T.C
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ACE ÖĞRETİM DÖNGÜSÜ KULLANIMININ 7. SINIF ÖĞRENCİLERİN ÇOKGENLER ALT ÖĞRENME ALANINDAKİ BİLGİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNE ETKİSİNİN APOS TEORİSİ ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

Ferhat ÖZDEMİR

Malatya-2023

T.C

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

ACE ÖĞRETİM DÖNGÜSÜ KULLANIMININ 7. SINIF ÖĞRENCİLERİN ÇOKGENLER ALT ÖĞRENME ALANINDAKİ BİLGİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNE ETKİSİNİN APOS TEORİSİ ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

Ferhat ÖZDEMİR

DANIŞMAN: Prof. Dr. Recep ASLANER

Malatya-2023

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ	KABUL ONAY FORMU	Doküman No	İNÜ-KYS-FRM-142
		Yayın Tarihi	19.08.2019
		Revizyon No	
		Revizyon Tarihi	

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

ACE ÖĞRETİM DÖNGÜSÜ KULLANIMININ 7. SINIF ÖĞRENCİLERİN ÇOKGENLER ALT ÖĞRENME ALANINDAKİ BİLGİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNE ETKİSİNİN APOS TEORİSİ ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

DANIŞMAN — HAZIRLAYAN

Prof. Dr. Recep ASLANER — **Ferhat ÖZDEMİR**

Jürimiz tarafından 22/06/2023 tarihinde yapılan tez savunma sınavı sonucunda bu tez **oybirliği /oyçokluğu** ile başarılı bulunarak Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı **Doktora** Tezi olarak kabul etmiştir.

Jüri Üyelerinin Unvanı Adı Soyadı	İmza
1. Prof. Dr. Eyüp SEVİMLİ (Başkan)	
2. Prof. Dr. Recep ASLANER	
3. Doç. Dr. Ali Kış	
4. Doç. Dr. Tayfun TUTAK	
5. Doç. Dr. Aziz İLHAN	

O N A Y

Bu tez, İnönü Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliği’nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş ve Enstitü Yönetim Kurulu’nun …../…./…….. tarih ve …./……… sayılı kararıyla da uygun görülmüştür.

Doç. Dr. Eyüp İZCİ
Enstitü Müdürü

ONUR SÖZÜ

Prof. Dr. Recep ASLANER'in danışmanlığında doktora tezi olarak hazırladığım "**ACE öğretim döngüsü kullanımının 7. sınıf öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanındaki bilgi oluşturma süreçlerine etkisinin APOS teorisi çerçevesinde incelenmesi"** başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün yapıtların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Ferhat ÖZDEMİR

TEŞEKKÜR

Araştırma sürecinde değerli vaktini ayırıp yol gösteren, benden desteğini hiçbir zaman esirgemeyen ve süreçte bana rehberlik edip hep pozitif enerji veren danışman hocam Prof. Dr. Recep ASLANER'e,

Süreçte bana inanıp güvenen, bildiklerini esirgemeden özveriyle sorularıma her zaman cevap veren, görüş ve önerileri ile tezimin her aşamasında bana yardımcı olan Doç. Dr. Aziz İLHAN'a,

Tez izleme komitesinde yer alan, değerli katkıları ile tezimin niteliğinin artmasında yardımcı olan Doç. Dr. Ali Kış'a,

Bana bu süreçte birçok konuda yardımcı olan alanındaki bilgisine güvendiğim Doç. Dr. Elif KILIÇOĞLU'na, Dr. Öğr. Üyesi ERCAN ÖZDEMİR, Abdullah ÖZÇELİK (Matematik Eğitimi Doktora Öğrencisi) ve Veysel GÖÇER'e (Sınıf Öğretmenliği Doktora Öğrencisi),

Bugünlere gelmemde ilkokuldan bugüne üzerimde emeği olan tüm öğretmenlerime ve hocalarıma,

Bu süreçte bu tez çalışmasıyla birlikte büyüyen canım oğlum M. Emir ÖZDEMİR ile canım kızım Beyza ÖZDEMİR'e ve de umutsuzluğa düştüğüm anlarda hoşgörü ve büyük bir sabırla beni hep motive etmeye çalışan canım eşim Gamze ÖZDEMİR'e yürekten teşekkür ederim.

ÖZET

ACE ÖĞRETİM DÖNGÜSÜ KULLANIMININ 7. SINIF ÖĞRENCİLERİN ÇOKGENLER ALT ÖĞRENME ALANINDAKİ BİLGİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNE ETKİSİNİN APOS TEORİSİ ÇERÇEVESİNDE İNCELENMESİ

ÖZDEMİR, Ferhat
Doktora, İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Recep ASLANER

Haziran-2023, XVII+373 sayfa

Bu araştırma, ortaokul 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanında ACE döngüsüne dayalı öğrenme sürecinin, öğrencilerin akademik başarılarına, öğrenilenlerin kalıcılığına, geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarına etkisini belirlemek, bu sürece yönelik öğrenci görüşlerini değerlendirmek ve ilgili alt öğrenme alanında bilgi oluşturma süreçlerini APOS teorisine göre incelemek amacıyla yapılmıştır. Bu amaç doğrultusunda karma yöntem araştırmalarından *açıklayıcı ardışık desen* tercih edilmiştir. Araştırmanın çalışma grubunu 2021-2022 Eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Malatya ili Yeşilyurt ilçesinde bulunan bir ortaokulda yedinci sınıfta öğrenim gören 22'si deney, 24'ü kontrol grubunda yer alan toplam 46 öğrenci oluşturmaktadır. 4 haftalık uygulama sürecinde dersler deney grubunda ACE öğrenme döngüsüne dayalı olarak yürütülürken kontrol grubunda herhangi bir müdahale yapılmamış derslere mevcut müfredatın gerektirdiği şekilde devam edilmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak, Yordama testi, Çokgenler Başarı Testi, Geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği, odak grup görüşme formu ve klinik mülakat kullanılmıştır. Ayrıca mülakatlarda katılımcılardan elde edilen çalışma kâğıtlarından yararlanılmıştır. Çalışmada elde edilen nicel verilerin analizinde bağımsız ve bağımlı örneklem t-testi ve Wilcoxon işaretli sıralar testi kullanılırken, nitel verilerin analizinde ise içerik analiz ile betimsel analiz kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanında soyutlama düzeylerinin ACE öğrenme döngüsüne göre şekillenen öğretimin gerçekleştiği grupta diğer gruba nazaran daha iyi düzeyde olduğu görülmüştür. Benzer şekilde ilgili öğrenme alanında akademik başarı, kalıcı öğrenme ve geometriye yönelik öz-yeterlik inancı üzerinde ACE öğrenme döngüsüne göre şekillenen öğretimin daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca odak grup görüşmelerinde öğrencilerin ACE öğrenme döngüsüne yönelik olumlu görüşe

sahip oldukları, öz-güvenlerinin ve derse olan ilgilerinin artığına dair görüş bildirdikleri görülmüştür. Son olarak elde edilen sonuçlara göre bu konuda çalışmak isteyen araştırmacılara ve uygulayıcılara çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Matematik Eğitimi, Çokgenler alt öğrenme alanı, Geometriye yönelik öz-yeterlik inancı, APOS Teorisi, ACE öğrenme döngüsü.

ABSTRACT

THE INVESTIGATION OF THE EFFECTS OF ACE INSTRUCTIONAL CYCLE ON 7th GRADE STUDENTS' KNOWLEDGE CONSTRUCTION PROCESSES IN THE SUBDOMAIN OF POLYGONS WITHIN THE FRAMEWORK OF APOS THEORY

ÖZDEMİR, FERHAT
PhD, İnönü University Institute of Educational Sciences
Department of Mathematics Education

Advisor: Professor Doctor Recep ASLANER
June, 2023, XVII+373 pages
This study is carried out to determine the effect of the ACE cycle-based learning process, middle school 7th grade polygons in the sub-learning area, on students' academic achievement, permanence of learned, self-efficacy beliefs to geometry, evaluate students' views about this process and analyze the knowledge creation process according to APOS theory. For this purpose, the explanatory sequential design from mixed method research was preferred. The study group of the research consisted of a total of 46 students, 22 in the experimental group and 24 in the control group, who were studying in the seventh grade in a secondary school in Yeşilyurt district of Malatya province in the Spring Term of the 2021-2022 Academic Year. During the 4-week implementation period, while the lessons were carried out based on the ACE learning cycle in the experimental group, no intervention was made in the control group, and the lessons continued as required by the current curriculum. Prediction test, Polygons Achievement Test, Geometry self-efficacy scale, focus group interview form and clinical interview were used as data collection tools in the research. In addition, working papers obtained from the participants were used in the interviews. While the independent and dependent sample t-test and Wilcoxon signed-rank test were used in the analysis of the quantitative data obtained in the study, content analysis and descriptive analysis were used in the analysis of qualitative data. According to the results of the research, it was seen that the abstraction levels of the students in the polygons sub-learning area were at a better level in the group where the teaching shaped according to the ACE learning cycle was carried out compared to the other group. Similarly, it was concluded that the instruction shaped according to the ACE learning

cycle was more effective on academic achievement, permanent learning and self-efficacy beliefs towards geometry in the related learning domain. In addition, in the focus group interviews, it was seen that the students had a positive view of the ACE learning cycle, and their self-confidence and interest in the lesson increased. Finally, according to the results obtained, various suggestions were made to researchers and practitioners who want to work on this subject.

Key Words: Math Education, Polygons sub-learning area, Self-efficacy belief towards geometry, APOS Theory, ACE learning cycle.

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

EKLER LİSTESİ

SİMGELER/KISALTMALAR LİSTESİ

EBA	**:**	Eğitim Bilişim Ağı
MEB	**:**	Millî Eğitim Bakanlığı
APOS	**:**	Dubinsky (1991) tarafından geliştirilen teorinin adı (Action-Process-Object-Shema)
NCTM	**:**	Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)
RUMEC	**:**	Research in Undergraduate Mathematics Education Community
ÇBT	**:**	Çokgenler Başarı Testi
GYÖYÖ	**:**	Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeği
ACE	**:**	Asiala (1996) tarafından ortaya atılan pedagojik yaklaşım döngüsü (Activities-Class Discussion-Exercises)
SPSS	**:**	Statistical Package for the Social Sciences (Sosyal Bilimler için İstatistik Paketi)
akt.	**:**	Aktaran
vd.	**:**	Ve diğerleri
YT	**:**	Yordama Testi

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu başlık altında, araştırmanın; problem durumu, amacı, önemi, sınırlılıkları, sayıltıları ve araştırmada bulunan anahtar kavramların tanımları yer almaktadır.

1.1. Problem Durumu

Öğrenme; psikoloji ve eğitimde kişinin bilgi ve becerilerini kazanmak veya geliştirmek için bilişsel, duygusal ve çevresel etkileri bir araya getiren bir süreç olarak tanımlanabilir (Voskoglou ve Salem, 2020). Katrancı ve Altun (2013), öğrenmeyi bireyin kendi deneyimlerinden kendine özgü bir biçimde anlam oluşturma süreci olarak ifade etmektedir. Baykul (2020) ise öğrenmeyi, bir bilginin uzun süreli bellekte var olan şema ile bağdaştırılması veya yeni bir şema üretmesi şeklinde tanımlamakta, bilişsel yapı olarak da ifade edilen bu şemaları bireyin etkinlikler aracılığıyla kendisinin oluşturduğunu ileri sürmektedir. Bu tanımlardan hareketle öğrenmenin farklı biçimlerde tanımlandığı ve öğrenme sürecinin kişiden kişiye değiştiği yani öznel bir yapıda olduğu söylenebilir.

İnsan yaşamında ihtiyaç duyulan (Safitri vd., 2018), modern teknoloji gelişiminin altında yatan farklı disiplinler için de önem arz eden ve insan düşüncesini geliştiren evrensel bir bilim dalı olan matematik (Sholihah ve Mubarok, 2016), ardışık soyutlama ve genellemeler süreci olarak geliştirilen yapılar ve ilişkilerden oluşturulan bir sistemdir (Annas vd., 2018; Nurhasanah vd., 2017). Bu sistem, fiziksel ve sosyal dünyadan ayrılmış bağımsız bir sistem olarak algılandığından dolayı matematiksel kavramları tanımlamak için genellikle "soyut" kavramı kullanılmaktadır (White ve Mitchelmore, 2010). Matematiksel kavramlar, nesnelerin fiziksel özelliklerinin soyutlandığı ve deneyim yoluyla öğrencinin zihinsel çerçevesine entegre edildiği terimler olup (Domínguez-Patiño, 2016), bireyin zihninde somut nesneler veya modeller üzerinde gerçekleştirdiği eylemler ile ürettiği soyut yapılardır (Ertekin, 2016). Bu soyut yapılar, matematik ve matematik öğretiminin bütün süreçlerinde bulunmaktadır (Reed, 2007). Matematik bir soyutlama bilimi ve matematiksel kavramlarda soyutlama sonucu elde edildiğinden ötürü soyutlama kavramı özellikle matematik eğitiminde ortaya çıkmaktadır (Altun, 2016).

Soyutlama, matematik ve matematik eğitiminde temel bir süreç olup matematiksel kavramların oluşturulmasında önemli bir role sahip olduğundan öğrenme sürecinde soyutlamanın varlığı bir zorunluluktur (Annas vd., 2018). Gray ve Tall'a (2007) göre öğrenciler; açı, daire, üçgen, dörtgen gibi geometri kavramlarını öğrendiklerinde bu kavramları inşa etmek için soyutlama süreçlerine ihtiyaç duymaktadırlar. Benzer şekilde Mitchelmore ve White (2007), üçgen ve dörtgen kavramlarının oluşumuyla ilgili geometri öğretiminde soyutlamanın önemli bir rolü olduğunu belirtmişlerdir. Örneğin öğrenciler; bir üçgen veya dörtgen kavramını öğrendiklerinde bu şekilleri gözlemleyerek benzerlikleri belirlemekle başlarlar, ardından nesnelerin özelliklerine göre sınıflandırma yaparlar, kavramların somutlaşmış özelliklerini bulurlar ve her şekil için bir kavram oluştururlar (Nurhasanah vd., 2017).

Belirli ortak özelliklere sahip nesne ve olayların ortak adı olan kavramlar (Altun, 2016), aynı zamanda genelleme olarak ifade edilmektedir (Vinner, 2020). Matematiksel bir kavramın öğrenilmesi matematiksel nesnelerin yapılandırılmasının veya yeniden inşa edilmesinin bir sonucudur (Sholihah ve Mubarok, 2016). Matematiği öğrenmek, aslında matematiksel kavram ve yapıları bireyin zihninde oluşturması anlamına gelmektedir (Baroody vd., 2007). Matematiksel bilginin temel bir yönü, matematiksel bilginin her kullanılışında yeniden yapılandırılmasıdır (Cornu ve Dubinsky, 1989). Burada asıl önemli olan durum matematiksel bilginin kendisinden ziyade bu bilgiyi oluşturma sürecidir (Akkaya, 2010). Bu süreçte zihin aktif olmazsa kavramın kazanılması yani öğrenme gerçekleşmez (Baykul, 2020).

Öğrenmede önemli bir unsur hatta öğrenmenin temel amacı olan anlama kavramı (Hiebert ve Carpenter, 1992; Purwanto ve Solehudin, 2020; Syafri, 2017), bilginin yapılandırılması olup bir kavramın mevcut kavramlarla ilişkilendirmesi diğer bir ifadeyle belirli matematiksel kavramların birbiriyle ilişkili olup olmadığının anlaşılmasıdır (Vinner, 2020). Dolayısıyla anlama, kavramlar arası benzerlikler kurulmasını ve karşılaştırmalar yapılmasını gerektirir. Örneğin; üçgenler, dörtgenler, beşgenler ve altıgenlerden çokgen kavramına; özel dörtgen kavramından yamuklara, paralel kenarlara, eşkenar dörtgenlere, dikdörtgenlere ve karelere ulaşır daha ileri matematiksel düşüncede ise matematiksel nesneleri (sayılar, fonksiyonlar, öklid geometrisindeki geometrik şekiller, vb.) soyut nesneler olarak tasarlayabilirler (Vinner, 2020). Eğer ilişkilendirmeler yoksa öğrenme gerçekleşmez (Baykul, 2020). Matematik öğretiminde de bu ilişkilendirme, matematiksel kavramların ardışık olup aşamalı bir sıra takip etme durumunda ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle matematiksel bir kavramın öğrenilmemesi ya da eksik öğrenilmesi, bir sonraki aşamada öğrenilmesi gereken kavramların öğrenilmesini güçleştirmektedir (Dede ve Argün, 2004).

Öğrenciler, matematiksel nesne yapısını kavradığında matematiği anlayabilirler (Afgani vd., 2019). Öğrenciler matematiği anlayarak öğrenmeli, deneyimlerden ve önceki bilgilerden aktif olarak yeni bilgiler oluşturmalıdır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Dolayısıyla matematiği anlayarak öğrenmek aslında hedeflenen durumlardan biridir (Ningsih, 2016). Öğrencilerin matematiksel kavramları anlama, kavramlar arasındaki ilişkiyi açıklama ve kavramları problem çözmede esnek, doğru, verimli ve kesin bir şekilde uygulama becerisine sahip olması matematik öğrenmenin amaçları arasındadır.

Matematik öğrenme sürecinin vurgusu, öğrencilerin matematiksel kavramları iyi anlamalarına nasıl yardımcı olunacağıdır (Annas vd., 2018). Öğrenme sürecinde eğitimcilerin görevi bu kavramları öğrencilere kazandırmak değil kavramları kazanmalarında onlara yardımcı olmaktır (Baykul, 2020). Bu süreçte öğrencilerin matematiksel anlamalarını kolaylaştırmak aslında onların matematiğe karşı olumlu tutumlar geliştirmelerine yardımcı olmanın en iyi yoludur (Weller vd., 2009). Bu bağlamda hazırlanan öğretim programları, öğretmenlerin rehber rolünü üstlendiği, öğrencilerin ise süreçte aktif katılımcı rolünde olabileceği yaklaşımlarla oluşturulmuştur (Çeliker vd., 2014).

Bilişsel bakış açısına göre matematik öğrenmede başarısızlığın ana nedenleri arasında soyutlama sorunu yer almaktadır (Ferrari, 2003). Matematikteki kavramların çoğu birbiriyle ilişkili soyut fikirlerle ilgili olduğundan öğrenciler bu kavramlar arasındaki ilişkiyi göremezlerse matematik kavramlarını anlamakta bazen zorluk yaşayabilir ki (Syarifuddin ve Atweh, 2022) bu durum öğrenmenin gerçekleşmemesine neden olabilir (Baykul, 2020). Özetle öğrencilerin matematik öğrenmede yaşadığı zorlukların önemli sebeplerinden biri olarak öğrencilerin matematiksel kavramların soyut olduğunu düşünmelerinden kaynaklandığı söylenebilir (Tall, 2002).

Matematik, aynı zamanda hem ilişkiler örüntüsü hem de eğitim öğretim alanındaki temel bileşenlerdendir (Annas vd., 2018; Mufassiroh vd., 2019). Öğrencilerin matematiği öğrenmeleri gerektiği matematik eğitiminde en yaygın kabul gören fikirlerden biridir (Yao, 2020). Cooley vd. (2007), matematiksel öğrenmenin temelinin, zihinsel olarak yapılandırılmış matematiksel kavramların geliştirilmesi ve entegrasyonuna dayandığını savunmaktadır. Diğer bir ifadeyle öğrenciler tarafından edinilen matematik bilgisi, onu nasıl inşa ettiği ile doğrudan ilgilidir (Afgani vd., 2019).

Öğrenciler ilkokul düzeyinden üniversite düzeyine kadar matematik öğrenirken, eleştirel, mantıklı, sistematik ve günlük yaşamda karşılaşılan problemleri çözebilecek şekilde eğitilirler (Safitri vd., 2018). Bu yüzden matematiksel kavramlar, anlamlı öğrenme süreçleri ile öğrencilerin zihninde inşa edilmeli, doğrudan aktarılmamalı veya sadece ezberlemeye yönelik olmamalıdır (Fitriani vd., 2018).

Türk eğitim sisteminin tüm kademelerine bakıldığında öğrencilerin başarı gösteremediği öğrenme alanları arasında geometrinin önemli bir yer tuttuğu görülmektedir (Avcı vd., 2014). Günlük yaşam problemlerini içeren ve diğer disiplinlerle de birlikte kullanılan, aynı zamanda matematiğin önemli dallarından biri olan geometri (Duatepe-Paksu, 2013), “öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerine katkıda bulunması, matematiğin diğer konularının öğretiminde yardımcı olması, matematiğin günlük yaşamda kullanılan önemli bir kısmı olması, bilim ve sanatta kullanılması, öğrencilerin içinde yaşadıkları dünyayı daha yakından tanımalarına yardımcı olması” gibi nedenlerden dolayı ilkokuldan itibaren öğretim programlarında bulunmaktadır (Baykul, 2020). Geometri, öğrenilmesi gereken soyut kavramlara sahiptir. Dolayısıyla öğrencilerin öğrenme süreçlerinde bu kavramları inşa etmeleri gerekmektedir (Nurhasanah vd., 2017).

Pek çok eğitimci, sınav odaklı eğitim bağlamında öğrenciler için bir kavramın nasıl ortaya çıktığının bilinmesinin önemli olduğunun farkında olmalarına rağmen bu sürecin zaman alıcı ve yorucu olduğunu düşünerek bu kavramları doğrudan verme yolunu tercih etmektedir (Leng vd., 2023). Sonuç odaklı yapılan matematik eğitim ve öğretimi, öğrencilerin öğrenme sürecinde pasif bir şekilde yer almasına zemin hazırlamaktadır. Bu süreçte aktif olmayan öğrenci anlamlı matematik yapmanın dışında kalacaktır. Bundan ötürü öğrencilerin süreçte "ne" öğrendiklerinden ziyade “nasıl” öğrendiklerine yoğunlaşılması gerekmektedir (Akkaya, 2010; Altaylı-Özgül, 2018; Danışman, 2019). Dolayısıyla burada öğrenenin bilgiyi nasıl ürettiği, bu bilgiyi üretirken hangi aşamalardan geçtiği ön plana çıkmaktadır (Altun ve Yılmaz, 2008). Yenilenen öğretim programı incelendiğinde, matematik öğretiminde işlem ve kavram bilgisinden ziyade bunların edinilmesindeki sürecin önemine vurgu yapıldığı görülmektedir. Öğrenciler ancak kavramların doğasını derinlemesine anlayarak onları daha etkili bir şekilde öğrenebilir (Leng vd., 2023).

Bireylerin öğrenmeyi kendi kendilerine gerçekleştirdikleri yaklaşım olarak tanımlanan yapılandırmacı yaklaşım, bir kavramın kazanılmasını, öğretmenin veya başka bir kimsenin açıklaması biçimde değil, öğrenenin bizzat süreçte aktif bir biçimde yaparak yaşayarak, aynı zamanda düşünerek, başkalarına açıklayarak ve onlarla tartışarak gerçekleşmesini zorunlu kılar (Baykul, 2020). Yani bu öğrenme yaklaşımına göre öğrencilerin etkinliklerde aktif olmaları, aktif olarak düşünmeleri, kavramları formüle etmeleri ve çalışılan şeylere anlam vermeleri gerekir (Syafri, 2017). Kavram oluşturma sürecinde öğretmenin, gerekli hallerde soru sorularak ve kısa açıklamalarda bulunularak tıkanıklıkların açılması, öğrencilere yardımcı olunması gibi durumların yapılandırmacı yaklaşımın içinde olduğu unutulmamalıdır (Baykul, 2020). Bu yaklaşımda öğretmenler bilgiyi öğrencilerine doğrudan aktarmaktan ziyade, öğrencilerin kavramları anlamalarına yardımcı olmalıdırlar (Kusaeri, 2015; Santrock, 2008). Bunun için öğrencileri bilgi kaynaklarına yönlendirecek biçimde derslerin içeriği tasarlanmalı ve öğretim sürecinde farklı yöntem ve teknikleri kullanmalıdırlar (Koparan vd., 2014). Burada önemli olan, başvurulan bu yöntem ve tekniklerin kavramları ezberlemeye yönlendirici değil aksine kavramların zihinde oluşmasına yardımcı olmasıdır (Baykul, 2020). Eğitim kalitesi ancak bu şekilde artacaktır. Eğitim kalitesini arttırmak da öğrencilerin ezberci ortamlardan uzak, yapıcı, üretici, öğrenci merkezli öğretimin var olduğu, öğrencilerin üst düzey düşünme yetkinliklerini yaşama dönük deneyimlerek öğrenip özümsediği bir öğrenme yapısıyla gerçekleştirilebilir (Girgin, 2009).

Son yıllarda öğrenme kuramlarında yapılan değişiklikler incelendiğinde, çoğunlukla bilişsel süreçlerin açıklanmasına yönelik oldukları görülmekte ve bu değişikliklerle beraber matematiksel bilginin kendisinden ziyade öğrenilme biçimi diğer bir ifadeyle bilginin oluşturma (soyutlama) süreci, öğrenilirken hangi tür zihinsel girişimler ortaya koyulduğu öne plana çıkmış ve esas geliştirilmesi gereken durumun bu süreç olduğuna dikkat çekilmiştir (Akkaya, 2010; Altun ve Yılmaz, 2008). Zihindeki kavramların inşasının matematiksel bilginin soyutlanmasına nasıl yol açtığını anlamanın önemli olduğu düşüncesi (Santos, 2019), araştırmacıları soyutlama sürecini ve bu süreçte etkili olabilecek faktörleri incelemeye yöneltmiştir (Katrancı ve Altun, 2013). Ancak bilginin oluşum süreci doğrudan gözlemlenmesi oldukça zor olan bir durumdur (Altaylı-Özgül, 2018).

Alanyazında matematiksel kavramların oluşum süreci ve bu süreçteki aşamaları belirleyip betimlemeye çalışan farklı matematiksel teoriler bulunmaktadır (Ertekin, 2016). Bu amaç doğrultusunda ön plana çıkan teorilerden biri de Ed Dubinsky ve 1990'larda Dubinsky tarafından kurulan ileri düzey matematik konularına dair öğrencilerin anlama düzeylerini araştıran “Research in Undergraduate Mathematics Education (RUMEC)” adlı matematik eğitimcilerinin bir araya gelmesiyle oluşturulan bir topluluğun çalışmaları ile geliştirilmeye başlanan "APOS Teorisi"dir (Asiala vd., 1996; Borji ve Voskoglou, 2017). Öğrenenin kavramları öğrenirken geliştirdiği zihinsel yapıları olan Action (eylem), Process (süreç), Object (nesne) ve Schema (şema) kelimelerinin baş harflerinin bir araya getirilmesiyle oluşturulan (Asiala vd., 1996; Arnon vd., 2014) APOS sözcüğünü ilk olarak Cottrill vd. (1996) kullanmıştır (Dubinsky, 2020).

APOS Teorisi, ayrıntılı (mikroskobik) yaklaşımıyla, matematiksel bilginin inşasının unsurlarını bilişsel bir bakış açısıyla tanımlamayı amaçlayan (Oktaç vd., 2019) matematikte bir kavrama ulaşma veya öğrenme sürecinin nasıl olduğuna ilişkin bir yapılandırma kuramıdır (Permatasari ve Susanah, 2019). Bu teori bireylerin, matematiksel kavramları nasıl öğrendiklerini ve anladıklarını açıklayabilen, onların matematiksel kavramlara dair anlama seviyelerini belirleyerek aynı zamanda matematiksel kavramları anlama becerilerini geliştirebilecek bir matematik öğrenme teorisidir (Dubinsky ve McDonald, 2001; Gaisman vd., 2018; Ningsih, 2016).

Matematik öğrenmeye yönelik özel bir yaklaşım olan APOS teorisi, bir kişinin matematiksel bir kavramı anlama düzeylerinin aynı zamanda zihinsel yapı olarak da ifade edilen dört aşamada (Eylem, Süreç, Nesne ve Şema) kategorize edilebileceğini varsayar (Arnawa, 2010). Bu teori, "bireyin matematiksel bilgisi, algılanan matematiksel problemleri ve çözümlerini sosyal bağlamda düşünerek ve matematiksel eylemleri, süreçleri ve nesneleri yapılandırarak veya yeniden inşa ederek, bunları durumlarla başa çıkmak için şemalarda düzenleyip algılanan matematiksel problem durumlarına tepki verme veya bu durumla başa çıkma eğilimi" hipotezi üzerine kuruludur (Asiala vd., 1996; Dubinsky ve McDonald, 2001; Dominguez-Patiño, 2016). Kısacası, APOS teorisi matematiksel bilginin doğası ve bu bilginin nasıl geliştiği hakkındaki hipoteze dayanmaktadır (Suryadi, 2008; Syafri, 2017).

APOS çerçevesinin özü, öğrencilerin hâlihazırda sahip oldukları zihinsel yapıları kullanmalarına yardımcı olmak ve daha ileri matematikle uğraşmak için yeni ve daha güçlü yapılar geliştirmektir (Borji ve Voskoglou, 2017). İçinde bulunduğumuz yüzyılın ikinci on yılında, APOS Teorisi öğrenmeye yönelik öncü bir bilişsel yaklaşım olarak matematik eğitimi araştırma çevrelerinde iyice yerleşmiştir (Oktaç, 2022).

Matematik, ayrık matematik, soyut cebir, doğrusal cebir, öklid ve öklid dışı geometrinin öğretilmesi ve üniversite düzeyinde ders kitaplarının geliştirilmesi için temel öğrenme teorisi olarak kullanılan APOS teorisi (Dubinsky, 2020) son yıllarda ilk ve ortaöğretimde öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl öğrendiğini açıklamak için de kullanılmaya başlanmıştır (Arnon vd., 2014). Örneğin, kesirler gibi bazı konular üzerine yapılan çalışmalar ileri matematiksel düşünme için geliştirilen APOS teorisinin, öğrencilerin daha temel matematiksel kavramları anlamalarını incelemek için de yararlı bir araç olduğunu göstermiştir (Dubinsky ve McDonald, 2001). Bunun yanı sıra APOS teorisi farklı matematiksel kavramların öğretiminde öğrenciler arasında gelişimi ve bu gelişmeyi karşılaştırmada etkili olabilir. Ezber yapan bir öğrenci ile matematiksel kavramları ilişkilendiren bir öğrenci arasındaki farkı görmeyi açıklar (Salgado ve Trigueros, 2012).

Öğretme-öğrenme sürecinde sıkça karşılaşılan temel sorunlardan biri öğrencilerin öğrenme süreçleri üzerinde çok fazla durulmamasıdır. Öğrencilere, bu süreçte kavram öğretimi daha çok ezberletme şeklinde gerçekleştirilmektedir. Bu süreç yapılandırmacı felsefe açısından ele alındığında öğrencilerin, kavramları ezberlemeleri değil iyi hazırlanmış bir sürecin sonunda inşa etmeleri beklenmektedir (Özcan, 2012). Yani soyutlama sürecinin iyi planlanması ve de geliştirilmesi gerekmektedir. Dolayısıyla matematik ve geometri eğitiminde soyutlama sürecini geliştirebilecek yeni öğrenme yaklaşımlarına ihtiyaç vardır (Fitriani vd., 2018). Uygulanabilecek pedagojik yaklaşımlardan biri de ACE (Activities, Classroom Discussions, Exercises) öğrenme döngüsüdür (Afgani vd., 2019). 1990'larda Dubinsky ve işbirlikçileri, APOS teorisi temelli pedagojik bir yaklaşım olan (Borji ve Voskoglou, 2017; Erawati, 2018; Kemp, 2018; Santos, 2019; Syarifuddin, 2013; Weller vd., 2009) üç aşamalı ACE döngüsünü geliştirmişlerdir (Arnon vd., 2014; Dubinsky ve McDonald, 2001; Maharaj, 2010; Voskoglou, 2019). ACE döngüsüne dayalı öğrenme, öğrencilerin eylem, süreç, nesne ve şema şeklinde bir dizi fiziksel ve bilişsel etkinlik aracılığıyla kendi bilgi ve matematiksel kavramlarını oluşturmalarını amaçlayan yapılandırmacılık felsefesine dayalı bir öğrenme modelidir (Dubinsky, 2001; Suwanto vd., 2017).

ACE döngüsünde; iş birliğine dayalı öğrenme stratejileri bilgi oluşturma sürecinde öğrenenlerin zihinsel yapılarını kolaylaştırmak amacıyla bilgisayar etkinliklerine dâhil edilerek (Balas vd., 2002; Çetin, 2009) geleneksel öğretim ortamları; aktif, anlamlı ve işbirlikçi bir öğretim ortamı sunmak için değiştirilir (Çetin ve Top, 2014). Döngünün ilk kısmında, öğrenciler bilgisayar laboratuvarında zihinsel yapıların oluşumunu destekleyen bilgisayar etkinlikleriyle öğrenme sürecine başlayıp küçük gruplar halinde ve iş birliği içinde verilen etkinlikleri tamamlamaya çalışırlar (Arnon vd., 2014; Borji ve Voskoglou, 2017; Santos, 2019; Tzirias, 2011). Döngü uygulanırken öğrenilmeye çalışılan matematik konusu daha küçük alt konulara bölünür ve döngünün her tekrarı bu alt konuların birine denk gelir (Asiala vd., 1996; Voskoglou, 2013).

Döngünün ikinci adımında öğrenciler sınıf ortamında kavramla ilişkili etkinlikler üzerine grup içi veya sınıfça tartışarak çalışmalarını devam ettirirler (Afgani vd., 2019; Oktaç ve Çetin, 2016; Tzirias, 2011). Döngünün son kısmında ise öğrencilere o an öğrendikleri konu ile ilgili kavramları düşünmelerini ve pekiştirmelerini sağlayan sorular ev ödevi olarak verilir (Açıl, 2015; Khairani, 2016; Suryana vd., 2021).

APOS teorisi ve bu teorinin öğretimsel yaklaşımlarından biri olan ACE döngüsüne dayalı öğrenme süreçleri matematik öğretiminde öğrenci gelişimini destekleyen ve öğrenme düzeylerini ortaya koyan geçerli bir araç olabilir (Dubinsky, 2001; Oktaç ve Çetin, 2016). 21. yüzyıl Z kuşağı bireylerinin internetle olan ilişkileri göz önüne alındığında ACE döngüsünün içinde yer alan bilgisayar yazılımlarının ve etkinliklerin bilgisayar laboratuvarında gerçekleştiriliyor olması, öğrencilerin derse olan ilgilerini artırması ve bu sıkıntıların azaltılması adına önemli olabileceği düşünülmektedir.

Çokgenler ve özel dörtgenlerle ilgili yapılan çalışmalar (Örneğin; Awofala, 2011; Altaylı-Özgül, 2018; Biçer ve Çakmak, 2022; Cannon, 2021; McCammon, 2018; Sancar ve Koparan, 2019) incelendiğinde bu iki konuyu birlikte ele alan çok az çalışma olduğu, bu çalışmalarda da genellikle farklı öğretim yöntem ve tekniklerinin başarı, tutum gibi bilişsel veya duyuşsal yönden etkileri incelemeye yönelik (Örneğin; Altıntaş, 2018; Can, 2022; Esen ve Saralar-Aras, 2022; Filiz ve Gür, 2021; Karaca vd., 2020; Şekerci, 2021) ya da bu konularda yaşanan kavram yanılgılarını bulmaya yönelik (Örneğin; Ay, 2014; Monaghan, 2000; Öksüz ve Başışık, 2019; Özkan ve Bal, 2018; Sancar ve Koparan, 2019) olduğu görülmektedir. Öğrenci anlayışını analiz etmek için bir çerçeve olarak APOS Teorisi ve bir pedagoji olarak ACE Öğretim Döngüsü ile matematik eğitimi, "Pratik Mükemmelleştirir" gibi modası geçmiş eğitim perspektiflerini geride bırakabileceği (Chamberlain ve Vidakovic, 2015) ve öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarını etkileyebileceği (Putri, 2019) düşüncesinden hareketle bu tez çalışmasının amacı ve bu amaca göre alt problemleri oluşturulmuştur.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışma, 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanında ACE döngüsüne dayalı öğrenme sürecinin, öğrencilerin akademik başarılarına, öğrenilenlerin kalıcılığına, geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarına etkisini belirlemek, bu sürece yönelik öğrenci görüşlerini değerlendirmek ve ilgili alt öğrenme alanında bilgi oluşturma (soyutlama) süreçlerini APOS teorisine göre incelemek amacıyla gerçekleştirilmiştir.

