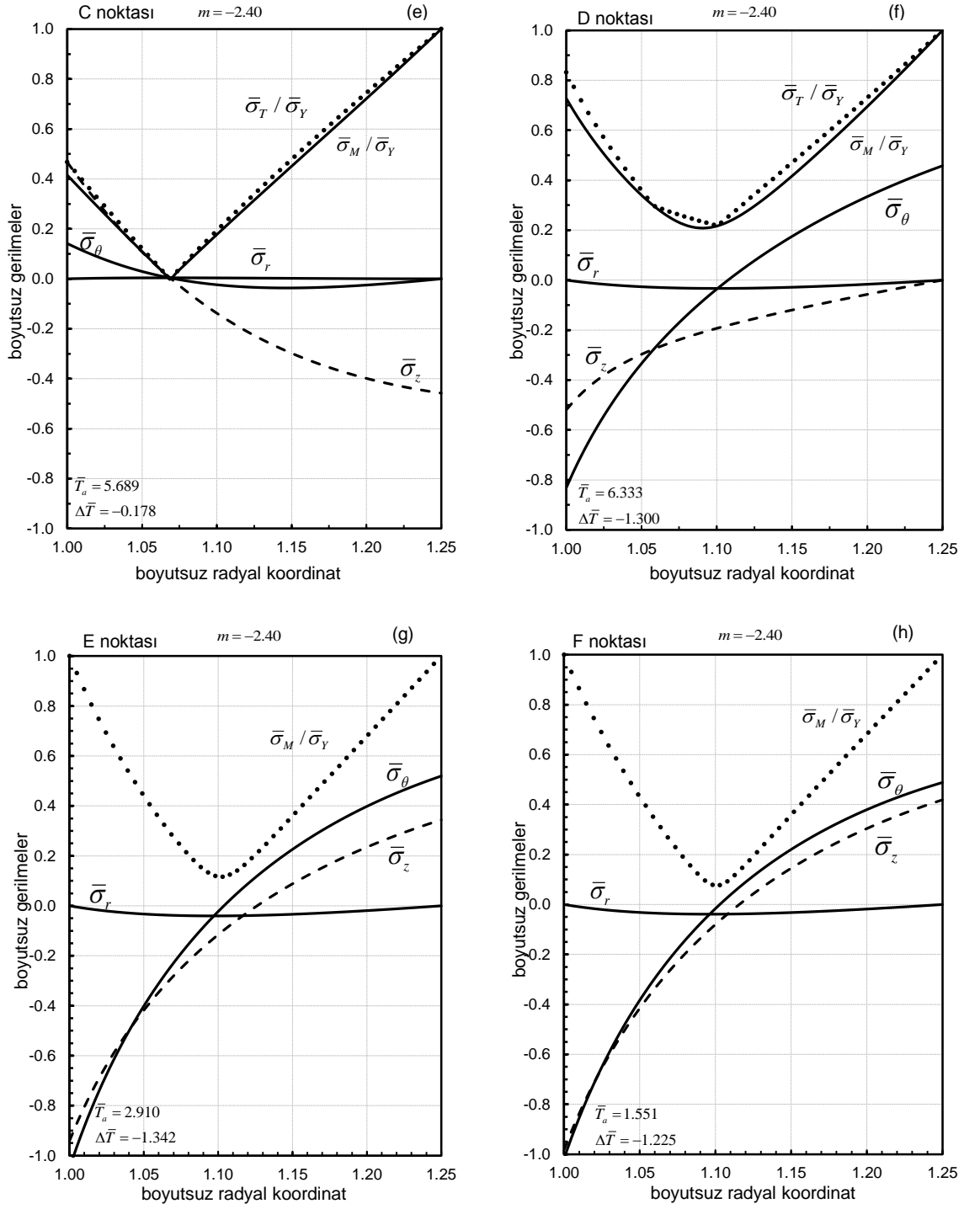
çeken diğerk bir nokta; von Mises akma kriterine göre  $E$  ve  $F$  noktalarında panelin iç ve dış yüzeyinde aynı anda akma oluşmasıdır. Buna ilavaten von Mises'e göre  $EF$  çizgisinde panelin iç yüzeyinde akma gerçekleşirken, Tresca'ya göre böyle bir durum söz konusu değildir. Ayrıca Tresca için bu noktalar arasındaki gerilme durumu  $AB$  çizgisinde  $\sigma_r > \sigma_\theta > \sigma_z$ ,  $BC$ 'de  $\sigma_r > \sigma_\theta > \sigma_z$ ,  $CD$ 'de  $\sigma_\theta > \sigma_r > \sigma_z$ , ve  $DG$ 'de  $\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r$  gibi gerilme durumları elde edilmiştir. Eğilme momenti değeri pozitif sıcaklık değerinin yüksek olduğu  $A$  ve  $A'$  noktalarında negatiftir. Buna karşılık negatif sıcaklık değerinin düşük olduğu  $G$  ve  $G'$  noktalarında pozitifdir. Şekil 4.22 ve Şekil 4.23'te gösterilen kritik noktalara ait eğilme momenti değerleri Çizelge 4.4' te verilmiştir.

Çizelge 4.4.  $m = -2.40$  FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri

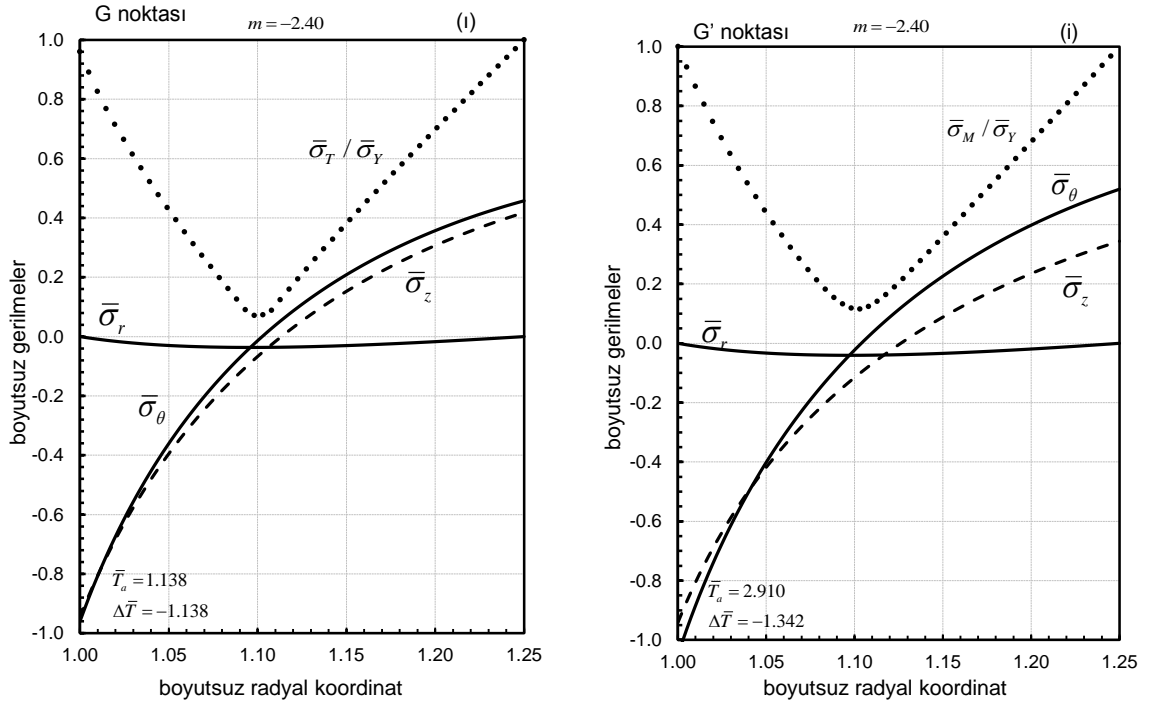
Kritik noktalar	Eğilme momenti $\bar{M}$
$A$	$-6.074 \times 10^{-3}$
$A'$	$-6.37 \times 10^{-3}$
$B$	$-1.41 \times 10^{-3}$
$B'$	$-1.504 \times 10^{-3}$
$C$	$-5.731 \times 10^{-3}$
$D$	$6.124 \times 10^{-3}$
$G$	$6.647 \times 10^{-3}$
$E$	$7.381 \times 10^{-3}$
$F$	$7.06 \times 10^{-3}$
$G'$	$6.927 \times 10^{-3}$

$m = -2.40$  FDM panelde oluşan gerilme dağılım grafikleri Şekil 4.25'de verilmiştir.



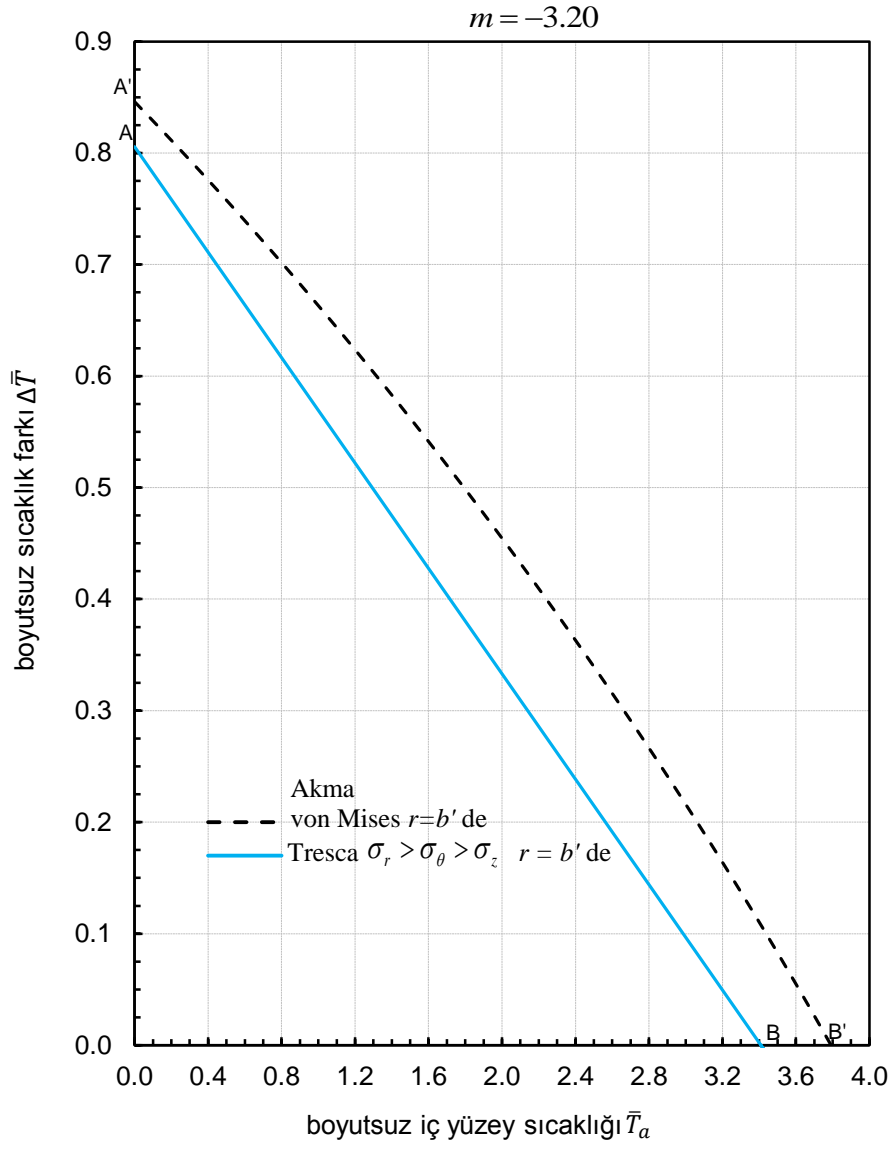


Şekil 4.25. (devam)  $m = -2.40$  kritik noktalar ait gerilme dağılımları e) Tresca ve von Mises aynı anda akma C noktası f) Tresca ve von Mises aynı anda akma D' noktası g) von Mises'e göre E noktası h) von Mises'e göre F noktası



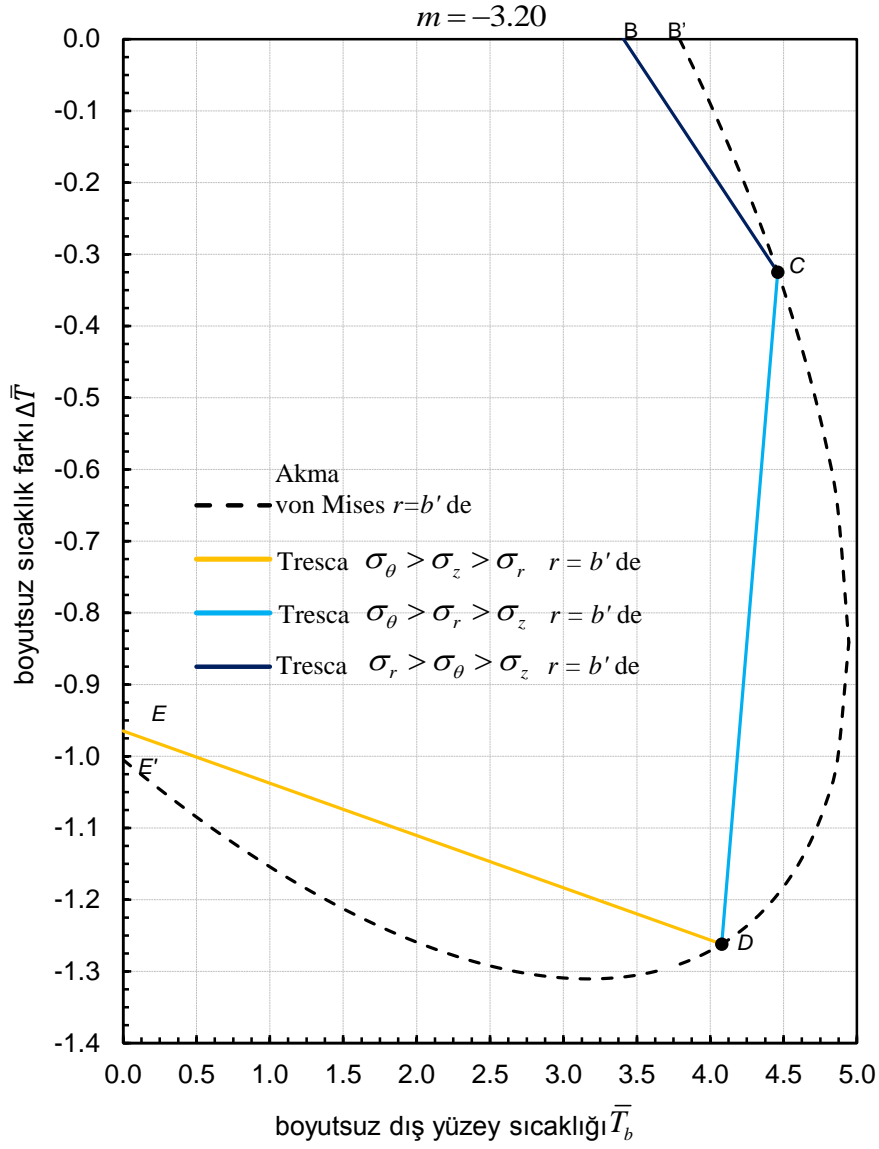
Şekil 4.25. (devamı)  $m = -2.40$  kritik noktalar ait gerilme dağılımları ı)Tresca' ya göre G noktası i) von Mises'e göre G' noktası

Şekil 4.26 ve Şekil 4.27'de von Mises (kesik çizgi) ve Tresca (düz çizgi) akma kriterlerine göre FDM parametresi  $m = -3.20$  için pozitif ve negatif ısıl yük altındaki panellerde oluşan elastik sınırlar gösterilmiştir.  $m = -3.20$  değerinde ki FDM panelin iç yüzeyi saf çelikdir. Çeliğin, panelin dış yüzeyindeki hacimsel oranı % 21.5, alüminyumun hacimsel oranı ise % 78.5 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 4.26.  $m = -3.20$  için FDM paneldeki pozitif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)





Şekil 4.27.  $m = -3.20$  için FDM paneldeki negatif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)

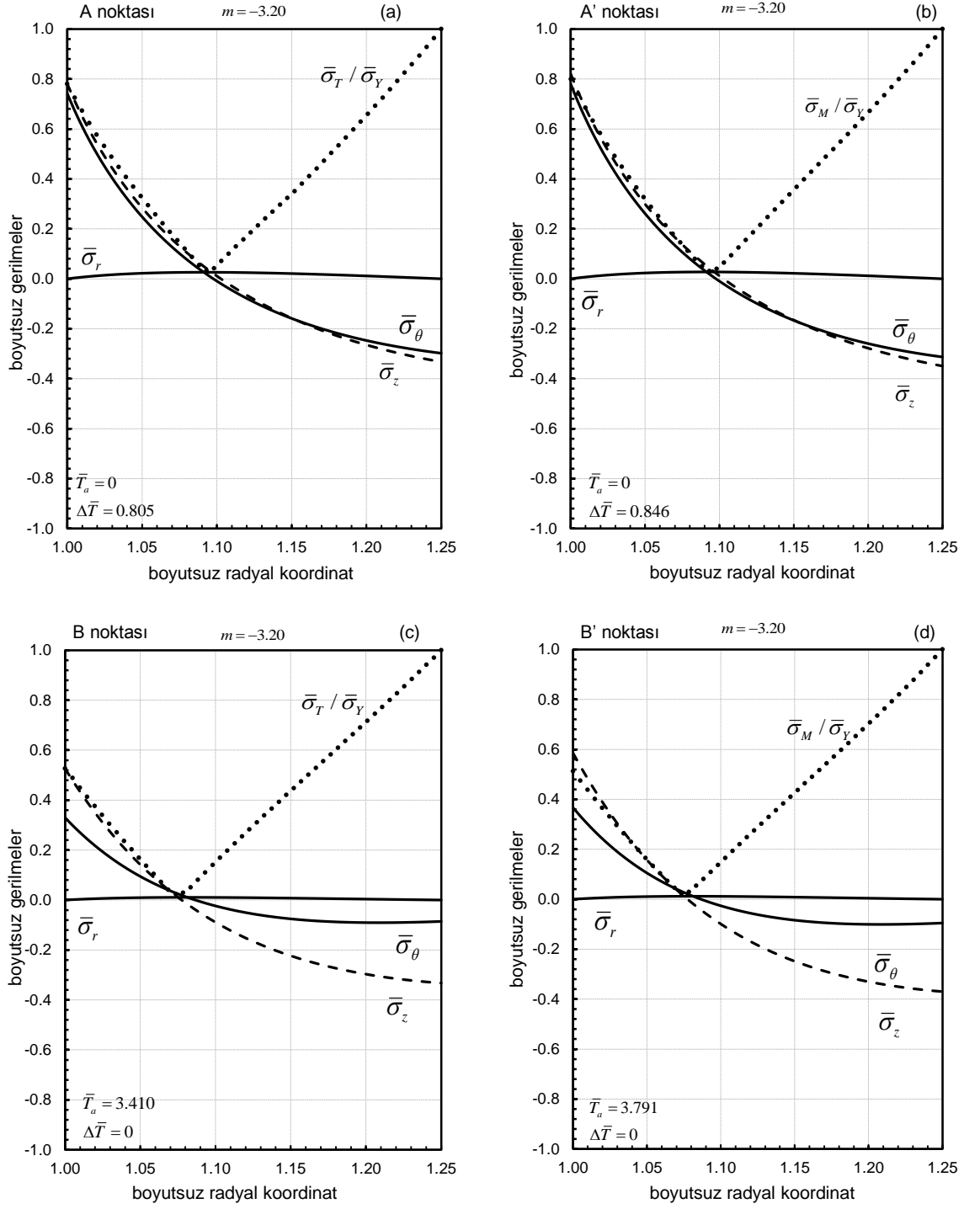
Şekil 4.26 ve Şekil 4.27 üzerinde bulunan her bir nokta A noktasından  $E$  noktasına kadar (burada  $A'$ ,  $B'$ , ve  $E'$  dahil) her biri ayrı bir kritik noktayı ifade etmektedir. Şekil 4.26 ve Şekil 4.27 birlikte incelendiğinde pozitif ( $\bar{T}_b > \bar{T}_a$ ) ve negatif ( $\bar{T}_a < \bar{T}_b$ ) ısı yük altında Tresca ve von Mises akma kriterlerine göre panelin plastik akma, dış yüzeyinde ( $r = b$ ) meydana gelmektedir. Ayrıca Tresca için bu noktalar arasındaki gerilme durumu  $AB$  çizgisinde  $\sigma_r > \sigma_\theta > \sigma_z$ ,  $BC'$ de

$\sigma_r > \sigma_\theta > \sigma_z$ ,  $CD$ 'de  $\sigma_\theta > \sigma_r > \sigma_z$ , ve  $DE$ 'de ise  $\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r$  gibi gerilme durumları elde edilmiştir. Şekil 4.27'de bulunan  $C$  ve  $D$  noktalarında Tresca ve von Mises akma kriterlerine göre aynı anda akma gerçekleşmektedir. Ayrıca  $A$  ve  $A'$  noktalarında mesnetlerden dolayı oluşan eğilme momentlerinin değeri negatiftir. Eğilme moment değeri  $A$  noktasından  $C$  noktasına kadar ( $A'$  ve  $B'$  de dahil) bütün noktalarda negatif değerdedir.  $D$ ,  $E$  ve  $E'$  noktalarında pozitif değere sahiptir. Her bir kritik noktaya ait eğilme momenti değerleri Çizelge 4.5'te verilmiştir.

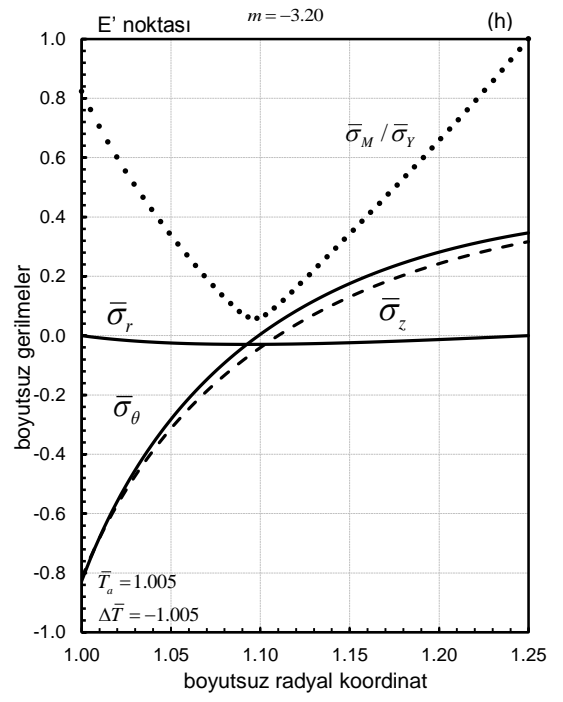
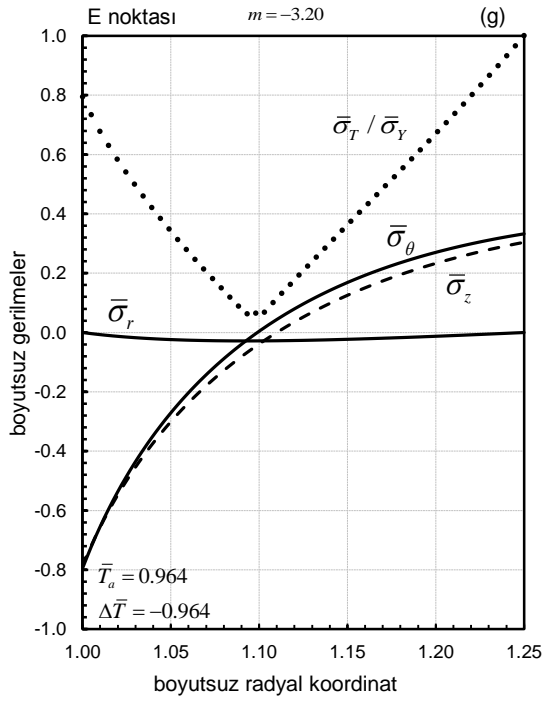
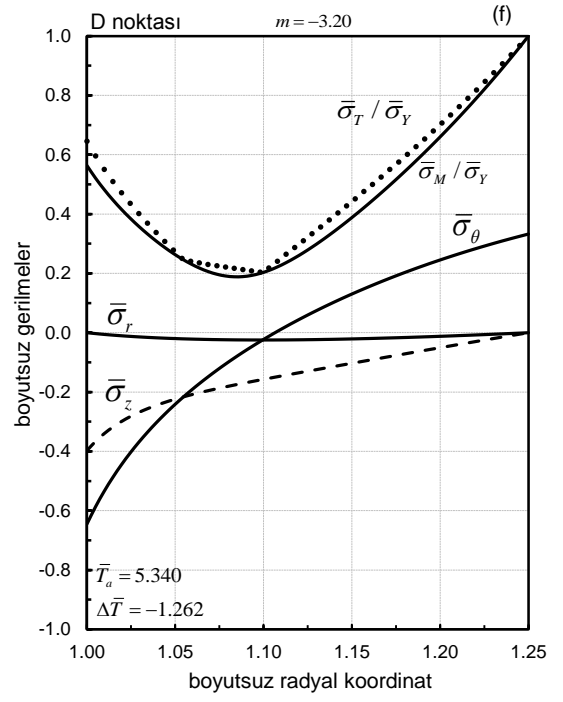
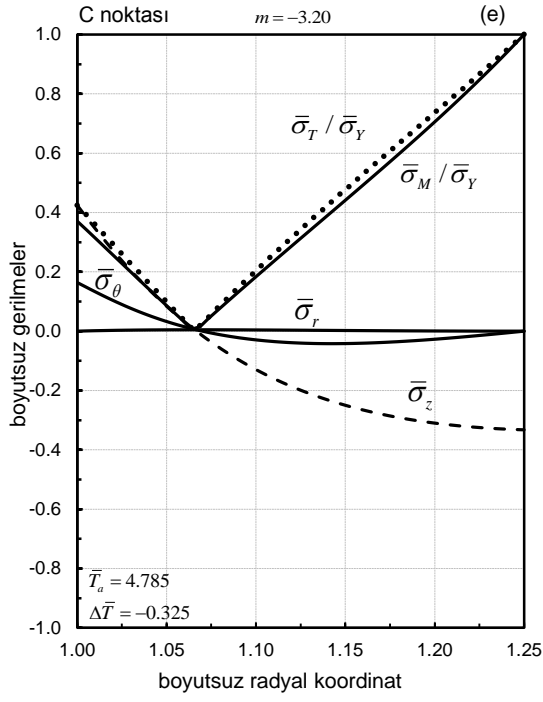
Çizelge 4.5.  $m = -3.20$  FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri

Kritik noktalar	Eğilme momenti $\bar{M}$
$A$	$-4.698 \times 10^{-3}$
$A'$	$-4.933 \times 10^{-3}$
$B$	$-1.814 \times 10^{-3}$
$B'$	$-2.017 \times 10^{-3}$
$C$	$-6.502 \times 10^{-4}$
$D$	$4.517 \times 10^{-3}$
$E$	$5.112 \times 10^{-3}$
$E'$	$5.324 \times 10^{-3}$

$m = -3.20$  için FDM panelin gerilme dağılımları Şekil 4.28'de verilmiştir.

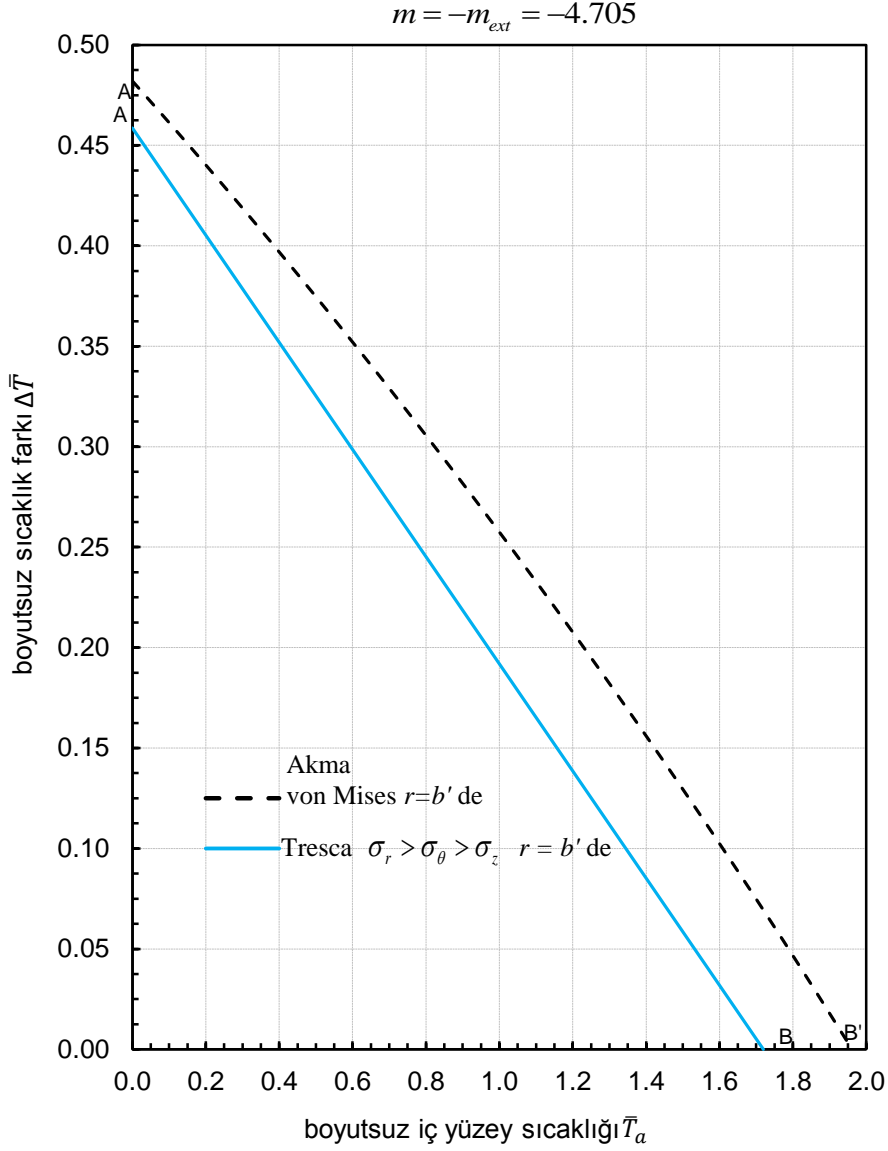


Şekil 4.28.  $m = -3.20$  kritik noktalar ait gerilme dağılımları a) Tresca' ya göre A noktası b) von Mises'e göre A' noktası c) Tresca' ya göre B noktası d) von Mises' e göre B' noktası

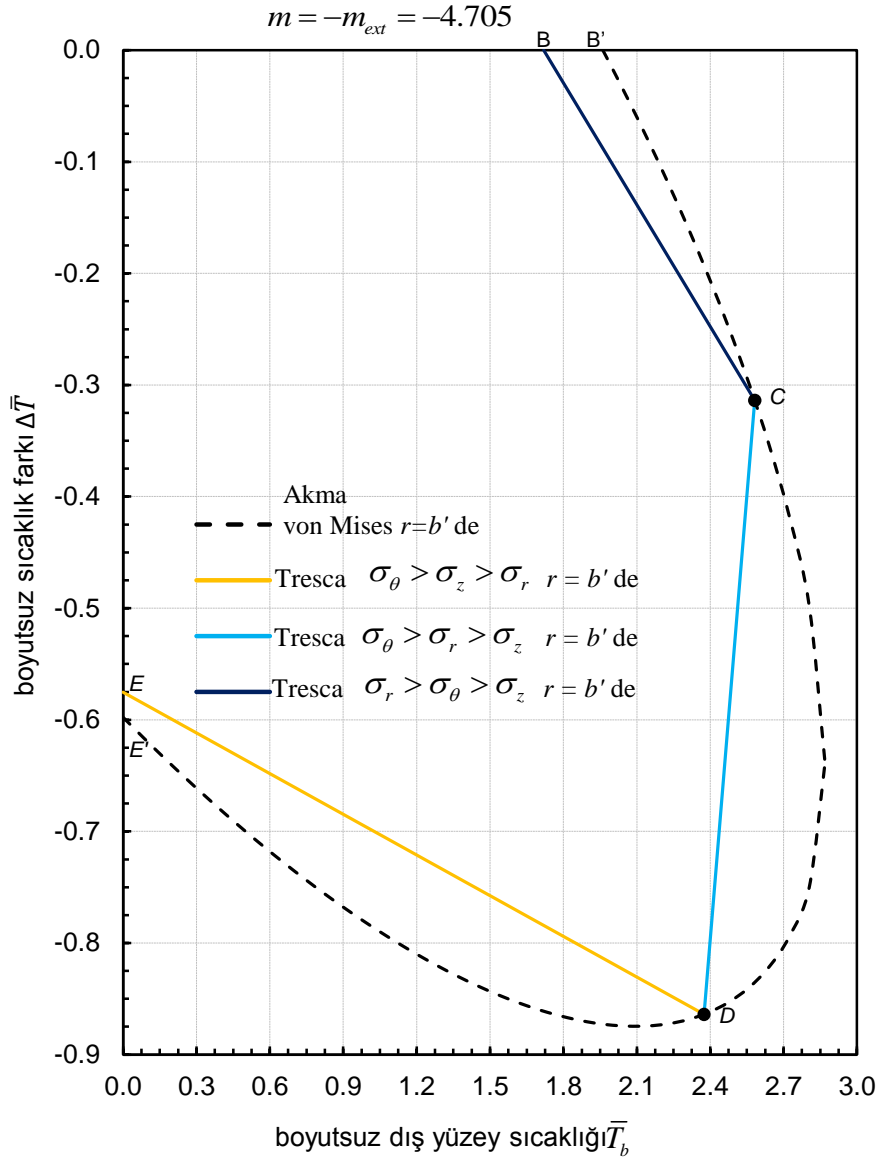


Şekil 4.28. (devamı)  $m = -3.20$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca ve von Mises aynı anda akma C noktası f) Tresca ve von Mises aynı anda akma D noktası g) Tresca' ya göre E noktası h) von Mises'e göre E' noktası

Şekil 4.29 ve Şekil 4.30'da von Mises (kesik çizgi) ve Tresca (düz çizgi) akma kriterlerine göre FDM parametresi  $m = m_{ext} = -4.705$  için pozitif ve negatif ısı yük altındaki panellerde oluşan elastik sınırlar gösterilmiştir.  $m = m_{ext} = -4.705$  değerindeki FDM panelin iç yüzeyi saf çeliktir. Çeliğin, panelin dış yüzeyindeki hacimsel oranı % 0, alüminyumun hacimsel oranı ise % 100 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 4.29.  $m = m_{ext} = -4.705$  için FDM paneldeki pozitif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)



Şekil 4.30.  $m = m_{ext} = -4.705$  için FDM paneldeki negatif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)