Bu amaç dikkate alınarak oluşturulan alt problemler şu şekildedir:

1. ACE döngüsüne dayalı öğrenme süreci ile mevcut programa göre yapılan öğretimin 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanında akademik başarıya ve öğrenilenlerin kalıcılığına etkisi nedir?
   1.1. Deney grubunun öntest ile sontest puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?
   1.2. Kontrol grubunun öntest ile sontest puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?
   1.3. Grupların sontest başarı puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?
   1.4. Deney grubunun sontest ile kalıcılık testi puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?
   1.5. Kontrol grubunun sontest ile kalıcılık testi puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?
   1.6. Grupların kalıcılık testi puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?
2. ACE döngüsüne dayalı öğrenme süreci ve mevcut öğretim programına dayalı gerçekleştirilen öğretimin geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarına etkisi nedir?
   2.1. Grupların öntest geometriye yönelik öz-yeterlik inanç puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?
   2.2. Deney grubunun öntest ile sontest geometriye yönelik öz-yeterlik inanç puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?
   2.3. Kontrol grubunun öntest ile sontest geometriye yönelik öz-yeterlik inanç puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?
   2.4. Grupların sontest geometriye yönelik öz-yeterlik inanç puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?
3. Çalışmaya katılan öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanında bilgi oluşturma düzeyleri APOS teorisine göre hangi aşamadadır?

3.1. Deney grubu öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanında bilgi oluşturma düzeyleri APOS teorisine göre hangi aşamadadır?
3.2. Kontrol grubu öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanında bilgi oluşturma düzeyleri APOS teorisine göre hangi aşamadadır?
4. Çalışmaya katılan 7. sınıf öğrencilerin ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamına yönelik görüşleri nelerdir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Matematiksel kavramların insan aktivitesi ile başlayıp sonrasında soyut kavramlar olarak devam ettiği kabul edilmektedir (Dubinsky ve McDonald, 2001). Dolayısıyla, zihindeki kavramların oluşumunun matematiksel bilginin soyutlanmasına nasıl yol açtığını anlamak önem arz etmektedir. Öğrencilerin öğrenme sürecinde, soyutlama süreçlerini incelemek için APOS teorik çerçevesi kullanılabilir (Arnon vd., 2014; Asiala vd., 1997). APOS teorisi kavramları oluşturma ve anlama düzeylerini belirlerken gözlem, görüşme ve doküman incelemesi gibi nitel araştırma yöntemlerini de tercih eden birkaç teoriden biridir. Bu durum ise çalışmayı veri çeşitliliği açısından önemli kılmaktadır.

Öğrencilerin bir konudaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi ve değerlendirilmesinin, nitelikli bir öğrenme ve öğretim için önemli olabileceği ön görülmektedir. Öğrenmede yaşanan sorunların giderilmesinde soyutlama süreçlerinin APOS teorisi gibi belli bir öğrenme teorisi çerçevesinde derinlemesine incelenmesinin, matematik eğitim alanında yapılan araştırmalara katkı sağlayabileceği düşünülmektedir. Bunun yanı sıra bu çalışmadan elde edilen sonuçlar öğrenme sürecinde yaşanan sorunların çözümünde de kullanılabilir.

Sonuç odaklı yapılan matematik eğitim ve öğretimi, öğrencilerin öğrenme sürecinde pasif bir şekilde yer almasına sebep olmaktadır. Bir matematik konusuna yönelik kavramları anlama ve oluşturma düzeylerinin göstergesi olarak yaygın bir şekilde başarı testleri kullanılmaktadır. Yani öğrenciler sadece sınav notları ile değerlendirilmekte ve öğrenme süreci tamamen göz ardı edilmektedir (Samphantakul ve Thinwiangthong, 2019). Dolayısıyla başarısız olarak değerlendirilen öğrencilerin kısmen de olsa oluşturduğu bilgiler önemsenmemektedir (Kobak-Demir, 2017). Bu durumun doğal bir sonucu olarak da bu öğrenciler süreçte aktif olmayarak her geçen gün matematikten uzaklaşmaktadırlar. Olası böyle bir durumun yaşanmaması için öğrencilerin neyi öğrendiklerinden çok nasıl öğrendiklerinin incelenmesi gerektiğinin önemli olabileceği düşünülmektedir.

Akademik düzeyde yapılan birçok araştırmanın örneklem grubunu özellikle akademik başarısı yüksek öğrenciler oluşturmaktadır (Kobak-Demir, 2017). Yapılacak bu çalışmada ise maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemine göre her düzeyden seçilen öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Bu açıdan bakıldığında elde edilen sonuçların literatüre önemli katkılar sağlayabileceği ön görülmektedir.

Araştırmanın ortaokul seviyesinde ve geometri alanında yer alan çokgenler alt öğrenme alanında yapılması APOS teorisi ve ACE öğrenme döngüsünün faaliyet sahasının çeşitliliğine ilişkin olup, çeşitliliğin artması ise teorinin ve öğrenme döngüsünün gelişmesine katkı sunabilir. Ayrıca çokgenler alt öğrenme alanına yönelik alanyazında hem ACE döngüsü hem de APOS teorik çerçevesinde yapılmış herhangi bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu durum literatürde bir boşluk olarak düşünülmektedir. Dolayısıyla bu çalışmanın literatürdeki bu boşluğu doldurabileceği düşünülmektedir.

2018 matematik öğretim programında farklı konu ve sınıf düzeylerinde sarmal bir yaklaşımla tekrar eden kazanımlar ve bu kazanımlara yönelik açıklamalar bulunmaktadır. Sarmal yaklaşımda öğrenme önceki öğrenmelerle ilişkilendirilerek devam ettirilir (Batır, 2022). Öğretim programında yer alan kazanım ve konular incelendiğinde her kademede her ne kadar geometri kazanımları bulunsa da çokgenler ve özel dörtgenlerin yoğunlaştığı kademenin özellikle 7. sınıf düzeyinde olduğu görülmektedir. Bu sınıf düzeyinde çokgenlerin ve özel dörtgenlerin temel özelliklerinden başka ayrıca özel dörtgenlerin çevre, alan hesaplamaları ve bunlarla ilgili problemler bulunmaktadır (Özkan ve Bal, 2018). Genellikle öğrenciler özel dörtgenler üzerinde uygulama yaparken yöntem ve formül belirlemede sıklıkla hata yapmaktadırlar (Safitri vd., 2018). Özel dörtgenler konusunun; dönüşüm geometrisi, eşlik-benzerlik, geometrik cisimlerin hacimleri, örüntü ve süslemeler gibi diğer alt öğrenme alanları için ön koşul niteliğinde olması (Okumuş, 2011) benzer şekilde düzgün çokgenler konusunun da birçok konu için zemin oluşturması yapılan bu araştırmanın önemini daha da artırmaktadır. Örneğin, özel dörtgenlerden biri olan yamuk şeklinin alanını veren genel ifadeyi oluşturmayan öğrenciler daha üst sınıflarda kesik piramitlerin yüzey alan hesaplamalarında muhtemelen sorun yaşayacaklardır. Dolayısıyla çokgenler alt öğrenme alanında yer alan konuların iyi kavranmasının bağlantılı olduğu diğer öğrenme alanlarının kavranıp anlaşılmasında yani öğrenilmesinde önemli bir rol oynayabileceği düşünülmektedir.

Pek çok konuda yaşanılan kavram yanılgıları esasında bu kavramların nasıl yapılandırıldığıyla ilgili bir durumdur (Kobak-Demir, 2017). İlgili kavramların sağlam temel üzerine atılarak öğrenilmesi, bu kavramlarla ilişkili olabilecek diğer kavramların daha anlamlı bir şekilde öğrenilmesine zemin hazırlayacağı düşünülmektedir. Diğer bir ifadeyle, bir kavramın nasıl oluşturulduğu ve diğer kavramlarla nasıl ilişkilendirildiği araştırılarak, öğrencilerin bu kavramlarla ilgili olası yanılgıları belirlenebilir ve bu yanılgıların ortadan kaldırılmasına ya da oluşmamasını sağlayacak daha etkili öğretim ortamları tasarlanabilir. Bu şekilde öğrencilerin daha anlamlı ve daha kalıcı biçimde öğrenmelerine yönelik bir zemin hazırlanabilir.

Çalışma kapsamında hazırlanan etkinlikler ve uygulama adımları ayrıntılı bir şekilde açıklanan öğrenme ortamı ve süreci hem programcılara hem eğitimcilere alternatif seçenek ya da fikirler sunması bu çalışmayı anlamlı kılmaktadır. Aynı şekilde araştırma sonuçlarının, öğretmenlerin çokgenler alt öğrenme alanındaki kavramsal öğrenmenin gerçekleştirilmesi amacıyla oluşturacakları öğretim sürecini daha etkin ve verimli planlamasına, yürütmesine ve değerlendirmesine katkı sağlayabileceği ön görülmektedir. Bunun yanı sıra bu araştırma, çokgenler alt öğrenme alanı ve geometri öğretiminde yaşanan sıkıntıların giderilmesi konusunda çözüm olabilecek yöntem ve tekniklerin ortaya konması bakımından ayrı bir öneme sahiptir.

Bireyin öz-yeterlik algısı; hedef yönelimleri, öğrenmeye yönelik çabası, başarıları üzerinde farklı açılardan belirleyici olabilmektedir (Usher, 2009). Bunun yanı sıra öğrencilerin derse yönelik öz-yeterlik inançlarının matematik başarılarını doğrudan etkileme özelliğine sahip olmasından dolayı ACE öğrenme döngüsünün akademik başarı üzerinde etkisinin yanı sıra öğrencilerin derse yönelik öz-yeterlik inançları üzerindeki etkisinin de incelenmesinin önemli olacağı düşünülmektedir.

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Çalışma kapsamındaki sınırlılıklar şu şekilde ifade edilebilir:

- Araştırma, 2021-2022 Eğitim-Öğretim yılı bahar döneminde Malatya ili Yeşilyurt ilçesinde bulunan bir ortaokulun yedinci sınıf öğrencileriyle,
- Çalışmanın uygulama süreci dört haftalık bir zaman dilimiyle,
- Araştırma 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanında yer alan kazanımlar ve bu kazanımlara yönelik hazırlanan etkinliklerle,

- ❖ Araştırmanın nicel verileri çokgenler başarı testi ve geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğinden; nitel veriler ise amaçlı örneklem yöntemine göre seçilen 4'er öğrenciyle yapılan klinik mülakatlar ve deney grubunda bulunan 8 öğrenciyle gerçekleştirilen odak grup görüşmesinde elde edilen verilerle sınırlıdır.

1.5. Araştırmanın Varsayımları (Sayıltıları)

Araştırmanın sayıltıları şöyledir:

- ✓ Araştırmanın uygulama sürecinde kontrol edilemeyen iç ve dış değişkenlerin çalışma gruplarını aralarında anlamlı fark oluşturmayacak şekilde etkilediği varsayılmıştır.
- ✓ Çalışma gruplarında bulunan öğrencilerin, araştırma kapsamında uygulanan çokgenler başarı testi ve geometriye yönelik öz-yeterlik ölçek maddelerini rastgele değil de çalışmanın amacına uygun bir şekilde cevapladıkları kabul edilmiştir.
- ✓ Araştırma kapsamında yapılan odak grup ve klinik mülakatlarda katılımcıların gerçek düşüncelerini yansıttıkları varsayılmıştır.

1.6. Araştırmadaki Tanımlar

Çalışmanın bu kısmında okuyucuya kolaylık sağlamak amacıyla araştırma kapsamındaki bazı kavramların tanımlarına yer verilmiştir.

Soyutlama: Öğrencilerin ilk deneyimlerini veya bilgilerini kullanarak zihinlerinde kavram oluşturma sürecidir (Nurhasanah vd., 2017). Bilgi oluşturma süreci soyutlama ile doğrudan ilgili olduğundan (Altun, 2016) soyutlama sürecinin yerine bilgi oluşturma süreci kullanılabilir (Budiarto vd., 2017; Katrancı ve Altun, 2013; Nurhasanah vd., 2017; Ron vd., 2010). Dolayısıyla bu araştırmada soyutlama süreci ile bilgi oluşturma süreci zaman zaman birbirinin yerine kullanılmıştır.

Öz-yeterlik İnancı: Bireyin belli bir görevi yerine getirmek için istenilen şartları yerine getirip, verilen görevi başarılı bir şekilde yapmaya dair kendine ilişkin yargısıdır (Bandura, 1986).

Etkinlik: Öğrencilerin ulaşmaları beklenen bilgilerin bir problem durumuyla sunulduğu ve öğrencilerin problem çözümü sürecinde ve sonucunda hedeflenen matematiksel kavramlara, ilkelere, ilişkilere ulaşmasının beklendiği yapılandırılmış öğretimsel araçlardır (Danışman, 2019).

GeoGebra: Geometri, cebir ve analizi bir araya toplayan özellikleriyle dünya çapında milyonlarca kullanıcıya ulaşan kolay kullanıma sahip ve açık kaynak kodlu dinamik bir matematik yazılımıdır (Botana vd., 2015; Hohenwarter vd., 2008).

Matematiksel nesne: Başka matematiksel kavramların doğuşuna neden olabilecek olan tekil yapı (Sfard, 1991).

APOS Teorisi: Çocuklarda var olan mantıksal düşüncenin gelişimini ifade etmek için Piaget tarafından ileri sürülen yansıtıcı soyutlama mekanizmasını açıklamak amacıyla oluşturulan bir teoridir (Dubinsky, 1991). Aynı zamanda bireylerin matematiksel bir kavramı anlamalarını araştırmak ve bu anlayışın bireyin zihnindeki gelişimini açıklamak için kullanılabilen ve kullanılmış olan bir analitik araçtır (Dubinsky, 2020).

ACE Öğretim Döngüsü: Etkinlik, Sınıf tartışması ve Uygulama aşamalarından oluşan hem APOS teorisine dayalı hem de yapılandırmacılığı esas alan pedagojik bir yaklaşımdır (Weller vd., 2009). Bu tez çalışmasında "ACE öğretim döngüsü" yerine zaman zaman "ACE öğrenme döngüsü" terimi kullanılmıştır.

BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE ve İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Çalışmanın bu bölümünde, araştırmanın kuramsal çerçevesi kapsamında geometri ve öğretimi, öz-yeterlik inancı, soyutlama, APOS teorisi ve ACE öğretim döngüsü ele alınmış, sonrasında bu konularla ilgili alanyazındaki bazı çalışmalara yer verilerek bölüm tamamlanmıştır.

2.1. Kuramsal Çerçeve

2.1.1. Geometri ve Öğretimi

Geometri, kelime olarak iki antik Yunanca sözcüğün [Geo (yer) ve metri (ölçü)] birleşiminden oluşmaktadır (Aslaner, 2018; Jones, 2002). Tanım olarak ise "nokta, çizgi, açı, yüzey ve cisimlerin birbirleriyle ilişkilerini, ölçümlerini, özelliklerini inceleyen çok geniş hacme sahip ve matematiğin en önemli dallarından bir dalı" şeklinde ifade edilmektedir (Altun, 2016; Fadillah vd., 2022; Güler ve Arslan, 2018; Kemp, 2018; Ramdhani vd., 2017). Battista (2007) ise daha farklı bir şekilde tanımlama yapmıştır. Battista'ya (2007) göre geometri; kavramların uzamsal biçimde zihinde canlandırılıp hayal edilmesi ve akıl yürütme yollarının analiz edilmesi için başvurulan temsili gösterimlerin meydana getirdiği bir ağ sistemidir. Yapılan bu tanımlar, geometrinin matematiğin düzlem ve uzayla ilgili farklı şekillerin incelenmesine ilişkin bir yönü olduğunu göstermektedir (Adolphus, 2011). Bunun yanı sıra geometri, çevremizde hemen hemen her yerde vardır ve dünyayı daha iyi anlamamıza fırsat verir (Çontay ve Duatepe-Paksu, 2018).

Geometri üzerine çalışmak ve geometrik fikirlerin geliştirilmesi; mantıksal düşünmeye, uzamsal beceri ve yetkinliklerin kazanımına, sonuç çıkarma yeteneğinin geliştirilmesine olanak sağlaması (Fujita vd., 2017) ve materyallerle kavramların görselleştirilmesine imkân sunması bakımından önem arz etmektedir (Hacısalihoğlu vd., 2004). Jones (2002) ise bu durumun önemine "geometri üzerine çalışmak, öğrencilerin görselleştirme, perspektif, tümdengelimli akıl yürütme, eleştirel düşünme, tahmin etme, problem çözme, mantıksal argüman, sezgi ve kanıt becerilerini geliştirmelerine yardımcı olur" biçiminde vurgu yapmaktadır.

Geometrinin, öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerine katkı sağlaması, matematiğin diğer konularının öğretiminde katalizör görevi görmesi, matematiğin günlük yaşamda sıklıkla başvurulan önemli bir kısmı olması, bilim ve sanatta kullanılması, öğrencilerin içinde yaşadıkları dünyayı daha yakından tanımalarına olanak sağlaması (Baykul, 2020), uzamsal farkındalık becerisini kazandırmak, akıl yürütme yeteneklerini geliştirmek ve matematiksel düşünme becerilerini arttırmak gibi (French, 2004) nedenlerden dolayı geometri öğrenme alanına ilkokuldan hatta anasınıfından itibaren öğretim programları içerisinde yer verilmektedir. Bunun yanı sıra Geometri öğrenme alanı, öğrencilerin günlük yaşam durumlarını matematik konuları ile birleştirerek sonuca ulaşmalarına imkân sunmasından hem öğretim programında hem de matematik müfredatında önemli bir yerdedir (Erkek ve Işıksal-Bostan 2015). Geometrinin eğitim ve öğretimdeki yeri oldukça büyük ve de önemlidir (Altun, 2016; Suh, 2020). Geometri öğretimi, matematik öğretimi kadar önemlidir (Deringöl, 2020). Öyle ki okul öncesinden yükseköğretime kadar uzanan öğretim programları kapsamındaki her sınıf seviyesinde yer verilen, öğrenilmesi ve öğretilmesinde zaman zaman bazı zorluklarla karşılaşılmaktadır (Hansen ve Pratt, 2005). Geometri öğretimi, bireylerin etrafındaki fiziksel dünyayı fark edip algılamaları ile başlayıp ve tümevarım veya tümdengelimli bir sistemin içinde gelişen yüksek düzeyde geometrik düşünme ile devam eder (Ubuz, 1999).

Geometri öğretiminin iç içe iki tür hedefi vardır: Bu hedeflerden ilki öğretim programlarında bulunan geometriyle ilgili bilgi ve becerilerin kazandırılması, diğeriyse öğrencilerin geometrik düşüncelerinin geliştirilmesine yardımcı olunmasıdır (Baykul, 2020). Baki (2018) ise geometrinin amaçlarını: “düzlemde ve üç boyutlu (3-B) uzayda geometrik nesnelerin özelliklerini keşfetme, aralarındaki ilişkileri fark etme, geometrik yeri ifade etme, dönüşümleri açıklayabilme ve geometrik önermeleri ispatlama” şeklinde belirtmektedir. Kısacası öğrencilere geometrik düşünme, eleştirel düşünme ve problem çözebilme becerilerini kazandırarak matematiğin diğer konularını da daha iyi anlamalarına olanak sağlama aslında geometri öğretiminin en temel amacıdır (Suh, 2020). Bu amaçlar geometri öğretiminin önemini, önceliğini ve gerekliliğini açıklamaktadır (Develi ve Orbay, 2003).

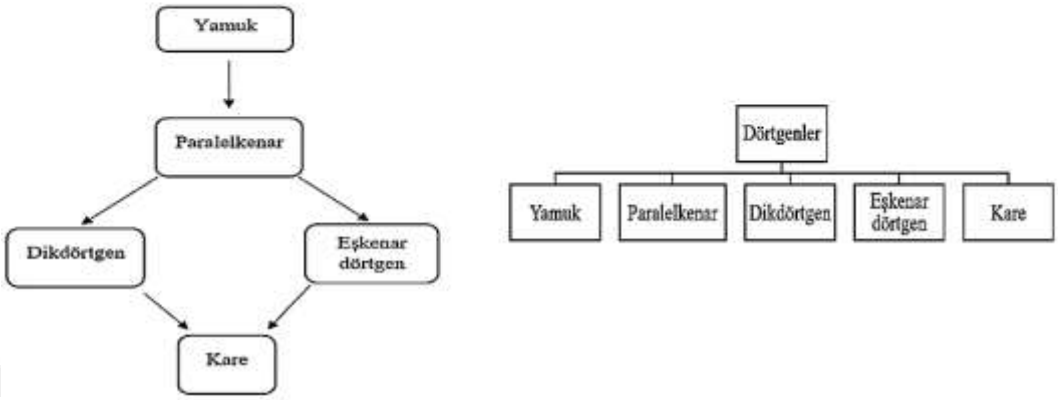
Çokgenler ve Özel Dörtgenler

Üç veya daha fazla doğru parçasından oluşan kapalı iki boyutlu geometrik şekillere çokgen denilir (Salomon, 2011). Çokgeni oluşturan doğru parçalarına çokgenin kenarları, uçlarına çokgenin köşeleri ve ardışık olmayan iki köşeyi birbirine bağlayan doğru parçasına ise çokgenin köşegeni adı verilir (Baykul, 2020; Serra, 2008). Üçü aynı doğru üzerinde olmayan dört nokta ve bu noktaları verilen sırada birleştiren dört doğrunun oluşturduğu düzlemsel geometrik şekle ise dörtgen denilmektedir (Hacısalihoğlu vd., 2009).

Çokgenler konusu yaşamın pek çok alanında karşılaşılması ve ileri matematik içinde temel bir konu olmasından dolayı geometri öğrenme alanında oldukça önemli bir yere sahiptir (Öztürk, 2020). 2018 Matematik öğretim programı incelendiğinde çokgenler alt öğrenme alanına ait kazanımların hemen hemen her sınıf düzeyinde bulunduğu ve geometri alanında yapılan lisansüstü araştırmaların çoğunluğunun bu alt öğrenme alanında yapıldığı görülmektedir (Ar, 2021). Öyle ki ilkokulda; birinci sınıfta öğrencilerin üçgen, kare, dikdörtgeni isimlendirebilmeleri, bunları tanımaları ve model oluşturmaları; ikinci sınıfta şekillerin kenar ve köşe sayılarına göre sınıflandırmaları; üçüncü sınıfta cetvel aracılığıyla üçgen, kare ve dikdörtgen çizebilmeleri, kare ve dikdörtgenin köşegenlerini belirleyebilmeleri, çevre-alan hesabını yapabilmeleri; dördüncü sınıfta ise üçgen, kare ve dikdörtgenin kenarlarını ve köşelerini isimlendirebilmeleri, kenar özelliklerini belirleyebilmeleri ve üçgenleri kenar uzunluklarına göre sınıflandırabilmeleri beklenmektedir. Ortaokulda ise öğrencilerden; beşinci sınıfta çokgenleri adlandırmaları ve temel elemanlarını ifade etmeleri, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun temel özelliklerini anlamalarının yanı sıra dikdörtgenin alanını hesaplamaları; altıncı sınıf düzeyinde paralelkenar ve üçgenin alanlarını hesaplamaları; yedinci sınıf düzeyinde çokgen ve düzgün çokgenlerin iç ve dış açıları birlikte ele alınıp sonrasında kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve yamuk incelenerek yamuk ve eşkenar dörtgene ait alan bağıntıları inşa edilerek ilgili alan problemlerini çözmeleri; sekizinci sınıf düzeyinde ise çokgenlerde eşlik ve benzerlik kavramları inceleyip eş ve benzer çokgenleri belirlemeleri ve oluşturmaları beklenmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Benzer durum lise düzeyinde de devam etmektedir.

Geometriyi daha özelinde ise çokgenleri ve dörtgenleri hayatımızın hemen hemen her alanında farkında olmadan sıklıkla kullanırız ya da kullanmaya ihtiyaç duyarız (Yiğit-Koyunkaya, 2020; Van de Walle, 2006). Çokgenleri ve dörtgenler, geometrideki diğer alt öğrenme alanlarından, matematiğin diğer konularına, fizik coğrafya gibi diğer disiplinler arası alanlarda ya da anatomide, mimarlık, tasarım, sanat, bilgisayar bilimleri, mühendislik, meteoroloji, şehir ve bölge planlama, endüstriyel alanlarda temel elemanlar olarak kullanır (Body vd., 2004; Çalık-Uzun, 2020; Develi ve Orbay, 2003; Jones, 2002; Serra, 2008; Yiğit-Koyunkaya, 2020; Yılmaz ve Olgun, 2016). Örneğin, farklı çokgen türleri kullanılarak örüntü ve süsleme oluşturulabilir ya da cebire geçiş sürecinde çokgenler sembollerin veya sayıların yerini tutan bir araç olabilir (Öztürk, 2020) veya fizik dersinde ortaöğretim konuları arasında yer alan bileşke vektörün hesaplanmasında paralelkenara tamamlama yapılmasında ve paralelkenarın köşegeninin bileşke vektör olarak ifade edilmesinde kullanılması (Serra, 2008; Yılmaz ve Olgun, 2016) bunlardan sadece bir kaçıdır.

Bir kavrama ilişkin aynı anda birbirinden farklı olacak şekillerde değişik tanımlamalar yapılabilir (Leikin ve Winicki-Landman, 2000). Tanımlamalar yapılırken kritik özelliklere yer verilmeli gereksiz özelliklerden olabildiğince kaçınılmalıdır. Bu duruma örnek olarak yedinci sınıf düzeyindeki özel dörtgenler verilebilir: karşılıklı kenarları paralel olan dörtgene paralelkenar, açıları dik olan dörtgene dikdörtgen, bütün kenarları eşit uzunlukta olan dörtgene eşkenar dörtgen, bütün kenar uzunlukları ve açı ölçüleri eşit olan dörtgene kare denir (Baykul, 2020; Safitri vd., 2018). Hiyerarşik ve parçalı olmak üzere iki çeşit sınıflandırma bulunur (De Villers, 1994). Özel dörtgenler tanımlanırken genellikle hiyerarşik sınıflama kullanılmaktadır. Hiyerarşik sınıflandırma, bir kavramın başka bir kavramın bir alt kümesini temsil ettiğini ima ederken, parçalı sınıflandırma ise bir kavramın alt kümelerinin birbirinden bağımsız olduğu biçiminde ifade edilir (De Villers, 1994). Yapılan tanımlara bağlı olarak dörtgenlerin birbirleriyle ilişkisi değişmektedir (Öztoprakçı ve Çakıroğlu, 2013). Usiskin ve Griffin (2008), özel dörtgenlerde kapsayıcı ve hariç tutan yani dışlayıcı olmak üzere iki çeşit tanımı ifade etmektedir. Bu tanımlardan ilki olan kapsayıcı tanım hiyerarşik sınıflandırmaya imkân veren, dörtgenlerin birbirleriyle kapsayıcı ilişkisi göz önünde bulundurularak yapılan tanımlardır (Sarı-Arıkan, 2019). Dışlayıcı tanım ise ayrık sınıflandırmaya olanak veren, dörtgenlerin birbirleriyle ilişkisi ihmal edilerek yapılan tanımlamalardır (Usiskin ve Griffin, 2008). Yamuklar, kapsayıcı veya münhasır biçimde tanımlanabilir. Burada yamuk için kapsayıcı bir tanım yapılması, diğer özel dörtgenlerin yamuk için özel durumlar olmasına izin vermektedir (McCammon, 2018). Bir yamuğun kapsayıcı tanımı, en az bir çift paralel tarafa sahip bir dörtgen olarak ifade edilebilir (Baykul, 2020; Graumann, 2005; Serra, 2008; Usiskin ve Griffin, 2008). Bu tanım, paralelkenarlar, dikdörtgenler, eşkenar dörtgenler ve kareler yamukların özel durumları olmasını belirtir. Yamuğun dışlayıcı tanımı ise “sadece bir çift paralel tarafa sahip bir dörtgendir (Usiskin ve Griffin, 2008)” biçiminde olup hiyerarşik ilişkiyi ortadan kaldırır. Bu durumda, kapsayıcı tanım paralelkenarların yamuk olduğunu, harici tutan tanım ise paralelkenarların yamuk olmadıklarını ima eder (McCammon, 2018; Popovic, 2012). Yapılan tanımlara bağlı olarak özel dörtgenlerde yapılan sınıflandırma çeşitlerine örnek Şekil 1'de sunulmuştur.



Şekil 1. Hiyerarşik ve Parçalı Sınıflama

Öğretim programında (MEB, 2018) kapsayıcı tanıma yer verilmiştir. Dolayısıyla ders kitapları ve planları buna göre hazırlanarak özel dörtgenlerin hiyerarşik biçimde sunulması gerekmektedir.

2.1.2. Öz-yeterlik İnancı

Matematiksel kavramların öğrenilme sürecinde bilişsel özelliklerin yanı sıra duyuşsal özelliklerinde etkisinin olduğu düşünülmektedir (Ma ve Kishor, 1997). Duyuşsal özelliklerden biride öz-yeterlik inancıdır (Afgani vd., 2019; Cantürk-Günhan, 2021). Öğrencilerin etkinlik seçimlerini, hedef yönelimlerini, öğrenme için gösterdikleri çabayı ve başarıyı çeşitli yönlerden etkilediği düşünülen bu kavramı (Schunk, 2011; Usher, 2009) ilk olarak Bandura sosyal bilişsel öğrenme kuramında değinmiştir (Cantürk-Günhan, 2021). Bandura (1986) öz-yeterlik inancını: "Bireyin, belli bir performans sergilemek amacıyla gerekli etkinlikleri koordine edip, başarılı olarak gerçekleştirme kapasitesi hakkında kendine ilişkin yargısı" biçiminde ifade etmektedir.

Öz-yeterlik algıları, bireyin akademik durumunu etkileyebilecek faktörlerden biri olduğundan (Afgani vd., 2019; Jackson, 2002) öğrenme sürecinde büyük önem taşımaktadır (Akinsola ve Olowojaiye, 2008). Öz-yeterlik algı düzeyleri yüksek olan bireylerin, bir işi yapmak için daha istekli oldukları (Aşkar ve Umay, 2001; Bonne ve Johnston, 2016), algı düzeyleri düşük olan bireylerin ise aynı işi başarma sürecinde kendilerini baskı altında hissetme ve agresif olma gibi durumlarında oldukları görülmektedir (Bandura, 1997).

Öz-yeterlik inancı aynı zamanda öğrencilerin geometriye bakış açılarını ve akademik başarılarını da etkilemektedir (Bandura, 1997; Usher, 2009). Öğrencilerin matematik ve geometri derslerine yönelik olumlu öz-yeterlilik algılarının, öğrencilerin bu derslerdeki akademik başarıları üzerinde olumlu etkisi bulunmaktadır (Çontay ve Duatepe-Paksu, 2018; Deringöl, 2020; Erkek ve Işıksal-Bostan, 2015; Özkan ve Yıldırım, 2013).

2.1.3. Soyutlama

Soyutlama, matematik eğitimi dâhil olmak üzere fen, felsefe gibi çeşitli alanlarda birçok araştırmanın odak noktası haline gelmiştir (Hershkowitz vd., 2020; Kidron ve Dreyfus, 2008). Basit bir cümle ile tanımlanması zor olan bu terimin karmaşık yapısı ve çok yönlü olması gibi nedenlerden ötürü, araştırmacılar tanımı üzerine fikir birliğine varamamışlardır (Altaylı-Özgül, 2018; Hassan ve Mitchelmore, 2006; Nurhasanah vd., 2017; Sezgin-Memnun ve Altun, 2012). Soyutlamayla ilgili yapılan tanımlardan bazıları şu şekildedir:

- ✓ Farklı durumlarda yer alan ortak noktaların çıkarılmasıdır (Dienes, 1963).
- ✓ Deneyimler arasındaki benzerliklerin ayırt edildiği bir etkinlik (Skemp, 1986).
- ✓ Olgular arasında güçlü ilişkiler kurarak, somutun gelişmemişlikten gelişmişliğe doğru yükselişidir (Davydov, 1990).
- ✓ Bir kavramdan bazı özelliklerin ayrılması hareketidir (Sierpinska, 1994).
- ✓ Belirli bir bakış açısıyla nesneler arasında ilişkiler kurma sürecidir (Van Oers ve Poland, 2007).

Bu tanımlar incelendiğinde; Dienes'ın soyutlamayı, bitmiş bir ürün yani sonuç olarak değil de bir süreç şeklinde tanımladığı (Tunalı, 2010); Skemp'in soyutlama anlayışının, benzerliklerin tanınması ve ardından bu benzerliklerin yeni zihinsel nesneye dönüştürülmesi olduğu (Mitchelmore ve White, 2007) diğer bir ifadeyle soyutlamanın faaliyetlerin bir sonucu olarak ele aldığı görülmektedir (Nurhasanah vd., 2017). Davydov (1990), soyutlamayı basit, tutarsız ve gelişmemiş biçimden başlayıp analizden senteze doğru teorik düşünceyle ulaşılan daha tutarlı, ayrıntılı ve gelişmiş bir biçime doğru ilerleyen diyalektik bir süreç olarak görürken (Hershkowitz vd., 2020, Özmantar ve Monaghan, 2008); Sierpinska'nın (1994), soyutlamada bazı özellikleri göz ardı edip diğerlerini vurgulamak olarak ifade ettiği görülmektedir (Mitchelmore ve White, 2004). Özetle; bazı araştırmacılar soyutlamanın bir süreç olduğunu belirtirken, bazıları ise soyutlamayı bir nesne olarak ele almaktadır (Budiarto vd., 2017; Hutagalung vd., 2020; Gray ve Tall, 2007). Her ne kadar soyutlama kavramını tanımlamada fikir birliği olmasa da araştırmacılar iki noktada ortak bir sonuca varmışlardır (Hassan ve Mitchelmore, 2006):

i. Soyutlama sürecinin neticesinde yeni bir bilişsel nesne meydana gelir.
ii. Meydana gelen bu yeni nesne, bazı alakalı özellikleri alakasız özelliklerden arındırır.

Soyutlama, zihinsel bir faaliyet olduğu için doğrudan gözlenememektedir (Altaylı-Özgül ve Kaplan, 2016; Tunalı, 2010). Doğrudan gözlenemeyen bu süreç öğrenme ortamında çeşitli bağlamlarda gerçekleşebilir (Anabousy ve Tabach, 2015). Bağlam, öğrencilerin çalışma kâğıtlarını, araçlarını, materyallerini, öğrencilerin ve öğretmenlerin geçmiş yaşantılarını, mevcut teknolojik ve diğer araçları içeren öğrenme ortamlarının yanı sıra grup çalışmalarının, bireysel çalışmanın ve tüm sınıf çalışmasının bir alternatifi olabilecek sosyal bileşenleri de içerir (Hershkowitz vd., 2001). Soyutlama her ne kadar genelleme olarak yorumlanma eğiliminde (Ferrari, 2003; Nurhasanah, 2010) olsa da soyutlama süreç açısından genellemeden farklıdır (Nurhasanah vd., 2017). Soyutlama, yeni bir kavramın veya zihinsel nesnenin ortaya çıkmasıyla ilgili bir süreç iken, genelleme mevcut bir kavramın anlamını genişletme sürecidir (Mitchelmore ve White, 2000).