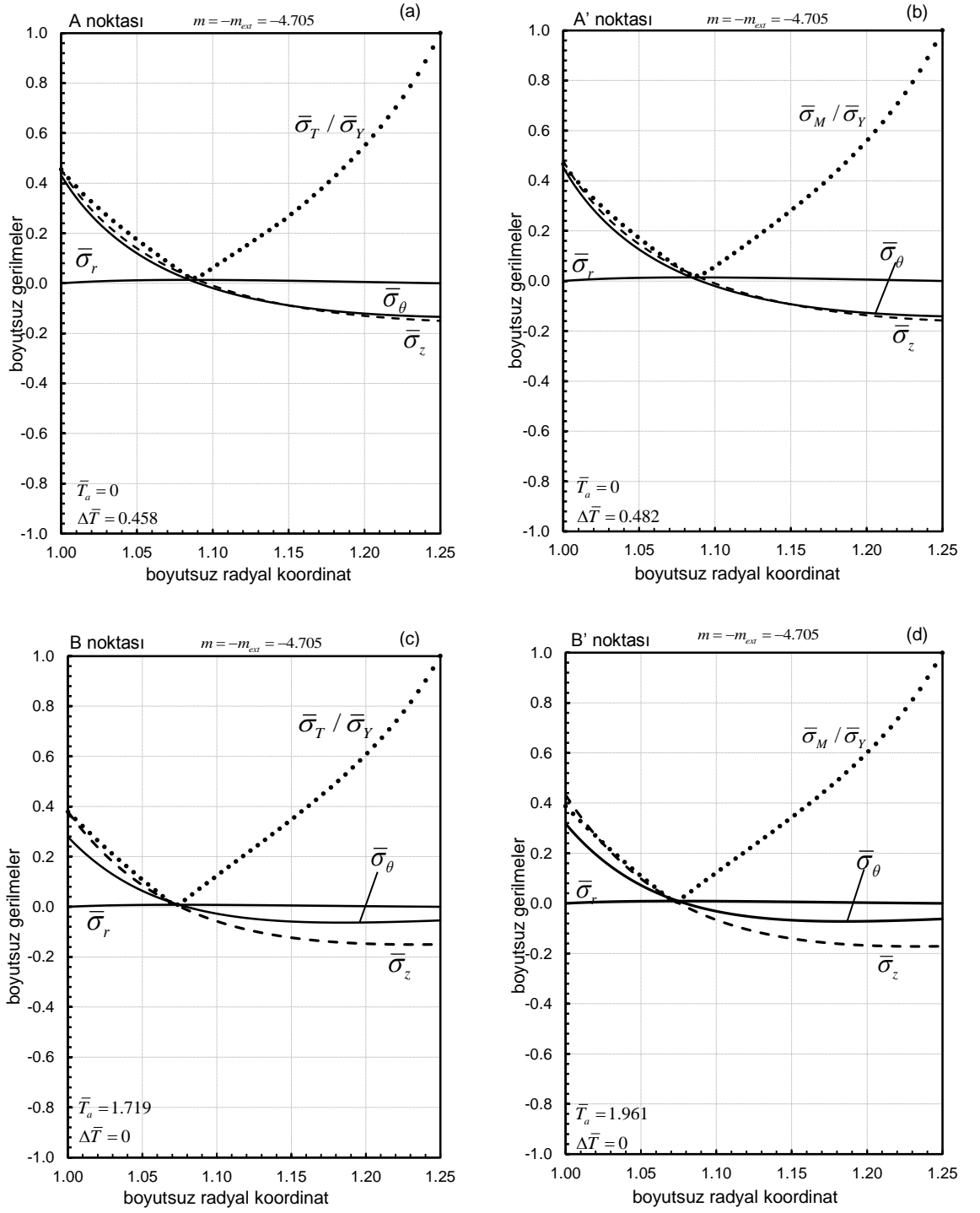
Şekil 4.29 ve Şekil 4.30 üzerinde bulunan her bir nokta A noktasından E noktasına kadar (burada A', B', ve E' dahil) ayrı bir kritik noktayı ifade etmektedir. Şekil 4.29 ve Şekil 4.30 birlikte incelendiğinde pozitif ( $\bar{T}_b > \bar{T}_a$ ) ve negatif ( $\bar{T}_a > \bar{T}_b$ ) ısı yük altında akma panelin dış yüzeyinde ( $r = b$ ) oluşmaktadır. Buna ilaveten Şekil 4.30'da bulunan C ve D noktaları Tresca ve von Mises için aynı anda akmanın gerçekleştiği durumu göstermektedir ve aynı zamanda Tresca prizmasının köşegen noktalarını temsil etmektedir. Tresca için sıcaklık dağılım grafiğinde yer alan

noktalar arasındaki gerilme durumu  $AB$  çizgisinde  $\sigma_r > \sigma_\theta > \sigma_z$ ,  $BC$ 'de  $\sigma_r > \sigma_\theta > \sigma_z$ ,  $CD$ 'de  $\sigma_\theta > \sigma_r > \sigma_z$ , ve  $DE$ 'de ise  $\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r$  gibi gerilme durumları elde edilmiştir. Panelde ısı yük altında mesnetlerde oluşan eğilme momentinin değerleri  $A$  noktasından  $C$  noktasına kadar ( $A'$  ve  $B'$  buna dahil) negatiftir.  $D$ ,  $E$  ve  $E'$  noktalarında ise pozitif değerdedir. Bu noktalarındaki eğilme momenti değerleri Çizelge 4.6' da verilmiştir.

Çizelge 4.6.  $m=m_{ext} = -4.705$  FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri

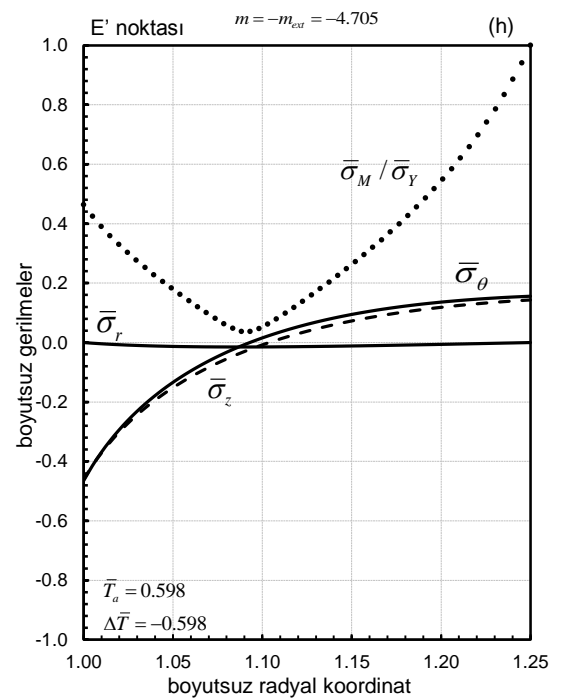
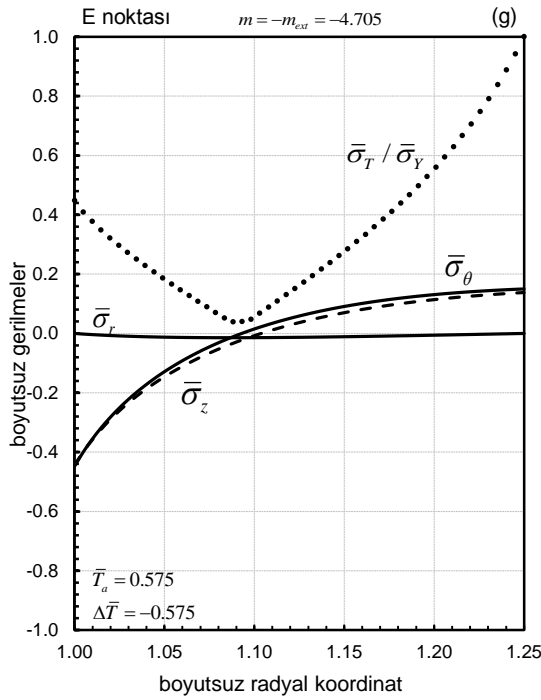
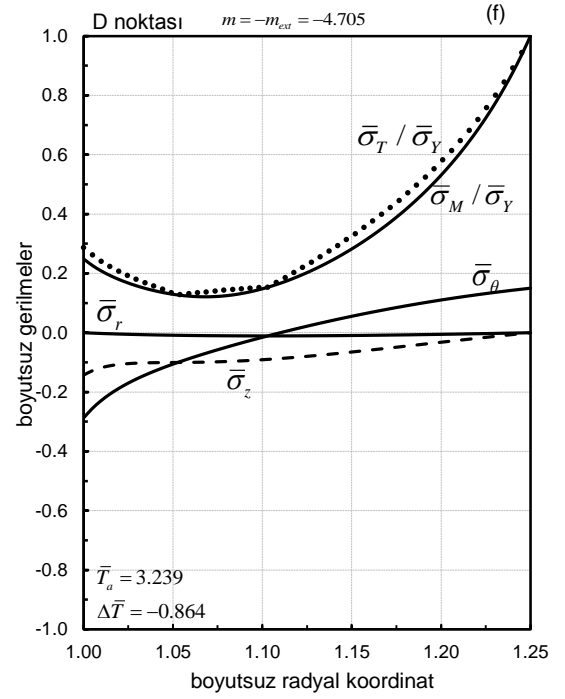
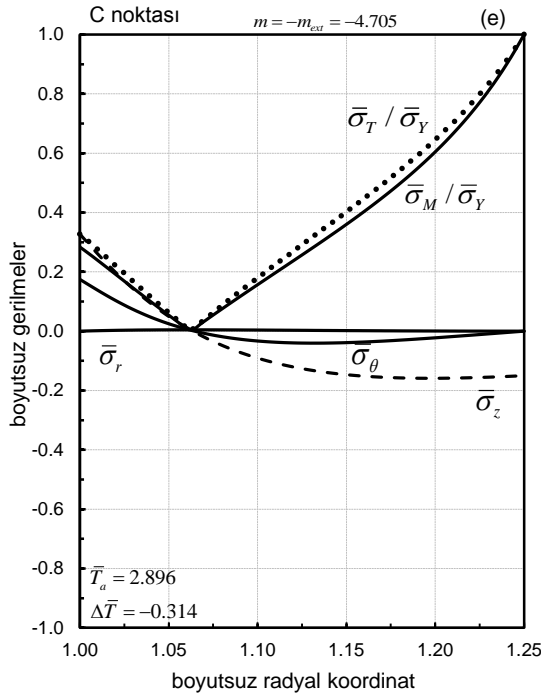
Kritik noktalar	Eğilme momenti $\bar{M}$
$A$	$-2.388 \times 10^{-3}$
$A'$	$-2.510 \times 10^{-3}$
$B$	$-1.330 \times 10^{-3}$
$B'$	$-1.517 \times 10^{-3}$
$C$	$-6.063 \times 10^{-4}$
$D$	$1.992 \times 10^{-3}$
$E$	$2.550 \times 10^{-3}$
$E'$	$2.650 \times 10^{-3}$

$m=m_{ext} = -4.705$  FDM panelde oluşan gerilme dağılımları Şekil 4.31'de verilmiştir.



Şekil 4.31.  $m = m_{ext} = -4.705$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca' ya göre A noktası b) von Mises' e göre A' noktası c) Tresca' ya göre B noktası d) von Mises' e göre B' noktası

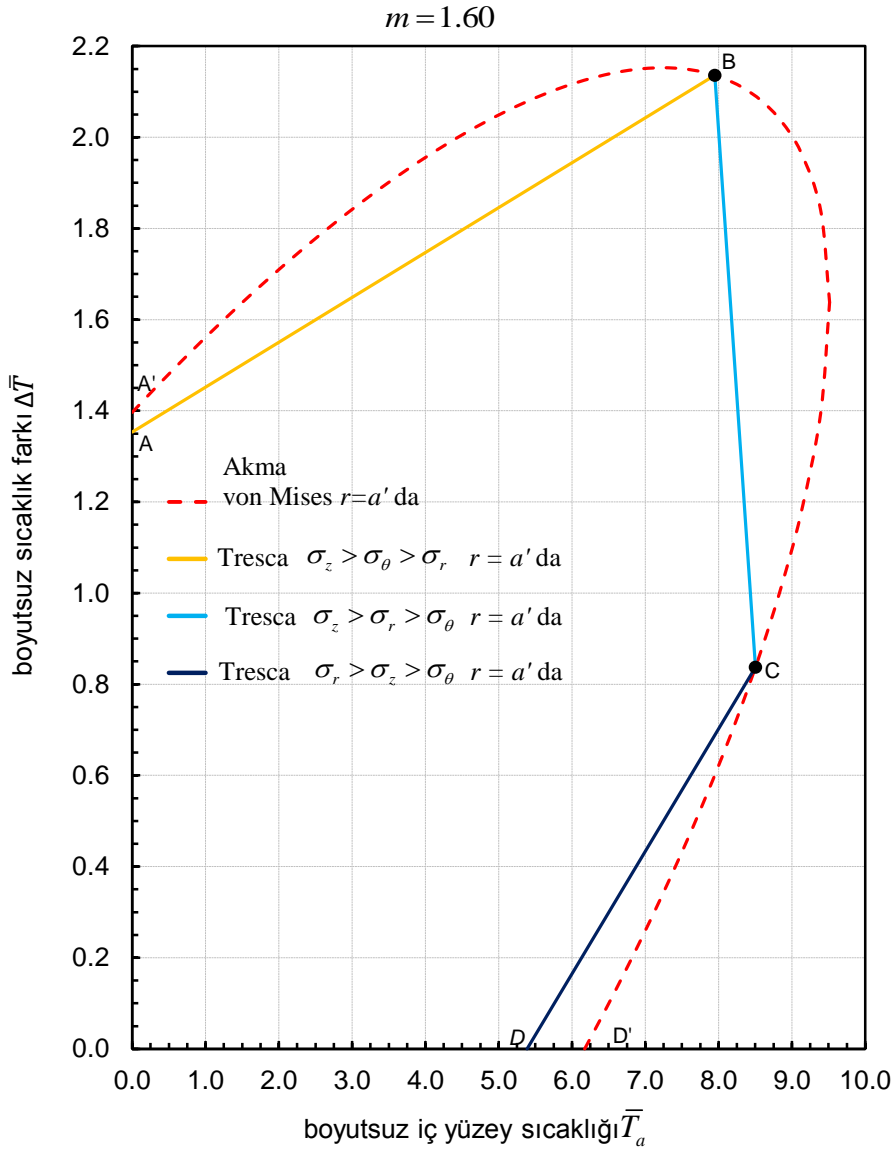




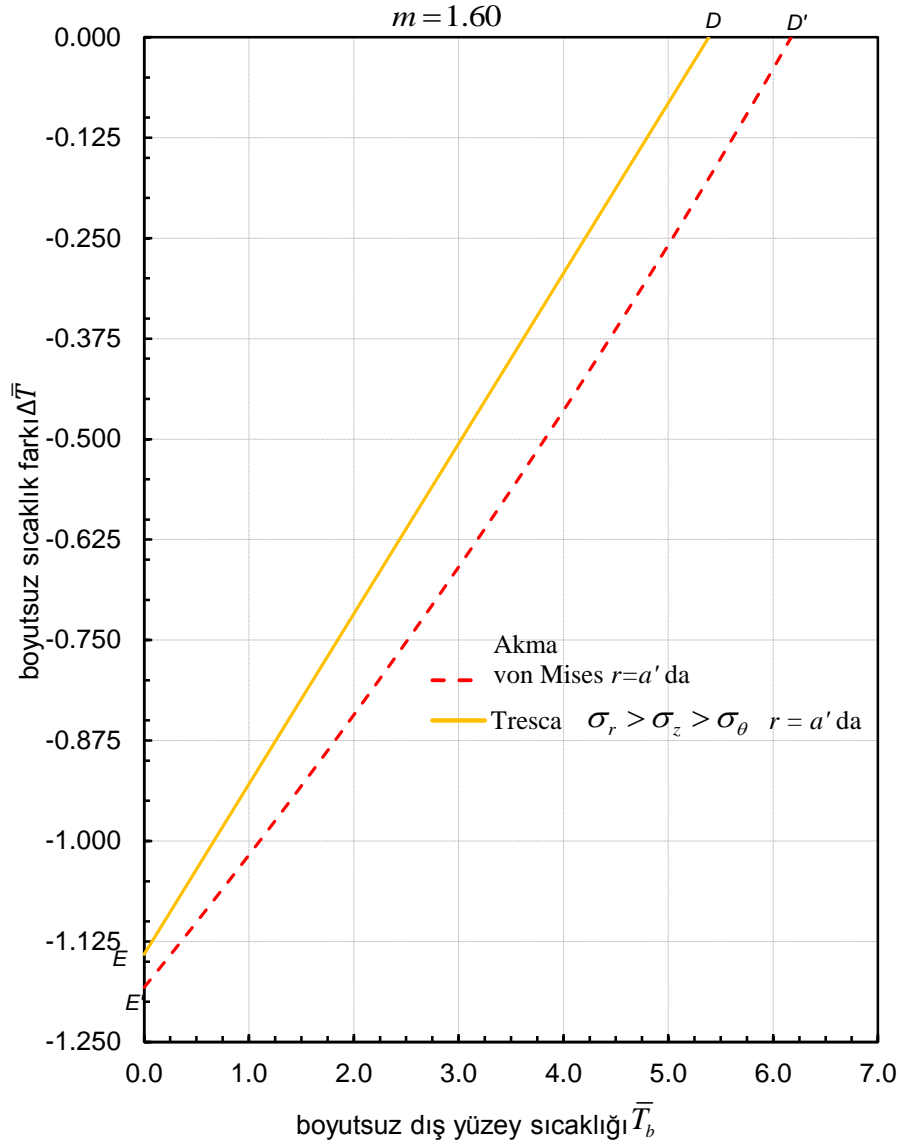
Şekil 4.31. (devamı)  $m = m_{ext} = -4.705$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca ve von Mises aynı anda akma C noktası f) Tresca ve von Mises aynı anda akma D noktası g) Tresca' ya göre E noktası h) von Mises' e göre E' noktası

#### 4.2.2. Alüminyum-Çelik FDM Panel için Sayısal Sonuçlar

Şekil 4.32 ve Şekil 4.33'de von Mises (kesik çizgi) ve Tresca (düz çizgi) akma kriterlerine göre FDM parametresi  $m = 1.60$  için pozitif ve negatif ısıl yük altındaki panellerde oluşan elastik sınırlar gösterilmiştir.  $m = 1.60$  değerindeki FDM panelin iç yüzeyi saf alüminyumdur. Alüminyumun, panelin dış yüzeyindeki hacimsel oranı % 76.9, çeliğin hacimsel oranı ise % 23.1 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 4.32.  $m = 1.60$  için FDM paneldeki pozitif ısıl yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)



Şekil 4.33.  $m = 1.60$  için FDM paneldeki negatif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)

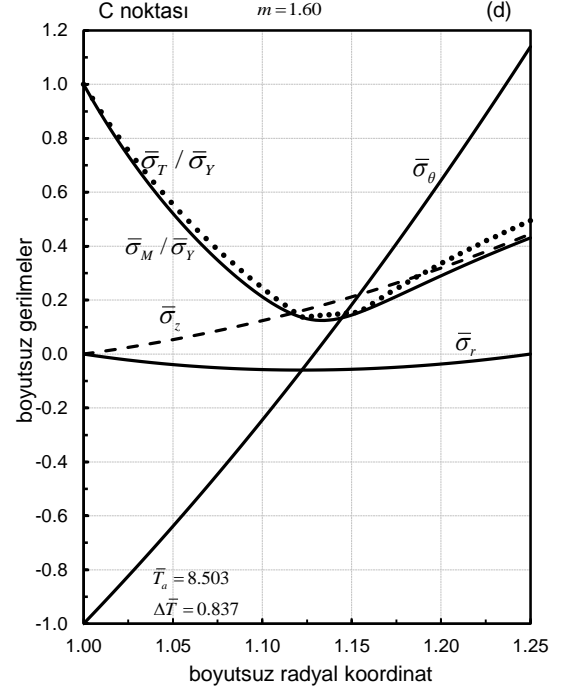
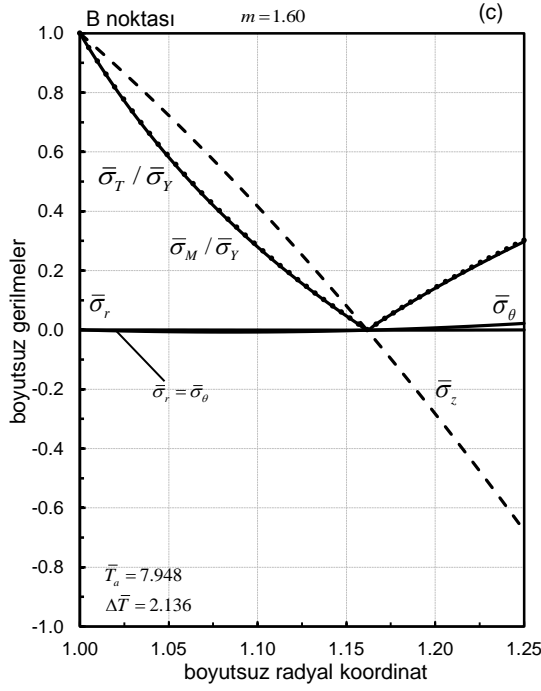
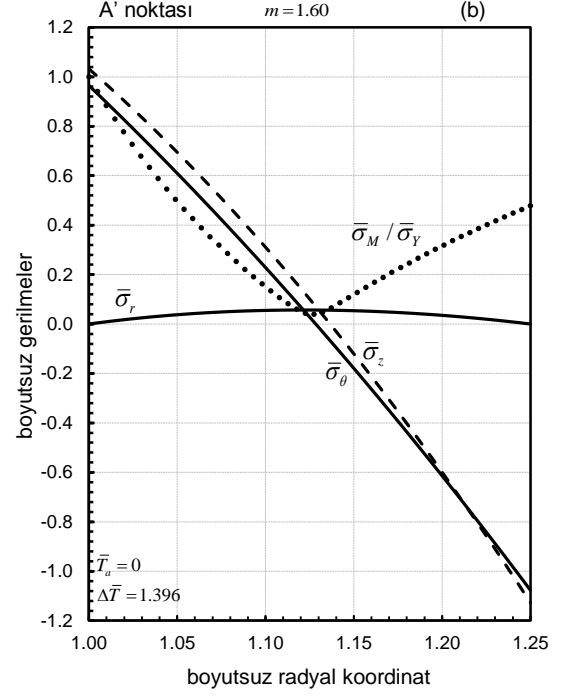
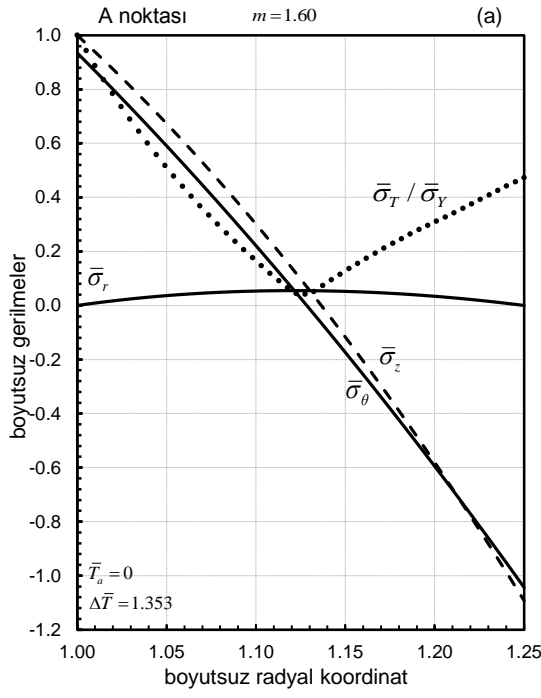
Şekil 4.32 ve Şekil 4.33 üzerinde bulunan her bir nokta A noktasından E noktasına kadar (burada A', D' ve E' dahil) ayrı bir kritik noktayı ifade etmektedir. Şekil 4.32 ve Şekil 4.33 birlikte incelendiğinde pozitif ( $\bar{T}_b > \bar{T}_a$ ) ve negatif ( $\bar{T}_a > \bar{T}_b$ ) ısı yük altında akma panelin iç yüzeyinde ( $r=a$ ) gerçekleşmektedir. Şekil 4.32 ve Şekil 4.33'te görülen kritik noktalar arasındaki gerilme durumu Tresca akma kriterine göre; AB çizgisinde  $\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$ , BC'de  $\sigma_z > \sigma_r > \sigma_\theta$ , CD'de

$\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$  ve  $DE$ 'de ise  $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$  gibi gerilme durumları elde edilmiştir. Şekil 4.32'de bulunan  $B$  ve  $C$  noktaları Tresca prizmasının köşe noktalarını temsil etmektedir ve bu noktalarda hem Tresca hem de von Mises için aynı anda akma gerçekleşmektedir. Panelin uçlarındaki mesnetlerden dolayı oluşan her bir nokta için eğilme momenti Çizelge 4.7'de verilmiştir.

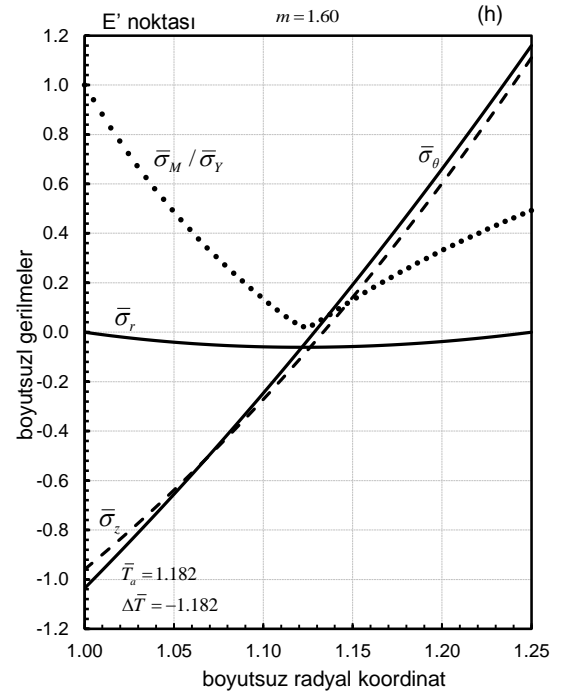
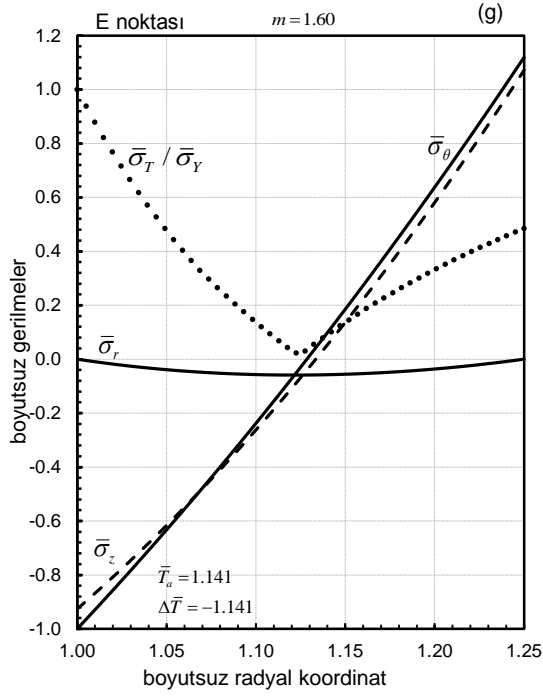
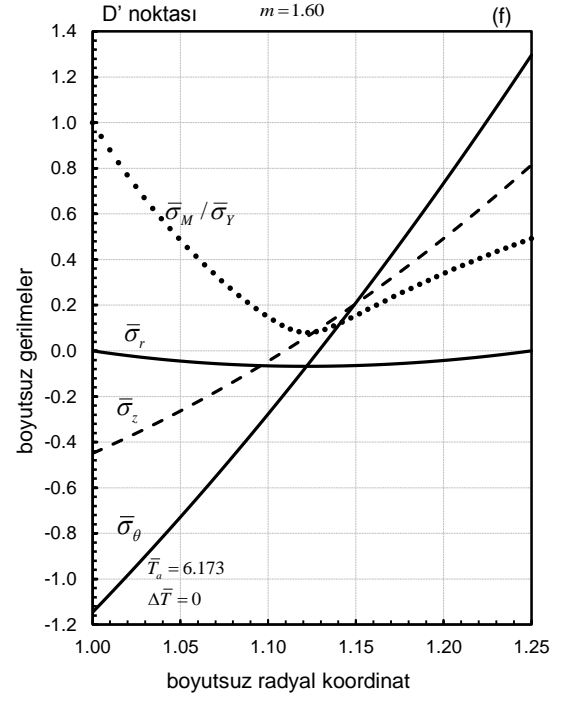
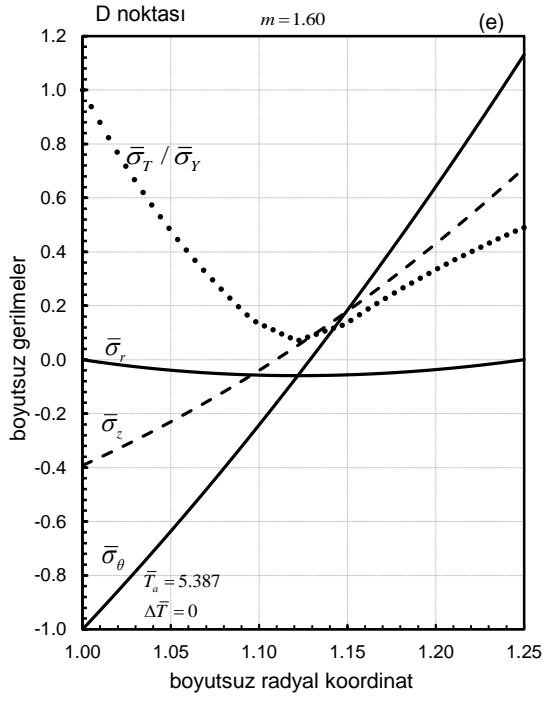
Çizelge 4.7.  $m=1.60$  FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri

Kritik noktalar	Eğilme momenti $\bar{M}$
$A$	$-1.545 \times 10^{-3}$
$A'$	$-1.594 \times 10^{-3}$
$B$	$1.704 \times 10^{-5}$
$C$	$1.671 \times 10^{-3}$
$D$	$1.664 \times 10^{-3}$
$D'$	$1.907 \times 10^{-3}$
$E$	$1.655 \times 10^{-3}$
$E'$	$1.715 \times 10^{-3}$

$m=1.60$  için FDM panelde radyal doğrultuda ısıl yük altında meydana gelen gerilme dağılımları Şekil 4.34'te verilmiştir.

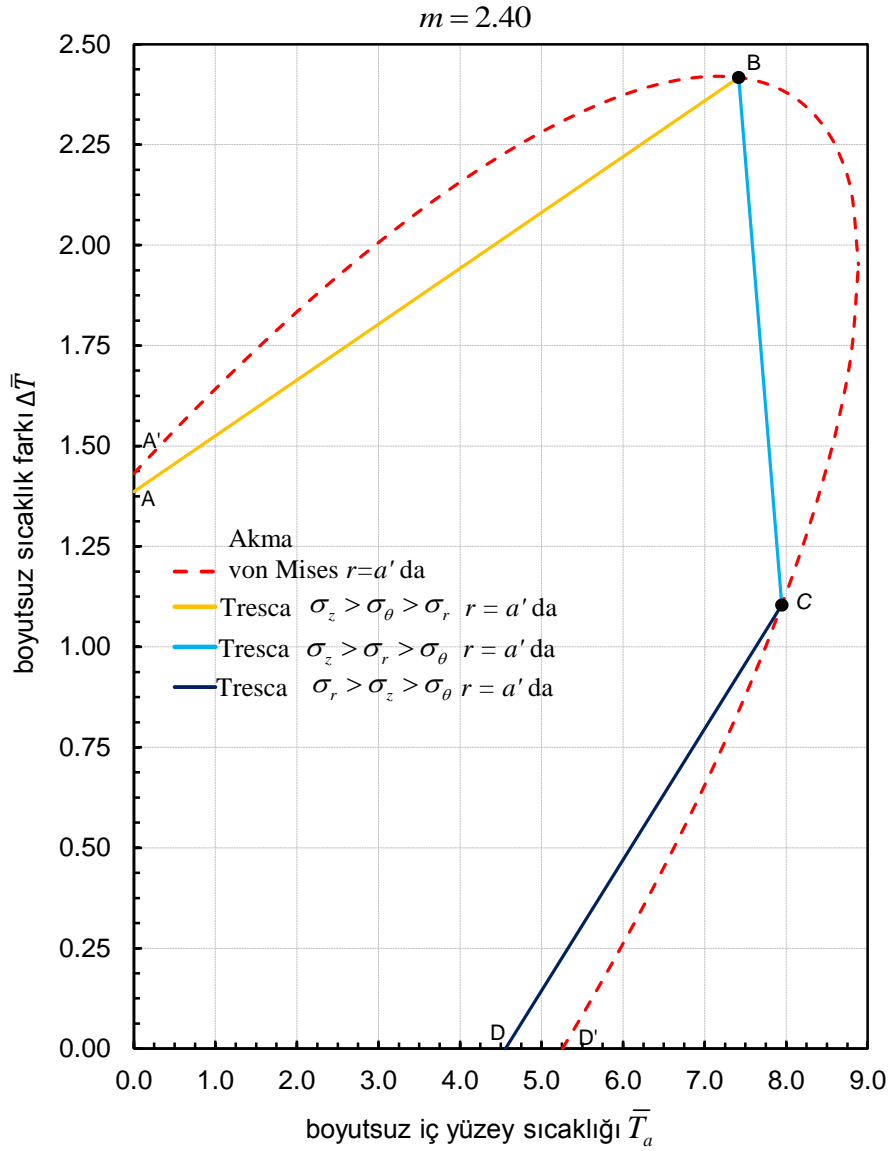


Şekil 4.34.  $m = 1.60$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca'ya göre A noktası b) von Mises'e göre A' noktası c) Tresca ve von Mises aynı anda akma B noktası d) Tresca ve von Mises aynı anda akma C noktası

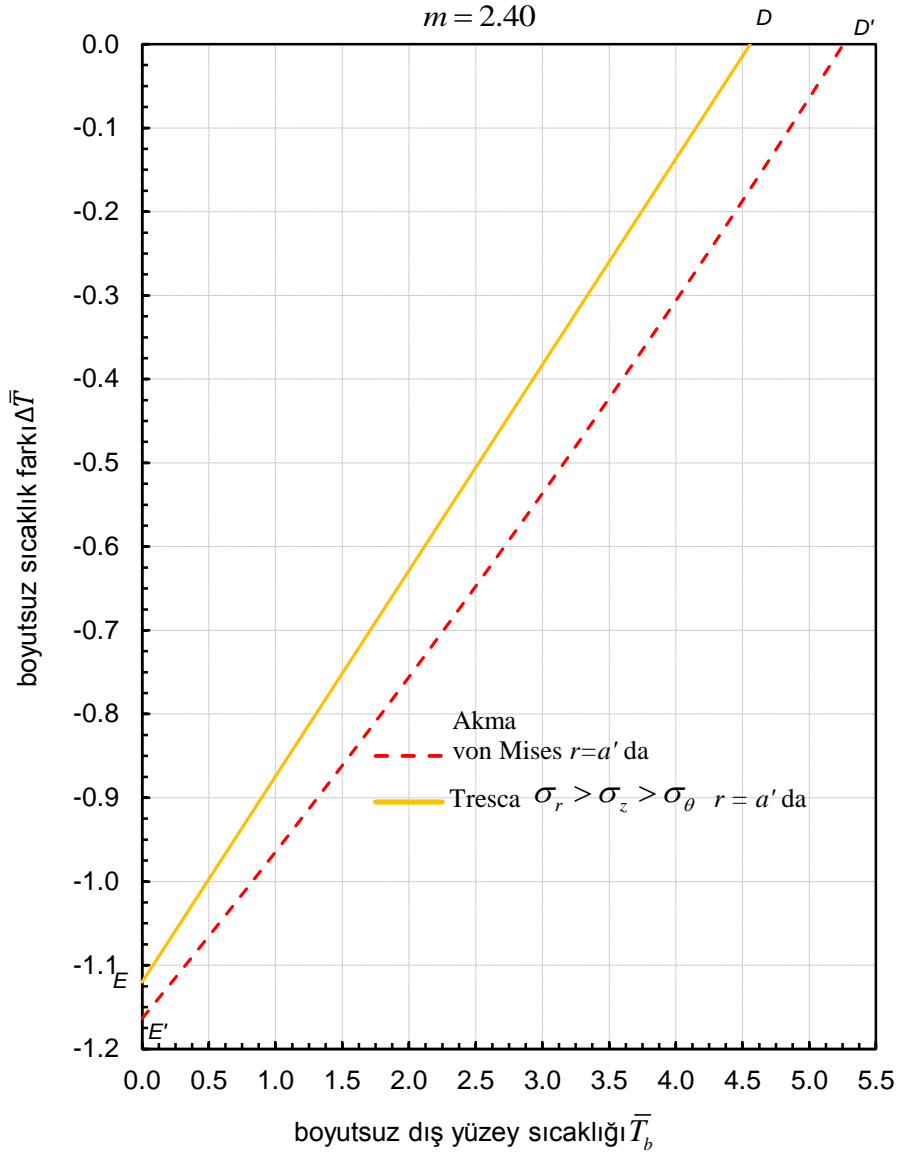


Şekil 4.34. (devamı)  $m = 1.60$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca' ya göre D noktası f) von Mises'e göre D' noktası g) Tresca' ya göre E noktası h) von Mises' e göre E' noktası

Şekil 4.35 ve Şekil 4.36'da von Mises (kesik çizgi) ve Tresca (düz çizgi) akma kriterlerine göre FDM parametresi  $m=2.40$  için pozitif ve negatif ısıl yük altındaki panellerde oluşan elastik sınırlar gösterilmiştir.  $m=2.40$  değerindeki FDM panelin iç yüzeyi saf alüminyumdur. Alüminyumun, panelin dış yüzeyindeki hacimsel oranı % 62, çeliğin hacimsel oranı ise % 38 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 4.35.  $m = 2.40$  için FDM paneldeki pozitif ısıl yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)



Şekil 4.36.  $m = 2.40$  için FDM paneldeki negatif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)

Şekil 4.35 ve Şekil 4.36 üzerinde bulunan her bir nokta  $A$  noktasından  $E$  noktasına kadar (burada  $A'$ ,  $D'$  ve  $E'$  dahil) ayrı bir kritik noktayı ifade etmektedir. Şekil 4.35 ve Şekil 4.36 birlikte incelendiğinde pozitif ( $\bar{T}_b > \bar{T}_a$ ) ve negatif ( $\bar{T}_a > \bar{T}_b$ ) ısı yük altında akma, panelin iç yüzeyinde ( $r = a$ ) oluşmaktadır. Pozitif ve negatif ısı yük altında sıcaklık dağılım grafikleri üzerinde yer alan kritik noktalar arasındaki gerilme durumu Tresca akma kriterine göre;  $AB$  çizgisinde  $\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$ ,  $BC$ 'de  $\sigma_z > \sigma_r > \sigma_\theta$ ,  $CD$ 'de  $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$  ve  $DE$ 'de ise  $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$  gibi gerilme