Matematik, özünde kendi kendine yeten bir sistem olduğu için matematiksel nesnelerin soyut olarak en iyi şekilde ifade edileceği ileri sürülmektedir (Mitchelmore ve White, 2004). Matematiksel soyutlama fikrini ilk öneren bilim insanlarından biri muhtemelen Aristoteles'tir (Saitta ve Zucker, 2013). Öğrencilerin matematik bilgilerini ve sürecin kendisinin sonucunu oluşturdukları bilişsel bir süreç olan (Hutagalung vd., 2020) matematiksel soyutlama, günlük yaşamda yaygın olarak kullanılmaktadır (Dewi vd., 2018). Bunun yanı sıra matematiksel soyutlama hem öğrencilerin sahip olması gereken yeteneklerden biri hem matematiksel bir kavramın oluşturulmasında önemli bir role sahip hem de matematik öğretimi ve öğreniminde temel bir süreçtir (Annas vd., 2018; Dreyfus, 2020; Ferrari, 2003; Nurhasanah vd., 2017; Tunalı, 2010). Bu süreç öğrencilerin zihninde oluşan matematiksel kavramların yapılandırılması olup yeni matematiksel kavramlar bu sürecin nihai ürünüdür (Altun, 2016; Ferrari, 2003). Diğer bir ifadeyle matematiksel her kavram bir soyutlama süreci sonunda inşa edilir (Tunalı, 2010). Bunun gerçekleşebilmesi için öğrencilerin hali hazırdaki mevcut matematiksel kavramları bir araya getirip bunları yeniden düzenleyerek yeni bir matematiksel yapı ortaya çıkarmaları gerekir (Annas vd., 2018; Kidron ve Dreyfus, 2008; Kouropatov ve Dreyfus, 2014; Özmantar ve Roper, 2004). Ancak yeni bir yapıya gerek duyulmazsa, matematiksel soyutlama meydana gelmez (Altaylı-Özgül, 2018).

Soyutlama süreci ile ilgili yapılan araştırmalar alanyazında; soyutlama, soyutlama süreci ve bilgi oluşturma süreci gibi çalışma başlıkları ile yer almaktadır (Altun ve Yılmaz, 2010). Bazı matematik araştırmacıları soyutlamayı bilginin inşası ile özdeşleştirerek (Dreyfus, 2020) soyutlamanın, öğrenme ortamında gerçekleşen bilgi oluşturma süreci olarak da ifade edilebileceğini ileri sürmüşlerdir (Katrancı ve Altun, 2013; Nurhasanah vd., 2017; Ron vd., 2010).

Soyutlama çeşitlerini bilmenin, öğrenmenin nasıl gerçekleştiğini analiz etme ve düzeyinin belirlenmesine katkısı çoktur (Zembat, 2016). Soyutlamanın çeşitleri incelendiğinde *bilişsel ve sosyo-kültürel* olmak üzere iki çeşit soyutlamanın olduğu görülmektedir (Budiarto vd., 2017; Gray ve Tall, 2007). Bu iki bakış açısının benzer ve farklı yönleri bulunmaktadır (Hassan ve Mitchelmore, 2006; Katrancı, 2010; Yeşildere, 2006). Benzer oldukları önemli noktalardan biri her iki bakış açısının da soyutlamaya bir süreç olarak bakması iken (Özcan, 2012), soyutlamanın gerçekleşmesinde bağlamın rolünün farklı şekilde algılanması bu iki bakış açısının ayırt edici yönlerinden biridir (Yeşildere, 2006). Diğer bir farklı nokta ise bilişsel araştırmacılar için bireyin dikkatini neye veya nereye verdiği önemliyken bireyin çevreden bağımsız olarak bir bilgiyi oluşturamaması (soyutlayamaması) sosyo-kültürel araştırmacılar için önem arz etmektedir (Kaplan ve Açıl, 2015).

Bilişsel yaklaşım, soyutlamanın genellikle somuttan soyuta doğru ilerleyen bir süreç olduğunu (Altaylı-Özgül, 2018); zihinlerinde önceden var olan nesnelerle bu süreç sonunda inşa edilen nesneler arasında ilişki kurmayı; kurulan bu ilişkilerdeki farklılık ve benzerlikler üzerine odaklanılarak sınıflamalar yapıldığını; sonrasında kavramın zihne yerleştiğini, daha sonra karşılaşılacak benzer durumlarda bu kavramın kullanıldıkça soyutlandığını varsaymaktadır (Tunalı, 2010). Bütün bu varsayımlar bilişsel yaklaşıma göre soyutlamanın, çok sayıdaki durumdan izole edilen benzer özelliklerin fark edilmesinden ortaya çıkan "sınıflandırmalar" ve "genellemelerden" meydana gelen üst düzey bir bilgi olduğunu göstermektedir (Özmantar, 2005).

Soyutlamaya bilişsel bakış açıdan ele alan bilim adamlarından biri olan Piaget'e göre üç farklı soyutlama şekli vardır: çevredeki fiziksel nesnelerden *deneysel soyutlama*, bu nesneler üzerindeki eylemlerden *sözde deneysel soyutlama* ve ardından zihinsel nesnelerden *yansıtıcı soyutlama* (Hong ve Kim, 2015; Katrancı, 2010; Nurhasanah vd., 2017; Özmantar ve Monaghan, 2008; Tall, 2002). Bu soyutlama şekillerinden faydalanarak öğrenmenin nasıl gerçekleşebileceğine dair çıkış yolu göstermesi, Piaget'in matematik alanına en önemli katkılarından biridir (Zembat, 2016).

Deneysel (amprik) soyutlama, bilgiyi elde etmek için fiziksel nesneler ve doğrudan gözlemlenebilen özelliklerine (ağırlığı, rengi ve biçimi vs.) odaklanma sürecidir (Dubinsky, 2002; Fitriani vd., 2018; Tall vd., 1999; Zembat, 2016). Bu süreç, nesnelerin ortak özelliklerinin çıkarılmasına yol açar ve bunun sonucu olarak soyutlama meydana gelir (Dreyfus, 2020; Mitchelmore ve White, 2004; Nurhasanah vd., 2017). Geometrik kavramların oluşum süreci, cisimlerle fiziksel dünyada karşılaşma imkânı bulunduğundan deneysel soyutlama ile başlar (Birinci, 2010). Dolayısıyla geometri, nesnelere odaklanan birçok deneysel soyutlama eylemini içermektedir (Tall, 2002). Bunun yanı sıra deneysel soyutlamanın günlük yaşamdaki kavramları yapılandırmaya yönelik bilişsel bir soyutlama çeşidi olduğu ifade edilebilir (Mitchelmore, 2002). Örneğin, bir birey "kedi" kavramını günlük yaşantısındaki bazı hayvanlar arasındaki ortak özelliklere odaklanması sonucu oluşturmuştur. Mitchelmore ve White (2004), öğrencilerin deneysel soyutlamaya göre temel bir matematiksel bilgiyi öğrendiklerinde üç durumun oluşacağını ve bu durumları:

- ✓ Yeni bir kavram öğrenme,
- ✓ Matematiksel bir nesneye dair fikir sahibi olma,
- ✓ Kavram ile matematiksel nesne arasında var olan ilişkiyi fark etme şeklinde ifade etmişlerdir.

Deneysel soyutlamaya göre daha ileri düzeyde olan diğer bir bilişsel soyutlama çeşidi olan *Yarı deneysel (sözde deneysel) soyutlamada* ise (Nurhasanah vd., 2017; Özmantar ve Monaghan, 2008) fiziksel nesneler üzerinde gerçekleştirdiği işlemlerden bilgi türeten sözde-deneysel soyutlama, eylemlere odaklanır (Tall vd., 1999). Diğer bir ifadeyle bu soyutlama türü fiziksel nesneler üzerindeki eylemlerle (çakıl taşlarının sayılması gibi) ilgilenir (Özmantar ve Monaghan, 2007) ve eylem halindeki öznenin özellikleri nesneden elde edilir (Nurhasanah vd., 2017). Kısacası bilişsel soyutlamanın bu türünde ortada yapılan bir işlem ile nesne bulunmakta ve işlemler bu nesne üzerinde gerçekleştirilmektedir (Birinci, 2010). Ayrıca yarı deneysel soyutlama, bireyin bir nesneyle karşılaştığında ve ardından bir eylemi hayal etme sürecinde nesnenin özelliklerini keşfettiğinde gerçekleşebilir (Fitriani vd., 2018).

Yansıtıcı soyutlama, Piaget tarafından insan düşüncesinin zihinsel gelişimi ile ilgili ortaya atılan önemli fikirlerden biride, yansıtıcı soyutlama kavramıdır (Syamsuri ve Santosa, 2021). Bu terim bilişsel soyutlama yaklaşımının gelişimine büyük ölçüde fayda sağlamıştır (Tunalı, 2010). Eylemler arasındaki karşılıklı ilişkilerin dikkate alındığı (Özmantar ve Monaghan, 2008) bu bilişsel soyutlama türü, yüksek seviye gelişimsel olgunluk gerektiren genel bir süreç olarak tanımlanır ve soyutlama düzeyinin en yüksek seviyesine erişilmesi gerektiğini vurgular (Schwarz vd., 2009). Aynı zamanda bu terim, bilişsel gelişim sürecinde bir bireyin tüm mantıksal-matematiksel yapılarının yapım sürecini tanımlamak için kullanılan zihinsel mekanizma olarak da ifade edilmektedir (Brijlall ve Maharaj, 2011; Çekmez, 2013). Piaget, düşüncenin gelişimine dair, bilişsel yapıların gelişiminin yansıtıcı soyutlamadan kaynaklandığını ileri sürmektedir (Arnon vd., 2014). Yansıtıcı soyutlama, yarı soyutlama türünden eylemlerin kendileriyle değil de eylemler arasındaki karşılıklı ilişkilere değer vermesiyle, deneysel soyutlama çeşidinden ise nesneler yerine eylemlerle ilgilenmesi bakımından farklılık göstermektedir (Özmantar, 2005). Yansıtıcı soyutlamanın sonucu genelde bir bilgi şeması olduğundan (Fitriani vd., 2018), karmaşık platonik nesnelerin inşa edilmesinde yansıtıcı soyutlamalar önemli bir rol oynar (Tall vd., 1999).

Yansıtıcı soyutlama iki aşamalı bir süreç olup bu süreçler: mevcut bilginin daha yüksek bir düşünce düzlemine yansıması ve bunların daha yüksek seviyede yeniden düzenlemesi şeklinde ifade edilmektedir (Arnon vd, 2014; Dreyfus, 2020; Jojo, 2013; Tziritas, 2011). Bu nedenle Dubinsky (1991) yansıtıcı soyutlamanın; bilginin inşası süreci olduğunu, çocukların mantıksal düşüncesini açıklamak için güçlü bir araç olabileceğini ve bu yüzden daha yüksek matematik için önemli olduğunu öne sürmüştür.

Soyutlamaya yönelik yapılan çalışmalara bakıldığında, soyutlama fikrinin bilişsel bakış açısı haricinde 1990'lı yıllardan itibaren sosyo-kültürel bakış açısıyla da ele alındığı ve bu bakış açısına göre yorumlandığı görülmektedir (Van Oers, 2001). Vygotsky ve Davydov'un fikirlerinden yola çıkan sosyo-kültürel görüşe sahip araştırmacılar; sosyal ve kültürel süreçlere dikkat çekip, bilginin bireyin çevresi ile etkileşimi sonucunda meydana geldiğini (Özcan, 2012; Türnüklü ve Özcan, 2014) ve bu yüzden bilgi oluşturma sürecinin bağlamdan, çevreden ve bireyin sosyal etkileşiminden bağımsız bir biçimde incelenemeyeceği görüşünü savunmaktadırlar (Van Oers, 2001). Dolayısıyla çevre anlayışının sosyo-kültürel soyutlamanın temelini oluşturduğu (Tunalı, 2010) için uygun çevresel faktörlerin sağlanması ile bilgi oluşturma sürecinin daha anlamlı ve kolay gerçekleşeceği düşünülmektedir (Çınar, 2019).

2.1.4. APOS Teorisi

Öğrencilerin matematik öğrenmelerini açıklayan teorilerden biri olan APOS teorisi (Santos, 2019), çocukların mantıksal fikirlerinin gelişimini açıklamak amacıyla Piaget tarafından ortaya atılan yansıtıcı soyutlama mekanizmasını anlama ve bu düşünceyi matematiksel kavramlara genişletme çabasından doğmuştur (Arnawa, 2010; Dubinsky, 1991; Khairani, 2016; Sholihah ve Mubarok, 2016). Teorinin kurucusu, fonksiyonel analiz üzerine önemli çalışmalar gerçekleştirmiş bir matematikçi olan Ed Dubinsky, 1983 yılı itibariyle çalışmalarını matematik eğitimi üzerinde yoğunlaştırıp bireylerin ileri seviye matematik kavramlarını öğrenmesi üzerine odaklamış, yansıtıcı soyutlamaların bazı temel özelliklerini yeniden inşa edip düzenleyerek tutarlı bir matematiksel bilgi teorisi ve yapısı olan APOS teorisini oluşturmuştur (Jojo vd., 2012; Oktaç ve Çetin, 2016). Yansıtıcı soyutlamanın bir uzantısı ya da uyarlaması olarak ifade edilen bu teori (Dubinsky vd., 2008; Kemp, 2018), Dubinsky tarafından ilk olarak 1991 yılında Piaget'in entelektüel gelişimini açıklarken yansıtıcı soyutlamanın bir detaylandırılması olarak "İleri Matematiksel Düşünmede Yansıtıcı Soyutlama" başlıklı makalesinde ele alınmış ve o zamandan beri birçok konferans ve dergi makalesinde yayınlanmıştır (Inglis, 2015; Ningsih, 2016). APOS teorisi, Dubinsky ve 1990'lı yıllarda Dubinsky tarafından kurulan ileri düzeydeki matematik konularına ilişkin öğrencilerin anlama düzeylerini inceleyen RUMEC adlı matematik eğitimci ve araştırmacılarından oluşan bir grubun çalışmaları ile geliştirilmeye başlanmıştır (Borji ve Voskoglou, 2017). Halen geliştirilmekte olan bu teori, dünyanın dört bir yanındaki araştırmacılar tarafından çalışmalarında matematikte bir bireyin matematiği ortaöğretim ve lise sonrası seviyelerde ve daha yakın zamanda ilk ve orta sınıflarda nasıl öğrendiğini açıklamak için kullanılmış (Arnon vd., 2014) ve kullanılmaya devam etmektedir (Oh, 2020).

APOS kelimesi, öğrenenin kavramları öğrenirken geliştirdiği zihinsel yapılar olan; Action (Eylem), Process (Süreç), Object (Nesne) ve Schema (Şema) sözcüklerinin baş harflerinden oluşmaktadır (Asiala vd., 1996). APOS çerçevesinin özü, tüm matematiksel kavramların eylemler, süreçler, nesne veya şemalar olarak anlaşılabileceği teorik bir bakış açısı olup bu bakış açısının, öğrencilerin matematiksel kavramlar hakkındaki düşüncelerini sınıflandırmaktır (Arnawa vd., 2007). Yine aynı şekilde bu çerçeve, öğrencilerin hâlihazırda sahip oldukları zihinsel yapıları kullanmalarına yardımcı olmaya ve üst düzeyde matematiksel kavramlarla uğraşmak için yeni ve daha güçlü yapılar geliştirmeye dayanmaktadır (Borji ve Voskoglou, 2017).

APOS Teorisi öğrenmede uygulanması, matematiksel bilgi varsayımı ve öğrenmeye ilişkin varsayım olmak üzere iki hipoteze dayanmaktadır (Açıl, 2015; Dubinsky ve McDonald, 2001):

- ✓ *Matematiksel bilgi varsayımında,* bireyin sahip olduğu matematik bilgisi algılanan matematiksel problem durumlarına ve çözümlerine, sosyal bağlamda bunlar üzerinde düşünerek ve durumlarla başa çıkmak için kullanmak üzere zihinsel yapılar inşa ederek veya yeniden yapılandırarak yanıt verme eğilimidir.
- ✓ *Öğrenmeye ilişkin varsayımda* ise birey matematiksel kavramları doğrudan öğrenmez. Bunun yerine anlamlandırmak için kavramla ilgili zihinsel bir yapı oluşturur. Zihinsel bir yapı oluşturursa, öğrenme iyi gerçekleşecektir. Eğer beklenen zihinsel yapılar oluşmazsa, kavramı öğrenmek işe yaramayacak kavramı öğrenmek neredeyse imkânsız bir hale gelecektir.

Önceki alt başlıklarda detaylı olarak ele alınan bilişsel soyutlama türlerinden biri olan yansıtıcı soyutlamaya göre (Oktaç ve Çetin, 2016);

- ✓ Öğrenen, bilgiyi aynen kopyalayan değil onu oluşturup ve yapılandırandır,
- ✓ Bilişsel veya fiziksel nesneler üzerinde işlemler yapılarak bu işlemler üzerinde gerçekleşen soyutlamalar aracılığıyla zihinsel yapılara ulaşılır.

Dubinsky (1991), matematiksel düşünme bağlamında bireyin zihninde var olan yapılardan yeni nesnelerin, süreçlerin ve şemaların oluşumunu açıklamak için, Piaget'in çocuklardaki mantıksal düşünme süreçlerinin gelişiminde keşfettiği beş yansıtıcı soyutlama türünden yararlanmıştır (Çekmez, 2014). Burada sözü edilen bilişsel mekanizmalar: içselleştirme (interiorization), koordinasyon (coordination), sarmalama (encapsulation), genelleme (generalization) ve tersine çevirmedir (reversal) (Arnon vd., 2014; Borji ve Martinez-Planell, 2023; Dubinsky ve McDonald, 2001; Meel, 2003; Rachelli ve Bisognin, 2018; Sofie vd., 2022). Aşağıda bahsi geçen zihinsel mekanizmalara yönelik ayrıntılı açıklamalar verilmiştir.

İçselleştirme: Eylemden sürece, yapının değişmesine izin veren, eylemlerin tekrarlanması ve yansıtılması yoluyla elde edilen zihinsel bir mekanizma olarak ifade edilen (Arnon vd., 2014; Sholihah ve Mubarok, 2016; Voskoglou, 2013) içselleştirme zihinsel mekanizması, Dubinsky (1991) tarafından, fiziksel eylemlerin içsel işlemlere çevrilmesi yani dönüştürülmesi olarak tanımlamıştır. Bir eylem anlayışı, bu mekanizma aracılığıyla bir süreç anlayışı haline gelebilir (Arnawa vd., 2007). Piaget (1978), eylemlerin içselleştirilmesini "bilmenin, yapmaya" dönüşümü olarak ifade etmiştir. Bu açıklamalardan hareketle içselleştirme mekanizmasının, dönüştürme kelimesine karşılık geldiği söylenebilir. İçselleştirme sonucunda öğrenen, bilişsel nesneler üzerindeki bir eylemler dizisine ait içsel bir süreç oluşturur ve bu süreç aracılığıyla bir eylemler dizisini, eylemlerin gerçekleşmesi için gereken tüm adımları yapmadan, meydana gelmesini hayal edebilir (Bayazit, 2016; Çekmez, 2013). Öğrenen, bir eylem üzerine düşünüp, onun üzerinde bilinçli kontrol kurmaya başladığı zaman, eylemin içselleştirildiği ve bir süreç haline geldiği söylenebilir (Cottrill, vd., 1996). İçselleştirme aşamasında, öğrenen sonunda doğal sayıları veren sayma veya fonksiyonlara dönüşen cebirsel işlemler gibi yeni bir kavrama yol açacak süreçlerle tanışır (Sfard, 1991). Bu da eylemin süreç adı verilen bir içyapı haline geldiğini ve artık dış etkiler tarafından yönetilmediğini gösterir (Meel, 2003). Bu sayede, öğrenen artık dışsal ipuçlarına ihtiyaç duymadan dönüştürmeleri gerçekleştirebilir (Çetin ve Top, 2014). Yani içselleştirme, dış işaretlerin yokluğunda bireyin dönüşüm yapmasına izin verir (Çetin, 2009). Bu duruma, çarpma işleminin değişme özelliğini kullanan bir öğrencinin, çarpanların yerlerini değiştirerek çarpılması eylemini içselleştirdiğinde, tüm eylemlerin aynı sonucu verdiğini fark etmesi örnek olarak verilebilir. Öğrenci doğal sayılarda çıkarma işlemini somut modellerden bağımsız olarak gerçekleştirebildiğinde ya da verilen “a.b” ifadesinin değerini işlemleri gerçekleştirerek belirleyebilen ve zamanla işlemleri yapmada hız kazanan ve verilen ifadenin değerini işlem kullanmaksızın belirleyebilen öğrencinin kavramı içselleştirdiği söylenebilir (Ertekin, 2016).

Koordinasyon (Koordine etme): Bu mekanizma aracılığıyla, yeni süreçler elde etmek için iki ya da daha fazla süreç koordine edilebilir (Cottrill et al., 1996; Dubinsky, 1991; Meel, 2003; Yuniati vd., 2020). Diğer bir ifadeyle yeni süreçler, mevcut süreçleri koordine ederek de inşa edilebilir (Ferrari, 2003). İlgili süreçlerin koordinasyonu, yeni süreçlerin inşa edilmesiyle sonuçlanır (Domínguez-Patiño, 2016). Bu sayede öğrenen sürecin farklı bir anlamını keşfedebilir (Arnon vd., 2014; Asiala vd., 1997; Dubinsky, 2002). Örneğin, fonksiyonlardaki bileşke işleminde birey ilk olarak bileşke işlemini uygulayacağı fonksiyonların ifade ettiği süreçleri dikkate alır (Deniz, 2014). Daha sonra bu iki farklı süreci tek bir süreç içerisinde birleştirir ve böylece farklı iki süreçten yeni bir süreç elde etmiş olur. Diğer bir örnek olarak ise bir sayıyı 14'e bölmek için, 2 ve 7’ye bölme koordine edilmesi verilebilir (Ferrari, 2003).

Kapsülleme (Sarmalama-Paketleme): Nesnelerin ortaya çıkmasında önemli bir rol oynayan kapsülleme, bilişsel bir yapı olan sürecin zihinsel bir nesneye dönüşümü olarak ifade edilebilir (Domínguez-Patiño, 2016; Syafri, 2017). Açıl (2015) ise matematiksel kavramları gerektiren temel bilişsel mekanizmalardan biri olan kapsüllemeyi (Dubinsky ve McDonald, 2001; Voskoglou, 2015) belirli bir bilginin ve nasıl bilindiğinin sentezlenmesi olarak ifade etmektedir. Bu mekanizma türü dinamik bir yapının (süreç), statik bir yapıya (nesne) dönüştürülmesinde önemli bir rol oynar (Ertekin, 2016; Roa-Fuentes ve Oktaç, 2010). Süreç bilişsel yapısı bir bütün olarak algılanıp üzerine dönüşümler yapılabilmesi, sürecin nesne bilişsel yapısının içerisine kapsüllendiğinin göstergesi olarak kabul edilir (Arnon vd., 2014; Asiala vd., 1996; Breidenbach vd., 1992; Brijlall ve Bansilal, 2011; Dubinsky ve McDonald, 2001; Meel, 2003; Voskoglou, 2019). Kapsüllemenin gerçekleşebilmesi için, bireyin öncelikle süreci eksiksiz olarak görmesi diğer bir ifadeyle tüm adımların gerçekleştirildiğini hayal edebilmesi ve her adımın belirgin özelliklerini bilmesi gerekir (Dubinsky vd., 2008; Erawati, 2018). Bu durum genellikle kolay değildir. Çünkü kapsülleme, kişinin kavramsallaştırılmasının doğasında radikal bir eleme gerektirip aynı kavramı yeni ve daha üst düzey dönüşümlerin uygulanabileceği matematiksel bir varlık olarak düşünebilme yeteneğini ifade eder (Voskoglou, 2013).

Yansıtıcı soyutlamanın üçüncü formu olan bu mekanizma türü için (Öksüz, 2018), fonksiyon kavramını kapsülleyerek nesneye dönüştüren öğrencinin fonksiyonlar kümesi üzerine düşünüp üzerinde aritmetik işlemler tanımlayabilmesi örnek olarak verilebilir (Şefik, 2017). Diğer taraftan, kapsülleme yoluyla zihinsel bir nesneye yol açan süreç hala mevcuttur ve birçok matematiksel durum, bir nesneyi ona yol açan sürece geri kapsülleme (dekapsülasyon) yapmayı gerektirir (Voskoglou, 2013). Kapsüllenen süreç sonucu oluşan nesne, gerektiğinde tekrar incelenmesi ve üzerinde farklı işlem ya da işlemler yapılmak üzere (Parraguez ve Oktaç, 2010) kendini oluşturan sürece geri dönüştürülüp problem çözümü durumlarında kullanılması (Yorgancı, 2019) geri kapsülleme mekanizmasının kapsülleme mekanizması kadar önemli olduğunu göstermektedir (Roa-Fuentes ve Oktaç, 2010).

Genelleme: Yansıtıcı soyutlamanın en basit ve en bilinen şekli olan genelleme (Domínguez-Patiño, 2016), mevcut bir şemanın yeni nesnelere uygulanmasıyla ilgili olup (Meel, 2003), var olan şemayı daha geniş bir içerik yelpazesine uygulama yeteneği olarak ifade edilmektedir (Mosese, 2017). Bu durum, bireyin bir kavrama ait şemasının içerdiği yapıların uygulanabilir olduğu matematiksel nesneler kümesinin genişlediği zaman ortaya çıkmaktadır. Örneğin, bireyin fonksiyon kavramına ilişkin şeması içinde bulunan eylemler, başlangıçta sayıları yine sayılara dönüştüren bir yapıdayken daha ileri öğrenmeler sonucunda bu eylemler başka nesnelere de uygulanabilir hale gelmektedir. Benzer şekilde, birey toplama işleminin birleşme özelliğini öğrenmişse bu özelliği kolayca çarpma işlemi için de uyarlayarak genişletebilir yani çarpma işlemine genelleyebilir.

Tersleme (tersine çevirme): Yansıtıcı soyutlamanın son formu olan tersleme mekanizması yeni bir kavram oluşturmak için önceden sahip olunan bilginin izini sürmeye yönelik bir faaliyet olup (Yuniati vd., 2020), var olan bir sürecin tersine çevrilmesi sonucu yeni bir süreç elde etme şeklinde ortaya çıkmaktadır (Ferrari, 2003). Bu durum bireyin ilk süreci oluşturan dönüşüm dizisini geri alıp yeni bir süreci düşünmesine izin verir (Domínguez-Patiño, 2016). Böylece öncekinde farklı yeni ve orijinal bir süreç elde edilebilir (Arnon vd., 2014; Asiala vd., 1997; Dubinsky, 2002). Bu zihinsel mekanizma türüne; bir fonksiyonun tersini bulma (Dubinsky, 1991); çıkarma ve bölme işlemlerinin sırası ile toplama ve çarpma işlemlerinin terslenmesi ile oluşturulması örnek olarak verilebilir.

Bireyin herhangi bir matematiksel kavramı anlamak için uygun zihinsel yapılara sahip olması gerektiğini öneren APOS teorisinde, eylem, süreç, nesne ve şemalar bu zihinsel yapıları ifade eder (Dubinsky ve McDonald, 2001; Maharaj, 2010). Bu yapıların matematiksel kavramların öğrenilmesinde aşama olduğu düşünülmektedir (Dubinsky, 1997). Öğrencinin matematiksel bilgi düzeyi bu aşamalardan biri olarak temsil edilip bir matematiksel kavramın gelişimi, bireyin bu aşamaların birbirine dönüşüm uygulamasıyla ortaya çıkar (McCammon, 2018). Aşağıda bahsi geçen aşamalara yönelik ayrıntılı açıklamalar verilmiştir.

Eylem: APOS teorisine göre matematiksel bir kavramın yapılandırılması önceden oluşturulmuş ya da var olan zihinsel nesnelerin mental veya fiziksel olarak dönüştürülmesiyle başlar (Asiala vd., 1996; Çetin ve Top, 2014; Dubinsky, 2020; Fitrianti vd., 2020; Ningsih, 2016). Soyutlama sürecinde basit ama gerekli bir başlangıç olan bu dönüşümler bir kavramın geliştirilmesindeki ilk aşamadır (Dubinsky vd., 2008; Ramirez, 2009; Voskoglou, 2013). Birey bu dönüştürmelerin anlamını tam olarak kavrayamadığından (Yorgancı, 2019) yani bu dönüşümler öğrenen için henüz dışsal olduğundan gerçekleştirilmesi için formül, algoritma ya da benzer örnek gibi dış uyaran ve ipuçlarına ihtiyaç duyulur. Bu aşamada, öğrenen dış uyaran ve ipuçlarından hareketle verilen nesne üzerinde dönüşümler ve hesaplamalar gerçekleştirebilir (Arnon vd., 2014; DeVries ve Arnon, 2004; Dubinsky ve McDonald, 2001). Burada yapılan işlem matematiksel bir nesnenin aritmetiksel veya cebirsel bir kural yardımıyla yeni bir nesneye dönüştürülmesi olarak düşünülebilir (Bayazit, 2016; Kusaeri, 2015). Örneğin fonksiyon kavramı için anlama düzeyi bu aşamada bulunan bir öğrenci, fonksiyonun açık ifadesini (kuralını) görmek istediğinden verilen sayıyı fonksiyonun kuralında yerine koyup sonucu hesaplamaktan fazlasını yapamaz. Burada öğrencinin dışsal bir uyaran olarak fonksiyonun formülüne ihtiyaç duyması (Borji ve Martínez-Planell, 2023) ya da formülde verilen değerleri adım adım yerine koyması eylem aşamasında olduğunu gösterir (Şefik, 2017). Benzer şekilde, öğrencinin yamuğun alanını bulmak için alan formülüne ihtiyaç duyması, formül verildiğinde ise verilen değerleri adım adım yerine koyarak sonuca ulaşması ya da formülü ezbere söylemesi bu aşamada gösterilen davranışlara örnek olarak verilebilir. Bu durumu Borji vd. (2022) eylem aşamasında yapılan işlem açıkça mevcut olan veya ezberlenmiş bir formülün katı uygulaması olabilir şeklinde ifade etmektedirler.

Statik (durağan) kavramsallaştırma olarak düşünülen eylem aşamasındaki öğrenen bir işlem esnasında sadece bir adıma dair düşünebildiğinden (Reed, 2007), işlemsel süreçte dış uyaranlardan hareket ederek ya da ipuçlarını kullanarak dönüştürmeleri adım adım gerçekleştirebilir. Aslında her adımın açık bir şekilde yürütülmesi bir sonraki adımı ister. Bu nedenle anlama düzeyi bu basamakta olan öğrenenler yapılacak dönüştürmeleri henüz hayalde canlandıramaz, dönüşümlerin sonuçlarını tahmin edemez ve hiçbir adımı atlayamaz (Trigueros ve Oktaç, 2019). Eylem aşamasında eğitmenlerin öğrencilerle iş birliği yapması, öğrencilerin var olan bilişlerine dayalı kavramların arka planını tanıtmaları, öğrencilerin duyularını harekete geçirecek öğrenme ortamı oluşturması ve kavramları yapılandırmaları için rehberlik etmeleri gerekmektedir (Leng vd., 2023).

Süreç: Birey, eylemi tekrar ettikçe ve üzerine düşündükçe eylem zamanla içselleştirilir ve bunun sonucunda dinamik bir form olan süreç zihinsel yapısı oluşur (Borji ve Voskoglou, 2017; DeVries ve Arnon, 2004; Dubinsky vd., 2005). Bu oluşumda, birey eylemleri tekrar tekrar gerçekleştirilip üzerine yansıtıcı düşünerek zamanla dış ipuçlarına güvenme durumundan iç kontrollerine sahip olma durumuna geçer (Arnon vd., 2014; Parraguez ve Oktaç, 2010). Artık birey yaptığı dönüştürmelerin farkında olup işlemi bilinçli olarak yapmaya başlar (Cottrill, 2003) ve dönüştürmeleri bütün adımların açık bir şekilde yapmaya ihtiyaç duymadan (Dubinsky ve McDonald, 2001) belirli adımları atlayıp yapmadan, zihninde canlandırıp (Oktaç ve Çetin, 2016) formüle bağlı kalmaksızın o kavramı kullanabilir (Asiala vd., 1996). Kısacası, bireyin süreç aşamasında zihinsel yapıya sahip olması, yaptığı işlemlerin farkında olup işlem adımlarını yansıtmasını, kısa yollar kullanıp bazı adımları atlamasını ve süreci açıkça gerçekleştirmeden sonucu öngörmesini (tahmin etmesine) sağlar (DeVries ve Arnon, 2004; Gaisman vd., 2018; Yorgancı, 2019). Matematiksel bir kavramı "anlamak", kavramın en azından bir Süreç anlayışına ulaşmak anlamına gelir (Borji ve Martinez-Planell, 2019; Parraguez ve Oktaç, 2010).

APOS çerçevesinde, bir eylemi bir sürece içselleştirmek, öğrencilerin aynı zamanda uygun kavram tanımlarına sahip olmasını da içerir (McCammon, 2018). Süreç, eylemle aynı işlemi gerçekleştiren, ancak tamamen bireyin zihninde olan bilişsel bir yapıdır (Dubinsky, 1991; Maharaj, 2010). Örneğin bu aşamada bulunan bir öğrenci f(x)=6x+5 kuralıyla verilen fonksiyon sürecini anlamaları için işlem yapmaya gerek duymadan bu fonksiyonun her reel sayıyı yeni bir sayıya dönüştüren bir süreç olduğunun farkındadır (Oktaç ve Çetin, 2016).

Süreçler sadece eylemlerin içselleştirilmesi ile oluşturulmaz (Fuentealba-Aguilera, 2017). Bilgi oluşturma sürecinde bu aşamada bulunan birey, matematiksel nesneyi başka bir süreç oluşturmak için tersine çevirme mekanizmasını kullanabilir ya da iki veya daha fazla süreci koordine edebilir diğer deyişle birleştirebilir (DeVries ve Arnon, 2004; Dubinsky, 1991; Dubinsky ve Moses, 2011). Bu durum, farklı süreçleri birleştirebilme veya bir süreci çözümleyip tersini bulabilmenin süreç düşünce seviyesinin bir diğer önemli göstergesi olduğu anlamına gelmektedir (Arnon vd., 2014; Bayazit, 2016). Bu aşamadaki öğrenciler; bir işlemi gerçekte yapmadan yapmayı düşünebilir, süreci tersine çevirmeyi ve diğer süreçlerle kullanmayı düşünebilirler (Dubinsky ve McDonald, 2001). Örneğin, f(x)=8 ve g(x)=7 sabit fonksiyonları cebirsel bir kuralla tanımlanmamıştır. Dolayısıyla dönüştürme süreçleri ortamda gizli olarak bulunmaktadır. Fonksiyon kavramını anlama düzeyi bu aşamada bulunan öğrenciler, ortamda gizli olan bu süreçleri anlayıp bunlar arasında bileşke işlemini uygulayabilirler. Verilenlerden hareketle fog(x) bileşke fonksiyonunu bulmak için g(x) tüm girdilerini 7'ye, f(x)'in tüm girdilerini 8'e eşleyip fog(x)=8 sonucunu elde ederler (Bayazit, 2016). Süreçlerin tersine çevrilebilir olduğuna ise "bir dörtgenin eşit açılarının olması, aslında bu dörtgenin bir dikdörtgen olmasını gerektirir" ifadesi örnek olarak verilebilir (McCammon, 2018).

Bir eylem veya süreç zihinsel inşası, öğrencinin matematiksel bir kavram üzerinde soyut olarak düşünemediği yerdir (Tziritas, 2011). Süreç dediğimiz olgu, henüz nesneye dönüşmemiş ancak işlemlerin içselleştirmesiyle hız ve esneklik kazanılmış olan bir düşünce tarzıdır (Ertekin, 2016). Unutulmamalıdır ki anlama düzeyi bu aşamada bulunan öğrenci için matematiksel kavram kavramsal olmaktan ziyade halen işlemseldir (Gembong, 2018).