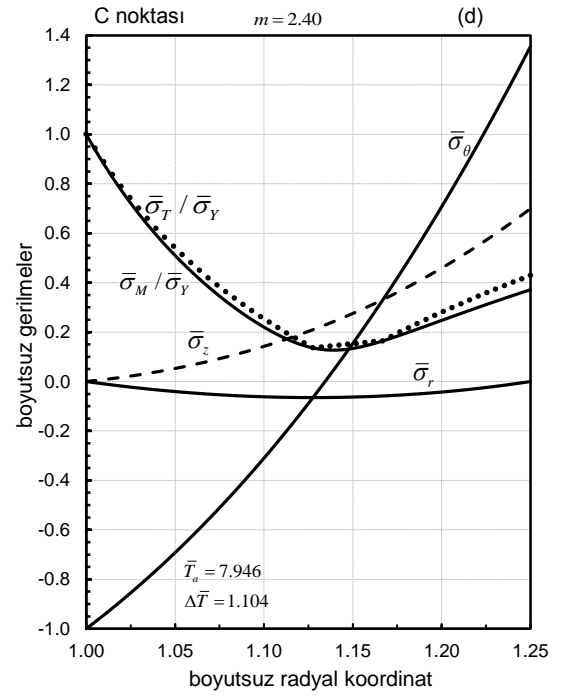
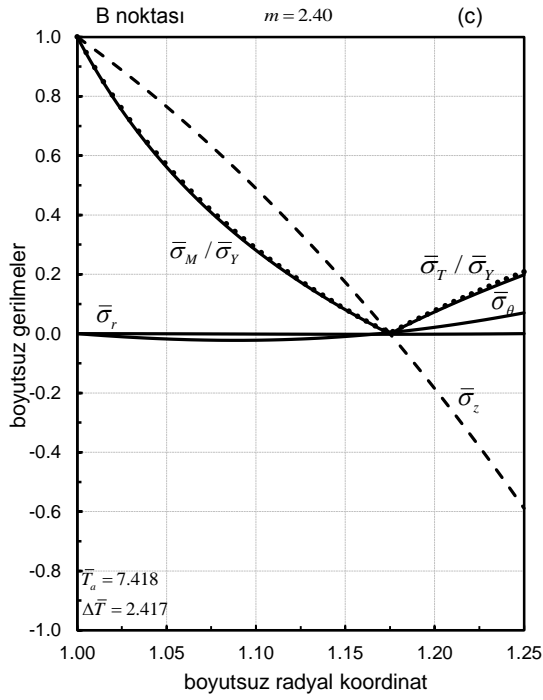
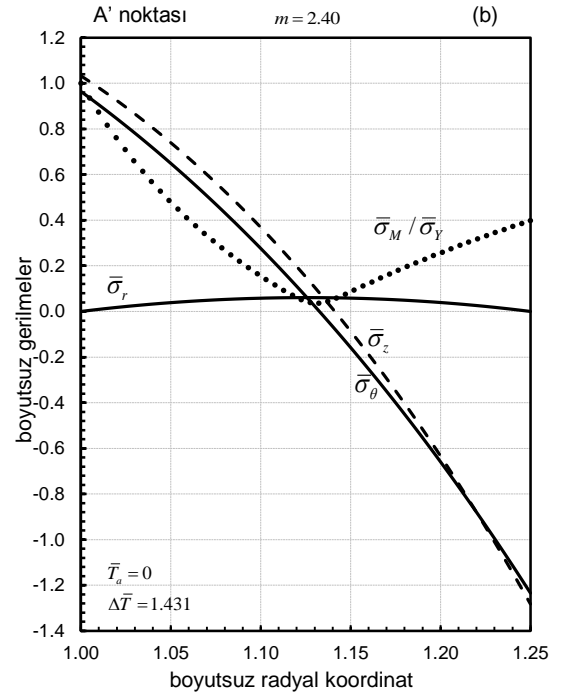
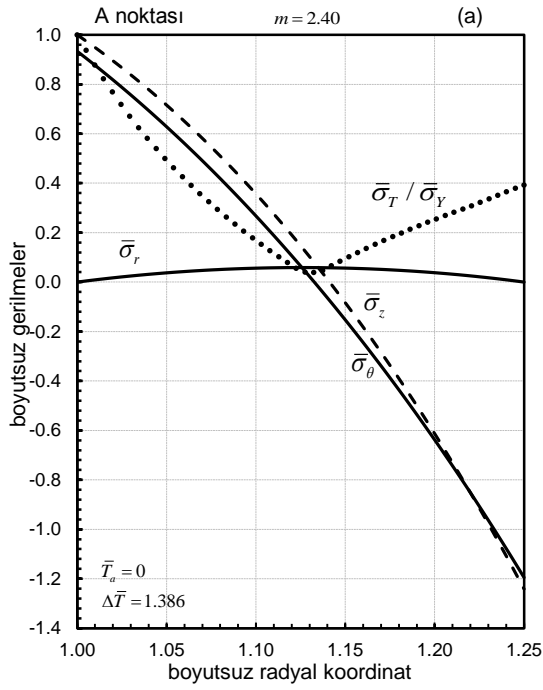


durumlarına göre elastik sınırlar belirlenmiştir. Panelin uçlarındaki mesnetlerden dolayı oluşan eğilme momenti değerleri her bir kritik nokta için Çizelge 4.8’de verilmiştir.

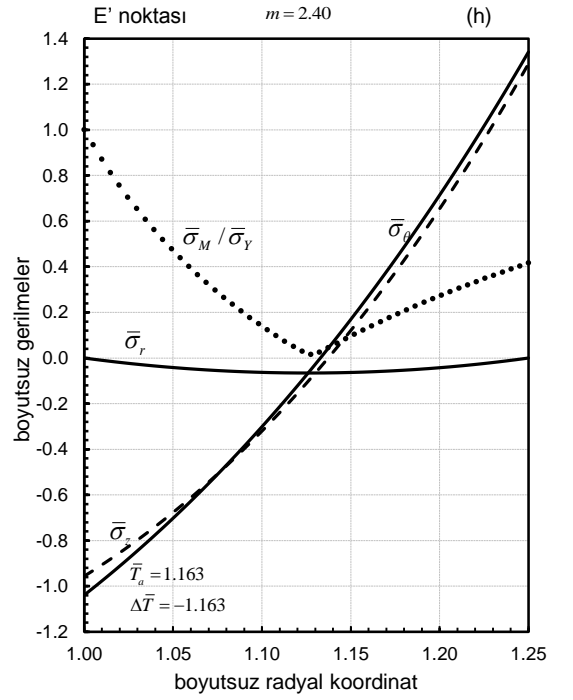
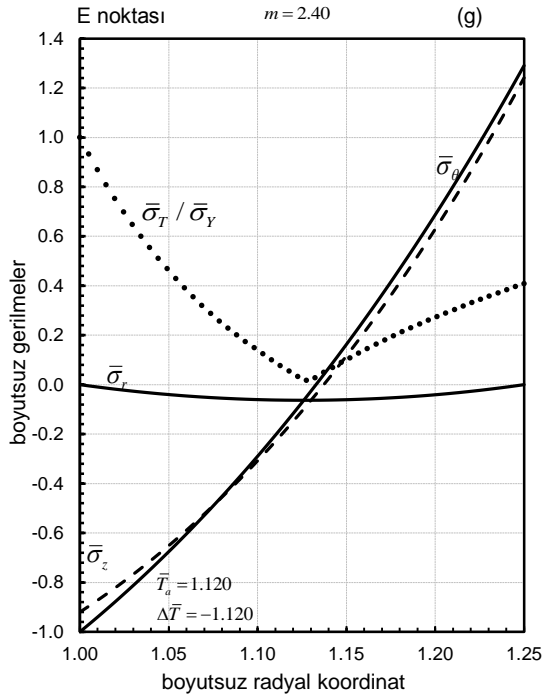
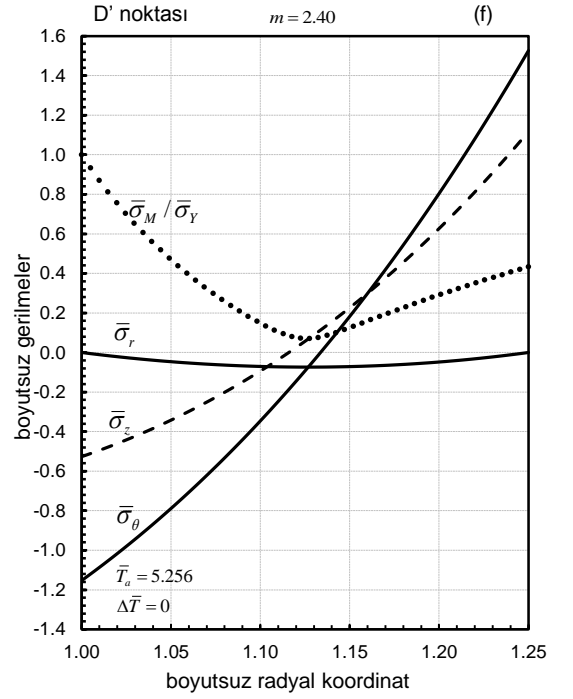
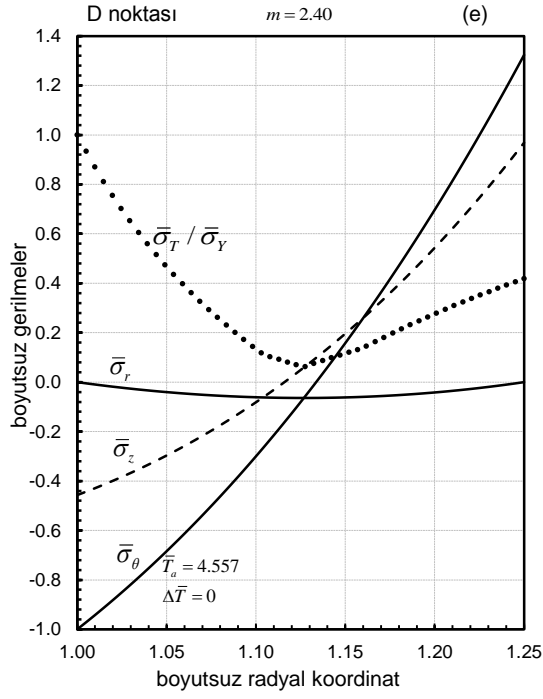
Çizelge 4.8.  $m= 2.40$  FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri

Kritik noktalar	Eğilme momenti $\bar{M}$
<i>A</i>	$-1.655x10^{-3}$
<i>A'</i>	$-1.708x10^{-3}$
<i>B</i>	$5.262x10^{-5}$
<i>C</i>	$1.829x10^{-3}$
<i>D</i>	$1.805x10^{-3}$
<i>D'</i>	$2.081x10^{-3}$
<i>E</i>	$1.780x10^{-3}$
<i>E'</i>	$1.850x10^{-3}$

Çizelge 4.8’de verilen kritik noktalara ait gerilme dağılımları Şekil 4.37’de verilmiştir.

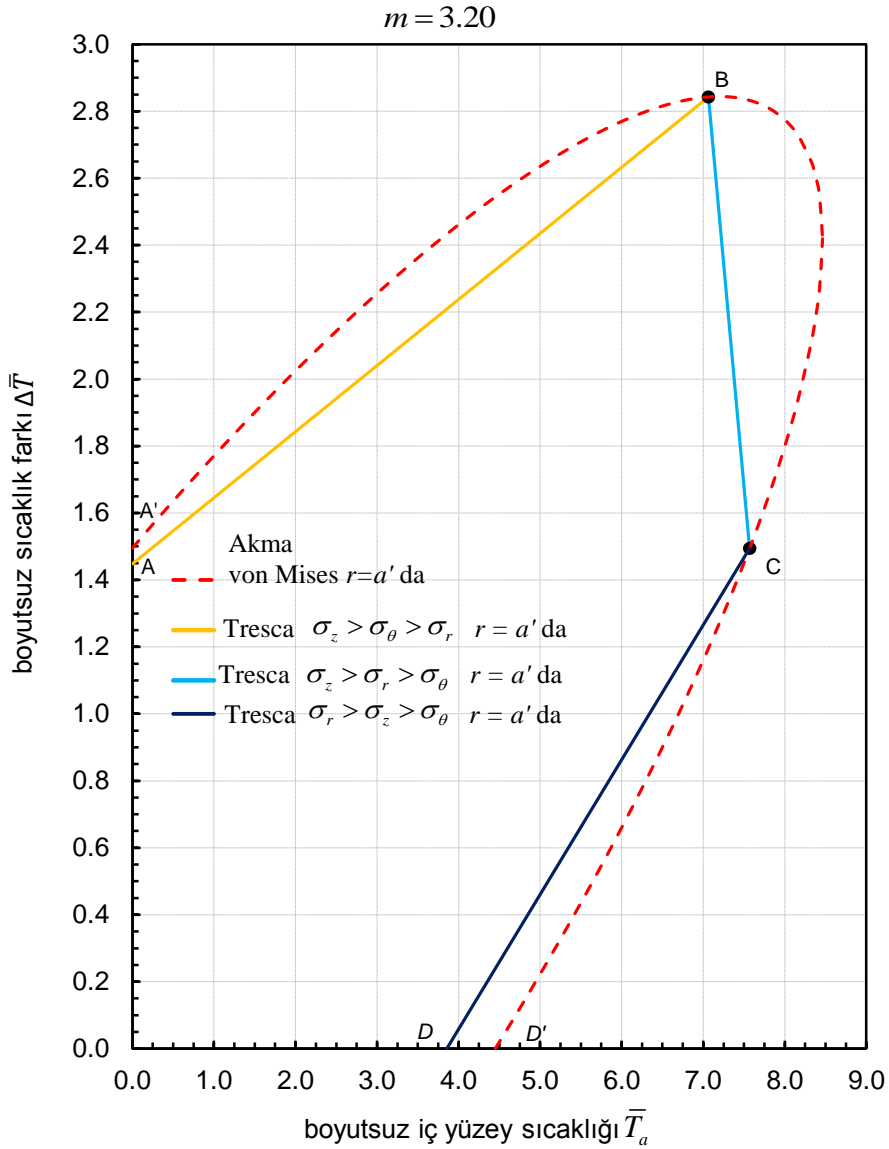


Şekil 4.37.  $m=2.40$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca'ya göre A noktası b) von Mises'e göre A' noktası c) Tresca ve von Mises aynı anda akma B noktası d) Tresca ve von Mises aynı anda akma C noktası

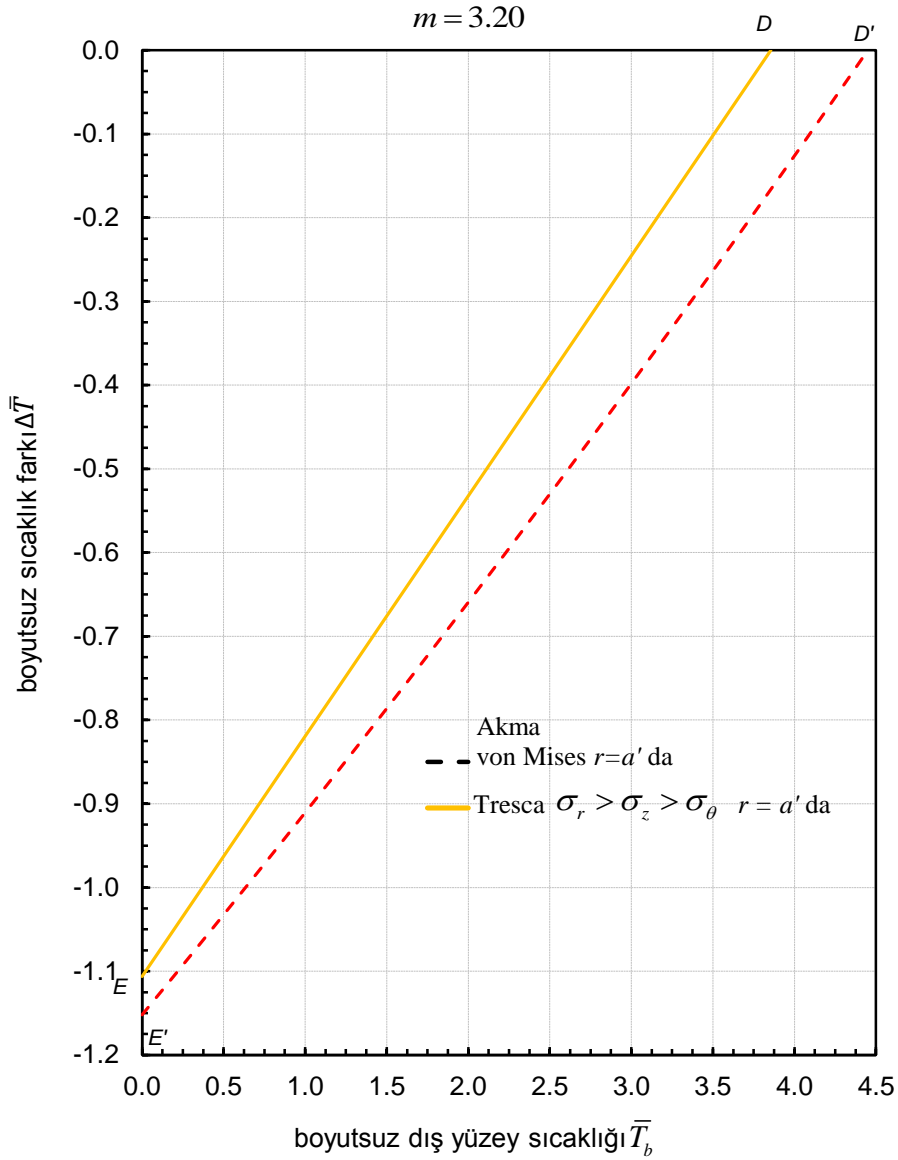


Şekil 4.37. (devamı)  $m = 2.40$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca'ya göre D noktası f) von Mises'e göre D' noktası g) Tresca'ya göre E noktası h) von Mises'e göre E' noktası

Şekil 4.38 ve Şekil 4.39’da von Mises (kesik çizgi) ve Tresca (düz çizgi) akma kriterlerine göre FDM parametresi  $m=3.20$  için pozitif ısı yük altındaki panellerde oluşan elastik sınırlar gösterilmiştir.  $m=3.20$  değerindeki FDM panelin iç yüzeyi saf alüminyumdur. Alüminyumun, panelin dış yüzeyindeki hacimsel oranı % 44, çeliğin hacimsel oranı ise % 56 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 4.38.  $m = 3.20$  için FDM paneldeki pozitif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)



Şekil 4.39.  $m = 3.20$  için FDM paneldeki negatif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)

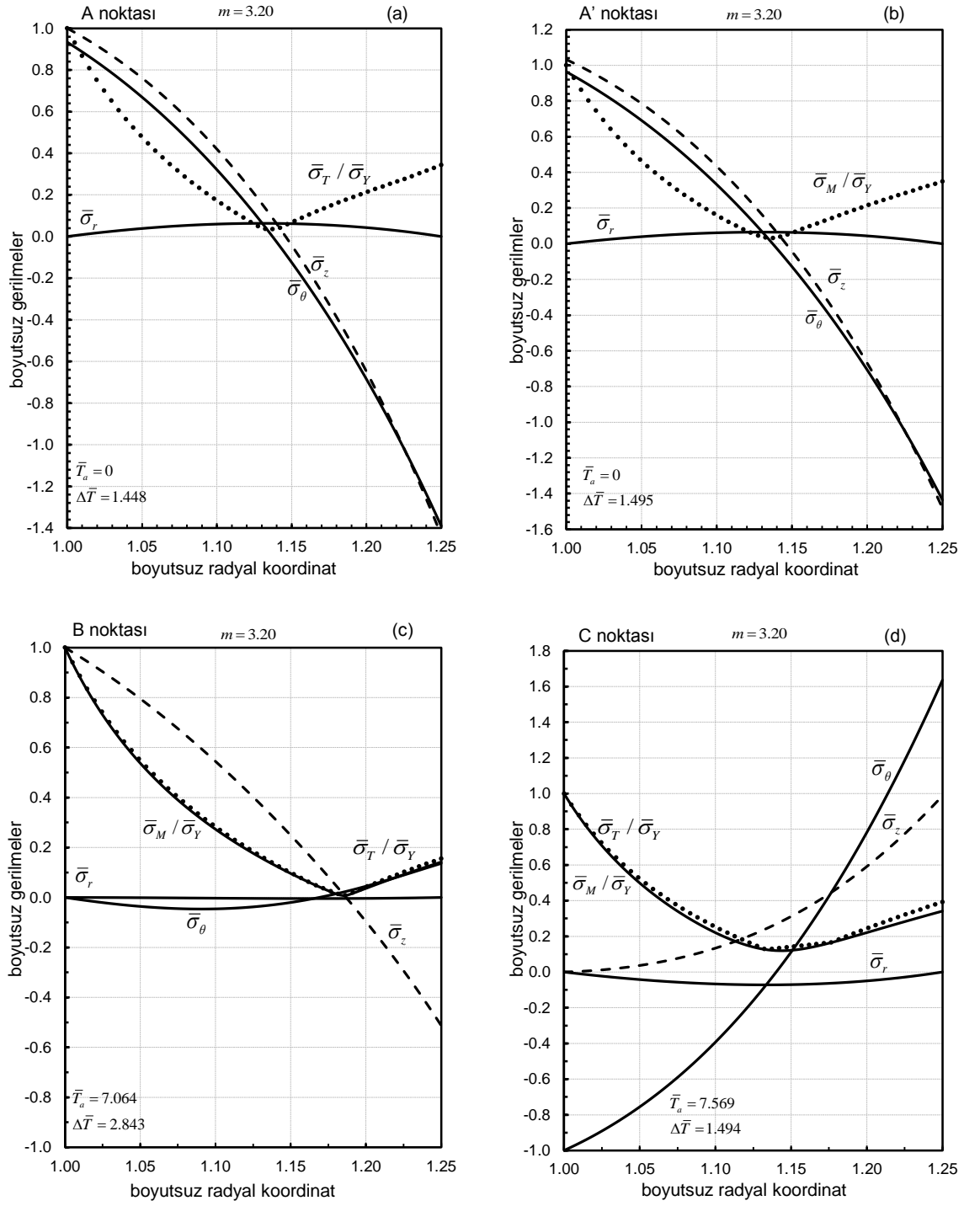
Şekil 4.38 ve Şekil 4.39 üzerinde bulunan her bir nokta  $A$  noktasından  $E$  noktasına kadar (burada  $A'$ ,  $D'$  ve  $E'$  dahil) her biri ayrı bir kritik noktayı ifade etmektedir. Şekil 4.38 ve Şekil 4.39 birlikte incelendiğinde pozitif ( $\bar{T}_b > \bar{T}_a$ ) ve negatif ( $\bar{T}_a > \bar{T}_b$ ) ısı yük altında akma panelin iç yüzeyinde ( $r = a$ ) oluşmaktadır. Pozitif ve negatif ısı yük altında sıcaklık dağılım grafikleri üzerinde yer alan kritik noktalar arasındaki gerilme durumu Tresca akma kriterine göre;  $AB$  çizgisinde

$\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$ ,  $BC$ 'de  $\sigma_z > \sigma_r > \sigma_\theta$ ,  $CD$ 'de  $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$  ve  $DE$ 'de ise  $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$  gibi gerilme durumlarına göre elastik sınırlar belirlenmiştir. Şekil 4.38'de bulunan  $B$  ve  $C$  noktaları Tresca prizmasının köşe noktalarını ifade etmekte ve aynı zamanda bu noktalarda Tresca ve von Mises' e göre aynı anda akma gerçekleşmektedir. Bu eğilme momenti değerleri Çizelge 4.9' da verilmiştir.

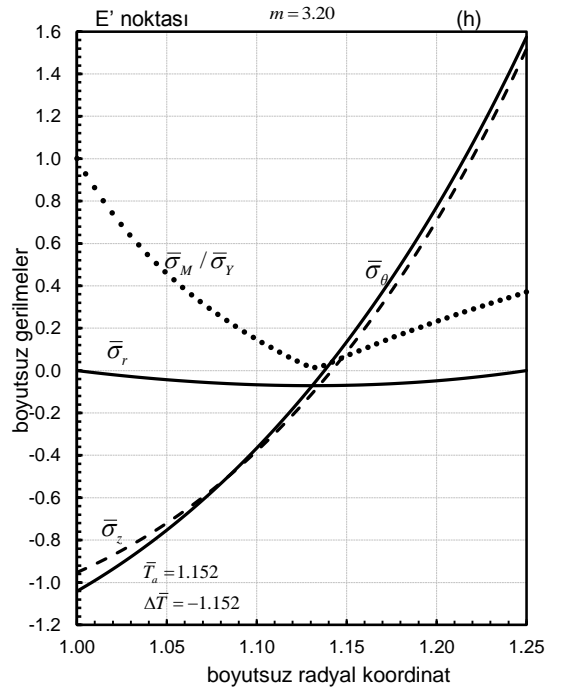
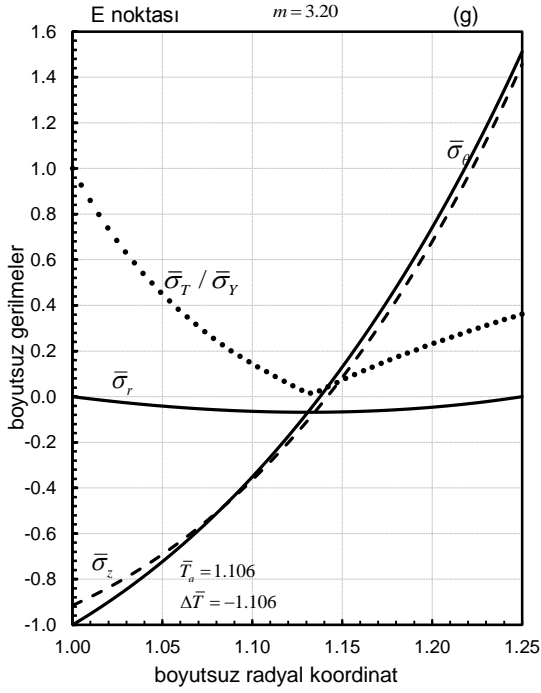
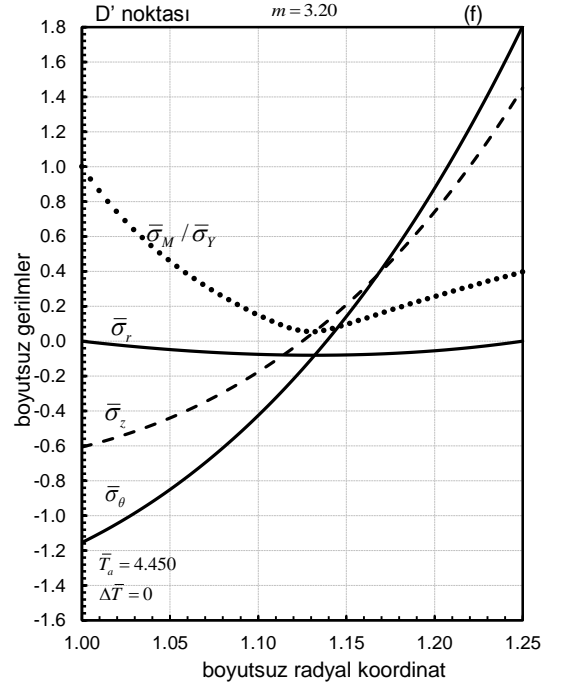
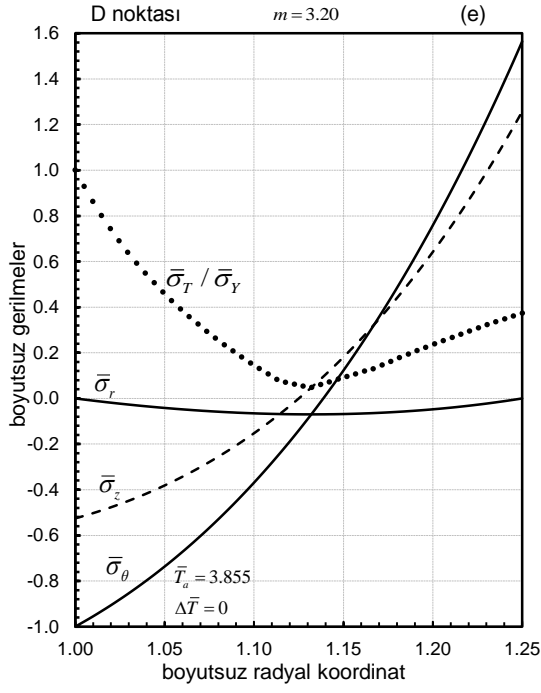
Çizelge 4.9.  $m= 3.20$  FDM panel için kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri

Kritik noktalar	Eğilme momenti $\bar{M}$
$A$	$-1.783x10^{-3}$
$A'$	$-1.841x10^{-3}$
$B$	$1.061x10^{-4}$
$C$	$2.024x10^{-3}$
$D$	$1.968x10^{-3}$
$D'$	$2.272x10^{-3}$
$E$	$1.923x10^{-3}$
$E'$	$2.007x10^{-3}$

Çizelge 4.9'da verilen kritik noktalara ait gerilme dağılımları Şekil 4.40'ta verilmiştir.



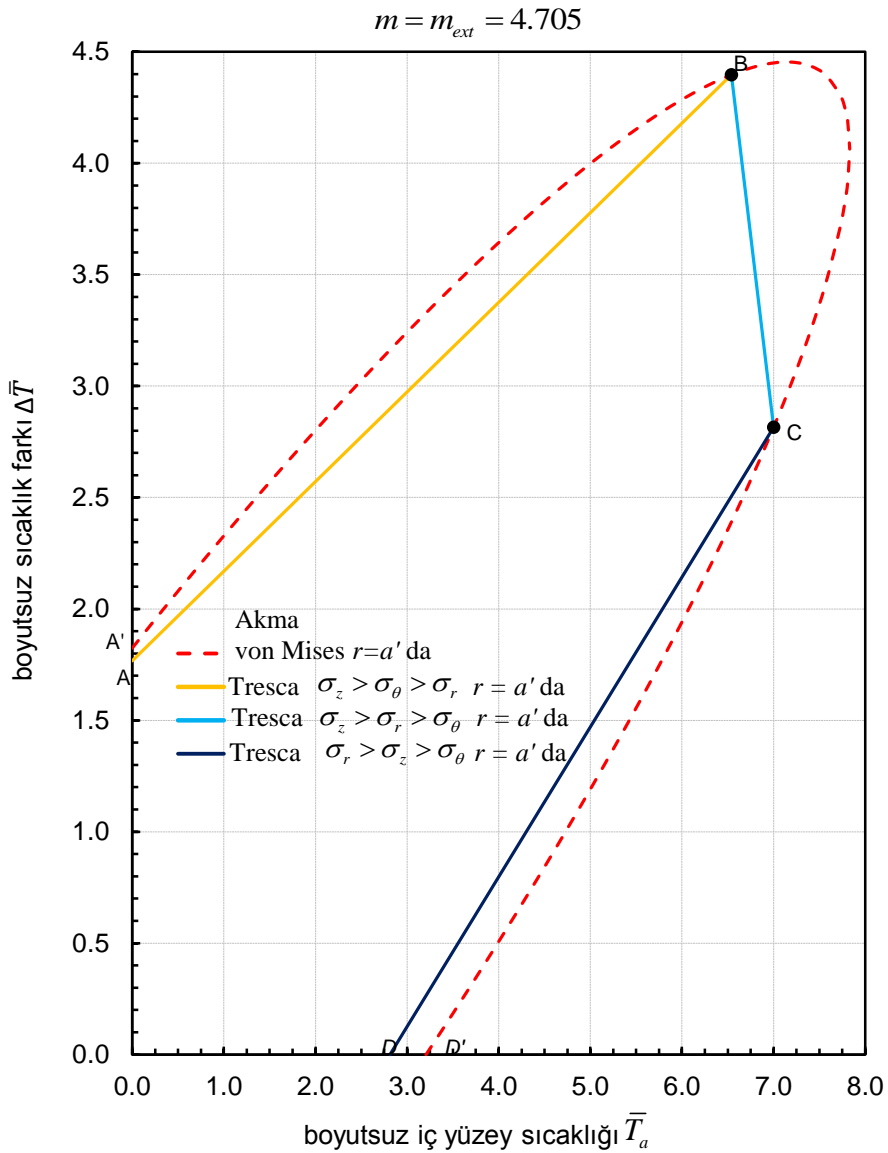
Şekil 4.40.  $m = 3.20$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca'ya göre A noktası b) von Mises'e göre A' noktası c) Tresca ve von Mises aynı anda akma B noktası d) Tresca ve von Mises aynı anda akma C noktası



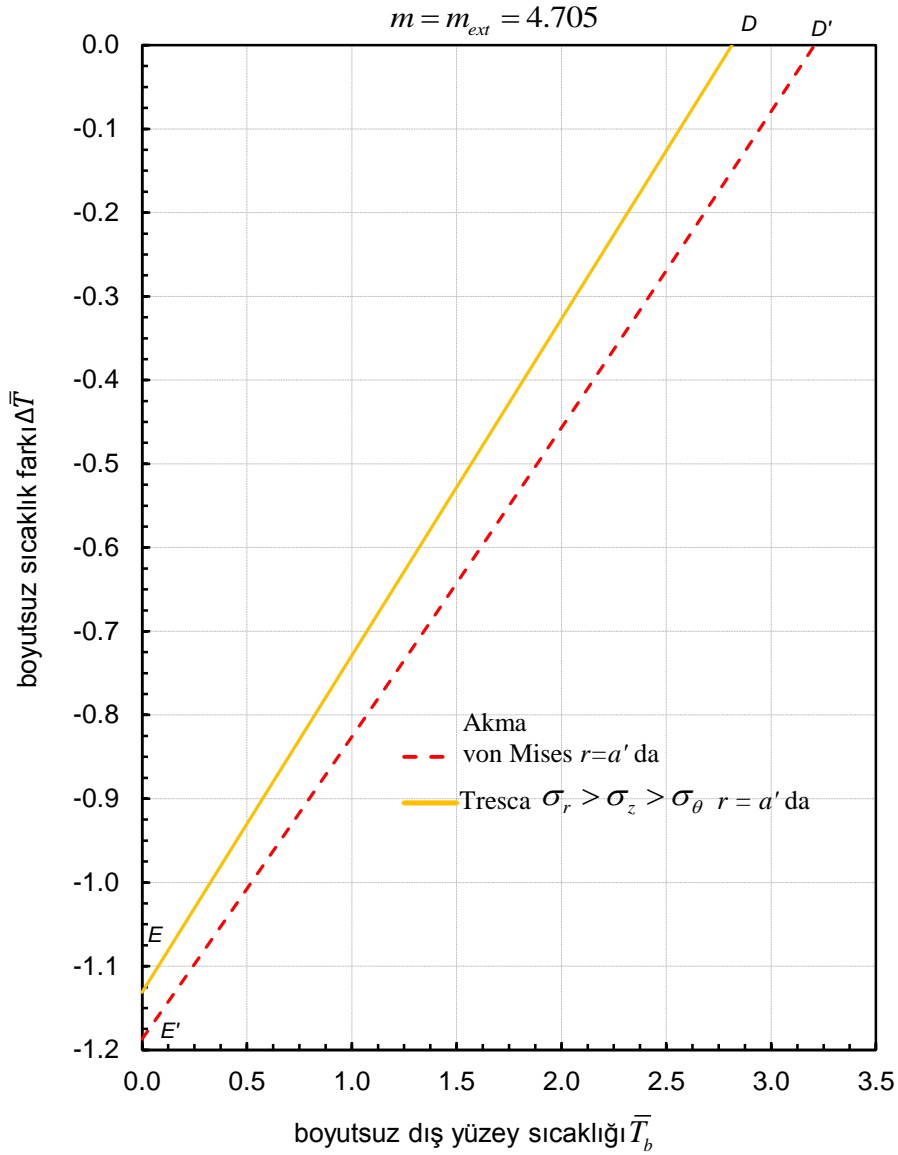
Şekil 4.40. (devamı)  $m = 3.20$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca'ya göre D noktası f) von Mises'e göre D' noktası g) Tresca'ya göre E noktası h) von Mises'e göre E' noktası



Şekil 4.41 ve Şekil 4.42’da von Mises (kesik çizgi) ve Tresca (düz çizgi) akma kriterlerine göre FDM parametresi  $m = m_{ext} = 4.705$  için pozitif ve negatif ısı yük altındaki panellerde oluşan elastik sınırlar gösterilmiştir.  $m = m_{ext} = 4.705$  değerindeki FDM panelin iç yüzeyi saf alüminyumdur. Alüminyumun, panelin dış yüzeyindeki hacimsel oranı % 0, çeliğin hacimsel oranı ise % 100 olarak hesaplanmıştır.