Nesne: Bir kavramın bütün özellikleri ile zihinde tekil bir yapı olarak dönüştürülmüş hali olarak ifade edilebilir (Ertekin, 2016). Sfard (1991) ise bu terimi, öğrencinin matematiksel bir kavramı ilk bakışta tanıyabilmesi ve ayrıntılara girmeden onu bir bütün olarak algılayıp kullanabilmesi olarak belirtmektedir. Bu terim aynı zamanda matematiksel bir kavramın bütün olarak farkına varılmasını sağlayan zihinsel bir yapı olarak da tanımlanabilir (Ahmadi, 2014). Süreç öğrencinin yaptığı bir dönüştürme iken nesne öğrencinin dönüştürmeye uğrattığı statik bir yapıdır (Arnon vd., 2014; Çetin ve Top, 2014; Dubinsky ve McDonald, 2001). Öğrencinin, süreci bir bütün olarak algılayıp üzerine açıkça veya hayal gücünde dönüşümler gerçekleştirebilmesi, sürecin bilişsel bir nesne içerisine kapsüllediğini gösterir (Asiala vd., 1996; Borji ve Voskoglou, 2016; Breidenbach vd., 1992; Brijlall vd., 2011; Dubinsky vd., 2008; Erawati, 2018; Gaisman vd., 2018; Leng vd., 2023; Meel, 2003; Tall vd., 1999). Örneğin, $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$ kuralı bir matematiksel sürecin sonucudur. Bu süreç sembollerle kapsüllenerek formüle edilmiş olup matematiksel bir nesneye dönüşmüştür. Bu durumda öğrenci, süreci artık bütün olarak görüp üzerine başka matematiksel durumlarda kullanmak üzere dönüşümler yapabilir (Tziritas, 2011), yapılan bu dönüşümleri anlayabilir (Dubinsky ve McDonald, 2001). En zor aşama olarak kabul edilen bu aşamada (Sfard, 1991) kavram artık değişmez özellikler kazanır (Tziritas, 2011). Kavrama düzeyi bu aşamada olan öğrenci, sürecin tamamına hâkim olup kavramı tamamen özümseyebildiğinden (Yorgancı, 2019) artık matematiksel kavramın özelliklerini açıklayabilir üzerinde değişiklikler yapabilir (Birinci, 2010; Hanifah, 2017; Leng vd., 2023). Örneğin kesir kavramı için bu düzeyde bulunduğu düşünülen bir öğrenci verilen iki kesri toplayıp çıkarabilir, karşılaştırabilir ya da bir kesri değişik şekillerde ifade edebilir (Oktaç ve Çetin, 2016).

Öte yandan kapsülleme yoluyla zihinsel bir nesneye yol açan zihinsel süreç hala mevcuttur (Voskoglou, 2019). Gerektiğinde kapsüllenen bu süreçlerin incelenmesi veya üzerinde farklı işlemler yapılabilmesi ya da karşılaşılan problem durumlarında kullanılması amacıyla öğrenci nesneyi kapsülünden çıkarabilir yani de-enkapsüle edebilir (Afgani vd., 2019; Çetin ve Top, 2014; Parraguez ve Oktaç, 2010; Yorgancı, 2019). Örneğin öğrencinin bir dikdörtgen ile eşkenar dörtgeni karşılaştırmak için öncelikle her iki nesneyi de özelliklerine geri kapsüllenmesi gerekir. Sonrasında bu farklı özellik kümelerini karşılaştıracak ve daha sonra iki nesne üzerinde benzer veya farklı olan bu özellikleri kapsülleyecektir. Öğrencinin nesneyi de-enkapsüle etmesi, süreç ile nesne arasında iki yönlü (ileri-geri) düşünce geçişlerini rahatlıkla yapılabildiğini, matematiksel nesne ile ilgili kavram yanılgılarının üstesinden gelebileceğini, problem çözme süreçlerini daha hızlı ve etkili biçimde yürütüp gerekli hallerde konular arası veya disiplinler arası bilgi transferleri yapabileceğini gösterir (Bayazit, 2016).

APOS teorisini geliştiren araştırmacılara göre, cebirsel semboller daha çok süreç düşüncesini yansıtırken geometrik temsiller ağırlıklı olarak nesne düşüncesini yansıtır (Bayazit, 2016; Chamberlain ve Videkovic, 2015). Örneğin, $f(x)=x^2$ kuralına sahip fonksiyonun grafiğinin verildiğini ve bundan hareketle “$g(x) = f(x) + 6$” kuralına sahip g fonksiyonun grafiği istenildiğinde, anlama düzeyi bu aşamada bulunan bireyler “x değişkenine verilen her değere karşın elde edilen f(x) çıktılarına 6 eklenmesi sonucu g(x) fonksiyonunun görüntü kümesi elde edilir” düşüncesinden hareketle f fonksiyonunun grafiğini y-ekseni boyunca 6 birim yukarı öteleyerek istenen grafiği kolayca çizebilirler (Chamberlain ve Videkovic, 2015). Bu süreçte cebirsel işlem yapma ihtiyacı duymazlar. Yani başlangıçta verilen fonksiyonu kendi düşünce süreçleri içerisinde tek bir nesne gibi kullanabilirler (Bayazit, 2016). Eylem düzeyinde olan bireylerden, fonksiyon grafiksel olarak verilmiş olup ortamda adım adım işlem yapmaları için kullanabilecekleri cebirsel bir kural bulunmadığından bu problemin çözümüne ilişkin akıl yürütmeleri beklenemez. Süreç düzeyine sahip olan bireylerin sergileyecekleri muhtemel yaklaşım ise öncelikli olarak başlangıçta verilen grafiğin cebirsel formunu elde etmek olacaktır. Söz konusu fonksiyonu cebirsel olarak yazabilmeleri durumunda ise yine süreç eksenli yaklaşımlarla elde edip buradan hareketle tablolar aracılığıyla veya kritik noktaları tespit ederek (g fonksiyonunun grafiğinin tepe noktası, eksenleri kestiği noktalar vs.) istenilen grafiği oluşturma yoluna gideceklerdir.

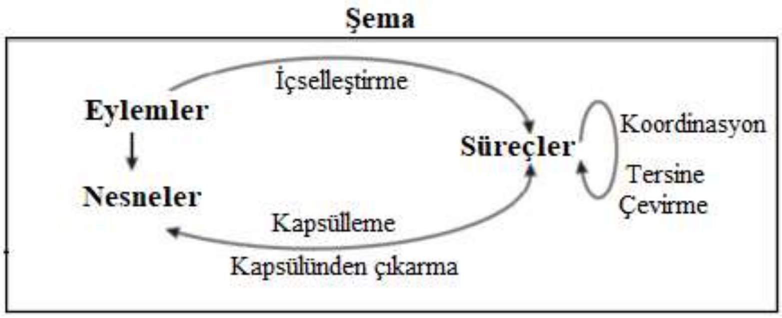
Şema: Bireyin bir matematiksel kavrama ait sahip olduğu bilginin tamamı olarak tanımlanan şema bilişsel yapısı (Anwar vd., 2018; Erawati, 2018; Khairani, 2016; Ningsih, 2016; Oktaç ve Çetin, 2016; Sholihah ve Mubarok, 2016), aynı zamanda öğrenenin zihninde matematiksel bir kavrama yönelik bir problem durumu ile başa çıkmak ve tutarlı bir çerçeve oluşturmak için bazı genel kurallar tarafından bağlanan eylem, süreç, nesne ve diğer şemaların uyumlu bir koleksiyonu olarak da ifade edilmektedir (Brijlall ve Maharaj, 2011; Clark vd., 1997; Dubinsky ve McDonald, 2001; Gaisman vd., 2018; Khairani, 2016; Kusaeri, 2015; Meel, 2003; Mosese, 2017). Anwar vd. (2018), şema ile diğer zihinsel yapılar arasındaki farkı açıklamak için biyolojide organ ile hücre örneğini vermişlerdir. Bu araştırmacılar aradaki farkı “bir şema ile diğer zihinsel yapılar arasındaki fark, biyolojide bir organ ile hücre arasındaki fark gibidir. Her ikisi de birer nesnedir ancak organlar hücrenin düzgün çalışması için gerekli olan şeyleri sağlar.” şeklinde açıklamışlardır.

Eylemler, süreçler ve nesneler şemalarda düzenlenir (Çetin, 2009; Jojo, 2013; Voskoglou, 2019). Anlama düzeyi bu aşamada bulunan öğrenci ilgili kavramın eylemini, sürecini ve nesnesini başka bir kavramınkilerle ilişkilendirip aralarındaki ilişkileri kavrayabilir (Anam vd., 2019), gerekli kural ya da formülleri anlayıp (Gembong, 2018) o kavrama yönelik uygun örnekler verebilir (Hanifah, 2017). Böylece kavramları çeşitli şekillerde anlayıp örnekler verebilir (Parraguez ve Oktaç, 2010). Düzgün şema edinimi, bireyin matematiksel bir durumla başa çıkmak için hangi işlemlerin kullanılacağına karar vermesini sağlar (Borji ve Voskoglou, 2016).

Şemalar, bireyin öğrenmesi ile sürekli gelişip zenginleşen, dinamik ve karmaşık bir bilişsel yapı olarak kabul edilip (Dubinsky 1997; Fuentealba-Aguilera, 2017; Meel, 2003), başka şemalarda kullanılmak üzere bir nesne gibi düşünülerek daha üst düzey şemaların organizasyonuna dâhil edilebilirler (Asiala vd., 1997; Borji ve Voskoglou, 2017; Dubinsky, 2001; Ramirez, 2009). Bireyin, özel bir dörtgen olan dikdörtgenin özelliklerini ileri düzey alan veya hacim problemleri gibi diğer bağlamlarda yansıtıp kullanabilmesi bu duruma örnek olarak verilebilir (McCammon, 2018).

Öğrenenler, şemayı meydana getiren öğeler arasında farklı bağlantılar kurabileceğinden aynı kavrama ilişkin farklı şemalar inşa edebilirler ve bundan dolayı diğer zihinsel yapılara göre daha az anlaşılmıştır (Tzirias, 2011). Her bireyin şeması, deneyimleriyle benzersiz bir şekilde oluşturulabilir (Kemp, 2018). Örneğin, fonksiyona dair bir şema çok değişkenli, vektör değerli ve kompleks fonksiyonlar gibi farklı türdeki fonksiyonları içerebilir (Dubinsky 1997). Bu fonksiyonlardan bazıları süreç, diğerleri nesne olarak yapılandırılmış olabilir. Farklı bireyler aynı tipte fonksiyon bilgisine sahip olsa bile bu tipler arasında oluşturulan ilişkiler farklı olabilir.

Eğitimin nihai amacı, öğrencilerin öğrenme sürecinin bu aşamasına ulaşmasıdır (Weyer, 2010). Ancak şema tutarlı bir çerçeveye bağlanıp düzenlenmesi gereken birçok eylemi, süreci ve nesneyi içermesinden ötürü ortaokul öğrencilerinin bu aşamada olması pekte mümkün görülmemektedir (Koçyiğit-Gürbüz, 2018). Örneğin özel dörtgenler ile ilgili kazanımların tamamı ortaokul düzeyinde bulunmayıp bir kısmı lise veya yüksek öğretimde verilmektedir. Bu yüzden ortaokul öğrencilerinin normal şartlar altında özel dörtgenler ile ilgili Şema aşamasında bilişsel yapıya sahip olmaları söz konusu değildir. Buraya kadar anlatılan zihinsel yapıları ve yansıtıcı soyutlama mekanizmaları Şekil 2’de sunulmuştur.

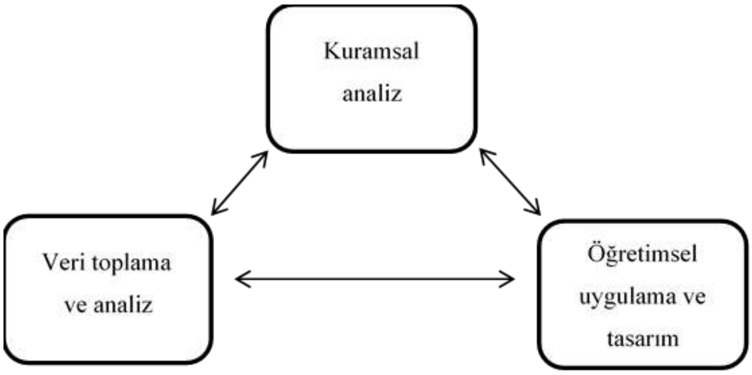


Şekil 2. Bilişsel Yapı ve Mekanizmalar (Arnon vd., 2014'den uyarlanmıştır)

Şekil 2'de görüldüğü üzere APOS teorisinde bilişsel yapılar ve bu yapıların oluşumunu sağlayan zihinsel mekanizmalar bulunmaktadır. Bu öğrenme teorisindeki matematiksel bilginin yapılandırılması sarmal bir şekilde sunulduğundan (Arnon vd., 2014), matematiksel bir anlayışın oluşumu hiyerarşik bir şekilde gerçekleşmektedir (Chamberlain ve Videkovic, 2015; Kemp, 2018). Ancak gerçekte bu zihinsel yapılar her ne kadar hiyerarşik bir sırada verilse de esasında öğrenende bu yapılar doğrusal bir sıra ile görülmeyebilir (Dubinsky ve McDonald, 2001; Oktaç ve Çetin, 2016). Bu durum her bir anlayışın bir sonraki adımdan önce oluşturulması gerektiğini, geçilmeyen herhangi bir aşama varsa, öğrenende matematiksel kavramları oluşturmada sıklıkla yanlış anlamalar ortaya çıkabileceğini göstermektedir (Kusaeri, 2015). Sonuç olarak; öğrenme, bir öğrencinin zihninde, eylemlerin, süreçlerin, nesnelerin zihinsel yapılarını ve bunları şemalara organize etmeyi içeren belirli bilişsel mekanizmaların inşası yoluyla gerçekleşir (Dubinsky, 1991).

2.1.5. APOS Teorisinin Kullanımı

APOS teorisine dayanan araştırmalar, herhangi bir kavram için olası bilişsel yapıların tanımlanmasını ve bu yapıların oluşumunu desteklemek için uygun öğrenme faaliyetlerinin gerçekleştirilmesini gerektirir (Dubinsky ve McDonald, 2001). Bu araştırmalar genellikle, "Kuramsal (teorik) analiz"; bu kuramsal analize dayalı "Öğretimsel uygulama ve tasarımı"; kuramsal analiz ve öğretimin test edilmesi ve rafine edilmesi için "Verilerin toplanması ve analizi" şeklinde üç aşamalı bir döngüden oluşmaktadır (Arnon vd., 2014; Asiala vd., 1996; Cottrill vd., 1996).



Şekil 3. APOS Teorisine Dayalı Araştırma Metodu (Asiala vd., 1997'den uyarlanmıştır)

Döngünün ilk bileşeni olan kuramsal analizde, öğrencilerin hedef kavramları anlamak için inşa edebilecekleri yapıları veya geçebilecekleri aşamaları (eylemleri, süreçleri, nesneleri ve şemaları) ve bunu hangi zihinsel mekanizmalar aracılığıyla gerçekleştirebileceği belirlenir (Arnawa vd., 2007). Bunun için, "bir kavramı anlamak ne anlama gelir ve öğrenci bu anlayışı nasıl yapılandırır?" şeklinde bir soru sorulabilir (Asiala vd., 1996). Bu ilk analiz, araştırmacının söz konusu kavram bilgisine, bu kavramla ilgili deneyimlerine ve APOS teorisi bilgisine dayanmaktadır (Dubinsky ve McDonald, 2001; Maharaj, 2010).

Bir sonraki bileşen olan "Öğretimsel Uygulama ve Tasarım" bileşeninde genellikle işbirlikli öğrenme ve matematiksel kavramların bir bilgisayarda oluşturulması gibi standart olmayan birkaç pedagojik strateji kullanılarak öğrencinin istenilen bilişsel yapıları en uygun biçimde oluşturabilmesi için etkinlikler oluşturulur (Dubinsky ve McDonald, 2001; Tziritas, 2011). Bu etkinlikler ele alınan kavrama yönelik bilişsel gelişmeyi teşvik etmek için öğrencilere bir dizi problem veya görev şeklinde sunulur (Asiala vd., 1997; McCammon, 2018). Özetle bu bileşende, öğrencilerin yeni bilişsel yapılar oluşturabilmeleri için (Tziritas, 2011) kuramsal analize dayalı öğretim ortamı tasarlanıp uygulanır (Voskoglou, 2013).

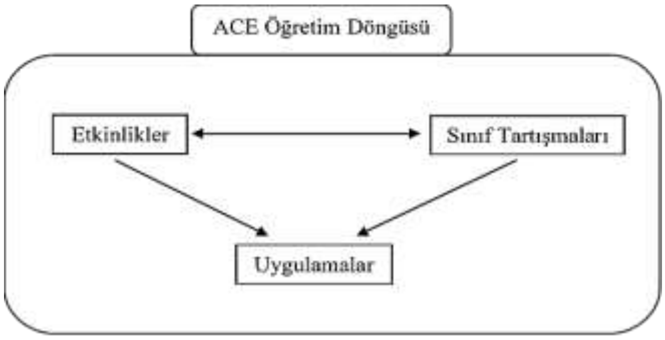
Döngünün son bileşeninde ise ilk iki bileşenin test edilmesi ve rafine edilmesi için veriler toplanıp analiz edilir (Dubinsky ve McDonald, 2001). Bu da ilk kuramsal analizin yeniden değerlendirilmesine yol açar (McCammon, 2018). Arnon vd. (2014) bu analize rehberlik eden sorular şu şekilde ifade etmişlerdir:

- Öğrenciler teorik analizle sağlanan zihinsel yapıları geliştirdiler mi?
- Öğrenciler matematiksel içeriği ne kadar iyi öğrendiler?

Araştırmacı bu soruların cevaplardan hareketle, dikkate alınmamış olan unsurları dâhil etmek için araştırma döngüsünün birinci veya ikinci bileşeninde değişiklikler yapabilir (Fuentealba-Aguilera, 2017). Bu döngü, kavramın epistemolojisini anlamak ve öğrencilerin öğrenmesine yardımcı olmak için etkili pedagojik stratejiler elde etmek için gerektiği kadar tekrarlanabilir (Asiala vd., 1996; Dubinsky ve McDonald, 2001; Oktaç, 2019; Weller vd., 2000).

2.1.6. ACE Öğretim Döngüsü

Öğretimin amacı, öğrencilerin uygun zihinsel yapılar inşa etmelerine yardımcı olacak stratejilerden oluşması ve matematiksel kavramları anlamalarını yapılandırmak için bu yapıları uygulamalarına rehberlik etmesi gerektiğini ima eder (Maharaj, 2010). Öğrencilerin bir matematik kavramını yapılandırırken kullandıkları bilişsel mekanizmalar ve oluşturdukları zihinsel yapılar biliniyorsa, eğitimcilerin bu bilgileri kullanarak nasıl daha iyi bir öğrenme ortamı tasarlayabileceklerini belirlemeleri gerekmektedir (Dubinsky, 2001; Oktaç ve Çetin, 2016). Asiala vd. (1996), bu fikirden hareketle APOS teorisi temelli pedagojik bir yaklaşım olan üç aşamalı ACE (Activities, Classroom Discussions, Exercises) döngüsünü oluşturmuşlardır (Afgani vd., 2019; Borji ve Martinez-Planell, 2019; Borji ve Voskoglou, 2017; Chamberlain ve Vidakovic, 2021; Dubinsky ve McDonald, 2001; Kemp, 2018; Maharaj, 2010; Santos, 2019; Syarifuddin, 2013; Weller vd., 2009; Voskoglou, 2019). ACE döngüsüne dayalı öğrenme öğrencilere, matematik bilgilerini kendileri oluşturma fırsatı vermesinin (Afgani vd., 2019) yanı sıra herhangi bir matematiksel kavram hakkında daha derin bir anlayış kazanmak için gerekli zihinsel yapılarda rehberlik edebilecek öğrenme stratejilerden biri olup (Chamberlain ve Vidakovic, 2020) ilgili zihinsel yapıları inşa etmek için yansıtıcı soyutlamayı teşvik etmeyi amaçlar (Tziritas, 2011). ACE döngüsü, yapılan öğretimin öğrencilerin bir kavramı anlamalarını nasıl etkileyebileceğine odaklanır (Tatira, 2022). Bu döngüde; iş birliğine dayalı öğretim yöntem ve stratejileri bilgi oluşturma sürecinde öğrenenlerin zihinsel yapılarını kolaylaştırmak amacıyla bilgisayar etkinliklerine dâhil edilerek (Balas vd., 2002; Çetin, 2009), geleneksel öğretim ortamı öğrencilere aktif, anlamlı ve işbirlikçi bir öğretim ortamı sunmak için değiştirilir (Çetin ve Top, 2014). Bu durum ACE öğretim döngüsünde bilgi gelişiminin sosyal bileşenini de açıkça hesaba katıldığını göstermektedir (Trigueros, 2022). ACE döngüsü ve bileşenleri Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. ACE Döngüsünün Aşamaları

Şekil 4'te görüldüğü üzere ACE döngüsünün ilk bileşeni olan "Etkinlikler (Activities)" kısmında, öğrenenler bilgisayar laboratuvarında zihinsel yapıların meydana gelmesini destekleyen bilgisayar etkinlikleriyle öğrenme sürecine başlayıp (Reed, 2007), 3-4 kişiden oluşan küçük gruplar şeklinde (Çetin, 2009; Khairani, 2016) bu etkinlikleri tamamlamaya çalışırlar (Arnon vd., 2014; Santos, 2019; Tzirias, 2011). Burada sözü edilen bilgisayar etkinlikleri, öğrencilerin yansıtıcı soyutlama yoluyla gerekli zihinsel yapıları oluşturmalarını sağlayan görevlerdir (Arnon vd., 2014; Mufassiroh vd., 2019). Bu etkinlikler sayesinde öğrenciler soyut matematiksel kavramları daha somut hale getirebilir (Arnawa, 2010). Etkinliklerin temel amacı önceden verilen teorik bilginin pratiğini yapmak ya da verilen bilginin pekiştirilmesini sağlamak değildir (Açıl, 2015). Temel amaç öğrenenlerin ilgili matematiksel kavramları daha iyi anlamaları için zihinsel yapıları geliştirmeye teşvik edip bu süreci hızlandırmak (Afgani vd., 2019; Maharaj, 2013; Voskoglou, 2015) ve de öğrenenlere yeni kavramları tanıtmaktır. Etkinlikler sayesinde, öğrenenlere çalışılan kavramları kendilerinin bulma ve yapılandırma fırsatı verilir (Herawati vd., 2021). Bundan dolayı hazırlanan etkinliklerde açıklama ve yorumlama gerektiren ifadelerin kullanılması daha ön plandadır (Açıl, 2015). ACE döngüsünün bu bileşeninde öğretmenin; daha önce teori açısından tasarlanmış bilginin gelişimini destekleyen etkinliklerde küçük gruplar halinde iş birliği içinde çalışan öğrencilere rehberlik etmesi (Trigueros, 2022), süreci yönetmesinin yanı sıra konuyu kısaca anlatıp ilgili kavramlara dair bilgi vermesi ve de etkinliği kısaca açıklaması gibi kolaylaştırıcı görevleri bulunmaktadır (Ahmadi, 2014; Sholihah ve Mubarok, 2016)).

Döngünün bir sonraki bileşeni olan Sınıf tartışmalarında (Classroom discussion), öğrenenler sınıf ortamında kavramla ilgili öğrenme etkinlikleri üzerine grup içi veya sınıfça tartışarak çalışmayı sürdürürler (Afgani vd., 2019; Tzirias, 2011). Bu tartışmaların genel odağı öğrencilerin laboratuvarda yapılan etkinlikler üzerine derinlemesine düşünmelerini sağlamak (Figueroa vd., 2018), zihinsel yapıları oluşturmalarına destek oluşturmak (Açıl, 2015; Deniz, 2014) ve bu yeni yapıları öğrencilerin zihninde netleştirip pekiştirmek içindir (Chamberlain ve Vidakovic, 2020; Tziritas, 2011). Sınıf tartışmaları sayesinde, öğrenciler diğer öğrenciler ile etkileşime girebilirler. Böylece öğrencilerin öğrenme konusunda çoklu bakış açıları gelişebilir (Syarifuddin, 2013). Bunun yanı sıra sınıf içi tartışmalar, öğrencilere soru sorma, başka birinin görüşlerine nasıl saygı duyulacağını öğrenme, matematik stratejilerini veya çözme yöntemlerini paylaşma fırsatı da sunmaktadır (Arnawa vd., 2020). Öğretmenin, döngünün bu bileşenindeki görevleri: tartışmalara rehberlik etmek, öğrencileri grup tartışması yapmaya teşvik etmek, öğrencilerin etkinlikler arasında bağlantı kurmaları için gerekli tanımlar ve açıklamalar yapmak şeklinde sıralanabilir (Asiala vd., 2004; Figueroa vd., 2018; Kemp, 2018; Khairani, 2016; Maharaj, 2010; Sholihah ve Mubarok, 2016; Tzirias, 2011; Voskoglou, 2019; Weller vd., 2009).

Pekiştirilmeyen bilgilerin unutulmaya değer kırılgan bir yapıya sahip oldukları göz önüne alındığında (Hershkowitz vd., 2001), yeni oluşturulan yapıların pekiştirilmeye ihtiyacı olduğu ve bu pekiştirme sürecinin nihayetinde soyutlamanın gerçekleşebileceği öne sürülmektedir (Monaghan ve Özmantar, 2006). Dolayısıyla döngünün son kısmı olan Uygulama (Exercises) bileşeninde, etkinlikler ile ilgili sınıf tartışmalarının ardından öğrencilere o an öğrendikleri konuyla ilgili kavramları düşünmelerine imkân veren ve onları yani matematiksel kavramları pekiştirmeye yönelik olarak hazırlanan uygulama soruları ödev olarak verilir (Açıl, 2015; Afgani vd., 2019; Arnawa vd., 2007; Arnon vd., 2014; Khairani, 2016; Putri, 2019; Santos, 2019; Suryana vd., 2021). Bunun yanı sıra bu uygulama sorularının ödev olarak verilmesinde hedeflenen diğer bir durum ise bilgiyi yapılandırma yeteneğini güçlendirmek ve bireyin zihinsel yapısının daha da gelişmesini desteklemektir (Erawati, 2018). Ödev olarak verilen uygulama soruları, bilgisayar etkinliklerini ve sınıf içi tartışmayı pekiştirmek için tasarlanmış standart problemler olup (Arnon vd., 2014; Chamberlain ve Videkovic, 2015; Dubinsky ve McDonald, 2001; Maharaj, 2010; Santos, 2019; Voskoglou, 2019) öğrenciler bu uygulama sorularını sınıf dışında veya içinde bireysel ya da grup arkadaşlarıyla beraber çözebilirler (Çetin, 2009; Erawati, 2018). Uygulamanın amacı, öğrenenlerin oluşturdukları zihinsel yapıların güçlendirilmesi, öğrendikleri bilgileri kullanılması ve bazı durumlarda ya da ilerleyen zamanlarda üzerine çalışılacak durumlar hakkında düşünmeye başlamalarını sağlamaktır (Asiala vd., 1996; Dubinsky, 1995; Weller vd., 2000). Böylece öğrenciler bir yandan zihinsel yapıları oluşturmaya devam ederken bir yandan da öğrendikleri konu ve kavramlar üzerinde pratik yapmış olurlar (Oktaç ve Çetin, 2016).

2.1.7. Genetik Çözümleme

APOS teorisinin matematiksel bir konunun öğretilmesi ve öğrenilmesinde bir çerçeve olarak uygulanması çalışılan kavramların teorik bir analizini gerektirir (Borji ve Voskoglou, 2017; Çekmez ve Baki, 2019). Bundan dolayı APOS teorisiyle ilgilenen araştırmacıların birçoğu üzerinde çalıştıkları matematiksel kavramlar için genellikle 'genetik çözümleme' olarak adlandırdıkları bir araç geliştirmeye çalışmışlardır (Asiala vd., 1996; Dubinsky, 1991). Bu araç, bireysel farklılıklara rağmen (Weller vd., 2003), herhangi bir matematik kavramını bireyin zihninde nasıl gelişebileceğini tanımlayan (Jojo, 2013), o kavramı öğrenmek için gerekli zihinsel yapıları ve bu yapıların inşa edildiği mekanizmaları açıklayan varsayımsal bir modeldir (Arnon vd., 2014; Dubinsky vd., 2008; Gaisman vd., 2018).

Genetik çözümleme genel olarak araştırmacının deneyimlerine, APOS Teorisi bilgisine, matematik bilgisine, daha önce kavram üzerine yayınlanan araştırmalara, kavramın tarihsel gelişimine ve kavramla ilgili metin veya öğretim materyallerinin analizine dayanır (Chamberlain ve Videkovic, 2015; Kemp, 2018). Deneysel olarak test edilinceye kadar bir hipotezdir ve ilk genetik çözümleme olarak adlandırılır (Arnon vd., 2014). Doğrulandığında ise APOS teorisinin öğrencilerin kavramlarını tanımlamak için bir araç olarak ve etkili öğretimin tasarımında etkinliğini gösteren bir dizi deneysel çalışma ile kanıtlandığı gibi faydalı bir bilişsel model işlevi görebilir (Weller vd., 2003). Diğer bir ifadeyle, genetik bir çözümlemenin aslında matematiksel bir kavramın epistemolojisinin ve bilişinin bir modeli olabilir (Roa-Fuentes ve Oktaç¸ 2010). Bu anlamda, genetik ayrıştırma, öğrencilerin matematiksel bir kavramı nasıl anladıkları ile aynı doğrultuda olan öğretim tasarım ve materyali geliştirilmesine rehberlik edebilir (Chamberlain ve Videkovic, 2015; Kemp, 2018). Bunun yanı sıra genetik bir ayrıştırma:

- ✓ Öğrenenin daha önce inşa etmesi gereken önkoşul yapıların bir tanımını içerebilir ve öğrencilerin gelişiminde matematiksel performanstaki farklılıkları açıklayabilir (Arnon vd., 2014).
- ✓ Kabul edilebilir yeterli düzeyde bir genetik ayrışma, bilgi oluşturma sürecinde öğrencinin durumu hakkında bilgi sağlayan bir teşhis aracı olarak kullanılabilir.
- ✓ Bir öğretmenin öğrencilere, kavram ile ilgili anlama düzeylerini geliştirecek etkinlikler sunmasına da yardımcı olabilir (DeVries ve Arnon, 2004).

Genetik çözümleme iki farklı şekilde yapılabilir (Açıl, 2015):

1. Uygulamaya katılmış bireylerle derinlemesine görüşmeler yapılarak,

2. İlk genetik çözümlemeye dayalı öğrenme ortamı tasarlanır ve sonrasında uygulamaya katılan öğrencilerle görüşmeler yapılır.

İkinci yol aynı zamanda araştırmacıya, tasarlanan öğrenme ortamının deneysel olarak test edilmesine olanak sağlar. Her iki yolda da nitel veriler toplanır ve APOS teorisine göre incelenip analiz edilir (Çetin, 2009). Verilerin analizinde ise iki soru sorulur (Arnon vd., 2014):

1. Öğrenciler genetik ayrıştırmanın gerektirdiği zihinsel yapıları yaptılar mı?
2. Denekler matematiksel içeriği ne kadar iyi öğrendi?

Bu soruların cevapları genetik ayrışmanın veya öğretimin gözden geçirilmesine yol açabilir (Kemp, 2018). Eğer ilk genetik çözümleme uygun düşünen öğrencileri tanımlamıyorsa değiştirilmelidir (Dubinsky vd., 2008). Bu durum ise yeni verilerle deneysel olarak test edilmek üzere yeni bir döngüye yol açabilir. Bu döngüler uygun bir anlayış çıkıncaya kadar devam ettirilir (Çetin, 2009). Revize edildikten sonra, deneysel temelli bir genetik ayrışma elde edilir (Dubinsky vd., 2008). Elde edilen bu genetik çözümleme daha sonra yeni araştırmalar için ya da öğretim etkinliklerinin tasarımında kullanılabilir (Arnon vd., 2014).

Bireyin inşa yollarına ve önceki zihinsel yapılarına bağlı oldukları için matematiksel kavramın genetik ayrışması benzersiz olmayıp birden fazla farklı şekillerde olabilir (Chamberlain ve Videkovic, 2015; Fitrianti vd., 2020; Gaisman vd., 2018; Roa-Fuentes ve Oktaç, 2010). Burada önemli olan, genetik bir ayrışmanın, APOS tabanlı çalışmanın bir parçası olup (Brijlall ve Maharaj, 2011; Kemp, 2018) deneysel tasarımlarda toplanan verilerin analizinden elde edilen zihinsel yapıları öngörebilmesidir (Dubinsky, 1991).

2.2. İlgili Araştırmalar

Çalışmanın bu kısmında çokgenler alt öğrenme alanı, geometriye yönelik öz-yeterlik inancı ve kuramsal çerçeve olan APOS teorisi ile ACE öğretim döngüsünü birlikte ele alan araştırmalardan bazılarına kolaylık sağlaması bakımından günümüzden geçmişe doğru olacak şekilde kısaca değinilmiştir.

2.2.1. Çokgenler Alt Öğrenme Alanı ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu alt başlık altında araştırma konusu olan çokgenler alt öğrenme alanında bulunan çokgenler, düzgün çokgenler, özel dörtgenler konularına yönelik yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

Literatürde çokgenler alt öğrenme alanında yer alan konulara yönelik yapılan çalışmalar arasında bazılarının kullanılan öğretim yönteminin konu üzerindeki etkisini belirlemeye yönelik olduğu (Altıntaş, 2018; Awofala, 2011; Biçer ve Çakmak, 2022; Bilgin, 2004; Bozoğlu, 2013; Can, 2022; Delice ve Karaaslan, 2015; Esen ve Saralar-Aras, 2022; Filiz ve Gür, 2021; Helvacı, 2010; Genç ve Öksüz, 2015; Karaca vd., 2020; Korucu, 2009; Şekerci, 2021; Yılmaz, 2012; Yonucuoğlu, 2018; Yüksel, 2018), bazılarının bilgi oluşturma süreçlerini incelemek amacıyla yapıldığı (Ağaçdiken, 2021; Altaylı-Özgül, 2018; Hisar, 2020; McCammon, 2018; Nakahara, 1995), bazılarınında kavram yanılgılarını ve hatalarını tespit etmeye çalışıldığı (Akuysal, 2007; Ay, 2014; Başışık, 2010; Doğan, vd., 2012; Küçük ve Demir, 2009; Monaghan, 2000; Türnüklü vd., 2013; Öksüz ve Başışık, 2019; Özkan, 2015; Özkan ve Bal, 2018; Sancar ve Koparan, 2019), bazılarında öğrencilerin özel dörtgenler arasında kapsama ilişkisi (hiyerarşik sınıflandırma) kurma becerileri ve süreçte yaşadıkları zorlukları ortaya koymaya çalıştıkları (Aktaş ve Cansız, 2012; Bernabeu vd., 2021; Bütüner ve Filiz, 2016; De Villiers, 1994; Ergün, 2010; Fujita, 2012; Fujita ve Jones, 2007; Gürhan, 2020; Okazaki ve Fujita, 2007; Türnüklü, 2014; Yanık, 2013), bazılarının ise özel dörtgenlerde kavram imajı-kavram tanımı ve prototip özelliklerinin belirlenmeye çalışıldığı görülmüştür (Avcu, 2022; Cannon, 2021; Duatepe-Paksu vd., 2012; Dur ve Erdoğan, 2014; Fadillah vd., 2022; Kartal ve Çınar, 2017; Linchevsky vd., 1992; Özdemir ve Çekirdekçi, 2022; Ward, 2004).

Biçer ve Çakmak (2022), çalışmalarında kavram haritası kullanımının öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanındaki akademik başarıları ve öğrendiklerinin kalıcılığı üzerindeki etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Deneysel yöntemlerden biri olan öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel desenin tercih edildiği çalışmanın katılımcılarını, 7. sınıfta öğrenimlerine devam eden 25’i deney 25’i ise kontrol grubunda bulunan 50 öğrenci oluşturmaktadır. Dört hafta süren uygulamada kullanılan veri toplama araçları araştırmacılar tarafından geliştirilen 23 çoktan seçmeli sorudan oluşan çokgenler başarı testi ve 7 açık uçlu madde içeren yarı yapılandırılmış görüşme formudur. Bu araçlar yardımıyla toplanan verilerin analizde gruplar arasında sontest puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir fark bulunmadığı ancak kalıcılık test puan ortalamaları arasında deney grubu lehine istatistiki olarak anlamlı bir fark oluştuğu görülmüştür. Bunun yanı sıra deney grubundan 9 öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerde, öğrencilerin kavram haritalarıyla öğretime yönelik olumlu görüş bildirdikleri görülmüştür.

Fadillah vd. (2022) yaptıkları çalışmada, yedinci sınıf öğrencilerinin kavram imgelerini ve öğrencilerin kavram imgeleri ile biçimsel tanımları arasındaki kavram boşluklarını incelemeyi amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda nitel araştırma metotlarından biri olan olgu bilim (fenomenoloji) deseni tercih edilmiştir. Çalışmanın katılımcılarını amaçlı örnekleme yöntemine seçilen matematik yeteneği yüksek düzeyde 16, matematik yeteneği orta düzeyde olan 30 ve düşük matematik yeteneğine sahip 16 öğrenci olmak üzere 7. sınıfta öğrenim gören 62 öğrenci oluşturmaktadır. Veriler, özel dörtgenlerle ilgili testler ve mülakatlar için yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen verilerin analiz sonuçları, yüksek matematik becerisine sahip öğrencilerin çoğunun, orta düzeyde matematik becerisine sahip öğrencilerin ve düşük matematik becerisine sahip az sayıda öğrencinin tanımla eşleşen bir kavram imajına sahip olduğunu ancak dörtgenin özelliklerinin kanıtını üretemediğini ortaya koymuştur. Ayrıca, yüksek matematik yeteneğine sahip az sayıda öğrenci, orta düzeyde matematik becerisine sahip öğrenciler ve düşük matematik becerisine sahip çok sayıda öğrenci, her bir özel dörtgenin biçimsel tanımını ve özelliklerini tam olarak açıklayamamışlardır. Çalışma sonucuna bağlı olarak öğrencilerin kavram imajını geliştirmelerini kolaylaştırmak için çeşitli alternatifler ve etkili matematik öğretim yöntemlerinin kullanılması önerilmiştir.

Öksüz ve Başışık (2019), 5.sınıf öğrencilerinin "Çokgenler" ve "Dörtgenler" konuları kapsamında sahip oldukları kavram yanılgıları ve bu yanılgılara neden olan düşünme biçimlerini belirlemek amacıyla yaptıkları araştırmada karma araştırma yöntemlerinden biri olan eşzamanlı dönüşümsel desenini tercih etmişlerdir. Çalışmanın örneklem grubunu üç farklı ortaokulun 5.sınıflarında öğrenimlerine devam eden 200 öğrenci oluşturmuştur. Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından kavram yanılgılarını tespit etmek amacıyla geliştirilen 24 çoktan seçmeli maddeden oluşan iki aşamalı teşhis testinden yararlanılmıştır. Toplanan verilerin analizinde çoktan seçmeli bölümde verilen cevaplarla birlikte ilgili gerekçe kısmındaki yanıtlar da incelenmiştir. Toplanan verilerin analiz sonucunda hem çokgenler ve dörtgenler konusunda hem de köşegen ve yüksekliğe ilişkin kavram yanılgılarına sahip oldukları, çokgenlerin döndürülmüş hallerini anlamakta zaman zaman sıkıntılar yaşadıklarını, eşkenar dörtgenin aynı zamanda özel bir paralelkenar veya yamuk olmadığını benzer şekilde karenin de aynı zamanda bir eşkenar dörtgen olmadığı gibi hatalı düşünce algılarına sahip olduklarını görülmüştür.

Sancar ve Koparan (2019) yaptıkları çalışmada ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler alt öğrenme alanında sahip oldukları kavram yanılgılarının çözüme kavuşturulmasında kavram karikatürlerinin etkisini belirlemeyi amaçlamışlar. Bu amaç doğrultusunda deneysel araştırma yöntemlerinden biri olan öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel deseni kullanmışlar. Çalışmanın örneklemi grubu olarak beşinci sınıfa devam eden 28’i deney grubunda, 27’si kontrol grubunda yer alan toplam 55 öğrenci seçkisiz örnekleme yöntemine göre belirlenmiştir. Çalışmada veri toplama araçları olarak “Çokgenler Başarı Testi”, “Matematik Dersine Yönelik Tutum Ölçeği”, “Kavram Karikatürleri” ve “Öğrenci Görüş Formu” kullanılmış ve toplanan verilerin analizinde nicel ve nitel analiz yöntemlerine başvurulmuştur. Analiz sonucunda, çokgenler alt öğrenme alanında kavram karikatürü kullanımının, öğrencilerin ilgili alt öğrenmedeki matematik akademik başarısı ve matematik dersine yönelik tutumları bakımında gruplar arasında deney grubu lehine istatistiki açıdan anlamlı bir fark oluşturduğu ve deney grubundaki öğrencilerin öğrenme ortamına ilişkin olumlu görüş bildikleri görülmüştür.

Fujita vd. (2017) yaptıkları çalışmada öğrencilerin dörtgenleri tanımlama ve hiyerarşik olarak sınıflandırma konusundaki işbirlikçi öğrenme sürecini araştırmışlardır. Çalışmanın katılımcılarını ortaokulda öğrenim gören 12-13 yaş grubunda 9 grup (her bir grupta 3’er öğrenci bulunmak üzere toplam 27 öğrenci) oluşturmaktadır. Uygulama sürecinde öğretmen müdahalelerinin en az seviyede, grup içi etkileşimlerin ise en üst seviyede olmasına önem verilmiştir. Veri toplama aracı olarak geometrik ve grupça düşünme ölçüm testleri kullanılmış ve süreç kayıt altına alınmıştır. Toplanan verilerin analiz sonucunda, öğrencilerin işbirlikli öğrenme ortamlarında bile dörtgenleri hiyerarşik olarak tanımlamayı ve sınıflandırmayı üstlenmeyi çok zor buldukları, geometrik şekillerin prototipik görüntülerinin öğrencilerin dörtgenleri hiyerarşik olarak tanımlama ve sınıflandırma yollarını güçlü bir şekilde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca araştırma bağlamında elde edilen diğer bir sonuç ise genel grup düşüncesi ile geometrik düşünme arasında güçlü ilişkiler olmadığı şeklinde ifade edilmiştir.

Özkan (2015), çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler alt öğrenme alanında yaptıkları kavram yanılgılarını araştırmıştır. Bu amaca yönelik olarak, karma araştırma yöntemini tercih etmiştir. Çalışmanın örneklem grubunu oranlı küme örnekleme yönteme göre seçilen beş farklı ortaokulun 7. sınıflarında öğrenimlerini sürdüren 229 öğrenci ve bu öğrencilerin derslerine giren 8 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Yapılan bu çalışmada nicel verilerin toplanmasında araştırmacı tarafından geliştirilen 22 soruluk teşhis testi, nitel verileri (öğretmen görüşleri) ise yarı yapılandırılmış görüşme tekniği aracılığıyla elde edilmiştir. Elde edilen veriler, çıkarımsal ve içerik analizi yapılarak incelenmiş ve yapılan bu incelemeler sonucunda öğrencilerde çalışma kapsamındaki ilgili alt öğrenme alanında kavram yanılgıları bulunduğu görülmüştür. Öğrencilerde görülen kavram yanılgılarına ilişkin öğretmenlerle yapılan görüşme sonuçlarında ise bu kavram yanılgılarını ortadan kaldırabilmek için derslerde farklı öğretim yöntem ve tekniklerinin kullanılması ve konu işlenirken prototip örnekler haricinde örneklere başvurulması gerektiği şeklinde önerilere ulaşılmıştır.

Awofala (2011) yaptığı çalışmada çokgenler konusunda kavram haritası kullanımının akademik başarı üzerindeki etkisini araştırmıştır. Öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel desenin tercih edildiği bu çalışmanın katılımcılarını, ortaokulda öğrenim gören 45’i deney 43’ü kontrol grubunda bulunan 88 öğrenci oluşturmaktadır. Beş haftalık uygulama sürecinde dersler deney grubunda yer alan öğrencilere kavram haritaları kullanılarak, kontrol grubunda bulunan öğrencilere ise geleneksel olarak yapılmıştır. Çalışmada araştırmacı tarafından geliştirilen 20 sorudan oluşan bir başarı testi öntest ve sontest biçiminde veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Toplanan verilerin analiz sonucunda uygulama öncesinde grupların aynı hazırbulunuşluk düzeylerine sahip oldukları uygulama sonrasında ise deney grubu öğrencilerinin puan ortalamalarının yüksek olduğu dolayısıyla derslerde kavram haritası kullanımının etkili bir yöntem olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ulaşılan bu sonuçtan hareketle matematik öğretmenlerinin ortaokul düzeyindeki öğretim stratejilerine kavram haritalarının eklenmesi önerilmiştir.

Ergün (2010), 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimlerini tespiti amacıyla yaptığı araştırmada karma araştırma yöntemine kullanmıştır. Çalışmanın örneklem grubu seçkisiz örnekleme yöntemine göre belirlenen 10 ilköğretim okulunda öğrenim gören 611 öğrenci ve bunlar arasında maksimum çeşitlilik yöntemine göre seçilen farklı başarı düzeyindeki 27 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmada; “kişisel bilgi formu”, 40 sorudan oluşan “Çokgen Algılama ve Sınıflama Ölçeği” ve “Görüşme Formu” araçları kullanılarak veriler elde edilmiştir. Elde edilen verilerin analizleri sonucunda öğrencilerin genellikle prototip şekiller kullandıkları ve kullandıkları bu şekilleri genel şekil biçiminde düşündükleri; dörtgenler arasında olan hiyerarşik ilişkiyi algılamakta zaman zaman zorluk yaşadıkları ve genellikle parçalı sınıflamayı kullandıkları; tanımlama becerilerinin yetersiz ve birbirlerinden farklı olduğu görülmüştür. Ayrıca çokgenleri algılama becerileriyle çokgenleri sınıflama becerileri arasında pozitif yönde anlamlı ve yüksek düzeyde bir ilişki bulunduğu; öğrencilerin çokgen algılama ve sınıflama becerilerinin cinsiyet değişkenine göre değişmediği sonucuna ulaşılmıştır.

Okazaki ve Fujita (2007) çalışmalarında dörtgenler arasındaki kapsama ilişkilerinin durumunu ve anlaşılma sürecini prototip olgular ve ortak bilişsel yollar açısından incelemişlerdir. Bu doğrultuda Japonya'dan 9.sınıf 234 öğrenciden ve İskoçya'dan ise 111 öğretmen adayından, Okazaki (1999) tarafından geliştirilen dörtgenler arasındaki kapsama ilişkileriyle ilgili 40 soruluk bir test aracılığıyla veriler toplanmıştır. Toplanan veriler ortak bilişsel yollar bakımından analiz edilmiştir. Analiz sonucunda Japon öğrencilerinin prototip olgusunun karelerde ve dikdörtgenlerde güçlü bir şekilde ortaya çıktığı, bu tür prototip görüntülerin ve örtük özelliklerin dikdörtgen/paralelkenar ve kare/dikdörtgen ilişkilerinin doğru anlaşılmasına engel olduğu; İskoç öğrencilerde ise nispeten paralelkenar şekillerine sahipken, en güçlü prototip olgusunun karelerde ortaya çıktığı görülmüştür. Ayrıca Japonya ve İskoçya'da ortak bilişsel yolların olduğu ve öğrencilerin anlamalarının her bir kapsama ilişkisi bakımından önemli ölçüde birbirinden farklılaştığı sonucuna ulaşılmıştır.

Ward (2004), yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının çokgenler konusunda kavram imgelerini ve kavram tanımlarını araştırmıştır. Çalışmanın katılımcılarını biri erkek altısı bayan olmak üzere yedi matematik öğretmen adayı oluşturmuştur. Araştırmada veri toplama aracı olarak her öğretmen adayına üç etkinlik sunulmuştur. İlk etkinlikte verilen şekiller arasında varsa üçgen olanları belirlemeleri, ikincisinde verilen üçgenler arasında varsa dik üçgenleri bulmaları, üçüncüsünde ise verilen şekiller arasında hangilerini altıgen olduğunu göstermeleri istenmiştir. Bu soruların yanı sıra öğretmen adaylarının düşüncelerinin açığa çıkartacak sonda sorularda sorulmuştur. Öğretmen adaylarının bu etkinlikleri gerçekleştirirken yaşanan süreç daha sonra analiz edilip incelenmek üzere katılımcıların izni dahilinde video ile kayıt altına alınmıştır. Analiz sonucunda öğretmen adaylarının her üç etkinlikte de söz konusu şeklin matematiksel tanımını doğru ifade ettikleri ancak bazı spesifik örneklere sınırlandırılmış kavram imajlarından ötürü sözlü tanımlamaları işe koşmada zaman zaman zorluk yaşadıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra sınırlı ve kalıplaşmış örneklerin verilmesi neticesinde katılımcıların aşırı özelleştirmesi ve aşırı genelleme gibi yanılgılara düştükleri sonucuna ulaşılmıştır.

2.2.2. Geometri Öz-yeterlik İnancı ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu alt başlık altında geometri öz-yeterlik inançlarına yönelik yapılan çalışmalara yer verilmiştir. Alanyazında geometriye yönelik öz-yeterlik inançları ile ilgili yapılmış birçok çalışmanın olduğu görülmektedir (Agormor vd., 2022; Çadırlı 2017; Çağırgan-Gülten ve Soytürk, 2013; Cantürk-Günhan, 2006; Çontay ve Duatepe-Aksu, 2018; Deringöl, 2020; Duman ve Özçelik, 2018; Erdoğan vd., 2011; Erkek ve Işıksal-Bostan, 2015; Gülten ve Soytürk 2013; Kaba vd., 2016; Kaba vd., 2017; Kandil ve Işıksal-Bostan, 2019; Onyeizugbo, 2010; Özkan 2010; Özkan ve Yıldırım, 2013; Özyıldırım-Gümüş vd., 2021; Ramdhani vd., 2018; Ünlü 2014; Yenilmez ve Korkmaz 2013; Yenilmez ve Uygan 2010). Genellikle bu çalışmaların kullanılan öğretim yöntemlerinin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları üzerindeki etkilerini (Deringöl, 2020; Duman ve Özçelik, 2018; Kaba vd., 2017; Kandil ve Işıksal-Bostan, 2019; Onyeizugbo, 2010; Özyıldırım-Gümüş vd., 2021; Yenilmez ve Uygan, 2010) ya da başarı, tutum ve geometrik düşünme gibi diğer bağımlı değişkenlerle aralarındaki ilişkiyi (Agormor vd., 2022; Atasoy, 2019; Çağırgan-Gülten ve Soytürk, 2013; Çontay ve Duatepe-Paksu, 2018; Erdoğan vd., 2011; Erkek ve Işıksal-Bostan, 2015; Özkan ve Yıldırım, 2013; Ramdhani vd., 2018; Ünlü vd., 2010) araştırmışlardır.

Agormor vd. (2022) yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının lise son sınıftaki matematik başarıları ile geometri ve trigonometride başarısı arasındaki ilişki ve Matematik öz-yeterliliği ile geometri ve trigonometri başarısı arasında ilişki olup olmadığını araştırmışlardır. Bu doğrultuda nicel araştırma yöntemlerinden ilişkisel araştırma deseni tercih edilmiştir. Araştırma için 1343 kişilik evrenden rastgele seçilen 449 öğretmen adayı (264 erkek ve 185 kadın) örneklemi kullanılmıştır. Anket aracılığıyla veriler toplanmış toplanan verilerin analiz sonucunda, geometri ve trigonometri puanı arasında güçlü bir pozitif ilişki olduğu görülmüştür. Ayrıca, öğretmen adaylarının matematik öz-yeterlilik inançları arasında orta düzeyde ilişkiler bulunduğu ve matematik öz-yeterlilik inançları arttıkça geometri ve trigonometri dersindeki performansının da arttığı sonucuna ulaşılmıştır.

Özyıldırım-Gümüş vd. (2021), etkinlikle zenginleştirilmiş geometri öğretim yöntemlerinin ilköğretim öğrencilerinin geometriye yönelik algı, tutum ve öz-yeterliklerine etkisini belirlemek amacıyla yaptıkları çalışmada karma araştırma yöntemlerinden yakınsak paralel deseni tercih etmişlerdir. Çalışmanın örneklem grubunu amaçlı örneklem yöntemine göre belirlenmiş olan yedinci sınıfta öğrenim gören 22 öğrenci oluşturmaktadır. Beş gün süren uygulama sürecinde her biri 2,5 saat süren toplam dokuz etkinlik kullanılmıştır. Uygulama sürecinden önce ve sonra nicel veriler için "Geometri Öz-Yeterlik Ölçeği" ve "Geometriye Yönelik Tutum Ölçeği"; nitel verileri toplamak içinse katılımcılarla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Toplanan verilerin analizleri sonucunda öğrencilerin algılarında ve geometri öz-yeterlik inançlarında olumlu gelişmeler olduğu ancak eğitim süreci sonunda tutumlarında fark oluşturacak bir değişiklik olmadığı görülmüştür.

Deringöl (2020), ortaokul öğrencilerinin görsel matematik okuryazarlığı öz-yeterlik inançları ve geometri öz-yeterliklerini incelemek ve aralarındaki ilişkileri tespit etmek amacıyla yaptığı çalışmada nicel araştırma yöntemlerinden ilişkisel tarama modelini kullanmıştır. Çalışmanın örneklemini, basit tesadüfi örnekleme yöntemiyle seçilen 100'ü 6.sınıfta, 102'si 7. sınıfta ve 89'u da 8.sınıfta öğrenim gören toplam 291 ortaokul öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırma verileri, "Görsel Matematik Okuryazarlığı Öz-Yeterlik Algı Ölçeği" ve "Geometri Öz-Yeterlilik Ölçeği" ile araştırmacı tarafından geliştirilen "Kişisel Bilgi Formu" kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen verilerin analiz sonucunda öğrencilerin görsel matematik okuryazarlık öz-yeterlik algıları ve geometri öz-yeterlik algılarının yüksek düzeyde olduğu, cinsiyet açısından ise kız öğrencilerin görsel matematik okuryazarlık öz-yeterlik algıları ve geometri öz-yeterlik algılarının erkek öğrencilere göre daha yüksek düzeyde olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra sınıf düzeyi bakımından 6.sınıf öğrencilerinin ölçek puan ortalamalarının yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin puan ortalamalarına göre daha yüksek olduğu ve ortaokul öğrencilerinin matematik dersinde aldıkları notlar ile görsel matematik okuryazarlığı öz-yeterlik algıları ve geometriye yönelik öz-yeterlik algıları arasında anlamlı bir ilişki bulunduğu sonuçlarına ulaşılmıştır. Diğer bir ifadeyle, matematik dersinde başarılı olan öğrencilerin görsel matematik okuryazarlığı ve geometriye yönelik öz-yeterlik düzeyleri daha yüksek olduğu görülmüştür.

Kandil ve Işıksal-Bostan (2018) yaptıkları çalışmada sorgulamaya dayalı öğrenme yaklaşımının yedinci sınıf öğrencileri yansıma simetrisindeki başarılarına ve geometri öz-yeterliklerine etkisini incelemişlerdir. Çalışmanın nicel kısmında deneysel araştırma desenlerinden öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemini 7. sınıf düzeyinde öğrenimlerine devam eden deney grubundaki

23 öğrenci ile kontrol grubundaki 25 öğrenci yani toplamda 48 öğrenci oluşturmaktadır. Haftalık 7 ders olmak üzere 3 hafta devam eden uygulama sürecinde deney grubundaki öğrencilere sorgulamaya dayalı öğretim yapılırken, kontrol grubundaki öğrencilere normal öğretime devam edilmiştir. Çalışmanın verileri, araştırmacılar tarafından geliştirilen 10 açık uçlu sorudan meydana gelen "Yansıma Simetrisi Başarı Testi" ve Cantürk-Günhan (2006) tarafından geliştirilen 25 maddelik "Geometri Öz-Yeterlik Ölçeği" uygulama öncesinde öntest, uygulama bitiminde ise sontest olarak kullanılmıştır. Ayrıca uygulama sonunda öz-yeterlik düzeyleri değişen deney grubundaki 5 öğrenci ile değişimin nedenlerinin tespiti amacıyla görüşme yapılmıştır. Toplanan verilerin analiz sonucunda sorgulama temelli öğrenme yaklaşımının öğrencilerin geometri öz-yeterlik inançları üzerinde olumlu etkileri olduğu görülmüştür.

Çontay ve Duatepe-Paksu (2018) yaptıkları çalışmada derslerde yazma etkinlikleri kullanımının 8.sınıf öğrencilerinin geometrik cisimlerin yüzey alanları ve hacimleri konularındaki akademik başarılarına ve geometriye yönelik öz-yeterlik algılarına etkisi olup olmadığını belirlemeyi amaçlamışlardır. Deneysel desenlerden öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel desenin tercih edildiği bu çalışma 20'si deney grubunda, 20'si de kontrol grubunda bulunan toplam 40 öğrenci ile yürütülmüştür. 4 haftalık (16 ders saati) uygulama sürecinde kontrol grubunda normal öğretim devam ettirilirken, deney grubundaki öğrencilere kontrol grubundaki öğrencilerden farklı olarak çalışma kapsamındaki konularda yazma etkinlikleri yapmaları istenmiştir. Çalışma verileri "Geometrik Cisimlerin Yüzey Alanları Testi", "Geometrik Cisimlerin Hacimleri Testi" ile "Geometriye İlişkin Öz-yeterlik İnanç Ölçeği" öntest ve sontest olarak kullanılarak toplanmıştır. Toplanan verilerin analiz sonucunda yazma etkinliklerinin geometrik cisimlerin yüzey alanları ve hacimleri konularında öğrencilerin akademik başarıları ve geometriye yönelik öz-yeterlik inançları üzerinde olumlu katkıları olduğu görülmüştür.

Ramdhani vd. (2018) yaptıkları araştırmada bilimsel bir yaklaşımla keşfederek öğrenme modelinin geometri öğrenme başarı üzerindeki etkisini belirlemeyi amaçlamışlardır. Bunun yanı sıra keşfederek öğrenme modelinin farklı düzeylerde geometri öz-yeterlilik inancına sahip öğrencilerdeki etkisi incelenmiştir. Çalışmada deneysel araştırma desenlerinden biri olan kontrol gruplu yarı deneysel desen tercih edilmiştir. Örneklem grubunu sekizinci sınıfta öğrenimlerini sürdüren 32'si deney 32'si de kontrol grubunda yer alan toplam 64 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri 25 çoktan seçmeli sorudan oluşan başarı testi ve öz-yeterlik ölçeği kullanılarak toplanmıştır.

Toplanan verilerin analiz sonucu, keşfederek öğrenme modeli ile öğrencinin öz-yeterlilik inancı arasında bir etkileşim olduğunu ve keşfederek öğrenme modeli ile öz-yeterlilik inancının matematik öğrenme başarısı üzerinde olumlu etkileri bulunduğu göstermektedir. Yüksek öz-yeterlik kategorisine sahip öğrencilerin orta ve düşük öz-yeterlik kategorisine sahip olanlardan daha iyi matematik öğrenme başarısına sahip oldukları ve orta düzeyde öz-yeterliğe sahip öğrencilerin, düşük öz-yeterlik kategorisine sahip öğrencilerle aynı matematik öğrenme başarısına sahip oldukları ulaşılan diğer bir sonuçtur.

Ünlü vd. (2010), geometriye yönelik tutum puan ortalamaları ile geometriye yönelik öz-yeterlik puan ortalamaları arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla yaptıkları çalışmada nicel araştırma yöntemlerinden korelasyon modelini tercih etmişlerdir. Araştırmanın örneklemini kolayda örnekleme yöntemine göre seçilen 126 ilköğretim matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Çalışma verileri "Geometriye Yönelik Öz-yeterlik Ölçeği" ve "Geometri Tutum Ölçeği" kullanılarak toplanmıştır. Toplanan verilerin analizleri sonucunda, öğretmen adaylarının geometri tutum puanları ve geometriye yönelik öz-yeterlik puan ortalamalarının yüksek olduğu ve aralarında pozitif güçlü bir ilişki olduğu görülmüştür.

2.2.3. APOS Teorisi ve ACE Öğrenme Döngüsü ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu başlık altında APOS teorisi ile ACE öğrenme döngüsünün aynı anda kullanıldığı çalışmalardan bazılarına yer verilmiştir.

Batır (2022), çalışmasında APOS teorisinin maksimum minimum problemlerini anlamada bir çerçeve olarak kullanılmasının öğrencilerin ilgili konudaki akademik başarıları ve derse yönelik tutumları üzerindeki etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Açıklayıcı ardışık karma araştırma yönteminin kullanıldığı bu çalışmanın nicel kısımda tek gruplu (kontrol grupsuz) öntest-sontest deneysel desen, nitel kısımda ise betimleyici durum çalışma deseni tercih edilmiştir. Çalışmanın amacı doğrultusunda örneklem grubunu uygun örneklem yöntemine göre belirlenen 20 lise mezunu öğrenci oluşturmaktadır. Elde edilen bulgulara göre öğrencilerin derste yapılan etkinlikler ve kullanılan yöntemi eğlenceli, merak uyandırıcı, düşündürücü, akılda kalıcı buldukları, matematik dersini sevdikleri, yaparak öğrendikleri, özgüven kazandıkları, öğrencilerin başarıya yönelik algılarının, kalıcı, ezberci değil, hayal gücünü arttırıcı, özgüven arttırıcı olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak APOS teorik çerçevesinde hazırlanan öğretim döngüsünün öğrenci başarısını arttırdığı ve ACE öğretim döngüsünün matematik dersinde sınıf ortamında uygulanabilir olduğu görülmüştür.

Borji vd. (2022), çalışmalarında öğrencilerin kalkülüs dersinde iki değişkenli fonksiyonlara ilişkin anlayışına dair 2019 yılında yayımlanan araştırma (Martinez-Planell ve Trigueros, 2019) sonuçlarının farklı bir kurumsal bağlamda ne ölçüde çoğaltılabileceğini incelemeyi amaçlamışlardır. Bu amaç doğrultusunda elektrik bölümünde öğrenim gören 11'i deney 11'i ise kontrol grubunda yer almak üzere toplam 22 öğrenci çalışmanın örneklem grubunu oluşturmaktadır. Örneklem grubunda her seviyede öğrenci bulunmasına diğer bir ifadeyle maksimum çeşitliliği sağlayacak şekilde olmasına dikkat edilmiştir. Uygulama, önceki çalışmadan başka bir ülkede yapılması, uygulamayı gerçekleştiren öğretim üyesi ve uygulamanın yapılışı bakımından bazı çevresel farklılık göstermektedir. Uygulama süreci, haftalık iki oturum olacak şekilde bir dönem boyunca online olarak sürdürülmüştür. Bu süreçte deney grubunda APOS teorisi ve ACE öğretim stratejisiyle tasarlanmış etkinlikler ve ders kitabındaki alıştırmalar kullanılırken kontrol grubunda temel olarak geleneksel öğretim yöntemleri ve ders kitabındaki alıştırmalar kullanılmıştır. Araştırmada veriler, önceki çalışmada geliştirilen iki değişkenli fonksiyonlar ile ilgili 14 soruluk açık uçlu problem içeren görüşme formu kullanılarak toplanmıştır. Görüşmeler yüz yüze olacak şekilde yaklaşık bir saatlik zaman diliminde yapılmış ve sonradan analiz edilmek üzere katılımcıların izni dahilinde kayıt altına alınmıştır. Yapılan analizler sonucunda deney grubunda bulunan öğrencilerin daha derin bir anlayış yakaladıkları ve kontrol grubunda göre daha iyi bir performans gösterdikleri görülmüştür. Bunun yanı sıra analiz sonuçları tekrarlanabilirlik açısından önceki araştırma verileriyle karşılaştırdığında önceki çalışma lehine anlamlı farklılıklar olduğu görülmüştür. Bu durumun kültürel, öğretim üyesi veya uygulamanın yapılışı bakımı gibi çevresel farklılıklardan kaynaklanabileceği ifade edilmiş ve bu durumun belirlenmesine yönelik araştırma önerilerinde bulunulmuştur.

Syarifuddin ve Atweh (2022), temel lineer cebir dersi için ACE öğretim döngüsü geliştirmek, uygulamak ve değerlendirmek amacıyla bir araştırma yapmışlardır. Eylem araştırma deseninin kullanıldığı bu araştırmanın katılımcılarını temel lineer cebir dersini almakta olan 37 matematik öğretmen adayı oluşturmuştur. Bir dönem (Ocak-Haziran) yaklaşık 12 hafta devam eden uygulama sürecinde deney grubunda ACE öğretim döngüsüne göre katılımcılardan konu ile ilgili kavram haritaları oluşturmaları ve öğrendiklerini günlüklerine kaydetmeleri istenmiştir. Öğrencilerin kavram haritalarını oluşturmadan önce konuları bireysel olarak öğrenmeleri istenerek bu konular hakkında bilgi sahibi olmaları sağlanmıştır. Öğrenciler küçük gruplarda yaptıkları tartışmalarla kavram haritalarını oluşturmuşlar. Bununla ilgili olarak öğrencilere ders öncesi (ders dışı), ders içi ve ders sonrası (ders dışı) etkinlikler verilmiştir. Ders içinde yani sınıfta yapılan etkinlikler, kavram haritalarının sunumu ve tartışılması, öğretim elemanı sunumu, grup tartışmaları ve sınıf tartışması şeklinde uygulanmıştır. Dersten sonraki etkinlikler ise öğrenciler verilen ödevleri tamamlayarak, yani bir problem çözme alıştırması ve bir yansıtıcı günlük yazarak öğrenmelerine yönelik olup, hafta boyunca tartışılan matematik materyalleriyle ilgili olacak biçimde oluşturulmuştur. Böylece öğrenciler bu iki ödevi tamamlayarak bilgi ve deneyim kazanmışlar. Kontrol grubunda yer alan öğrencilere ise geleneksel öğretim yöntemleri kullanılarak dersler devam edilmiştir. Veri toplama aracı olarak öğrenci katılım anketi (öntest-sontest olarak), 6 öğrenciyle yapılan odak grup görüşmesi ve gözlem formları kullanılmıştır. Toplanan veriler nicel ve nitel veri analizleri bir arada kullanılarak değerlendirilmiştir. Değerlendirme neticesinde, lineer cebir dersinde ACE öğretim döngüsü kullanımının öğrencilerin derse olan katılımlarını arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanı sıra ACE öğretim döngüsünün öğrenmeyi olumlu yönde etkilediği, katılımcıların matematiksel kavramları anlamalarına, problem çözme yeteneklerine ve iletişim becerilerine önemli oranda katkı sağladığı görülmüştür.

Tatira (2022), dijital teknolojiler platformunda etkinlikler, sınıf tartışmaları ve alıştırmalar (ACE), döngüsünü kullanarak kuvvet serilerini öğretmede öğrencilerin zihinsel yapılarını geliştirmek amacıyla yaptığı çalışmasında nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışma desenini kullanmıştır. Çalışmanın örneklemini lisans düzeyinde öğrenim gören 101 öğrenci oluşturmaktadır. Uygulama Covid-19 pandemisinden dolayı dijital Moodle ve Microsoft Teams platformunda sürdürülmüştür. Araştırmacı ilk olarak kuvvet serisi gösterimleri ve açılımlarının farklı yönleri hakkında özet açıklamalar ve etkinlikler oluşturmuştur. Sonrasında bunları sınıf oturumlarından önce öğrenciler tarafından kolay erişim için Moodle'a yüklemiştir. Öğrenciler, ders saatinden önce bireysel ya da grup olarak etkinlikleri yapmışlardır. Hemen ardından, Microsoft Teams platformunda resmi zaman çizelgesini takip eden o gün ele alınan konu hakkındaki tartışmalar gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin kuvvet serisi açılımına ilişkin anlayışları, üç problemden oluşan bir görev kâğıdı ve yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılarak toplanmış, sonrasında, gönüllü olan dokuz öğrenciyle telefon görüşmeleri gerçekleştirilip görev kağıdına verdikleri ilk yanıtlara bağlı olarak takip soruları sorularak daha derinlemesine veriler elde edilmeye çalışılmıştır. Toplanan veriler içerik analiz yöntemiyle incelenmiştir. Analiz sonuçları öğrencilerin kuvvet serilerini genişletmek ve ilgili problemleri çözmek için şemayı kısmen geliştirdiklerini göstermiştir. Öğrencilerin ön şemalarda bazı içerik boşlukları olduğu ve bu durumun kuvvet serilerini öğrenmede bazı bilişsel engeller haline geldiğini göstermiştir. Bunun yanı sıra ACE öğretim döngüleri kullanımının kuvvet serilerinin öğrenilmesini gerçekten kolaylaştırdığı, öğrencilerin öğretim sürecinde daha fazla aktif oldukları, derse yönelik kaygılarının azaldığı sonucuna ulaşılmıştır.

Bhattarai (2021), ACE öğrenme döngüsü temelinde GeoGebra yazılımının kullanımının ortaöğretim düzeyinde matematik öğretme ve öğrenmedeki etkililiğini incelemek ve katılımcıların bu sürece ilişkin görüşlerini belirlemek amacıyla yaptığı araştırmada öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanmıştır. Çalışmanın örneklem grubunu deney grubundaki 25 öğrenciyle kontrol grubundaki 23 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmanın uygulama sürecinde, konikler konusu deney grubunda ACE döngüsü temelinde GeoGebra yazılımı kullanılarak, kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yöntemlerinden yararlanılarak iki hafta olacak şekilde işlenmiştir. Araştırma verileri: matematik başarı testi, uygulanan öğrenme sürecine yönelik öğrencilerin düşüncelerini belirlemek için görüşme formu ve sürece ilişkin gözlem formu kullanılarak toplanmıştır. Toplanan verilerden nicel olanları farklı çıkarımsal istatistiksel yöntemlerle, öğrenci görüşleri gibi nitel veriler ise betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. İncelemeler sonucunda, ACE döngüsü temelli öğretimin ortaöğretim düzeyinde daha etkili olduğu, deney grubundaki öğrencilerin kullanılan öğrenme sürecine yönelik olumlu görüşe sahip oldukları ve soyut matematiksel kavramları bu süreçte daha kolay öğrendikleri görüşünde oldukları görülmüştür. Ayrıca deney grubunda bulunan öğrencilerin derslerde daha aktif oldukları ve verilen ödev yapmada daha düzenli oldukları gözlemlenmiştir. Dolayısıyla, ACE öğrenme döngüsü temelinde GeoGebra kullanımının matematik öğrenmede etkili bir araç olduğu sonucuna varılmıştır.

Hazar (2021), 3-B hologram destekli öğretim kullanılarak lineer cebir kavramlarının yapılandırma süreçlerini incelemeyi amaçladığı araştırmasında öğretim deneyi desenini kullanmıştır. Araştırmanın katılımcılarını, eğitim fakültesi ilköğretim matematik öğretmenliği ikinci sınıf lisans programında öğrenimlerine devam eden yedi öğrenci oluşturmuştur. Araştırmada veri toplama araçları olarak, altı sorudan oluşan vektör uzayı problemleri, on dört sorudan oluşan iç çarpım uzayı problemleri, yedi sorudan oluşan lineer dönüşüm problemleri, sekiz sorudan oluşan öz değer öz vektörler problemleri, öğrencilerin üç boyutlu hologram destekli vektör uzayı öğretimine yönelik iki sorudan oluşan görüşme formu ve araştırmacı gözlem formu kullanılmıştır. Lineer cebir öğretiminde uygulanacak etkinlikler ACE öğretim döngüsü çerçevesine uygun olarak hazırlanmış ve bu döngüye uygun olarak gerçekleştirilmiştir. Elde edilen verilerden görüşme verileri içerik analizine göre diğer nitel veriler ise APOS teorisi çerçevesinde betimsel analiz ile incelenmiştir. Yapılan incelemeler neticesinde öğrencilerin APOS teorisine göre nesne aşamasında beceriler gösterdiği tespit edilmiştir. Yapılan bazı hataların genetik çözümlemede bulunan ve ön bilgi gerektiren kavram eksikliklerinden kaynaklandığı belirlenmiştir. Öğrencilerin uygulama sırasında kullandıkları modellerin çoğunu soru çözümünde de kullanabildiği diğer bir ifadeyle içselleştirip soru çözümlerine yansıttıkları görülmüştür. Bunun yanı sıra hologram destekli öğretim sisteminin öğrencilerin derse katılımlarını ve derse olana ilgilerini arttırdığı belirlenmiştir.