Şekil 4.41.  $m = m_{ext} = 4.705$  için FDM paneldeki pozitif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)



Şekil 4.42.  $m = m_{ext} = 4.705$  için FDM paneldeki negatif ısı yük altındaki elastik sınırlar (düz çizgi Tresca, kesik çizgi von Mises)

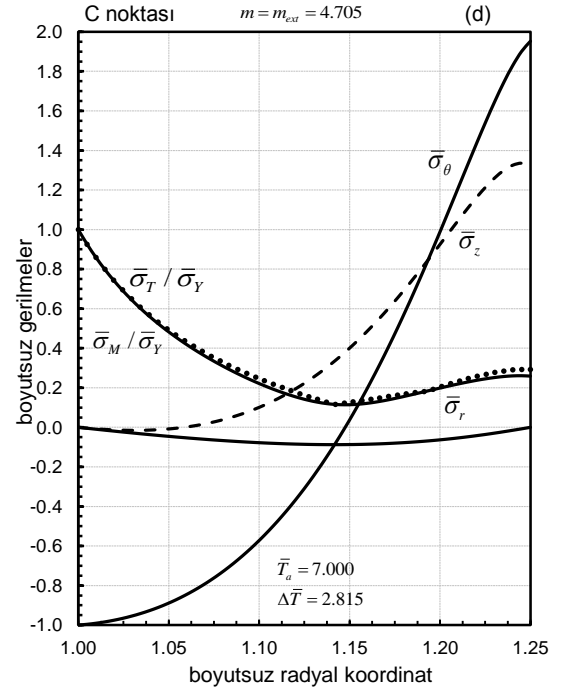
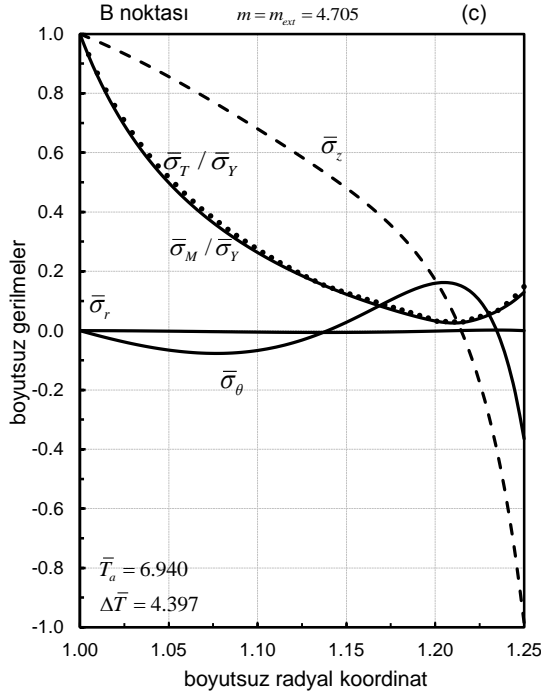
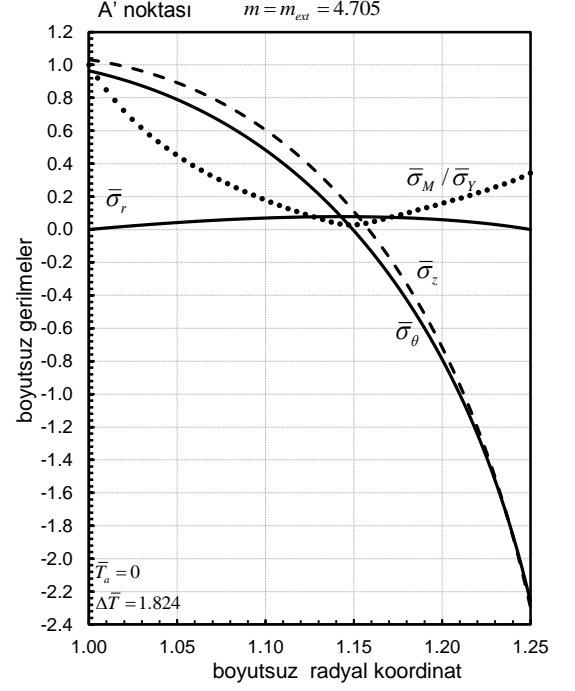
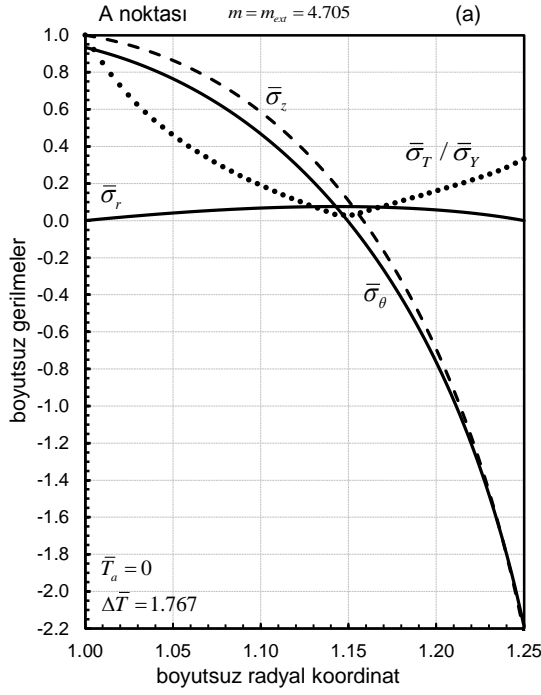
Şekil 4.41 ve Şekil 4.42 üzerinde bulunan her bir nokta A noktasından E noktasına kadar (burada A', D' ve E' dahil) ayrı bir kritik noktayı ifade etmektedir. Şekil 4.41 ve Şekil 4.42 birlikte incelendiğinde pozitif ( $\bar{T}_b > \bar{T}_a$ ) ve negatif ( $\bar{T}_a > \bar{T}_b$ ) ısı yük altında akma panelin iç yüzeyinde ( $r = a$ ) oluşmaktadır. Pozitif ve negatif ısı yük altında sıcaklık dağılım grafikleri üzerinde yer alan kritik noktalar arasındaki

gerilme durumu Tresca akma kriterine göre;  $AB$  çizgisinde  $\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$ ,  $BC$ 'de  $\sigma_z > \sigma_r > \sigma_\theta$ ,  $CD$ 'de  $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$  ve  $DE$ 'de ise  $\sigma_r > \sigma_z > \sigma_\theta$  gibi gerilme durumlarına göre elastik sınırlar belirlenmiştir. Şekil 4.41'de bulunan  $B$  ve  $C$  noktaları Tresca prizmasının köşe noktalarını göstermektedir ve Tresca ve von Mises'e göre bu noktada aynı anda akma gerçekleşmektedir. Şekil 4.41 ve Şekil 4.42'de yer alan bütün kritik noktalara ait eğilme momenti değerleri Çizelge 4.10' da verilmiştir.

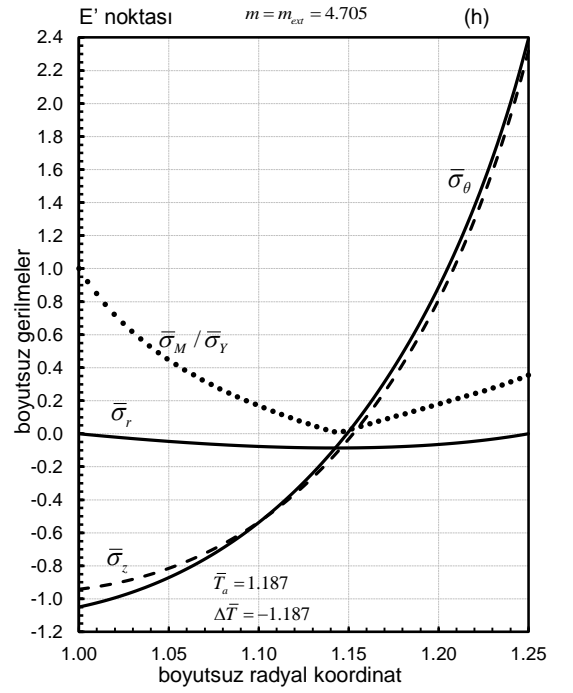
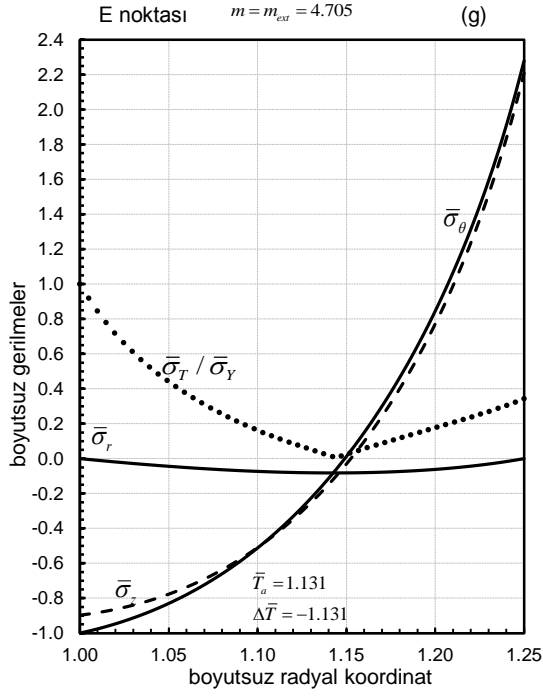
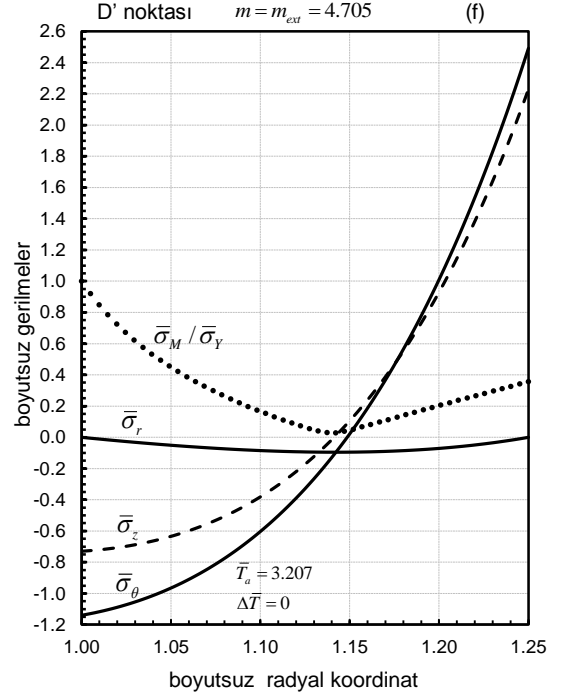
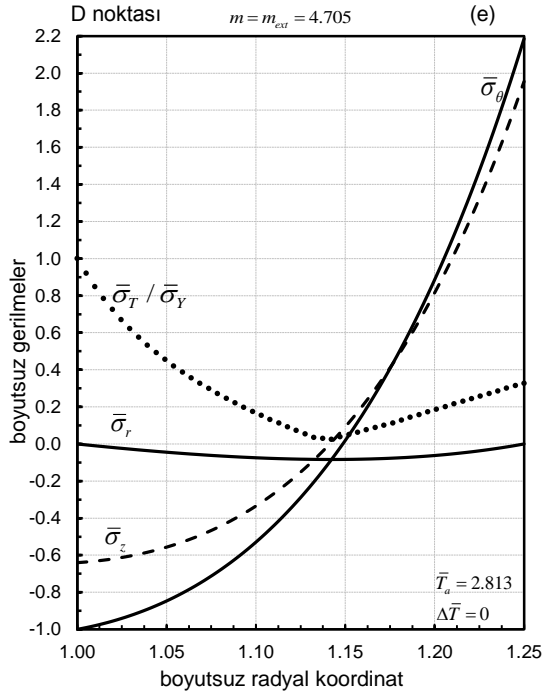
Çizelge 4.10.  $m=m_{ext}=4.705$  FDM panele ait kritik noktalarda oluşan boyutsuz moment değerleri

Kritik noktalar	Eğilme momenti $\bar{M}$
$A$	$-2.145 \times 10^{-3}$
$A'$	$-2.214 \times 10^{-3}$
$B$	$1.108 \times 10^{-4}$
$C$	$2.415 \times 10^{-3}$
$D$	$2.344 \times 10^{-3}$
$D'$	$2.671 \times 10^{-3}$
$E$	$2.315 \times 10^{-3}$
$E'$	$2.430 \times 10^{-3}$

Çizelge 4.10'da verilen kritik noktalara ait gerilme dağılımları Şekil 4.43'te verilmiştir.



Şekil 4.43.  $m = m_{ext} = 4.705$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları a) Tresca'ya göre A noktası b) von Mises'e göre A' noktası c) Tresca ve von Mises aynı anda akma B noktası d) Tresca ve von Mises aynı anda akma C noktası



Şekil 4.43. (devamı)  $m = m_{ext} = 4.705$  kritik noktalara ait gerilme dağılımları e) Tresca'ya göre D noktası f) von Mises'e göre D' noktası g) Tresca'ya göre E noktası h) von Mises'e göre E' noktası

## 5. SONUÇ

Bu çalışmada; elastik gerilmeler, genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme durumu göz önüne alınarak farklı radyal sıcaklık değişimine maruz kalmış kalın duvarlı eğri eksenli homojen ve FDM paneller için incelenmiştir. Eksenel doğrultuda panelin uçlarının serbest olduğu düşünülmüştür. Açısal yönde panelin uçları rijit mesnetler tarafından desteklenmiştir. Bu mesnetler panelin orta yüzeyinden geçen eğrilik yarıçapının herhangi bir değişimine izin vermemektedir. Radyal sıcaklık değişimi için farklı durumlar düşünüldüğünde (homojen sıcaklık, pozitif sıcaklık, negatif sıcaklık) mesnetlerde bu uçlarda eğilme momentlerinin oluşmasına sebep olmaktadır. Bu yüzden panel aynı anda hem ısı hem de mekanik yüke maruz kalmaktadır. Homojen ve FDM panellerin elastik davranışlarını tarif eden temel denklemler analitik olarak elde edilmiştir. Bu denklemler her türlü sıcaklık dağılımı için kullanılabilir.

Çalışmada, kararlı rejim sıcaklık dağılımı kabulü yapılmıştır. Bu nedenle, panele uygulanan ısı yükte, iç ya da dış sıcaklığın çok yavaş bir şekilde değiştiği kabul edilmiştir.

Ayrıca diğer çalışmalardan farklı olarak; genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme durumu, paneller için iki farklı matematiksel model, FDM panelde poisson oranı hariç tüm mekanik özelliklerinin radyal doğrultuda doğrusal olmayan tek bir derecelendirme parametresine bağlı olarak değiştiği ve elastik sınırların belirlenmesi için hem Tresca hem de von Mises akma kriterleri kullanılmıştır.

Yüke ve malzemenin yapısına bağlı olarak akmanın panelin iç yüzeyinde, dış yüzeyinde ya da aynı anda hem iç hem de dış yüzeylerinde başlayabileceği tespit edilmiştir. FDM panel için de derecelendirme parametresine bağlı olarak gerilme dağılımları ve akma davranışı tamamıyla değişim gösterebilmektedir.

Homojen panel için aşağıdaki kritik sonuçlar elde edilmiştir:

i)  $\bar{T}_a = 0.835$  ve  $\Delta\bar{T} = 0$ , homojen sıcaklık ve yarıçap oranları  $a/b=0.80$  için elastik gerilmeler hesaplanmıştır. Bu değerler daha önce düzlem şekil değiştirme ( $\epsilon_0=0$ ) için yapılmış olan çalışmada elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmış; olarak radyal gerilme ( $\bar{\sigma}_r$ ) ve açısal gerilmenin ( $\bar{\sigma}_\theta$ ) birbirleriyle aynı dağılımı gösterdiği ve eksenel gerilmenin ise tamamen farklı olduğu görülmüştür. Bu sonuç bize hem

homojen panel için elde edilen denklemlerin doğru olduğunu hem de eksenel yöndeki gerilmenin farklı özellikler göstermesinden dolayı düzlem şekil değiştirme durumu ( $\varepsilon_0=0$ ) ve genelleştirilmiş düzlem şekil değiştirme durumu ( $\varepsilon_0 = sabit$ ) arasındaki farkı ortaya koymaktadır (bkz Şekil 4.9).

ii) Pozitif sıcaklık  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.212$  ve  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.246$  değerleri için mesnetlerde oluşan eğilme momenti sırasıyla  $\bar{M} = -7.967 \times 10^{-3}$  ve  $\bar{M} = -8.194 \times 10^{-3}$  elde edilmiştir. Negatif sıcaklık  $\bar{T}_a = 0.932$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.932$  ve  $\bar{T}_a = 0.959$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.959$  değerleri için mesnetlerde oluşan eğilme momenti sırasıyla  $\bar{M} = 7.663 \times 10^{-3}$  ve  $\bar{M} = 7.883 \times 10^{-3}$  elde edilmiştir. Eğilme momentinin negatif sıcaklık farkında daha yüksek değere sahip olduğu gözlemlenmiştir.

iii)  $\bar{T}_a = 2.750$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.689$  değerlerinde panelin dış yüzeyinde Tresca ve von Mises eş değer akma gerilmelerine göre aynı anda akma oluşmaktadır. Bu sıcaklık değerinde radyal yönde gerilme  $\bar{\sigma}_r = 0$  ve açılmal yönde gerilme  $\bar{\sigma}_\theta = 0$ 'dır. Üç eksenli gerilme durumu göz önüne alındığında herhangi iki gerilmenin birbirine eşit olduğu durumda Tresca ve von Mises eş değer akma gerilmelerinin birbirine eşit olduğu görülmektedir. Burada eğilme moment açılmal yönde gerilmeye bağlı olduğu için mesnetlerde de herhangi bir moment oluşmamıştır ( $\bar{M}=0$ ).

iv)  $\bar{T}_a = 3.037$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.342$  ve  $\bar{T}_a = 3.144$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.323$  sıcaklık değerlerine sırasıyla Tresca ve von Mises'e göre panelin iç ve dış yüzeyinde aynı anda akma oluşmaktadır.

v)  $\bar{T}_a = 3.061$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.212$  değerlerinde panelin iç yüzeyinde Tresca ve von Mises eş değer akma gerilmelerine göre aynı anda akma oluşmaktadır. Bu sıcaklık değerlerinde radyal doğrultuda panel boyunca eksenel yönde gerilme  $\bar{\sigma}_z = 0$ 'dır.

vi) Plastik akma, pozitif sıcaklık dağılımında panelin kalınlığı arttıkça daha düşük ısı yüklerinde, negatif sıcaklık altında ise panelin kalınlığı azaldıkça daha yüksek ısı yüklerinde gerçekleşmektedir. Bunun nedeni mesnetlerde meydana gelen eğilme moment değerlerinin negatif sıcaklıklarda daha büyük olmasıdır (bkz. Çizelge 4.2 ve Şekil 4.11).