Arnawa vd. (2020), yaptıkları çalışmada öğrencilerin temel lineer cebirdeki başarılarını APOS teorisinin öğretimsel bir yaklaşımı olan ACE döngüsü ile geliştirmeyi amaçlamışlardır. Tek grup öntest-sontest desen ve durum çalışmasının aynı anda kullanıldığı araştırmanın örneklemini kimya bölümde öğrenimlerini sürdüren 32 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri dört maddeden oluşan temel lineer cebirde problem çözme testi kullanılarak toplanmıştır. Toplanan veriler tanımlayıcı istatistikler ve t-testi aracılığıyla analiz edilmiştir. Yapılan analiz sonuçları, ACE öğretim döngüsü kullanımının, öğrencilerin temel lineer cebirdeki başarılarını önemli ölçüde artırabileceğini ve bu başarıların cinsiyete göre değişmediğini göstermiştir.

Afgani vd. (2019), öğretmen adaylarının matematiksel anlama yeteneğinin ACE döngüsü ile geliştirilmesini incelemek amacıyla yaptıkları araştırmada öntest- sontest kontrol gruplu yarı deneysel deseni tercih etmişlerdir. Çalışmanın örneklemini iki farklı üniversiteden 120 matematik öğretmen adayı oluşturmuştur. Fonksiyonların limiti ve türevi konusunun kavratılmasında, 58 öğrencinin bulunduğu kontrol grubunda düz anlatım yolu deney grubunda ise ACE öğretim döngüsü bir dönem boyunca kullanılmıştır. Araştırmada veri toplama araçları olarak: matematiksel ilk yetenek testi, matematiksel anlama yetenek testi, gözlem ve görüşme kullanılmıştır. Uygulama öncesinde, gerçek sayılar sistemi, ikinci dereceden denklem, eşitsizlik, koordinat sistemi, grafik ve fonksiyon ile ilgili 14 maddeden oluşan ilk yetenek testi sonuçlarına göre gruplar kendi içinde yüksek, orta ve düşük olmak üzere üç matematiksel başlangıç becerisi grubuna ayrılmıştır. Veri analizinde betimsel ve çıkarımsal analizler beraber kullanılmıştır. Yapılan analiz sonuçları, matematiksel anlama yeteneklerinin geliştirilmesinde gruplar arasında anlamlı bir fark olmadığını ve öğretmen adaylarının matematiksel anlama becerilerinin geliştirilmesinde öğrenme faktörleri ile matematiksel başlangıç becerisi düzeyleri (yüksek, ortalama ve düşük) arasında herhangi bir etkileşim bulunmadığını göstermiştir. ACE öğretim döngüsünün, öğretmen adaylarının matematik anlama becerilerini geliştirmek için etkili olduğunu ancak henüz istenilen düzeyde kayda değer olmadığı görülmüştür. Bu sonuçlardan hareketle öğrencilere matematik bilgilerini kendi başlarına daha uzun süre inşa etme şansı vermek, grup ve sınıf tartışmasında aktif rol oynama becerisi düşük öğrencileri daha cesaretlendirmek gibi öneriler sunulmuştur.

Santos (2019), öğrencilerin belirli integral ve ilgili konuları anlama düzeylerini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmasında karma desen kullanmıştır. Çalışmanın örneklemi üniversite de öğrenim gören matematik bölümü öğrencileri oluşturmaktadır. Uygulama kapsamında ilgili kavramların anlaşılması için gerekli olan zihinsel yapıların oluşumunu teşvik etmeye yardımcı olmak üzere ACE Öğretim Döngüsü kullanılmıştır. Veri toplama araçları olarak farklı zorluk düzeylerinde testler kullanılmıştır. Öğrencilerin belirtilen matematiksel kavramlardaki anlama düzeylerini tanımlamak için toplanan nicel verilerin analizinde tanımlayıcı istatistikler, nitel verilerin analizinde ise APOS teorik çerçevesi kullanılmıştır. Yapılan analizler, ACE Öğretim Döngüsü kullanımının, ilgili konularda her türlü matematiksel performans seviyesinden öğrencilerin kavramsal anlayışının gelişmesine katkıda bulunabileceğini göstermiştir. Dolayısıyla bu öğrenme yaklaşımının diğer derslerde de kullanılması önerilmiştir.

Putri (2019), ACE öğrenme döngüsünün 8.sınıf ortaokul öğrencilerinin matematiksel kavramları anlama düzeylerine etkisini belirlemeyi amaçladığı çalışmasında nicel araştırma yöntemlerinden nedensel karşılaştırma araştırma desenini tercih etmiştir. Çalışmanın katılımcılarını basit seçkisiz örneklem yöntemine göre belirlenmiş 8.sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Yaklaşık bir hafta süren uygulamada dersler ACE öğrenme döngüsüne göre yürütülmüştür. Araştırma verileri olarak uygulama öncesinde ve sonrasında kullanılan betimsel bir test aracılığıyla toplanmıştır. Toplanan veriler basit doğrusal regresyona tabi tutularak analiz edilmiştir. Yapılan analiz sonucunda, ACE öğrenme döngüsünün öğrencilerin matematiksel kavramları anlama üzerine olumlu yönde orta düzeyde bir etkisi olduğu görülmüştür.

Voskoglou (2019) yaptığı çalışmada, ACE öğretim döngüsüne yönelik akış diyagramını incelemeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda ACE döngüsünün matematik öğretim stiline ait tüm bileşenleri içerecek şekilde bir Markov Zinciri modeli kullanmıştır. Döngünün kullanışlılığını ve gerçekte uygulanabilirliğini ölçmek için bir mühendislik fakültesinde öğrenim gören 30 öğrenci katılımcı olarak seçilmiştir.

Uygulama sürecinde türevin geometrik yorumu konusu anlatılmıştır. Araştırma sonucunda türevin geometrik yorumunun öğretilmesi amacıyla hazırlanan ve kullanılan sınıf uygulaması, modelin kullanılabilir ve pratikte uygulanabilir olduğunu göstermiştir. Araştırma sonunda elde edilen sonuçlardan hareketle diğer matematik konularının öğretiminde de benzer yöntemlerin daha fazla kullanılması tavsiyesinde bulunulmuştur.

Yorgancı (2019), soyut cebir dersinde ACE öğretim döngüsünün, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının akademik başarılarına ve matematiğe karşı tutumları üzerine etkisini belirlemek amacıyla yaptığı araştırmasının örneklem grubunu, ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf lisans programında öğrenimlerini sürdüren toplam 30 öğretmen adayı oluşturmuştur. Eşit olmayan kontrol gruplu öntest-sontest yarı deneysel desenin kullanıldığı bu çalışmanın uygulama sürecinde kontrol grubundaki öğrencilere geleneksel öğretim yöntemi, deney grubunda bulunan öğrencilere ise APOS teorisine dayalı olarak geliştirilen ACE döngüsü göre öğretim gerçekleştirilmiştir. Çalışmada akademik başarı testi, matematik tutum ölçeği ve görüşmeler yoluyla veriler toplanmıştır. Toplanan verilerin analiz sonucunda, gruplar arasında hem başarı puan ortalamaları hem de tutum puan ortalamaları arasında deney grubu lehine istatistiki açıdan anlamlı farklar olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra mülakat bulgularında da benzer sonuçlar yani deney grubu öğrencilerinin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarına ilişkin kavrama düzeylerinin, kontrol grubu öğrencilerine göre daha ileri düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Anwar vd. (2018) yaptıkları çalışmada öğrencilerin matematik öğretmenliği bölümü öğrencilerinin diferansiyel denklemler konusunda APOS teorisinin kullanımının etkililiği belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışma deneysel desenlerden sontest kontrol gruplu deneysel desen türünde olup, örneklem grubunu bu dersi alan 22 matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Uygulama süreci haftalık ellişer dakikadan üç ders yapılmak üzere toplam sekiz hafta sürdürülmüştür. Deney grubunda MAPLE destekli ACE öğretim döngüsüne göre dersler yapılırken kontrol grubunda geleneksel öğretim yöntemleri kullanılmıştır. Uygulama bitiminde geçerlilik ve güvenirlik çalışmaları yapılmış beş sorudan oluşan bir başarı testi her iki gruba sontest olarak uygulanarak veriler toplanmıştır. Toplanan veriler üzerinde yapılan analiz sonucu, gruplar arasında deney grubu lehine anlamlı bir farklılık olduğu görülmüştür. Bu bulgudan hareketle diferansiyel denklemler konusunun öğretiminde APOS teorisi yaklaşımı kullanımının, geleneksel yöntemlerden daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Borji vd. (2018), öğrencilerin türevin grafiksel anlayışlarını geliştirmek için APOS-ACE teorisinin uygulanması adlı çalışmanın amacını, türevin genetik ayrışma ve öğretim döngüsünde görsel olarak temsil edilmesini desteklemek için APOS-ACE çerçevesine dayanan MAPLE kullanımına dikkat çekmek olarak ifade etmişlerdir. Araştırmada öntest-sontest kontrol gruplu deneysel deseni tercih etmişlerdir. Çalışmanın örneklemini elektrik mühendisliği bölümü birinci sınıfta öğrenim gören öğrenciler oluşturmaktadır. Uygulama öncesinde öğrenciler lise matematik derecelerine göre homojen olarak iki gruba ayrılmıştır. Ek olarak, grupların homojenliğini kontrol etmek için, sonuçları her iki grubun da homojen ve eşdeğer olduğunu doğrulayan, lise müfredatı temel alınarak hazırlanan türev sorularından oluşan 4 soruluk bir öntest yapılmıştır. 26 katılımcıdan oluşan deney grubunda MAPLE yazılımı kullanılarak ACE döngüsüne göre dersler tasarlanırken, 24 kişilik kontrol grubunda geleneksel öğretmen merkezli yöntemler kullanılmıştır. Dört hafta süren çalışma bitiminde yapılan sontest analiz sonucu deney grubunda bulunan öğrencilerin anlama düzeylerinin kontrol grubunda yer alan öğrencilere göre daha iyi olduğunu göstermiştir. Ulaşılan bu sonuçtan hareketle, ACE döngüsünün, özellikle türev konusu olmak üzere diğer konularda da daha sık kullanılması ve bu döngü üzerine daha fazla araştırma yapılması gerektiği şeklinde öneriler sunulmuştur.

Erawati (2018), APOS teorisine dayalı ACE öğrenme döngüsünün reel analiz derslerinde kullanıp elde edilen sonuçları betimlemek amacıyla yaptığı çalışmasında nicel araştırma yöntemlerinden biri olan betimsel araştırma desenini kullanmıştır. Çalışmanın uygulama süreci matematik eğitimi bölümü ikinci sınıfta öğrenim gören 60 öğrenciyle yaklaşık üç ay sürdürülmüştür. Veri toplama aracı olarak gerçek analiz dersi kazanımlardan biri olan matematiksel kanıtlama yeteneğini ilişkin soruları içeren bir başarı testi kullanılmış, toplanan veriler hem betimsel hem de kestirimsel testlerle analiz edilmiştir. Analiz sonucunda, ACE döngüsünün reel analiz derslerinde uygulanmasının daha iyi öğrenme çıktıları sağladığı belirlenmiştir. Ayrıca yapılan gözlemlerde ACE öğrenme döngüsünü kullanan sınıftaki öğrencilerin öğrenmeye katılım konusunda oldukça istekli oldukları görülmüştür. Çalışma sonunda derslerde alternatif bir yöntem olarak kullanılabileceği yönünde önerilerde bulunulmuştur.

Borji ve Voskoglou (2017), ACE döngüsü kullanımının kutupsal koordinatlar konusunda öğrencilerin akademik başarısına etkisini belirlemek amacıyla yaptıkları araştırmada öntest- sontest kontrol gruplu yarı deneysel deseni kullanmışlar. Çalışmanın örneklemini deney grubunda bulunan 20 öğrenciyle kontrol grubunda yer alan 18 öğrenci oluşturmaktadır. Uygulama sürecinde çalışma kapsamındaki ilgili konu kontrol grubunda geleneksel öğretim yöntemlerine göre işlenirken, deney grubunda ACE döngüsüne göre öğretim gerçekleştirilmiştir. Araştırmada her iki gruba 6 açık uçlu sorudan oluşan yordama testi öntest olarak uygulanırken, uygulama bitiminde her iki gruba 7 açık uçlu sorudan oluşan bir test sontest olarak uygulanarak veriler toplanmıştır. Toplanan veriler, deney grubundaki öğrencilerin performanslarının kontrol grubundaki öğrencilerin performanslarından daha iyi olduğunu göstermiştir. Bu bulgudan hareketle “bu çalışma ACE döngüsünün geleneksel ders tabanlı yaklaşımdan daha etkili bir yöntem olduğunu göstermektedir” şeklinde bir sonuç ileri sürmüşlerdir.

Açıl (2015), 7. sınıf düzeyindeki öğrencilerin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmasında, ACE öğretim döngüsünün ve müfredata göre yapılan öğretimin; soyutlama süreçlerine, matematiksel başarı düzeylerine etkilerini araştırmış ve öğrencilerin soyutlama süreçleri yenilenmiş Bloom taksonomisine göre incelemiştir. 31 öğrencinin deney grubunda, 32 öğrencinin ise kontrol grubunda yer aldığı çalışmada yöntem olarak nitel ve nicel yöntemlerin bir arada olduğu karma desen kullanılmıştır. Dört hafta devam eden uygulama sürecinde deney grubunda ACE öğretim döngüsü, kontrol grubunda ise mevcut müfredata göre öğretim gerçekleştirilmiştir. Nicel veriler araştırmacı tarafından geliştirilen Cebirsel Öğrenme-I ve Cebirsel Öğrenme-II testi aracılığıyla toplanırken nitel veriler görüşme, gözlem ve doküman incelemesi yoluyla toplanmıştır. Uygulama sonrasında öğrencilerin denklem konusundaki soyutlama süreçlerini derinlemesine inceleyebilmek için deney ve kontrol gruplarından farklı başarı düzeylerinde seçilen dörder öğrenciyle bireysel görüşmeler yapılmış ve bu görüşmelerde öğrencilere soyutlama süreçlerini sergileyebilmelerine olanak sağlayacak özellikte hazırlanmış üç problem durumu verilmiştir. Toplanan veriler kestirimsel analizler ve betimsel analiz ile APOS teorisi çerçevesi bir arada kullanılarak değerlendirilmiştir. Araştırma sonucu, öğrencilerin denklem kavramını soyutlama düzeylerinin ACE öğretim döngüsüne göre şekillenen deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilere göre daha iyi düzeyde olduğunu ve öğrencilerin soyutlama süreçlerinin temele alınması ile planlanan bir öğretimin nitelikli bir öğrenme için gerekli olabileceğini göstermiştir.

Ahmadi (2014) yaptığı çalışmada, APOS Teorisi ve ACE öğretim döngüsünün öğrencilerin üstel ve logaritmik fonksiyonları anlamalarını geliştirip geliştirmediğini belirlemeyi amaçlamıştır. Eylem araştırması olarak yürütülen bu çalışmanın örneklem grubunu, üniversitenin birinci sınıfında öğrenim gören üç farklı şubedeki 90 öğrenci oluşturmaktadır. 2012 yılının güz döneminde yaklaşık sekiz hafta süren öğretim, araştırmacı tarafından oluşturulan ilk genetik çözümlemeye göre tasarlanan ACE öğretim döngüsüne dayalı olarak gerçekleştirilmiştir. Veriler başarı testi, gözlem ve yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelere düşük-orta ve yüksek düzeyde olmak üzere toplam 13 öğrenci gönüllü olarak katılmıştır. Elde edilen verilerin analiz sonuçları, ACE öğretim döngüsü kullanımının, öğrencilerin üstel ve logaritmik fonksiyonları hakkındaki kavramsal anlayışlarını geliştirmede olumlu bir etkisi olduğunu ortaya koymuştur.

Çetin ve Top (2014) çalışmalarında, programlamada ACE döngüsü kullanımının öğrencilerin programlama başarı düzeylerine ve programlamaya yönelik tutumlarına etkilerini belirlemek ve elde edilen sonuçları açıklamak için karma araştırma yöntemlerinden biri olan tamamlayıcı açıklama modelini kullanmışlardır. Çalışmanın örneklemini makine mühendisliği bölümünde öğrenim gören 62 öğrenci (31 tanesi deney, 31 tanesi kontrol grubunda) oluşturmaktadır. Üç hafta devam eden uygulamada deney grubunda yer alan öğrencilere PACE döngüsüne göre kontrol grubunda bulunan öğrencilere ise ‘geleneksel öğretim’ yöntemi kullanılarak dersler yapılmıştır. Çalışmada veriler açık uçlu üç çeşit sorudan oluşan başarı testi, 5’li likert tipi 18 maddeden oluşan bilgisayar programlama tutum ölçeği ve yarı yapılandırılmış görüşmeler aracılığıyla elde edilmiştir. Elde edilen veriler üzerinde yapılan analiz sonucunda deney ve kontrol gruplarında hem başarı hem de tutum puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür. Böyle bir durumun ortaya çıkmasındaki temel etkenin deneysel sürecin fark oluşturacak kadar uzun sürmemesi ile ilgili olabileceği şeklinde ifade edilmiştir. Dolayısıyla bu çalışmanın sonuçlarına bakarak PACE döngüsünün etkililiğinin yeterince değerlendirilemeyeceği düşünülmüştür. Yarı yapılandırılmış görüşmeler sonucunda ise öğrencilerin verilen öğretimi yenilikçi olarak tanımladıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Aydın ve Mutlu (2013), meslek yüksekokulunda öğrenim gören öğrencilerin fonksiyon limiti kavramını soyutlama düzeylerini incelemek amacıyla yaptıkları araştırmanın katılımcılarını aynı meslek yüksekokulunun farklı bölümlerinde (bilgisayar teknolojisi, elektrik enerjisi, elektronik ve otomasyon, inşaat ve makine-metal teknolojisi programları) öğrenim gören 672 öğrenci oluşturmaktadır. ACE öğretim döngüsünün kullanıldığı bu çalışma haftada iki ders olmak üzere toplam üç hafta sürmüştür. Çalışmada veri toplama aracı olarak, APOS zihinsel yapı seviyeleri göz önünde alınarak dört sorudan oluşan çoktan seçmeli bir test kullanılmıştır. Yapılan analiz sonucunda elde edilen bulgular, öğrencilerin fonksiyon limiti kavramını anlaşılması zor bir durum olduğunu ve bunun muhtemelen birçok öğrencinin süreç, nesne ve şema seviyelerinde uygun zihinsel yapılara sahip olmamasından kaynaklandığını ortaya koymuştur. Bununla birlikte, öğrencilerin zihinsel yapılarını APOS teorisine göre süreç, nesne ve şema seviyelerinde geliştirmelerine yardımcı olmak için daha fazla zamana ihtiyaç duyulduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Maharaj (2013), Günay Afrika'da bir üniversitenin eczacılık, kimya, fizik, biyoloji gibi farklı bölümlerinde öğrenim gören %67 birinci sınıf olmak üzere toplam 857 öğrencinin (yaklaşık 35 kişilik gruplar halinde) katıldığı çalışmada öğrencilerin türev kavramını anlama düzeylerini APOS teorisine göre analizini gerçekleştirmiştir. Haftada 4 ders olmak üzere toplam 22 ders süren uygulama ACE öğretim döngüsüne göre yürütülmüştür. Veriler uygulamadan bir hafta sonra, fonksiyonların sembolik ve grafiksel gösterimi, bir fonksiyonun türevinin yorumu, üstel ve logaritmik fonksiyonların türevleri, fonksiyonların birleşimi, bir türev grafiğinin yorumlanması ve zincir kuralı uygulamaları ile ilgili 6 sorudan oluşan başarı testi ile toplanmıştır. Çalışmanın bulguları, öğrencilerin zincir kuralının uygulanmasını gerektiren bir işlemi ayırt etmede ve grafik biçiminde temsil edilen bir fonksiyonun türevini yorumlamada zorluk çektiklerini bunun muhtemelen öğrencilerin süreç, nesne ve şema seviyelerinde uygun zihinsel yapılara sahip olmamalarının bir sonucu olduğunu ve ilgili zihinsel yapıları geliştirmelerine yardımcı olmak için daha fazla zaman harcanması gerektiğini göstermiştir.

Tzirias (2011), çalışmasında öğrencilerin oran konusu ile ilgili anlayışlarının genetik çözümlemesini yapmayı ve ilgili konuda ACE öğretim döngüsünün öğrencilerin anlama düzeylerindeki etkisini incelemiştir. Bu amaç doğrultusunda ikisi deney ikisi de kontrol grubunda olmak üzere toplam dört öğrenci çalışmanın katılımcılarını oluşturmaktadır. 6 hafta süren uygulamada deney grubundaki öğrencilere dersler ACE öğretim döngüsüne, kontrol grubundaki öğrencilere ise geleneksel öğretim yapılarak işlenmiştir. Uygulama bitiminden 3 hafta sonra öğrencilerle bireysel görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerde veri toplama aracı olarak iki oran probleminden oluşan form kullanılmıştır. Bu formlar aracılığıyla toplanan verilerin APOS teorisi çerçevesinde genetik çözümlemesi gerçekleştirilmiştir. Yapılan çözümleme sonuçları oran konusunun öğretiminde ACE öğretim döngüsünün etkili bir araç olabileceğini göstermiştir.

Arnawa (2010), ACE öğrenme döngüsünün öğrencilerin Soyut Cebir'de ispatlama yeteneğini geliştirmedeki katkısını analiz etmek amacıyla yaptığı araştırmada öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel deseni kullanmıştır. İki farklı üniversitenin

Matematik bölümü ve matematik eğitimi bölümünden toplam 180 öğrencinin katıldığı çalışmada her bölümden birer tane olmak üzere iki deneysel grup ve iki de kontrol grup oluşturulmuştur. Çalışmaya katılan grupların denkliğini görmek için uygulama başlamadan üç hafta öncesinde gruplara yordama testi, iki hafta öncesinde öntest uygulanmıştır. Bu testlerden elde edilen verilerin analiz sonucunda grupların çalışma öncesi birbirine denk oldukları görülmüştür. Deney gruplarında APOS teorisine dayalı bir öğrenme yaklaşımı olan ACE öğrenme döngüsüne göre uygulama yapılırken kontrol gruplarında geleneksel öğretim yöntemleri kullanılmıştır. Haftada iki oturum (her bir oturum 3x50'şer dakika) olmak üzere 5 hafta sürdürülen çalışma bitiminden bir hafta sonra öntest olarak kullanılan test sontest olarak bir kez daha uygulanmıştır. Toplanan verilerin analiz sonuçları, ACE öğrenme döngüsüne göre gerçekleştirilen öğrenme ortamlarının Soyut Cebir'de ispatlama yeteneğini geliştirmedeki katkısının geleneksel öğretim ortamlarına göre daha fazla olduğunu göstermiştir.

Çetin (2009), lisans birinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerin analize giriş dersi kapsamındaki limit konusunda anlama düzeylerini incelemek ve bu anlayışın APOS teorisi çerçevesinde ACE döngüsüne göre tasarlanan ortamın uygulanmasından sonra nasıl değiştiğini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmasında uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcıları 25 gönüllü öğrenciden oluşmaktadır. Desen olarak durum çalışmasının kullanıldığı bu araştırma 2008-2009 eğitim öğretim bahar döneminde beş haftalık bir süre ile sınırlandırılmıştır. Çalışmaya katılan öğrenciler, uygulama boyunca her hafta iki ders saati süresince laboratuvar uygulamalarında işbirlikli bir öğrenme ortamında kümeler şeklinde limit konusunda düşünmeye teşvik edici bilgisayar programlama etkinlikleri ile çalışmış daha sonra dört saatlik derslere katılmışlardır. Araştırmada veriler, açık uçlu sorulardan oluşan anket ve yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Toplanan verilerin üzerinde yapılan analiz sonuçları, hazırlanan genetik çözümlemelerin öğrenci verileri ile uyumlu olduğunu ve ACE döngüsüne göre yapılan öğrenme ortamının çalışma gruplarının limit konusunda başarıları ve kavrama düzeyleri üzerinde olumlu etkisi olduğunu göstermiştir.

Çalışma öncesinde alanyazında APOS teorisi ve ACE öğrenme döngüsünü birlikte ele alan araştırmalardan erişilebilenler incelenmiştir. Yapılan incelemeler sonucunda bu çalışmaların ortaokul, lise, üniversite gibi farklı eğitim kademelerinde öğrenim gören öğrenciler üzerinde gerçekleştirildikleri, APOS teorisinin kullanıldığı birçok çalışmada öğretim yöntemi olarak ACE öğretim döngüsünün kullanıldığı görülmüştür. Bu çalışmalarda genellikle katılımcıların soyutlama düzeyleri APOS teorisine göre incelenirken, ACE öğretim döngüsünün genellikle akademik başarı üzerindeki etkileri belirlenmeye çalışılmıştır. Bayraktar vd., (2019) tarafından yapılan çalışman sonucu bu bulgu ile paralellik göstermektedir. Bayraktar vd. (2019) yaptıkları çalışmada APOS teorisi ile ilgili yapılan araştırmalarda genellikle öğrencilerin konuyu öğrenme düzeylerinin tespit edilmesine yönelik olduğunu ifade etmişlerdir. Ancak incelenen bu çalışmaların birkaçı haricinde ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamına yönelik öğrenci görüşlerine yer verilmediği görülmüştür. Bunun yanı sıra incelenen çalışmaların hiçbirinde ACE öğrenme döngüsünün geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarına etkisi incelenmemiştir. Benzer şekilde Geometri öğrenme alanı üzerinde APOS teorisi ve ACE öğretim döngüsünün birlikte kullanıldığı çok fazla çalışma olmadığı görülmüştür.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Çalışmanın bu bölümünde araştırmanın modeli, çalışma grubu, değişkenler, kullanılan veri toplama araçları, araştırmacının rolü, veri toplama süreci, pilot çalışma, uygulama süreci, verilerin analizi, araştırmanın geçerlik-güvenirlik çalışmaları ve etik hususlarla ilgili açıklamalar bulunmaktadır.

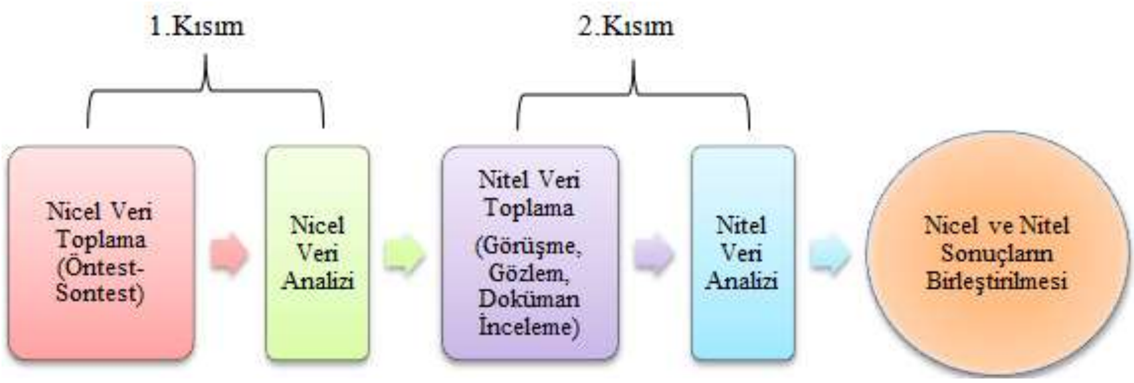
3.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, farklı öğretim ortamlarının 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanında öğrencilerin akademik başarılarına, öğrenilenlerin kalıcılığına, geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarına etkisini belirlemek, bu sürece yönelik öğrenci görüşlerini değerlendirmek ve ilgili öğrenme alanında bilgi oluşturma (soyutlama) süreçlerini APOS teorisine göre incelemek amacıyla yapılmıştır. Bilimsel çalışmalarda veri toplama, toplanan verileri analiz etme, bu analiz sonuçlarını yorumlama ve sonunda bunları raporlama sürecinde araştırmacıya yol gösteren stratejiler, araştırma deseni olarak ifade edilmektedir (Creswell ve Plano-Clark, 2010). Benzer şekilde Christensen vd. (2015) araştırma desenini çalışmada yer alan problemleri incelemek için kullanılan taslak, plan ya da stratejiler olarak ifade etmektedir. Araştırma desenleri, temel aldıkları felsefeye ve bakış açısına göre (Büyüköztürk vd., 2020); "Nicel", "Nitel" ve hem nicel hem de nitel verilerin toplanması, analizi ve bütünleştirilmesini gerektiren "Karma Yöntem Araştırması (deseni)" olmak üzere üçe ayrılır (Creswell, 2014).

Karma yöntem araştırması; araştırmacı veya araştırma ekibinin, çalışılan konu üzerinde anlama ve doğrulamanın derinliği ve genişliği amacı ile nitel ve nicel araştırma yöntemlerinin bileşenlerini (nitel ve nicel bakış açıları, veri toplama, analiz ve çıkarım tekniklerinin kullanımı) birleştirdiği bir araştırma çeşididir (Johnson ve Christensen, 2019). Benzer şekilde Creswell (2014) karma yöntem araştırmasını; "*Araştırmacının, araştırma problemlerini anlamak için hem nicel veriler hem de nitel veriler topladığı iki veri setini birbiriyle bütünleştirdiği ve daha sonra bu iki veri setini bütünleştirmenin avantajlarını kullanarak sonuçlar çıkardığı, sağlık, sosyal ve davranış bilimleri alanında kullanılan bir araştırma yaklaşımı*" olarak tanımlamıştır. Bu tür araştırmalarda, çalışmanın bir bölümü için nicel araştırma yöntemleri kullanılırken, diğer bölümü için nitel araştırma yöntemleri kullanılır (Johnson ve Christensen, 2019). Böylece araştırmacıların veri toplama, veri analizi ve verilerin yorumlanması aşamalarında seçenekleri artar (Gliner vd., 2009). Bunun sonucu olarak da araştırmacılar daha güçlü bir bakış açısı ile daha güvenilir sonuçlar elde edebilirler (Creswell ve Plano-Clark, 2010).

Creswell (2014) bütün karma yöntem araştırma projelerinin temelinde üç temel desenden birinin bulunduğunu ve bu temel desenleri; birleştirme (çeşitleme) deseni, açıklayıcı ardışık (sıralı) desen ve keşfedici ardışık (sıralı) desen olarak ifade etmektedir. *Açıklayıcı ardışık desende* çalışmalar nicel verilerin toplanması ve çözümlenmesi ile başlar (Creswell ve Plano-Clark, 2010). Daha sonra toplanan bu nicel verilerin analizinden hareketle nitel veriler katılımcılardan toplanır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu süreçteki amaç; nicel verilerin nitel veriler ile desteklenmesi, daha derinlemesine ifade edilmesi ya da örneklendirilmesidir (Creswell, 2014; Creswell vd., 2003).

Çalışmanın amacı doğrultusunda bu araştırmada, akademik başarı düzeylerine ve geometriye yönelik öz-yeterlik algılarına etkisinin incelenmesi için ilkin nicel veriler toplanmış; sonrasında toplanan bu nicel verileri açıklamak için nitel veriler toplanmıştır. Çalışmanın bu yönüyle karma yöntem araştırma desenlerinden biri olan açıklayıcı ardışık desen olduğu söylenebilir. Bu bilgiler doğrultusunda araştırmada benimsenen desen Şekil 5'de sunulmaktadır. Sonrasında çalışmanın nicel ve nitel boyutu sırasıyla açıklanmıştır.



Şekil 5. Araştırma Deseni (Creswell, 2014'den uyarlanmıştır)

3.1.1. Nicel Boyut

Sayısal verilere dayanan çalışmalar olarak tanımlanan (Christensen vd., 2015) nicel araştırmaların temel amacı, insanların tutum ve davranışlarını ölçek, gözlem ve deney yoluyla ölçmek, test etmek ve sayısal verilerle açıklamaktır (Tutar ve Erdem, 2020). Bu araştırma deseni, genel olarak deneysel ve deneysel olmayan araştırma desenleri olmak üzere iki alt kategoride ifade edilebilir (Gliner vd., 2009; Johnson ve Christensen, 2019; McMillan ve Schumacher, 2013).

Bilimsel yöntemler içinde en güvenilir sonuçlara ulaşıldığı araştırma yöntemi olarak ifade edilen *deneysel araştırma deseni* araştırmacı tarafından oluşturulan farkların bağımlı değişken üzerindeki etkisini test etmeye yönelik araştırma türü iken (Büyüköztürk vd., 2020), *deneysel olmayan çalışma deseni*, bağımsız değişkenin araştırmacı tarafından değiştirilmediği araştırma türüdür (Christensen vd., 2015). *Deneysel çalışma deseni*, uygulamalar ve yapılan ölçümler arasındaki nedensel ve etkisel ilişkileri araştırmayı amaçlarken; *deneysel olmayan araştırma modeli*, esasında mevcut durumu betimlemeyi ve deneme yapılan ortamda hiçbir değişikliğe gitmeden farklı durumlar arasındaki ilişkileri bulmayı amaçlar (Creswell, 2005; McMillan ve Schumacher, 2013).

Deneysel araştırma deseni, gerçek (tam) deneysel, yarı deneysel ve zayıf deneysel desenler olmak üzere üçe ayrılır (Büyüköztürk vd., 2020; Tuncer, 2020). *Yarı deneysel desen* katılımcıların gruplara yansız ataması söz konusu olmadığı (Gliner vd., 2009), deneysel sürecin uygulandığı ancak tüm dışsal değişkenlerin kontrol altına alınamadığı bir deneysel araştırma modelidir (Christensen vd., 2015; Tutar ve Erdem, 2020). Benzer şekilde Cohen vd. (2018) bu deneysel desen türünü saha deneylerinin laboratuvar dışındaki hali olarak ifade etmektedirler. Gerçek deneysel desen ile yarı deneysel desen arasındaki farklardan en önemlisi katılımcıların gruplara yansız bir şekilde atanması ya da atanmaması durumudur (Özmen, 2015). Genellikle eğitim çalışmalarında araştırmacıların gerçek deney yapmaları, örneğin rastgele seçim ve katılımcıların kontrol veya deney gruplarına yansız atamaları mümkün olmadığından (Cohen vd., 2018), araştırmacılar hâlihazır gruplar üzerinde çalışmak zorundadırlar (Gliner vd., 2009). Gruplar arasında öğretim şeklinin bir fark oluşturup oluşturulmadığının incelenmesi ve araştırmanın okul ortamında mevcut sınıflar üzerinde yapılması, çalışma gruplarında/sınıflarında öğrenci değişimi yapılmasının mümkün olmaması (Cohen vd., 2018; Gliner vd., 2009; Özmen, 2015) gibi durumlar göz önüne alındığında, bu araştırmanın nicel boyutunun yarı deneysel desen olduğu söylenebilir.

Öğrencilerin ölçme ve değerlendirmeye konu olan ilgi, tutum, değer ve başarı gibi özelliklerinin zaman değişebileceği ve bu nedenle söz konusu özellikleri tek bir zamanda ölçmek yerine süreç içindeki değişimleri dikkate alan ölçümler kullanmak esas olduğundan (MEB, 2018), çalışma öncesi ve sonrası ölçümler tekrarlanmıştır. Benzer şekilde Karasar (1995), deneysel çalışmalarda uygulama öncesi ve sonrasında ölçümler yapılacağını, desende öntestlerin bulunmasının çalışma gruplarının uygulama öncesi benzerlik derecelerinin bilinmesine ve sontest sonuçlarınında buna göre düzeltilmesine yardım edeceğini vurgulamıştır. Çalışmanın nicel kısmında farklı öğrenme ortamlarının öğrencilerin akademik başarılarına ve geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeylerine etkisi araştırılmıştır. Bunun için başlangıçta var olan hazır grupların hangisinin kontrol hangisinin deney grubu olacağına yansız atama yoluyla karar verildikten sonra her iki gruba çokgenler başarı testi (ÇBT) ile geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği (GYÖYÖ) öntest olarak uygulanmıştır. Sonrasında deney grubuna ACE döngüsüne göre uygulama yapılırken kontrol grubunda mevcut öğretim programının gerektirdiği şekilde öğretime devam edilmiştir. Uygulama bitiminde ise her iki gruba ÇBT ve GYÖYÖ sontest olarak bir kez daha uygulanmıştır. Uygulamadan 5 hafta sonra ÇBT hem deney hem de kontrol grubuna hatırda tutma (kalıcılık) testi olarak son kez uygulanmıştır. Dolayısıyla nicel kısımdaki araştırma desenini eşitlenmemiş gruplar öntest-sontest deseni olarak da ifade edilen (Gliner vd., 2009) öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel desen oluşturmaktadır.

3.1.2. Nitel Boyut

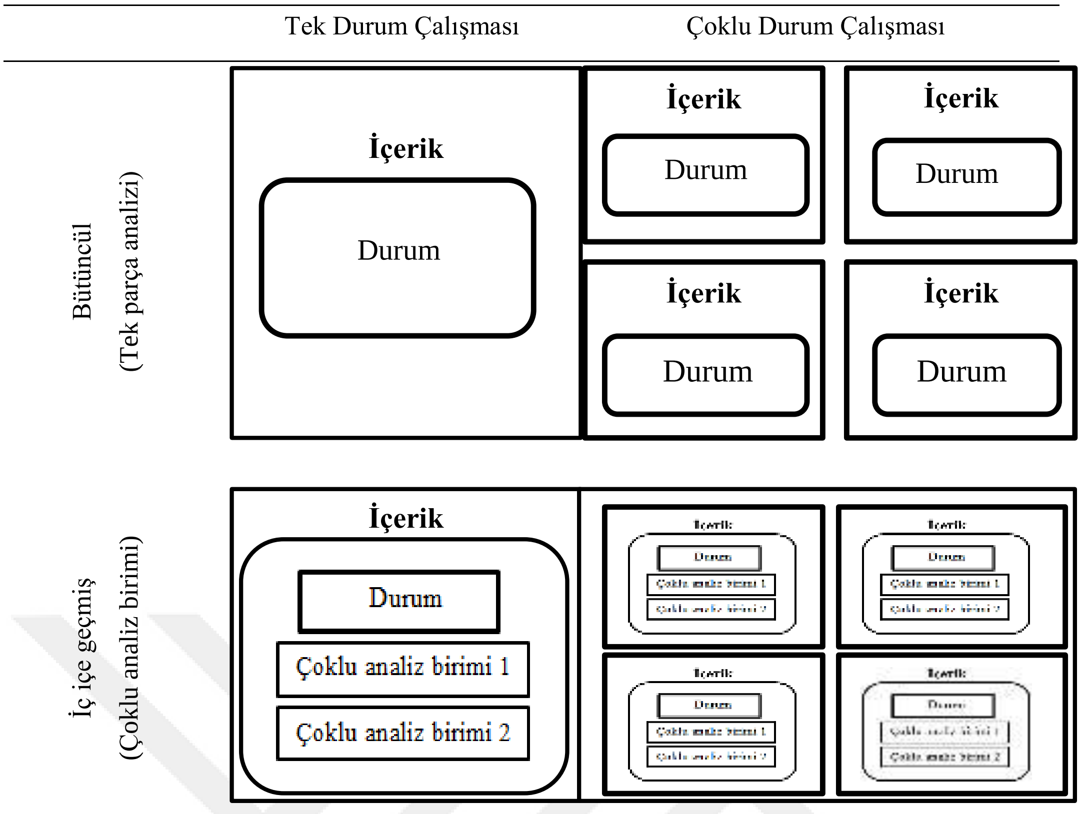
Nitel araştırma yöntemleri derin ve ayrıntılı konularda çalışmaya olanak sağlar (Patton, 2001). Alanyazında nitel araştırmaya ilişkin çok sayıda farklı tanımları görmek mümkündür (Özden ve Saban, 2019). Örneğin, Yıldırım ve Şimşek (2018) nitel araştırma desenini, *"gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir şekilde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma türü"* (s. 41) olarak tanımlarken, Christensen vd. (2015) bu deseni, *"nitel verilerin (kelime, resim, imge gibi sayısal olmayan) toplanmasına dayanan araştırma türü"* (s. 402) olarak ifade etmektedir. Benzer şekilde Glesne (2016) ise nitel araştırma modelinin, kelimeler ya da gözlemler gibi ölçülmesi güç olan özellikler üzerine odaklanan ve bu özelliklerin yorumlanmasına ve analizine dayanan bir araştırma türü olduğunu belirtmektedir. Bu araştırmada katılımcıların ACE öğrenme döngüsüne ilişkin görüşlerini belirlemek ve ilgili alt öğrenme alanında bilgi oluşturma süreçleri incelenerek anlayış seviyelerine dair daha derinlemesine bilgi edinmek amaçlandığından ötürü nitel araştırma yöntemleri kullanılmıştır. Nitel araştırma türleri ile ilgili alanyazında "Olgu bilim", "Gömülü teori", "Kültür araştırması", "Durum çalışması" ve "Anlatı araştırması" olmak üzere beş temel nitel araştırma yaklaşımı olduğu görülmektedir (Creswell, 2007). Bu temel yaklaşımlar arasında yaygın olarak kullanılan durum çalışması (Akar, 2019; Yıldırım ve Şimşek, 2018), pek çok farklı şekilde tanımlanmakta ve anlaşılmaktadır (Berg ve Lune, 2012). Bu tanımlardan bazıları şu şekildedir:

- ✓ Sınırlı bir durumun derinlemesine tanımlanması ve analiz edilmesi (Merriam, 2009),
- ✓ Araştırmaya konu olan olay veya olguyu, farklı veri kaynakları kullanarak kendi bağlamında inceleyen araştırma yaklaşımı (Gürbüz ve Şahin, 2018),
- ✓ Karmaşık, özel ve ilginç bir olgunun, durumun kendi koşulları içinde incelenmesi (Sönmez ve Gülderen-Alacapınar, 2019),
- ✓ Araştırmacının bir ya da daha fazla durumu detaylı bir şekilde ortaya koyduğu nitel araştırma yöntemi (Christensen vd., 2015).

Durum çalışmalarında belirli bir zaman süresince derinlemesine incelenecek konulara örnek olarak bir birey, bir kurum, sınırlandırılmış bir grup ya da bir ortam verilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Buradaki temel amaç belirli bir durumdaki olguya dair ne, nasıl, neden sorularında yanıt arayarak süreci anlamak (Gürbüz ve Şahin, 2018; Kaleli-Yılmaz, 2015) ve bu olguya ilişkin derinlemesine bilgi elde etmek ve anlayış geliştirmektir (Gliner vd., 2009).

Uygulama sürecinde yapılan klinik mülakatların çok geniş ve detaylı olması, öğrencilerin soyutlama süreçlerinin derinlemesine incelenmesi gibi nedenler bu tez çalışmasında nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasını kullanmayı zorunlu ve anlamlı hale getirmiştir.

Yin (2013) durum çalışmalarını içeriklerine (bağlam) göre temelde tek durum ve çoklu durum şeklinde tanımlayıp bunları da bütüncül (tek parça analizi) ve iç içe geçmiş (çoklu analiz birimi) olarak ikiye ayırmıştır. Durum çalışması deseni ile ilgili yapılan bu sınıflandırma Şekil 6’da verilmiştir.



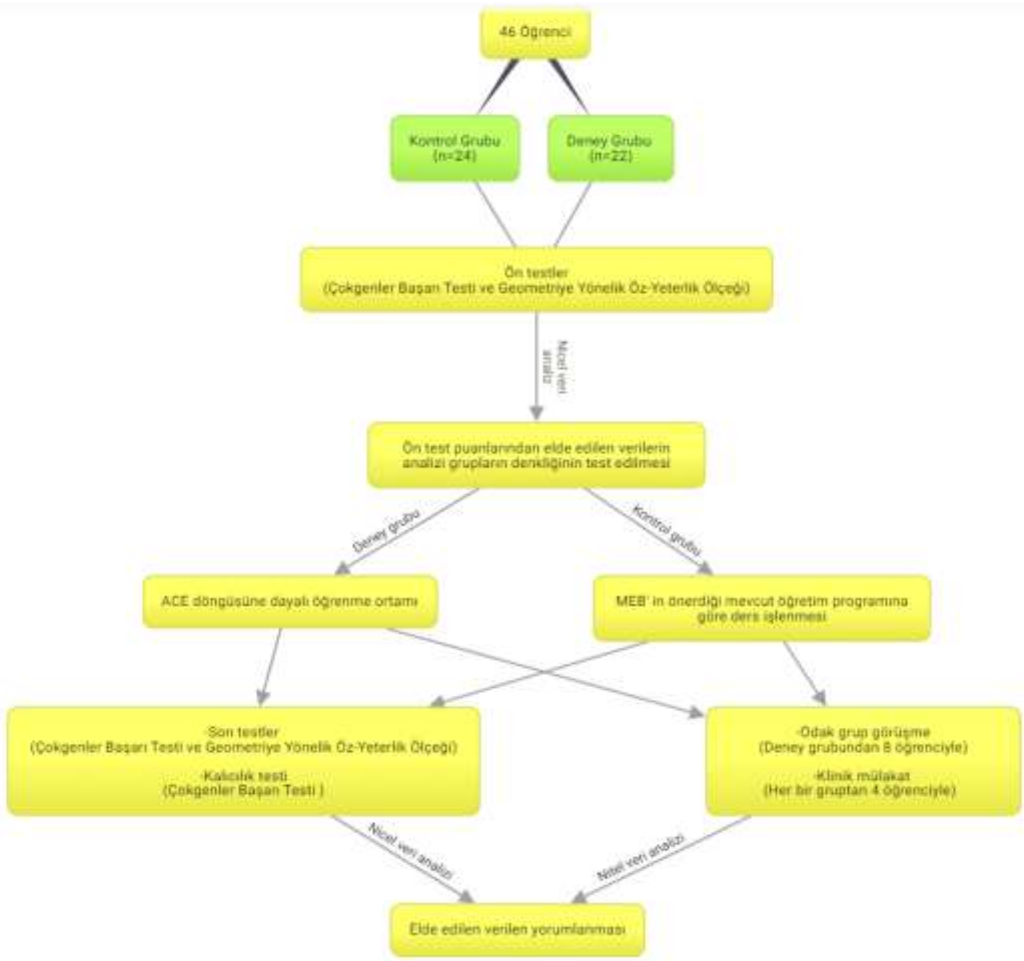
Şekil 6. Durum Çalışması Desenleri (Yin, 2013'den uyarlanmıştır)

İçeriklerine göre durum çalışma desen çeşitlerinden biri olan bütüncül çoklu durum çalışmalarında her bir durum kendi başına bütüncül olarak ele alınır ve daha sonra birbiri ile karşılaştırma yapılır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu tez çalışması kapsamında deney ve kontrol grubu olmak üzere iki farklı çalışma grubu ile kullanılan iki farklı öğrenme ortamı bulunduğundan, araştırmanın çoklu durum çalışması desenlerinden biri olan bütüncül çoklu durum çalışmasına uygun olduğu söylenebilir. Bu araştırmada bilgi oluşturma (soyutlama) süreçlerinin her bir grup için ayrı ayrı analiz edilmesi sonucunda ortak ve farklı yönlerinin ortaya koyulması birden fazla durumu temsil etmektedir.

Durum çalışma deseni, araştırmanın amacına göre tanımlayıcı (betimleyici), açıklayıcı ve keşfedici olarak sınıflandırılabilir (Gliner vd., 2009; Saban ve Ersoy, 2019, Yin, 2013). *Tanımlayıcı durum çalışmaları*, araştırma konusu olan olayı ortaya çıktığı bağlamda ele alıp betimleyen çalışmalardır (Gürbüz ve Şahin, 2018). Bu tür çalışmalarda bir durum hakkında derinlemesine bilgi elde edilmesi amaçlandığından bir veya iki örnek olay kullanılabilir (Yin, 2013). Yapılan bu tez çalışmasında öğrencilerin dâhil oldukları öğretim grubuna göre, çokgenler alt öğrenme alanında soyutlama süreçlerini incelemek amaçlandığından, araştırmanın durum çalışması modellerinden biri olan tanımlayıcı durum çalışmasına uygun olduğu söylenebilir.

Öte yandan uygulama sonunda deney grubu öğrencilerinin ACE döngüsüne dayalı öğrenme süreci hakkındaki düşüncelerini belirlemek amacıyla benzer şekilde durum çalışması tercih edilmiştir.

Bu çalışmanın deneysel işlem süreci Şekil 7’de gösterilmiştir.



Şekil 7. Deneysel İşlem Sürecine İlişkin Akış Şeması (https://bubbl.us ile oluşturulmuştur)

3.2. Çalışmaya Katılan Öğrencilerin Belirlenmesi (Katılımcılar)

Araştırmaya katılacak grubun 7. sınıf olarak belirlenmesinde, çalışma konusunun etkili olduğu söylenebilir. Çokgenler alt öğrenme alanının 7. sınıf düzeyinde diğer ortaokul sınıf düzeylerine göre daha kapsamlı bir şekilde yer verilmektedir. Bu sınıf düzeyinde öğrenimlerine devam eden öğrencilerin, ilgili alt öğrenme alanındaki konuların öğrenilmesi için gerekli olan ön bilgilere yeterli bir biçimde sahip oldukları düşünülmektedir. Dolayısıyla, çalışmanın kaçıncı sınıflar üzerinde yapılacağının belirlenmesinde, araştırma konusunun kazanımları belirleyici olmuş ve böylece çalışmanın 7. sınıf düzeyindeki öğrencilerle yapılması uygun görülmüştür.

Bu araştırmanın çalışma grubunu, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında Malatya ili Yeşilyurt ilçesinde bulunan bir ortaokulda öğrenimlerini sürdüren yedinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Orta sosyo-ekonomik düzeyde bulunan bu okulda araştırmacı aynı zamanda matematik öğretmeni olarak görev yapmaktadır. Araştırmaya başlanmadan önce etik kurul onayı ve gerekli yasal izinler ilgili makamlardan alınmıştır (Ek-1, Ek-2).

Araştırmanın nicel boyutunda çalışma gruplarına uygulanan farklı öğretim ortamlarının, öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanı da akademik başarılarına ve geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeylerine etkisini incelemek amacıyla 7. sınıf düzeyinde üç şube arasından iki şube kontrol ve deney grubu olarak yansız atama yoluyla rastgele atanmıştır. Öğrenciler ile yer aldıkları gruplara ait bilgiler Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1.
Öğrencilerin Gruplara Göre Dağılımı

Cinsiyet	Deney	Kontrol	Toplam
Kız	12	11	23
Erkek	10	13	23
Toplam	22	24	46

Tablo 1 incelendiğinde, deney grubunda bulunan toplam 22 öğrencinin 12'si kız, 10'u erkek öğrenci; kontrol grubunda ise yer alan toplam 24 öğrencinin 11'i kız, 13'ü erkek öğrencidir. Bu durum, çalışmanın nicel kısmının toplamda 46 öğrenci ile yürütüldüğünü göstermektedir.

Çalışmanın nitel boyutunda katılımcıların ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamına yönelik öğrenci görüşlerinin belirlenmesi ve çokgenler alt öğrenme alanında bilgi oluşturma süreçlerinin APOS teorisine göre incelemesi hedeflendiğinden, öğrenci seçiminde; gönüllülük, düşüncelerini açıkça ifade edebilme, ders içi etkinliklere katılım düzeylerinin çok düşük olmaması ve dersteki akademik başarı düzeylerinin sınıfı temsil etmesi gibi özelliklere dikkat edilmiştir (Açıl, 2015). Bu nedenle klinik mülakatlara katılacak öğrenci seçiminde amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan maksimum çeşitlilik örnekleme yönteminden; odak grup görüşmelerine katılacak öğrencilerin belirlenmesinde ise ölçüt örnekleme yönteminden yararlanılmıştır.

Maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi, veri toplama ve analizi için geniş bir yelpazedeki farklı durumların (yüksek, orta ve düşük düzeyine sahip olanlar gibi) belirlenip seçilmesidir (Christensen vd., 2015). Nitel araştırmalarda örneklem büyüklüğünü hesaplamanın belirli bir kuralı yoktur (Büyüköztürk vd., 2020; Patton, 2001). Nitel araştırmacılar, katılımcı sayısı bakımından çok fazla birey seçmek yerine, çalışmada araştıracağı temel olgu veya duruma dair derinlemesine bilgi edinebileceği küçük bir grup belirler ve verilerini bu gruptan toplar (Creswell ve Plano-Clark, 2010). Bunun için de yapması gereken benzer konuda daha önceden yayınlanmış farklı yayınları inceleyip onların kullandıkları örneklem büyüklüğüne benzer bir örneklem büyüklüğünü belirlemektir (Creswell, 2014). Araştırma öncesinde, klinik mülakatlara katılacak öğrenci sayısını belirlemek için benzer çalışmalar incelenmiş olup genelde 3-5 öğrenci ile çalışmaların yürütüldüğü görülmüştür. Dolayısıyla bu çalışmada öğrencilerin bilgi oluşma süreçlerine yönelik daha zengin veriler elde edebilmek amacıyla klinik mülakatların, deney ve kontrol grubundan farklı akademik başarı düzeyine sahip 4'er öğrenci ile gerçekleştirilmesi uygun görülmüştür.

Öğretim başlamadan önce, alanyazın taramasından ve araştırmacının deneyimlerinden çokgenler alt öğrenme alanı için başlıca önkoşul bilgiler olabileceği düşünülen konulara (denklemler, örüntüler, açılar) yönelik bir yordama testi geliştirilerek uzman görüşüne sunulup pilot uygulaması sonrası son şekli verilip (Ek-3) öğrencilere uygulanmıştır. Öğrenciler bu testten aldıkları puanlara göre sıralanmıştır. Yordama testten elde edilen puanlar ve ilk dönemki matematik yazılı sınavlarına ait puan ortalamaları maksimum çeşitliliği sağlamak amacıyla ölçüt olarak belirlenmiş ve bu ölçütlere göre öğrenciler bilgi düzeyleri bakımından yüksek, iyi, orta, düşük ve çok düşük olmak üzere beş gruba ayrılmıştır. Belirlenen bu beş grubun puan aralıkları ve başarı düzey grubu Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2.
Başarı Düzeyi Grupları

Matematik Yazılı Ortalama Puan Aralığı	Yordama Testi Puan Aralığı*	Başarı Düzeyi Grubu
89-100	14-20	Yüksek
76-88	12-14	İyi
63-75	10-12	Orta
50-62	8-10	Düşük
49-0	0-8	Çok Düşük

*Bu testten alınabilecek en yüksek puan 20, en düşük puan ise 0 puandır.

Uygulama öncesi yapılan pilot çalışmalarda matematik başarı puanı 50 puanın altında bulunan öğrencilerin grup çalışmalarında sessiz, isteksiz ve pasif oldukları, ilgili konuda kavramsal ve işlemsel bilgilere yeterli düzeyde sahip olmadıklarından ötürü bilgi oluşturma sürecini gerçekleştiremedikleri gözlenmiştir. Bu sebepler göz önünde bulundurularak yordama testinde 8 puandan düşük puan alanlar ile matematik yazılı ortalamaları 50 puanın altında bulunan öğrenciler klinik görüşmelere dâhil edilmemiştir.

Klinik mülakatlar için seçilen katılımcıların mülakatlara katılma konusunda gönüllü oldukları teyit edilmiştir. Ayrıca bu katılımcıların velileri de bilgilendirilerek onayları (veli onam formu ile) alınmıştır (Ek-4). Mülakatlara katılan öğrencilerin puanları ve başarı düzeyine göre hangi kategoride bulundukları Tablo 3'de verilmiştir. Bilimsel araştırma etiği gereğince katılımcıların gerçek isimlerini vermek yerine bu isimlere benzer isimler kullanılmıştır.

Tablo 3.
Klinik Görüşmelerde Yer Alan Katılımcıların Özellikleri

		Matematik Yazılı Ortalaması	Yordama Testi Puanı	Başarı Düzeyi Grubu
Deney	Zeliha	95	14	Yüksek
	Dilek	81.6	12	İyi
	Meltem	74.3	10	Orta
	Gizem	62	8	Düşük
Kontrol	İdris	89.3	15	Yüksek
	Nazlı	78.6	12	İyi
	Nevin	68.6	10	Orta
	Sevda	59.6	8	Düşük

Tablo 3'de görüldüğü üzere bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla farklı hazırbulunuşluklara sahip olduğu düşünülen her kategoriden birer öğrenci olacak biçimde deney grubundan dört (Zeliha, Dilek, Meltem, Gizem), kontrol grubundan dört (İdris, Nazlı, Nevin, Sevda) olmak üzere toplam 8 öğrenciye odaklanılmış ve çalışmanın amacı doğrultusunda derinlemesine veri toplamak amacıyla klinik mülakatlar bu öğrencilerle yapılmıştır.

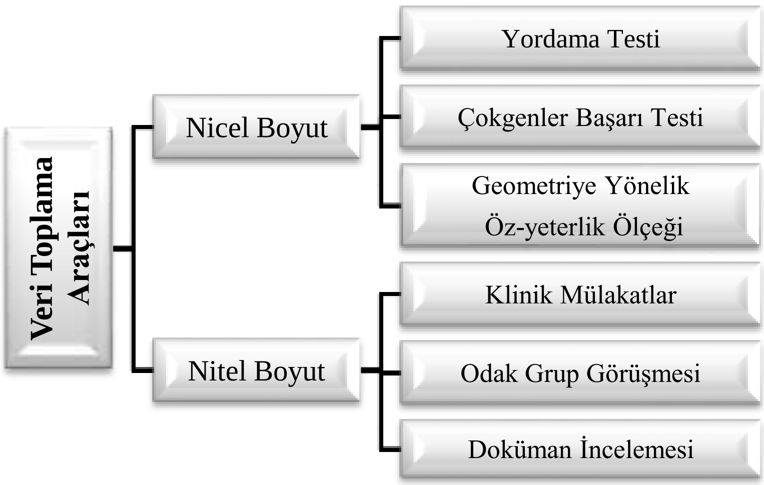
Araştırmanın nitel bir diğer boyutunda ise ACE öğrenme döngüsüne yönelik öğrenci görüşlerini tespit etmek amaçlandığından uygulama sonrası deney grubundan ölçüt temelli örnekleme yöntemiyle seçilen 4 erkek ve 4 kız olmak üzere toplam 8 öğrenciyle odak grup görüşmesi yapılmıştır. Ölçüt temelli örnekleme yönteminde önceden belirlenen kriterlere sahip birimler örneklem grubuna dahil edilirler (Büyüköztürk vd., 2020). Burada sözü edilen kriter ya da kriterler araştırmacı(lar) tarafından belirlenebilir ya da çalışmada daha önceden belirlenmiş bir ölçüt listesinden yararlanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu araştırmada odak grup görüşmesine seçilecek öğrencilerin belirlenmesindeki kriterler; 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanında ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamında derslere katılmak ve gönüllük esası biçiminde belirlenmiştir.

3.3. Değişkenler

Bu tez çalışmasında, değişkenler bağımlı değişken ve bağımsız değişken olmak üzere iki kategori şeklinde sunulmuştur. Neden-sonuç ilişkisinin olduğu çalışmalarda bağımsız ve bağımlı değişkenler söz konusudur (Karagöz, 2017). *Bağımsız değişken*, diğer bir değişkende değişimler meydana getiren nedensel değişken iken, *bağımlı değişken* diğer bir değişken nedeniyle değişen etki veya sonuç değişkenidir (Christensen vd., 2015). Benzer şekilde Gliner vd. (2009), bağımsız değişkeni, başka bir değişkeni etkilediği düşünülen değişken biçiminde tanımlarken; bağımlı değişken ise bağımsız değişkenin üzerinde etkisini gösterdiği değişken olarak tanımlamıştır. Kısacası bir çalışmada bağımsız değişken "etkileyen veya açıklayıcı değişken", bağımlı değişken ise "etkilenen veya açıklanan değişken" biçiminde ifade edilmektedir (Karagöz, 2017). Bu araştırmanın bağımsız değişkenlerini farklı öğrenme (ACE öğrenme döngüsü ve mevcut öğretim programı) ortamları oluşturmaktadır. Öğrencilerin, çokgenler başarı testi ile geometriye yönelik öz-yeterlik ölçek puanları çalışmanın bağımlı değişkenleridir.

3.4. Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada açıklayıcı ardışık karma desen tercih edildiğinden veri toplama araçları iki aşamalı olarak kullanılmıştır. İlk aşamada nicel veri toplama araçlarından, ikinci aşamada ise nitel veri toplama araçlarından yararlanılmıştır. Kullanılan veri toplama araçları şu şekildedir:



Şekil 8. Veri Toplama Araçları

Şekil 8 görüldüğü üzere bu çalışmada veri toplama araçları olarak; "Yordama Testi (YT)", "Çokgenler Başarı Testi (ÇBT)", "Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeği (GYÖYÖ)", "odak grup görüşmesi", "klinik mülakatlar" ve "doküman incelemesinin" kullanıldığı anlaşılmaktadır. Kullanılan bu veri toplama araçlarına ilişkin detaylı açıklamalar aşağıda verilmiştir.

3.4.1. Yordama Testi

Araştırmanın amaçları arasında yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler alt öğrenme alanında bilgi oluşturma süreçlerini APOS teorisi çerçevesinde incelemek yani soyutlama düzeylerini belirlemek yer almaktadır. Soyutlama yapabilmek için gerekli olan etmenlerden biri; bireyin soyutlama yapılacak konunun ön şartları bakımından hazır olması gerekliliği (Özmantar ve Monaghan, 2007) yani öğrencinin soyutlanacak konuya yönelik ön bilgilerinin olması zorunluluğudur (Altaylı-Özgül, 2018). Uygulama öncesinde, literatür taraması ve araştırmacının deneyimleri doğrultusunda çokgenler alt öğrenme alanına ilişkin kavramların öğrenilmesinde etkili olduğu düşünülen konulara yönelik öğrencilerin ön bilgilerini ölçmek ve de klinik görüşmelere katılımcı seçmek amacıyla araştırmacı tarafından açık uçlu bir test olan yordama testi (YT) geliştirilmiştir.

YT'nin geliştirilme sürecinde; ilk olarak literatür taraması yapılmış, sonrasında 10 açık uçlu sorudan oluşan taslak form oluşturulmuştur. Kapsam geçerliliğinin sağlanması amacıyla taslak formda yer alan her bir madde için matematik eğitim alanında bir öğretim üyesi, eğitim programı alanında yüksek lisans yapmış bir öğretmen, biri matematik eğitiminde doktora yapmakta olan toplam beş matematik öğretmeni ve alanında yüksek lisans yapmış bir Türkçe öğretmeninin görüşüne (uzman görüşü ve meslektaş teyidi) başvurulmuştur. Uzmanlardan her bir madde için, 'uygun/gözden geçirilmeli/uygun değil' şeklinde dönüt vermeleri istenmiştir. Alınan geri dönütler doğrultusunda 10 sorudan oluşan taslak formdan iki soru (1. ve 8.) revize edilerek son şekli verilmiştir (Ek-4).

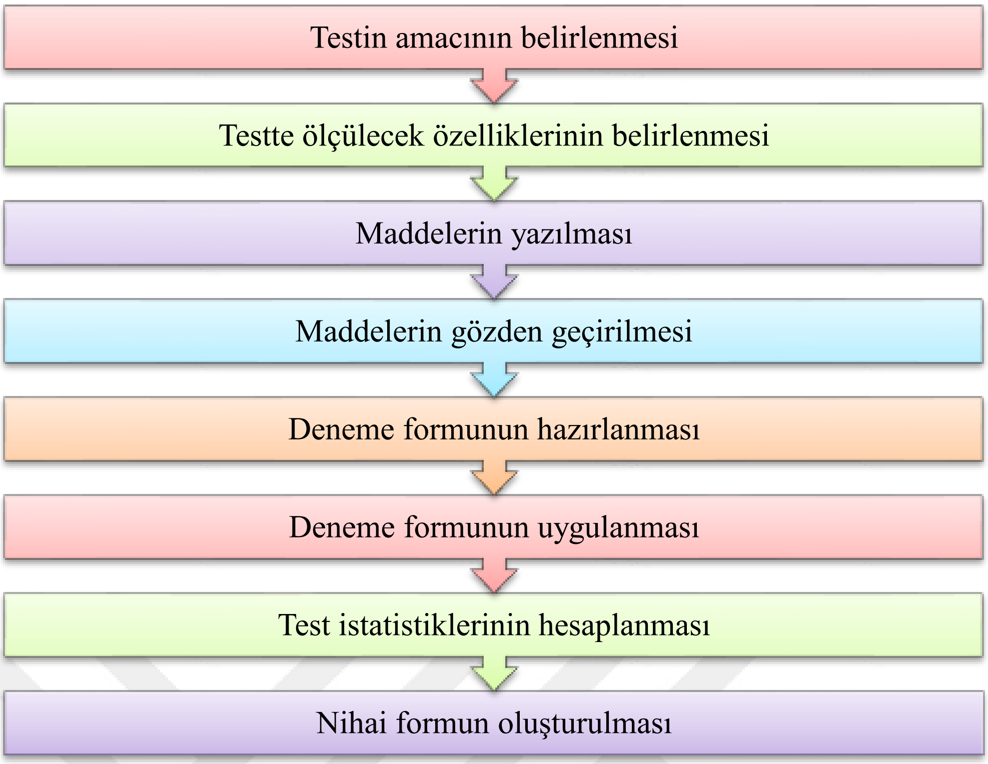
3.4.2. Çokgenler Başarı Testi

Çalışmaya katılan öğrencilerin uygulama öncesi geometri alanında yer alan çokgenler alt öğrenme alanına ait bilgi düzeylerini belirlemek, uygulama sonrasında bu alt öğrenme alanındaki ders başarılarını ölçmek ve en sonunda öğrenilenlerin kalıcılık düzeylerini tespit etmek amacıyla 2018 öğretim programında yer verilen kazanımlar dikkate alınarak araştırmacı tarafından 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanıyla ilgili bir başarı testi geliştirilmiştir. İlgili kazanımlar Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4.
Yedinci Sınıf Çokgenler Alt Öğrenme Alanı İle İlgili Kazanımlar (MEB, 2018)

Öğrenme Alanı	**Alt Öğrenme Alanı**	**Kazanımlar**
Geometri	Çokgenler	Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini tanır.
		Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.
		Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır, açı özelliklerini belirler.
		Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
		Alanla ilgili problemleri çözer.

Tablo 4'te görüldüğü üzere çokgenler alt öğrenme alanında 5 kazanım yer almaktadır. Bu kazanımlara göre hazırlanan çokgenler başarı testinin geliştirme aşamaları Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9. Test Geliştirme Aşamaları (Kan, 2020)

Çokgenler başarı testinin geliştirme sürecinde ilk olarak "Çokgenler" alt öğrenme alanına ilişkin; matematik dersi öğretim programı (2018), farklı bölgelerde kullanılan 7. sınıf matematik ders kitapları (Ekoyay, 2019; Koza yayınları, 2018; Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları, 2019) ile Millî Eğitim Bakanlığının yapmış olduğu 2007- 2019 yılları arasındaki Bursluluk ve Seviye Belirleme Sınav (SBS) soruları incelenmiştir. Literatür taraması ve çokgenler alt öğrenme alanına ilişkin kazanımlar (Tablo 4) göz önünde bulundurularak her bir kazanım için üçten fazla madde olacak (Baykul, 2010) şekilde 4 seçenekli 25 çoktan seçmeli sorudan oluşan çokgenler başarı taslak formu oluşturulmuştur (Ek-5). Kapsam geçerliliğinin sağlanması amacıyla taslak formda bulunan her bir madde için farklı uzmanların (matematik eğitim alanında bir öğretim üyesi, biri eğitim program ölçmede yüksek lisans yapmış biri de matematik eğitiminde doktora yapmakta olup toplam beş matematik öğretmeni ve biri Türkçe eğitimi alanında yüksek lisans yapmış iki Türkçe öğretmeni) görüşlerine başvurulmuştur. Uzmanlardan her bir soruyu değerlendirirken "uygun, gözden geçirilmeli, uygun değil" şeklinde dönüt vermeleri istenmiş. Bunun yanı sıra bu forma her bir soru için düşüncelerini ifade etmeleri için açıklama kısmı ilave edilmiştir. Uzman görüşleri doğrultusunda dört maddede (6, 8, 9 ve 10.) bazı düzeltmeler yapılmıştır. Örneğin, altıncı soruda anlatım bozukluğuna sebep olan "şeklin çevresinin uzunluğu" "şeklin çevresi" olarak düzeltilmiştir. Önerilen düzeltmelerden sonra taslak form yeniden düzenlenerek pilot uygulaması için uygun hale getirilmiştir. Son şekli verilen test, madde analizlerini yapmak amacıyla ortaokul 8. sınıfta öğrenim gören 140 ($N_{kız}$=73, N_{erkek}=67) öğrenciye uygulanmıştır (bir ders saati). Uygulama sonunda öğrencilerden elde edilen veriler Microsoft Excel programında iki boyutlu bir tabloda satırlarda öğrenci numaraları, sütunlarda ise öğrencilerin her bir madde için işaretlemiş oldukları seçenekler listelenmiştir. Daha sonra bu tablo Test analiz programına (TAP) aktarılarak yapı geçerliğine ilişkin her maddenin doğru yanıtlanma oranını gösteren *güçlük indeksi* (Baykul, 2021); maddenin ilgili davranışa sahip olanla olmayanı ne ölçüde ayırdığını gösteren *ayırt edicilik indeksi* (Turgut ve Baykul, 2019) ve test maddelerinden alınan puanlar ile testin toplam puanı arasındaki ilişkiyi açıklayan *madde toplam korelasyonu* (Büyüköztürk, 2016) hesaplanmıştır. Elde edilen değerlerin yorumlanmasında Tablo 5 ve Tablo 6'da verilen ölçütler dikkate alınmıştır.

Tablo 5.
Madde Güçlük İndeksi

Madde Güçlük indeksi (p)	Maddenin Değerlendirilmesi
0.85-1.00	Çok kolay madde (madde testten çıkarılmalıdır)
0.61-0.84	Kolay madde (ihtiyaca göre bazı düzeltmelerle zorlaştırılabilir ya da aynen kullanılabilir)
0.40-0.60	Orta güçlükte madde (ideal madde olarak kabul edilir)
0.16-0.39	Zor madde (ihtiyaca göre kolaylaştırılabilir ya da aynen kullanılabilir)
0.00-0.15	Çok zor madde (kesinlikle testten çıkarılmalıdır)

Kaynak: Başol, 2019.

Tablo 5'de görüldüğü üzere madde güçlük indeksi 0-1 aralığında değişen değerler almaktadır. Erkuş (2012), bu durumu *"maddenin doğru yapılma oranı azaldıkça bu değer 0'a yaklaşır ki bu durum maddenin zorlaştığını, tersi durumda ise maddenin doğru yapılma oranı arttıkça değer 1'e yaklaşır ki bu ise maddenin kolaylaştığını gösterir"* (s.152) şeklinde ifade etmektedir.

Madde ayırt edicilik indeks değer aralıkları ve buna göre değerlendirmeler Tablo 6'da gösterilmiştir.

Tablo 6.
Madde Ayırt Edicilik İndeksi

Madde Ayırt Edicilik İndeksi (r_{jx})	Maddenin Yorumlanması

0.40 ve üstü	Ayırt ediciliği çok iyi
0.30-0.39	Ayırt ediciliği iyi
0.20-0.29	Ayırt ediciliği orta düzeyde (çeldiricilerde ya da madde kökünde düzeltilerek geliştirilmeli)
0.19 ve altı	Ayırt ediciliği düşük (kullanılmamalı)

Kaynak: Karaca, 2008, s.284.

Tablo 6'da ayırt edicilik indeks değeri, 0.40 ve üstünde olan maddelerin ayırt ediciliğinin çok iyi, 0.30-0.39 arasında ise maddelerin ayırt ediciliklerinin iyi olduğu görülmektedir. Turgut ve Baykul (2019), madde seçiminde ayrıt edicilik gücü katsayısına öncelik verileceğini ve testin güçlüğünü ayarlayabilmek için madde ayırt edicilik indeksi değeri 0.30'un altında olan maddelerin teste alınmaması gerektiğini ileri sürmektedirler.

Bir maddenin ölçme aracında kullanılıp kullanılmayacağını o maddenin güçlük ve ayırt edicilik indeksleri belirlemektedir (Altaylı-Özgül, 2018). Tablo 5 ve Tablo 6'da verilen ölçütler doğrultusunda testte bulunan her bir maddenin indeksleri için gerekli yorumlamalar yapılmıştır. Bu yorumlara ilişkin veriler Tablo 7'de sunulmuştur.