FDM panel için aşağıdaki kritik sonuçlar elde edilmiştir:

i) FDM panel için elde edilen denklemler  $m=0$  değeri için bir sonuç vermemektedir. Bunun yerine  $m=10^{-7}$  değeri için sayısal sonuçlar elde edilmiş ve bu sonuçlar homojen panel için elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Homojen ve  $m=10^{-7}$  FDM için gerilme ve yer değiştirmelerin aynı olduğu görülmektedir. Bu sonuç bize FDM için elde edilen denklemlerin doğruluğunu göstermektedir (bkz Şekil 4.13).

ii) Çelik-alüminyum FDM için  $m=m_{ext}=-4.705$  değerinde panelin dış yüzeyi tamamen alüminyum ve alüminyum-çelik FDM  $m=m_{ext}=4.705$  değerinde ise panelin dış yüzeyi tamamen çeliktir. Bu  $m$  değerleri derecelendirme parametrelerinin sınırlarını belirlemektedir.

iii) Çelik-alüminyum FDM panelde iki kritik  $m$  parametre değeri elde edilmiştir. Bu kritik değerler sırasıyla negatif  $\bar{T}_b = 0, \Delta\bar{T} = -1.192$  için  $m=m_{cr}^n=-2.368$  ve pozitif  $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.097$  için  $m=m_{cr}^p=-2.162$ 'dir. Bu ısıl yüklerde ve kritik  $m$  değerlerinde akma, panelin iç ve dış yüzeylerinde aynı anda oluşmaktadır.

iv)  $m=-1.60$  FDM panelde  $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.105$  ve  $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.132$  pozitif sıcaklıkta akmaya başladığı görülmektedir. Bu sıcaklıkta mesnetlerde oluşan eğilme momentleri sırasıyla  $\bar{M}=-7.078x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=-7.25x10^{-3}$ değerindedir. Buna karşılık  $\bar{T}_a = 6.505, \Delta\bar{T} = -1.171$  ve  $\bar{T}_a = 6.355, \Delta\bar{T} = -1.316$  negatif sıcaklıkta panelin iç ve dış yüzeyinde akmanın aynı anda olduğu noktada ise sırasıyla eğilme momenti  $\bar{M}=7.887x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=8.810x10^{-3}$  değerindedir.

v)  $m=-2.40$  FDM panelde  $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.105$  ve  $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 1.132$  pozitif sıcaklıkta akmaya başladığı görülmektedir. Bu sıcaklıkta mesnetlerde oluşan eğilme momentleri sırasıyla  $\bar{M}=-6.074x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=-6.37x10^{-3}$ değerindedir. Buna karşılık  $\bar{T}_a = 2.91, \Delta\bar{T} = -1.342$  ve  $\bar{T}_a = 1.551, \Delta\bar{T} = -1.225$  negatif sıcaklıkta von Mises'e göre bu sıcaklıkta akmanın iç ve dış yüzeylerde aynı anda olduğu noktalarlardır. Bu sıcaklıklarda eğilme momenti  $\bar{M}=7.381x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=7.06x10^{-3}$  değerindedir.

vi)  $m=-3.20$  FDM panelde  $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 0.805$  ve  $\bar{T}_a = 0, \Delta\bar{T} = 0.846$  pozitif sıcaklıkta akmaya başladığı görülmektedir. Bu sıcaklıkta mesnetlerde oluşan eğilme momentleri sırasıyla  $\bar{M}=-4.698x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=-4.933x10^{-3}$ değerindedir. Buna karşılık



$\bar{T}_a = 0.964$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.964$  ve  $\bar{T}_a = 1.005$ ,  $\Delta\bar{T} = -1.005$  negatif sıcaklıkta eğilme momenti  $\bar{M}=5.112x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=5.324x10^{-3}$  değerindedir. Panelin dış yüzeyinde alüminyum oranı arttığı için akma panelin sadece dış yüzeyinde gerçekleşmektedir.

vii)  $m=m_{ext}=-4705$  FDM panelde  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.458$  ve  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 0.482$  pozitif sıcaklıkta akmaya başladığı görülmektedir. Bu sıcaklıkta mesnetlerde oluşan eğilme momentleri sırasıyla  $\bar{M}=-2.388x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=-2.51x10^{-3}$  değerindedir. Buna karşılık  $\bar{T}_a = 0.575$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.575$  ve  $\bar{T}_a = 0.598$ ,  $\Delta\bar{T} = -0.598$  negatif sıcaklıkta eğilme momenti  $\bar{M}=2.55x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=2.65x10^{-3}$  değerindedir. Panelin dış yüzeyi tamamen alüminyum olduğu için akma sadece panelin dış yüzeyinde gerçekleşmektedir.

viii) Çelik-alüminyum FDM panelde alüminyum oranı artıkça mesnetlerdeki eğilme momentinin azaldığı görülmüştür. Negatif sıcak farkında moment değerinin daha yüksek olduğu hesaplanmıştır.

ix)  $m=1.60$  FDM panelde  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.353$  ve  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.396$  pozitif sıcaklıkta akmaya başladığı görülmektedir. Bu sıcaklıkta mesnetlerde oluşan eğilme momentleri sırasıyla  $\bar{M}=-1.545x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=-1.594x10^{-3}$  değerindedir. Buna karşılık  $\bar{T}_a = 5.387$ ,  $\Delta\bar{T} = 0$  ve  $\bar{T}_a = 6.173$ ,  $\Delta\bar{T} = 0$  homojen sıcaklıklarda eğilme momenti  $\bar{M}=1.664x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=1.907x10^{-3}$  değerindedir. Bu değer homojen sıcaklıkta eğilme momentinin yüksek olduğunu göstermektedir.

x)  $m=2.40$  FDM panelde  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.386$  ve  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.431$  pozitif sıcaklıkta akmaya başladığı görülmektedir. Bu sıcaklıkta mesnetlerde oluşan eğilme momentleri sırasıyla  $\bar{M}=-1.655x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=-1.708x10^{-3}$  değerindedir. Buna karşılık  $\bar{T}_a = 4.557$ ,  $\Delta\bar{T} = 0$  ve  $\bar{T}_a = 5.256$ ,  $\Delta\bar{T} = 0$  homojen sıcaklıklarda eğilme momenti  $\bar{M}=1.780x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=1.850x10^{-3}$  değerindedir. Bu değer homojen sıcaklıkta eğilme momentinin yüksek olduğunu göstermektedir.

xi)  $m=3.20$  FDM panelde  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.448$  ve  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.495$  pozitif sıcaklıkta akmaya başladığı görülmektedir. Bu sıcaklıkta mesnetlerde oluşan eğilme momentleri sırasıyla  $\bar{M}=-1.783x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=-1.841x10^{-3}$  değerindedir. Buna karşılık  $\bar{T}_a = 3.855$ ,  $\Delta\bar{T} = 0$  ve  $\bar{T}_a = 4.450$ ,  $\Delta\bar{T} = 0$  homojen sıcaklıkta eğilme momenti  $\bar{M}=1.968x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=2.272x10^{-3}$  değerindedir. Bu değer homojen sıcaklıkta eğilme momentinin yüksek olduğunu göstermektedir.

xii)  $m=m_{ext}=4705$  FDM panelde  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.767$  ve  $\bar{T}_a = 0$ ,  $\Delta\bar{T} = 1.824$  pozitif sıcaklıkta akmaya başladığı görülmektedir. Bu sıcaklıkta mesnetlerde oluşan eğilme momentleri sırasıyla  $\bar{M}=-2.145x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=-2.214x10^{-3}$  değerindedir. Buna karşılık  $\bar{T}_a = 2.813$ ,  $\Delta\bar{T} = 0$  ve  $\bar{T}_a = 3.207$ ,  $\Delta\bar{T} = 0$  homojen sıcaklıkta eğilme momenti  $\bar{M}=2.344x10^{-3}$  ve  $\bar{M}=2.671x10^{-3}$  değerindedir. Bu değer homojen sıcaklıkta eğilme momentinin yüksek olduğunu göstermektedir.

xiii) Çelik-alüminyum FDM ile alüminyum-çelik FDM paneller karşılaştırıldığında çelik-alüminyum panelde akma iç, dış ve hem iç hemde dış yüzeylerde akma gerçekleşmektedir. Alüminyum-çelik FDM panelde ise akma sadece panelin iç yüzeyinde gerçekleşmektedir.

xiv) Mesnetlerde oluşan eğilme momentinin çelik-alüminyum FDM panelde negatif sıcaklıklarda yüksek değerde iken alüminyum-çelik FDM panelde homojen sıcaklıkta yüksek değerine ulaşmaktadır. Eğilme momenti açısıl gerilmenin bir fonksiyonu olduğu için bu sıcaklıklarda açısıl gerilme değerlerinde ki değişim eğilme moment değerini doğrudan etkilemektedir.

xv) Homojen ve FDM paneller karşılaştırıldığında homojen panelin daha yüksek sıcaklıklar da akmaya başlamasına karşılık FDM (Çelik-alüminyum, alüminyum-çelik) panelin daha düşük sıcaklıklarda akmaya başlaması gözlemlenmiştir. Fakat FDM panelin ağırlığında dikkat çeken bir azalma olduğu görülmüştür. Ayrıca FDM panellerde mesnetlerde daha düşük eğilme momentinin olduğu gözlenmiştir.

xvi) Tresca ve von Mises akma kriterlerine göre akmanın başlamasına sebep olan elastik sınırlara özel bir önem verilmiştir. Panele farklı ısıl yükler uygulandığında sadece farklı gerilme oluşmamıştır. Aynı zamanda ısıl yük değişimine bağlı olarak farklı akma koşulları ile iç ve dış yüzeylerde akma oluşabilmektedir. Elde edilen sonuçlara göre gerilmeleri minimize etmek ve plastikleşmeden kaçmak için uygun bir sıcaklık bulmak mümkündür.

xvii) Homojen ve FDM paneller için elde edilen denklemler sadece panellerdeki elastik davranışı tarif etmek ve elastik sınırları belirlemek için kullanılabilir.

## KAYNAKLAR

- [1] Arslan, E.(Mechanics of FGM) TU Wien Tecnicl University ders notları
- [2] Birman, V., Byrd,L.W.(2007). Modeling and analysis of functionally gradedmaterials and structures. Aplied Mechanic Rev. **60(5)**, 195-216.
- [3] Timoshenko, S.P.,Goodier, J.N.(1970). Theory of Elasticitiy. McGraw-Hill, New York
- [4] Eraslan, A. N., Arslan, E. (2008). A computational study on the nonlinear hardening curved beam problem. Int. J. Pure Appl. Math. **43**, 129-143
- [5] Dryden, J. (2007). Bending of in homogeneous curved bars. Int.J.Solids Struct. **44**, 4158 – 4166.
- [6] Arslan, E. Eraslan, A.N.(2013). Bending of graded curved bars at elastic limits and beyond. Int. J. Solids Struct. **50**, 806-814.
- [7] Arslan, E. Sülü, İ.Y.(2014). Yielding of two-layer curved bars under püre bending. Z.Angew. Math. Mech. **94**, 9, 713-720.
- [8] Eraslan, A.N., Arslan, E.(2008). A concise analytical treatment of elastic-plastic bending of a strain hardening curved beam. Z. Angew. Math.Mech. vol. **88**, issue **8**, 600-616.
- [9] Dadras, P.(2001). Plane strain elastic-plastic bending of a strain hardening curved beam, Int. J. Mech. Sci. **43**, 39-56.
- [10] Shaffer, B. W., House Jr., R. N.(1955). The elastic-plastic stress distribution within a wide curved bar subjected to püre bending. J. Appl. Mech.,Trans. ASME **22**, 305-310.
- [11] Shaffer, B. W., House Jr., R. N.(1957). Displacements in a wide curved bar subjected to pure elastic-plastic bending. J. Appl. Mech.,Trans. ASME **24**, 447-452.
- [12] Arslan, E., Eraslan, A.N. (2010). Analytical solution to the bending of a nonliner hardening wide curved bar. Acta Mech. **210**, 71-84.
- [13] Boley, B. A., Barrekette, E.S.(1958). Thermal stress in curved beams. J. Aerosp Sci. **25**, 627-630.
- [14] Mohammadi, M., Dryden, J.R.(2008). Thermal stress in a nonhomogeneous curved beam. J. Therm. Stresses **31**, 587-598.
- [15] Librescu, L., Nemeth, M.P., Starnes, J.H. Lin, Jr.,W.(2000). Nonlinear response of flat and curved panels subjected to thermomechanical loads. J. Therm. Stresses **23**, 549-582.
- [16] Duc, N. D., Tung, H. V. (2010). Nonlinear response of pressure-loaded functionally graded cylindrical panels with temperature effects. Composite Struct. **92**, 1664-1672.

- [17] Kiani, Y., Shakeri, M., Eslami, M.R. (2012). Thermoelastic free vibration and dynamic behaviour of an FGM doubly curved panel via the analytical hybrid Laplace-Fourier transformation. *Acta Mech.* **223**, 1199-1218.
- [18] Arslan, E., Mack, W., Gamer, U. (2013). Elastic limits of a radially heated thick-walled cylindrically curved panel. *Forsch Ingenieurwes.* **77**, 13-23.
- [19] Arslan, E., Mack, W. (2014). Elastic-plastic states of a radially heated thick-walled cylindrically curved panel. *Forsch Ingenieurwes* **78**, 1-11.
- [20] Carslaw, H.S., Jaeger, J.C. (1959). *Conduction of heat in solids*. 2nd edn. Oxford, Clarendon
- [21] Kieback, B., Neubrand, A., Riedel, H. (2003). Processing techniques for functionally graded materials. *Materials Science and Engineering* 362(A):81-105.
- [22] Shin, K.-H., Natsuji, H., Dutta, D., Mazumder, J. (2003). A method for the design and fabrication of heterogeneous objects. *Materials and Design* **24**, 339-353.
- [23] Birman, V., Byrd, L.W. (2007). Modeling and analysis of functionally graded materials and structures. *Applied Mechanics Reviews*. **60**, 195-216.
- [24] Nie, G.J., Zhong, Z., Batra, R.C. (2011). Material tailoring for functionally graded hollow cylinders and spheres. *Composites Science and Technology*. **71**, 666-673.
- [25] Sobczak, J.J., Drenchev, L. (2013). Metallic functionally graded materials: a specific class of advanced composites. *Journal of Materials Science & Technology*. **29**, 297-316.
- [26] Thai, H.-T., Kim, S.-E. (2015). A review of theories for the modeling and analysis of functionally graded plates and shells. *Composite Structures*. **128**, 70-86.
- [27] Arslan, E., Haskul, M. (2015) Generalized plane strain solution of a thick-walled cylindrical panel subjected to radial heating. *Acta Mechanica*. **226**, 1213-1225.
- [28] Parvizi, A., Naghdabadi, R., Arghavani, J. (2011). Analysis of Al A359/SiCp functionally graded cylinder subjected to internal pressure and temperature gradient with elastic-plastic deformation. *Journal of Thermal Stresses*. **34**, 1054-1070.
- [29] Sharma, S., Yadav, S. (2013). Thermo elastic-plastic analysis of rotating functionally graded stainless steel composite cylinder under internal and external pressure using finite difference method. *Advances in Materials Science and Engineering*. Article ID 810508.
- [30] Ghannad, M., Rahimi, G.H., Nejad, M.Z. (2013). Elastic analysis of pressurized thick cylindrical shells with variable thickness made of functionally graded materials. *Composites: Part B*. **45**, 388-396.
- [31] Zafarmand, H., Hassani, B. (2014). Analysis of two-dimensional functionally graded rotating thick disks with variable thickness. *Acta Mechanica*. **225**, 453-464.

- [32] Arslan, E., Mack, W.(2015). Shrink fit with solid inclusion and functionally graded hub. *Composite Structures*. **121**, 217-224.
- [33] Horgan, C.O., Chan, A.M.(1999) The pressurized hollow cylinder or disk problem for functionally graded isotropic linearly elastic materials. *Journal of Elasticity*. **55**, 43-59.
- [34] Woo, J., Meguid, S.A.(2001). Nonlinear analysis of functionally graded plates and shallow shells. *International Journal of Solids and Structures*.**38**, 7409-7421.
- [35] Peng, X.-L., Li, X.-F. (2010). Thermal stress in rotating functionally graded hollow circular disks. *Composite Structures*.**92**, 1896-1904.
- [36] Jones, R.E. (1969). Approximate integrator of functions tabulated at arbitrarily spaced abscissas. Report SC-M-69-335, Sandia Laboratories.
- [37] Chen, W.F., Han, D.J. (1988). *Plasticity for Structural Engineers*. Springer, New York.
- [38] Nemat-Alla, M.M., Ata, M.H., Bayoumi, M.R., Khair-Eldeen, W. (2011). Powder metallurgical fabrication and microstructural investigations of aluminum/steel functionally graded material. *Materials Sciences and Applications*. **2**, 1708-1718.

## ÖZGEÇMİŞ

**Ad Soyad:** Mehmet Haskul

**Doğum Yeri ve Tarihi:** Malatya /1979

**Adres:** Tandoğan mh. Kentim cd. Beykoz evleri G blok Kat:5 No:19 Battalgazi/Malatya

**E-Posta:** [mehmet.haskul@inonu.edu.tr](mailto:mehmet.haskul@inonu.edu.tr)

**Lisans: (199-2003)** Zonguldak Karaelmas Üniversitesi Karabük teknik Eğitim Fakültesi Metal Eğitimi Bölümü Döküm Öğretmenliği

**Yüksek Lisans: (2006-2010)** Harran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı Mekanik (Bir yıl bilimsel hazırlık)

### TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR VE SUNUMLAR

Arslan E., **Haskul M.**, 2015: Generalized plane strain solution of a thick-walled cylindrical panel subjected to radial heating. Acta Mechanica, Volume 226, Issue 4, Page 1213-1225.

**Haskul M.**, Arslan E., Mack W., 2016: Radial heating of a thick-walled cylindrically curved FGM-panel. ZAMM (submitted)

**Haskul M.**, Arslan E. 2014: Thermal stresses in a cylindrical panel with free ends. 85th Annual Meeting of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics, March 10-14, 2014, Erlangen, Germany.

**Haskul M.**, Arslan E., 2015: Isıl ve mekanik yük altındaki eğri eksenli panelde oluşan elastik gerilmeler. 19.Ulusal Mekanik Kongresi, 24-28 Ağustos 2015 Trabzon, Türkiye

**Haskul M.**, Arslan E., Mack W., 2016: Thermally loaded thick-walled cylindrically curved aluminum/steel-FGM panel. 87th Annual Meeting of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics, March 7-11, 2016, Braunschweig, Germany.