Tablo 7.
Çokgenler Başarı Taslak Formunda Bulunan Maddelerin Güçlük ve Ayırt edicilik İndeks Değerleri

Madde No	Madde Güçlük İndeksi (p)	Madde Ayırt Edicilik İndeksi (r_{jx})	Yorum
1	0.57	0.75	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
2	0.64	0.60	Kolay ve ayırt ediciliği çok iyi
3	0.56	0.43	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
4	0.46	0.76	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
5	0.45	0.43	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
6	0.41	0.46	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
7*	**0.31**	**0.23**	Zor ve ayırt ediciliği orta düzeyde
8	0.74	0.42	Kolay ve ayırt ediciliği çok iyi
9	0.46	0.36	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği iyi
10*	**0.20**	**0.17**	Zor ve ayırt ediciliği düşük
11	0.41	0.67	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
12	0.48	0.58	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
13	0.54	0.42	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
14	0.31	0,37	Zor ve ayırt ediciliği iyi
15*	**0.26**	**0.15**	Zor ve ayırt ediciliği düşük
16	0.46	0.76	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi

17*	**0.12**	**0.08**	Çok zor ve ayırt ediciliği düşük
18	0.18	0.42	Zor ve ayırt ediciliği çok iyi
19	0.56	0.56	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
20	0.47	0.60	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
21	0.47	0.58	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
22	0.31	0.34	Zor ve ayırt ediciliği iyi
23	0.34	0.45	Zor ve ayırt ediciliği çok iyi
24	0.32	0.40	Zor ve ayırt ediciliği çok iyi
25	0.27	0.54	Zor ve ayırt ediciliği çok iyi

*Testten çıkarılması uygun görülen madde numaraları

Tablo 5 ve Tablo 6'da verilen ölçütler doğrultusunda çokgenler başarı testinde 2 ve 8 numaralı maddelerin kolay olduğu, 17 numaralı maddenin öğrencileri çok zorladığı ve diğer maddelerinse öğrenciler tarafından orta zorlukta yanıtlandığı Tablo 7'de görülmektedir. Bu araştırmada ayırt edicilik indeks değeri 0.30'dan düşük olan maddelerin (7, 10, 15 ve 17) testten çıkarılması uygun görülmüştür. Maddeler testten çıkarıldıktan sonra TAP programı yardımıyla testin tekrar madde analizi gerçekleştirilmiştir. Analiz sonuçlar Tablo 8'de verilmiştir.

Tablo 8.
Çokgenler Başarı Testinde Yer Alan Maddelerin Güçlük ve Ayırt Edicilik İndeks Değerleri

Madde No	Madde Güçlük İndeksi (p)	Madde Ayırt Edicilik İndeksi (r_{jx})	Yorum
1	0.57	0.78	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
2	0.64	0.60	Kolay ve ayırt ediciliği çok iyi
3	0.56	0.45	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
4	0.46	0.79	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
5	0.45	0.45	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
6	0.41	0.49	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
7	0.74	0.44	Kolay ve ayırt ediciliği çok iyi
8	0.46	0.36	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği iyi
9	0.41	0.68	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
10	0.48	0.61	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
11	0.54	0.46	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
12	0.31	0.39	Zor ve ayırt ediciliği iyi
13	0.46	0.72	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
14	0.18	0.41	Zor ve ayırt ediciliği çok iyi
15	0.56	0.57	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi

16	0.47	0.59	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
17	0.47	0.54	Orta güçlükte ve ayırt ediciliği çok iyi
18	0.31	0.32	Zor ve ayırt ediciliği iyi
19	0.34	0.46	Zor ve ayırt ediciliği çok iyi
20	0.32	0.44	Zor ve ayırt ediciliği çok iyi
21	0.27	0.55	Zor ve ayırt ediciliği çok iyi

Tablo 8'de görüldüğü üzere yapılan analizler sonrasında iki madde (2 ve 7) kolay, altı madde (12, 14, 18, 19, 20, 21) zor, geriye kalan on üç madde ise (1, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 15, 16, 17) orta güçlükte olmak üzere toplam 21 sorudan oluşan Çokgenler başarı testine son şekli verilmiştir (Ek-6).

Madde-toplam korelasyon değeri, ölçek maddelerinden alınan puanlar ile testin toplam puanı arasındaki ilişkiyi gösterir. Madde-toplam korelasyon değerinin pozitif ve yüksek olması, maddelerin benzer davranışları ölçtüğünü ve ölçeğin iç tutarlılığının yüksek düzeyde olduğunu ifade eder. Büyüköztürk (2013), madde-toplam korelasyon değerinin; 0.30 ve üzerindeyse maddelerin iyi derecede ayırt edici olduğunu, 0.20-0.30 aralığındaysa ölçekte yer verilebilir derecede ayırt edici olduğunu ve 0.20'den azsa düşük derecede ayırt edici olarak ele alınabileceğini belirtmektedir. Dolayısıyla ölçeğin güvenirlik analizleri kapsamında ayrıca madde-toplam korelasyon değerlerine de bakılmıştır. Yapılan analizlerde ulaşılan madde-toplam korelasyon puan değerleri Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9.
ÇBT'nin Madde-Toplam Korelasyon Puanları

Madde No	Madde-Toplam Korelasyon Puanları	Madde No	Madde-Toplam Korelasyon Puanları
1	0.60	**11**	0.42
2	0.49	**12**	0.41
3	0.36	**13**	0.59
4	0.60	**14**	0.48
5	0.40	**15**	0.46
6	0.48	**16**	0.52
7	0.38	**17**	0.46
8	0.38	**18**	0.33
9	0.63	**19**	0.43
10	0.50	**20**	0.44
		21	0.55

Tablo 9 incelendiğinde madde bazındaki madde-toplam korelasyon puanlarının 0.33 ile 0.63 aralığında değerler aldığı görülmektedir. Bu puanların 0.30 ve üzerinde olması bu maddenin benzer davranışları ölçme oranının yüksek olduğunu ve ölçeğin iç tutarlılığını arttırmaya yönelik pozitif bir etkiye sahip olduğunu ifade etmektedir. Ayrıca yapılan hesaplamalarda test maddelerinin ortalama güçlük indeksi 0.449, ortalama ayırt edicilik indeksi 0.528 ve nokta çift serili (point biserial) madde toplam korelasyon katsayısı 0.472 olarak bulunmuştur. Madde toplam korelasyon katsayısının 0.30 ve daha yüksek olması maddelerin bireyleri iyi derecede ayırt ettiğini göstermektedir (Büyüköztürk, 2016). Bu değerler, testin ideal zorlukta olduğunu ve maddelerin bireyleri iyi derecede birbirinden ayırt ettiği göstermektedir. Bunun yanı sıra güvenirlik çalışmaları kapsamında son şekli verilmiş Çokgenler başarı testinin Kuder Richardson-20 (KR-20) iç tutarlılık katsayısı 0.826 olarak hesaplanmıştır. Bu ise, KR-20 iç tutarlılık katsayısının 0.70'den büyük olduğu için başarı testinin güvenilir olduğu (Büyüköztürk, 2016) anlamına gelmektedir. Elde edilen bütün bu sonuçlar, ÇBT'nin ayırt ediciliğinin ve güvenirliğinin yüksek olduğunu göstermektedir.

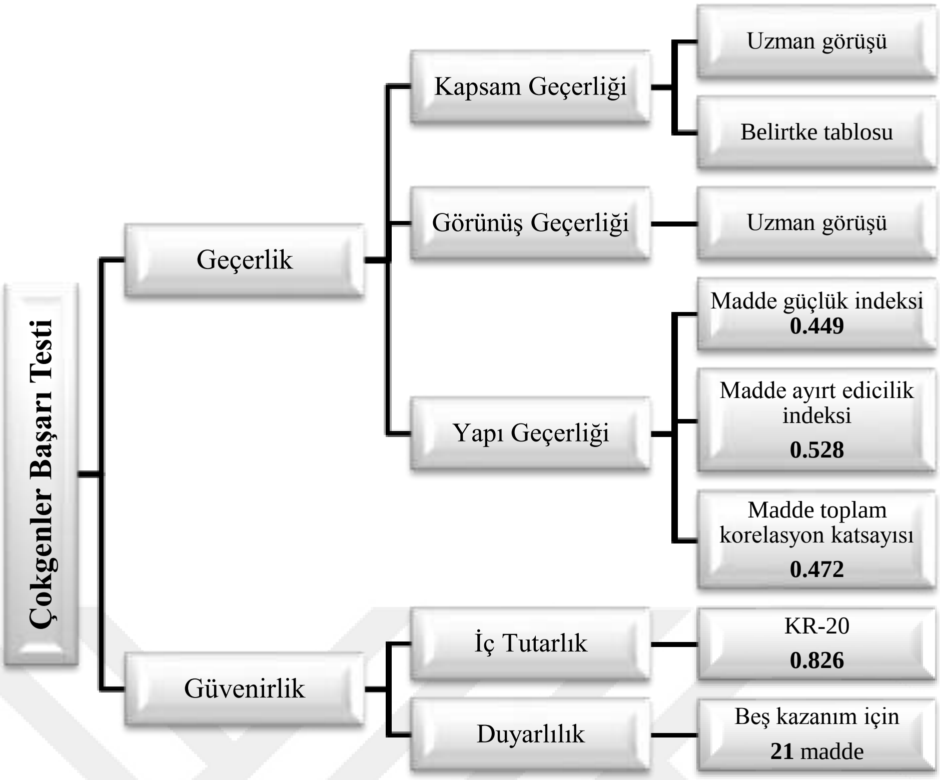
Son şekli verilen Çokgenler başarı testinde bulunan soruların hangi kazanımlarla ilişkili olduğu Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10.
Kazanımlar ve Bu Kazanımları Ölçmeye Yönelik Madde Numaraları

Kazanımlar	**Soru Numaraları**
Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini tanır.	1, 6, 9, 13, 15, 16, 19
Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.	1, 2, 4, 10, 19
Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır, açı özelliklerini belirler.	3, 11, 17, 18
Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.	8, 12, 14, 20, 21
Alanla ilgili problemleri çözer.	5, 14, 17, 21

Tablo 10'da görüldüğü üzere her bir kazanıma dair ortalama 4 ya da 5 soru bulunmaktadır. Bu durumun başarı testinin güvenirliğine katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

Buraya kadar anlatılan çokgenler başarı testinin geliştirilme aşamasında yapılan geçerlik ve güvenirlik çalışmaları Şekil 10'de özetlenmiştir:



Şekil 10. Başarı Testinin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışması

Şekil 10'görüldüğü üzere çokgenler başarı testinin geçerliliğine yönelik olarak kapsam, görünüş ve yapı geçerliliğine; güvenirliğine yönelik olarak da iç tutarlık ve duyarlılıkları incelenmiştir.

3.4.3. Geometri Öz-yeterlik Ölçeği

"Eğitim yalnızca "bilme (düşünce)" için değil, "hissetme (duygu)" ve "yapma (eylem)" için de verilir. Dolayısıyla sadece bilişsel ölçümler yeterli kabul edilemez" (MEB, 2018, s.7). Bu nedenle çalışmada geometriye yönelik öz-yeterlik inancı da ölçülmeye çalışılmıştır. Bunun için bir diğer veri toplama aracı olan Cantürk-Günhan'ın (2006) geliştirmiş olduğu 25 maddelik 5'li likert tipinde 3 alt boyuttan oluşan "Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeği", ölçek sahibinden izin alındıktan sonra kullanılmıştır (Ek-7). Cantürk-Günhan (2006), bu ölçeğin geliştirilme aşamalarını şu şekilde ifade etmiştir:

- ✓ İlk aşamada; literatür taraması yapılmış ve öz-yeterlikle ilişkili ölçekler detaylı bir biçimde incelenmiştir. Bu incelemenin sonucu olarak 29 maddeden oluşan ve "1. Hiçbir zaman, 2. Ara Sıra, 3. Kararsızım, 4. Çoğu Zaman, 5. Her zaman" şeklinde derecelendirilen geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği taslak olarak oluşturulmuştur.

- ✓ İkinci aşamada; hazırlanan taslak ölçeğin kapsam geçerliği için uzman (üç öğretim üyesi ile iki matematik öğretmeni) görüşüne sunulmuştur. Uzmanlardan gelen geri dönütler neticesinde taslak ölçek formunda gerekli düzeltmeler yapılmıştır.
- ✓ Üçüncü aşamada ise geçerlik ve güvenirlik çalışması yapılmıştır. Bunun için ilk olarak hazırlanan taslak ölçek formu geçerlik çalışması için, 6, 7 ve 8. sınıf düzeyinde öğrenim gören 285 öğrenciye uygulanmıştır. Ölçekteki maddelerin ölçtüğü yapıları ortaya çıkarmak (yapı geçerliği) amacı ile toplanan veriler üzerinde faktör analizine tabi tutulmuştur. Ama öncesinde ölçeğin uygulandığı örneklemin faktör analizi yapılması için uygun olup olmadığını gösteren Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) katsayısı değerine ve verilerin çok değişkenli normal dağılımdan gelip gelmediğini gösteren Barlett testi sonuçları incelenmiştir. Verilerin faktör analizi için uygun çıkması üzerine (KMO = 0.896 > 0.6; Barlett testi için $\chi^2 = 2411.356$; p = 0.00), geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğinin yapı geçerliğini ve faktör yapısını incelemek amacıyla açımlayıcı faktör analizi, faktörleştirme tekniği olarak ise temel bileşenler analizinden yararlanılmıştır. Bu analizler sonucunda ölçekte bulunan dört madde gerekli koşulları sağlamadığı için ölçekten çıkarılmıştır. Geri kalan 25 maddenin 3 faktör (geometriye yönelik olumlu öz-yeterlik inançları, geometri bilgisinin kullanılması, geometriye yönelik olumsuz öz-yeterlik inançları) altında toplandığı görülmüştür. Geçerlik çalışmalarından sonra geometri öz-yeterlik ölçeği, güvenirlik analizi için 6, 7 ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 385 öğrenciye uygulanmıştır. Bu öğrencilerden toplanan verilerin analizleri sonucunda ölçeğin her bir alt boyutuna ilişkin madde sayısı ve ölçeğin geneli ile alt boyutları için bulunan Cronbach Alpha Güvenirlik Katsayıları Tablo 11'de sunulmuştur.

Tablo 11.
Geometriye Yönelik Öz-yeterlik Ölçeğinin Boyutları

Alt Boyut	**Madde Sayısı**	**Cronbach Alpha Güvenirlik Katsayısı**
Geometriye Yönelik Olumlu Öz-Yeterlik İnançları	12	.88
Geometri Bilgisinin Kullanılması	6	.70
Geometriye Yönelik Olumsuz Öz-Yeterlik İnançları	7	.70
Genel	25	.90

Tablo 11'de, geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğine ait Cronbach alpha güvenirlik katsayısının 0.90 olduğu ve bu değerin öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterliklerini belirlemek için geliştirilen bu ölçeğin güvenilir olduğu görülmektedir.

3.4.4. Klinik Mülakatlar

Araştırmanın nitel kısmında katılımcıların yedinci sınıf çokgenler alt öğrenme alanında bilgi oluşturma düzeylerinin APOS teorisine göre incelenmesi amaçlandığından görüşme yöntemlerinden biri olan ve matematik araştırmalarında çokça tercih edilen (Baki vd., 2002; Clement, 2000; Goldin, 2000) klinik mülakat yöntemi kullanılmıştır. Piaget'in (1975) geliştirip çalışmalarında uyguladığı bu yöntem, problem çözme esnasında bireyin bilişsel süreçlerinin derinlemesine incelenmesinin yanı sıra zihinsel yapı düzeylerinin de incelenmesine olanak sağlayan veri toplama aracı olarak da kabul görmektedir (Karataş ve Güven, 2003). Gingsburg (1981), matematiksel düşünmeye yönelik yapılan çalışmaların temel amaçlarının zihinsel süreçlerin keşfi, tanımlanması ve yetkinliğin (yeterliliğin) değerlendirmesi olduğunu ileri sürmüş ve yapmış olduğu teorik analizlere göre klinik görüşmenin bu temel amaçlar için en uygun veri toplama aracı olduğunu ifade etmiştir. Bu yöntem sayesinde, katılımcıların çokgenler alt öğrenme alanındaki bilgi oluşturma süreçlerinin yanı sıra hatalarının da derinlemesine incelenebileceğini ve gizli matematiksel düşüncelerini ortaya çıkacağı düşünülmektedir. Klinik mülakatlarda katılımcının zihinsel yapılarının keşfedilmesi amacıyla açık uçlu sorular sorularak düşüncelerini rahatça sergileyebilecekleri bir ortam oluşturulur. Bu ortamda görüşmeci tarafından verilen ipuçları ve sonda sorularla derinlemesine bilgi sağlayan verilere ulaşılabilir. Soruya verilen yanıtların doğru ya da yanlış olmasından ziyade matematiksel olarak gösterilen performans yani çözüm süreci daha önemlidir (Deniz, 2014).

Bu araştırma kapsamında klinik mülakatlarda kullanılacak soruların hazırlanması aşamasında ilk olarak kazanımlar doğrultusunda ilgili literatür ve ders kitapları incelenerek 12 tane açık uçlu soru oluşturulmuştur. Hazırlanan bu sorular arasından APOS teorisine göre eylem, süreç, nesne zihinsel yapılarını açığa çıkaracak özellikte oldukları düşünülen 7 tane soru seçilmiştir. Daha sonra seçilen bu sorular uzman (matematik eğitim alanında farklı unvanlara sahip 4 akademisyen ve bir Türk dili uzmanı) görüşüne sunulmuştur. Uzmanlardan gelen dönütler sonrasında gerekli düzeltmeler (birkaç yazım yanlışı) yapıldıktan sonra sorularının anlaşılırlığı ve işlerliğinden emin olunması amacıyla pilot çalışmaya katılan altı öğrenciyle pilot uygulaması gerçekleştirilmiştir. Soruların işlevselliği ve anlaşılırlığında herhangi bir sorun görülmediğinden mülakatların bu sorularla yapılabileceğine karar verilmiştir (Ek-10). Tablo 12'de klinik mülakatlarda yer alan soruların sırası ve hazırlanmasındaki amaçlar verilmiştir.

Tablo 12.
Klinik Mülakat Sorularının Amaçları

Soru	**Amaç**
1.soru	Düzgün çokgenlerin bir iç açı ölçüsünü veren genel ifadeyi çokgenlerin dış açılar toplamından yararlanarak oluşturma süreçlerini APOS teorisi çerçevesinde incelemek.
2.soru	Özel dörtgenler arasındaki ilişkilendirme sürecindeki davranışları APOS teorisine göre incelemek.
3.soru	Eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturma sürecini APOS teorisine göre incelemek.
4.soru	Yamuğun alan formülünü oluşturma sürecini APOS teorisine göre incelemek.
5.soru	Aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin alanları ile kenar uzunluklarını ilişkilendirme sürecindeki davranışları APOS teorisine göre incelemek.
6.soru	Aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin çevreleri ile kenar uzunluklarını ilişkilendirme sürecindeki davranışları APOS teorisine göre incelemek.
7.soru	Farklı şekillerin bir araya gelerek oluşturduğu bileşik şekillerle ilgili alan problemlerinin çözüm sürecindeki davranışları APOS teorisine göre incelemek.

Uygulama bitiminde klinik mülakatlar bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmiştir. Klinik mülakatlarda katılımcılara verdikleri yanıtların nedenleriyle daha detaylı açıklama yapmaya yönelten *“Nasıl?”, “Neden?” veya “Niçin”* gibi görüşme sondaları kullanılmıştır. Katılımcıların dikkatlerinin dağılmaması, sorulara yoğunlaşabilmeleri ve sesli düşünebilmeleri için mülakatların uygun bir ortamda olmasına özen gösterilmiştir. Mülakat esnasında katılımcılara tükenmez kalem verilerek düşündükleri ve yardımcı olarak gördükleri her türlü çizim, yazı, karalamayı yapabilecekleri ifade edilmiş ve istedikleri kadar süre verilmiştir. Yapılan mülakatlar, daha sonra transkript (metne dönüştürmek) edilmek üzere, istenildiği zaman tekrar incelenebilmesi ve de veri kaybının en az seviyeye indirgenmesi amacıyla katılımcının izniyle kayıt altına alınarak arşivlenmiştir.

3.4.5. Odak Grup Görüşmesi

Belirli bir konuya dair seçilmiş bir grup bireyle tartışma yürütmek ya da odak grup görüşmesi yapmak son yıllarda popüler hale gelmiştir (Glesne, 2016). Bu görüşme türü araştırmacı tarafından oluşturulmuş bir grup katılımcı ile belirli bir konu üzerine yapılan mülâkat olarak tanımlanabilir (Patton, 2001). Odak grup görüşmelerinde, araştırmacının ilgilendiği bir konuyu tartışmak üzere toplanmış bir grup katılımcı vardır (Kısa, 2021). Katılımcı sayısı konusunda kesin bir sayı bulunmamakta ancak bazı araştırmacılar tarafından grubun 6-10 kişilik olması gerektiği ileri sürülmektedir (Christensen vd., 2015; Merriam, 2009; Patton, 2001). Odak grup görüşmelerinde bir uzlaşma aranmadığından katılımcılar bir yandan diğer katılımcıların söylediklerini duyarken onlara özgün ilave yorumlar yapabilir ya da daha farklı fikirler öne sürebilirler (Patton, 2001). Bundan dolayı odak grup görüşmeleri belirlenmiş özel bir konu hakkında farklı fikirlerin ortaya çıkmasına yardımcı olabilir (Gliner vd., 2009). Odak grup görüşmesinde araştırmacılar genelde kolaylaştırıcı ya da moderatör özelliklere sahiptirler (Glesne, 2016). Burada araştırmacının görevi görüşmecinin yaptığı gibi çalışmanın konusuna uygun olan bilgiyi katılımcılardan almaktır (Berg ve Lune, 2012). Odak grup görüşmesinde; katılımda gönüllülük esas olmalı, görüşme süresi olabildiğince kısa (en ideali 30-60 dakika) tutulmalı (Berg ve Lune, 2012) ve yapılan görüşmeler kayıt altına alınmalıdır (Christensen vd., 2015).

Bu araştırmada odak grup görüşmesi, ACE öğrenme döngüsüne yönelik öğrenci görüşlerini tespit etmek amacıyla kullanılmıştır. Bu görüşme türü, aynı anda farklı insanlardan veri toplamanın basit ve hızlı bir yolu (Balcı, 2021; Berg ve Lune, 2012) olmasından ötürü tercih edilmiştir. Bu süreçte ilk olarak literatür taranmış ve sonrasında araştırmacı tarafından 5 açık uçlu maddeden oluşan taslak form hazırlanarak ve uzman görüşlerine (matematik eğitim alanında farklı unvanlara sahip 3 akademisyen, matematik alanında doktora yapan bir matematik öğretmeni ve bir Türk dili uzmanı) sunulmuştur. Uzman geri dönütleri sonrasında aynı anlama geldiği düşünülen iki maddeden biri çıkarılmış ve yerine yine uzmanların önerisi doğrultusunda çalışmanın amacına uygun olduğu düşünülen bir madde eklenmiştir. Sonrasında, pilot çalışmasına katılan öğrencilerle gönüllülük esasına dayalı olarak ZOOM online platformu üzerinden eş zamanlı olarak odak grup görüşmesinin pilot uygulaması gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeye ait örnek bir kare Şekil 11’de verilmiştir.

Şekil 11. Odak Grup Görüşmesinin Pilot Uygulaması

Yaklaşık 33 dakika süren görüşmeden sonra soruların amaca hizmet ettiği yani soruların öğrencilerin ACE öğrenme döngüsüne yönelik düşüncelerini açığa çıkartacak yapıda anlaşılır oldukları görüldüğünden sorular üzerinde herhangi bir değişikliğe gidilmemiştir (Ek-11). Uygulama bitiminde deney grubundan gönüllülük esasına dayalı olarak rastgele seçilen 4 kız ve 4 erkek öğrenci olmak üzere toplam 8 öğrenci ile bilgisayar laboratuvarında yüz yüze odak grup görüşmesi gerçekleştirilmiştir. Bu görüşmeye ait örnek kareler Şekil 12'de verilmiştir.

Şekil 12. Odak Grup Görüşmesinin Yapıldığı Ortam

Yapılan bu görüşme yaklaşık olarak 30 dakika sürmüş ve yapılan görüşme hem ses kayıt cihazı hem de araştırmacının görüşme esnasında tutmuş olduğu notlar yardımıyla daha sonra incelenmek ve transkript edilmek üzere kayıt altına alınmıştır.

3.4.6. Doküman İncelemesi

Doküman incelemesi, araştırılması amaçlanan olgu veya olgulara ilişkin veri içeren materyallerin analizini kapsar (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Analiz edilecek bu materyaller yazılı (kitap, dergi, gazete, magazin, arşiv, mektup, günlük, resmi yayın ve istatistikler vb.) olabileceği gibi konuyla ilgili film, video veya fotoğraflar şeklinde de olabilir (Cansız-Aktaş, 2015). Araştırmanın geçerliğini arttırmak amacıyla, görüşme ve gözlem yöntemlerinin yanı sıra çalışılan konuya ilişkin yazılı ve görsel materyal de araştırmaya dahil edilebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Bu araştırmada klinik mülakata katılan öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin daha doğru ve detaylı anlamlandırılması için, öğrencilerin klinik mülakat sorulara ilişkin çözümlerinin bulunduğu çalışma kağıtları doküman olarak incelenmiş ve bulgular kısmında verilmiştir.

3.5. Araştırmacının Rolü

Araştırmacıların rolü araştırma yöntemine bağlı olarak değişebilmektedir. Örneğin, araştırmacılar nicel araştırmalarda araştırma konusuna yönelik verileri toplayan, topladığı verilerin analizlerini yapan ve sonrasında bu verileri raporlaştıran konumdayken nitel araştırmalarda genelde gözlemci (Büyüköztürk vd., 2020) olup ikinci elden veri toplayan değil aksine araştırmaya bizzat dâhil olan katılımcı rolündedir (Açıl, 2015).

Bu çalışmada araştırmacı, sürece öğretmen olarak dâhil olup aktif rol oynadığından katılımcı gözlemci konumundadır. *Katılımcı gözlemci,* araştırmacının gözlemlediği durum veya yere gerçekten dâhil olduğu ve doğal olarak etkileşimde bulunduğu dolayısıyla araştırmacının veri toplama sürecinin bir parçası olduğu gözlem türü olarak ifade edilebilir ve de katılımcı gözlem konumundaki araştırmacı, verileri üzerinde çalıştığı birey ya da grubun konuşmalarını dinleme ve davranışlarını gözlemleme yoluyla elde eder (Cansız-Aktaş, 2015). Araştırmacı, bu çalışmanın veri toplama aşamasında, katılımcıların bilgi oluşturma süreçlerini ortaya çıkarılmasını sağlayarak tarafsız bir rol oynamaya özen göstermiştir.

3.6. Veri Toplama Süreci

Bu çalışmadaki veriler, Malatya ili Yeşilyurt ilçesinde bulunan bir ortaokulun yedinci sınıfında öğrenim gören 46 öğrenciden elde edilmiştir. Veri toplama sürecine yordama testi, çokgenler başarı testi ve geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğinin uygulanması ile başlanmıştır. Uygulama öncesi deney grubunda bulunan öğrencilere bir ders süre içerisinde GeoGebra programı tanıtılmış ve programın temel özellikleri (sürgü, göster/gizle) hakkında kısa bilgiler verilmiştir. Uygulama sürecinde deney grubundaki öğrencilerin etkinlikleri üçerli veya dörderli gruplar halinde yürütmeleri sağlanmıştır. Dersler deney grubunda ACE öğrenme döngüsüne göre hazırlanmış ders planları ve etkinliklere göre; kontrol grubunda ise mevcut öğretime göre ders kitabında yer alan etkinliklere dayalı olarak araştırmacı tarafından yürütülmüştür. 4 haftalık uygulama sürecinden sonra her iki gruba da çokgenler başarı testi ile geometri öz-yeterlik ölçeği sontest olarak uygulanmıştır. Bunun yanı sıra uygulama bitiminden bir hafta sonra deney ve kontrol grubundan maksimum çeşitlilik yöntemine göre belirlenen 4'er öğrenciyle klinik mülakatlar ve deney grubunda yer alan 8 öğrenciyle de ACE döngüsüne dayalı öğrenme sürecine yönelik odak grup görüşmesi bilgisayar laboratuvarında yüz yüze gerçekleştirilmiştir. Uygulama bitiminden 5 hafta sonra da kullanılan öğrenme ortamlarının öğrenilenlerin kalıcılığı üzerindeki etkisini belirlemek amacıyla çokgenler başarı testi son kez her iki gruba da uygulanarak veri toplama süreci sonlandırılmıştır.

3.7. Pilot Çalışma

Gerçek çalışma öncesi az sayıda katılımcı ile yürütülen ön çalışma olarak tanımlanan pilot (deneme) çalışmasının yapılması, bağımsız değişken üzerindeki manipülasyonun istenilen etkiyi üretip üretmediğini göstermesi (Christensen vd., 2015), yönergenin ve soruların anlaşılır olup olmadığını, yanıtlama süresini ve genel olarak uygulama biçimini değerlendirmek amacıyla araştırmacıya büyük yarar sağlamaktadır (Büyüköztürk vd., 2020). Bunun yanı sıra araştırmacıya, prosedürlerle ilgili deneyim kazandırır ve de herhangi bir aksaklık tespit edilmesi durumunda deneye zarar vermeden düzeltme imkânı sunar. Bu yüzden deneysel bir araştırma yapılmadan önce o araştırma ile ilgili pilot çalışma yapılması tavsiye edilmektedir (Christensen vd., 2015).

Bu çalışma öncesinde araştırmacının görev yaptığı okulda 7. sınıf düzeyinde bulunan üç şubeden (A, B ve C) ikisi (A ve C) yansız bir şekilde deney ve kontrol grubu olarak atanmıştır. Pilot çalışmasının aynı okulda ve çalışma gruplarıyla aynı düzeyde bulunan başka bir şubede yer alan öğrencilerle yapılması araştırmanın geçerlilik ve güvenilirliğine olumlu yönde katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bu nedenle B şubesinden 3'er öğrenciden oluşan iki grupla (gönüllülük esası ve velilerinin izni dahilinde) okul çıkışları günlük ortalama iki ders saati olacak şekilde araştırmanın pilot çalışması 24.03.2022-07.04.2022 tarihleri arasında gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmasıyla, araştırma kapsamında kullanılacak çokgenler alt öğrenme alanıyla ilgili geliştirilen etkinliklerin öğrencilerin bilgi oluşturma sürecini açığa çıkarmada etkili olup olmadığının tespit edilmesinin yanı sıra uygulama öncesi araştırmacının zaman yönetimi konusunda deneyim kazanması, odak grup görüşme sorularının ve klinik mülakat sorularının amaca yönelik olup olmadığının belirlenmesi amaçlanmıştır. Pilot çalışması, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamına yönelik bazı etkinliklerin uygulama öncesi gözden geçirilmesine olanak sağlamış ve tespit edilen eksiklikler giderilmeye çalışılmıştır. Örneğin, etkinliklerin arka arkaya hemen yapılmasının olumsuz etkileri görülmüştür. Bu nedenle ders planları tekrardan gözden geçirilerek, bir etkinlikten sonra başka bir etkinlik verilmesi yerine ACE döngüsünün ikinci basamağından devam edilerek etkinliğin içselleştirilmesi bunun sonucu olarak da öğrencilerin süreç ve nesne bilişsel yapı oluşturmaları sağlanmıştır. Pilot çalışmasının bitiminde ön çalışmada yer alan 6 öğrenciyle klinik mülakatların ve odak grup görüşmesinin pilot uygulaması gerçekleştirilmiştir. Bu mülakat ve görüşmeler sonucunda araştırmacının bazı tespitleri olmuştur. Bu tespitler ve uygulama esnasında alınan önlemler şu şekildedir:

- Öğrencilerin endişeli oldukları görülmüş. Bunun için mülakatlara katılacak öğrencilerle görüşme öncesi konuşularak endişelerinin giderilmesi gerekmektedir.
- Kazanım öncesinde yapılan mülakatlara katılan öğrencilerin, gergin ve kaygılı olduğu bu sebepten verilen problemi yapamadığı bunun sonucu olarak da derse yönelik olumsuz tutum geliştirdiği ve de bir sonraki derse ve mülakata katılmak istemediği, aynı şekilde mülakatların kazanım sonrasında hemen yapıldığında da benzer durumların yaşandığı mülakata katılan öğrencilerin ilgili kavramları oluşturmada başarısız oldukları görülmüştür. Bu sebepten dolayı mülakatların, kazanım verilmeden önce ve kazanımdan verildikten hemen sonra yapılmaması gerektiği belirlenmiştir. Bu doğrultuda araştırmada APOS düzeylerinin belirlenmesi koşuluna ilişkin klinik mülakatların uygulanma süreci Çokgenler Başarı Testinin sontest olarak uygulanmasından sonra yapılmasına karar verilmiştir.
- Klinik mülakatlarda ses ve görüntü cihazının öğrencinin sadece çalışma kâğıdına konumlanmasının gerektiği görülmüştür.

3.8. Uygulama Süreci

Bu araştırmada uygulama 2021-2022 eğitim-öğretim yılı bahar dönemi 28.03.2022-28.04.2022 tarihleri arasında her iki grupta da toplam 20 ders saati (4 hafta) süresince gerçekleştirilmiş ve gerçekleştirilen uygulamaların tamamı her iki grupta da bir kamera ile kayıt altına alınmıştır. Her bir ders süresi 40 dakika olup uygulamaya öncesinde deney ve kontrol gruplarının denkliklerini belirlemek için çokgenler başarı testi ve geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği öntest olarak uygulanmıştır. Bunun yanı sıra klinik görüşmelere öğrenci seçiminde kullanılmak üzere her iki gruba yordama testi uygulanmıştır.

Deney grubunda ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamı oluşturulmuş ve ders planları hazırlanmış (Ek-12) ve bu planlar göz önünde bulundurularak öğretim gerçekleştirilmiştir. ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamında öğrencilerin küçük gruplar halinde çalışmaları esas olduğundan uygulamaya başlamadan önce deney grubunda bulunan 22 öğrenci, araştırma öncesinde yapılan yedinci sınıfa ait matematik yazılı puan ortalamaları ve araştırmacının deneyimlerine dayalı olarak grup içi heterojen, gruplar arası homojen olacak şekilde 6 gruba ayrılmıştır (iki grup 3'er öğrenci, dört grup ise 4'er öğrenciden oluşmaktadır). Her bir grup için akademik olarak farklı düzeylerden birer öğrenci bulunmasına dikkat edilmiştir. Sonraki aşamada araştırmacı, öğrencilere bir ders saati akıllı tahtada GeoGebra yazılımının tanıtımını çok detaya girmeden yapmıştır. Araştırmacı tarafından hazırlanan GeoGebra materyallerin de en çok sürgü ile göster/gizle kutucuğu araçlarının kullanımını gerektirdiğinden bu iki araca vurgu yapılmıştır. Aynı şekilde GeoGebra materyalleri uygulama öncesinde hazırlanarak öğrencilerin uygulama aşamasında dikkatini GeoGebra programına değil hazırlanan materyallere vermeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Araştırmacı tarafından hazırlanan GeoGebra etkinlikleri uygulama öncesinde laboratuvardaki bilgisayarlara yüklenmiştir.

Üç aşamadan oluşan ACE öğrenme döngüsünün ilk aşamasında öncelikle kazanım ile ilgili önceki sınıflarda öğrenmeleri gereken kazanımlar hatırlatılmıştır. Bunun için bazen Eğitim Bilişim Ağı (EBA)'da yer alan videolardan bazen ise araştırmacı tarafından hazırlanan sunumlardan yararlanılmıştır. Sonrasında esas etkinliklere geçilmiştir. Deney grubunda yer alan küçük grupların bilgisayar laboratuvarında kazanım doğrultusunda hazırlanan etkinlikler üzerinde çalışmaları sağlanmıştır. Gruplar kendi aralarında bir yandan GeoGebra yazılımı aracığıyla etkinlikler üzerinde çalışırken bir yandan da etkinlikler ile ilgili soruları tartışmışlardır.

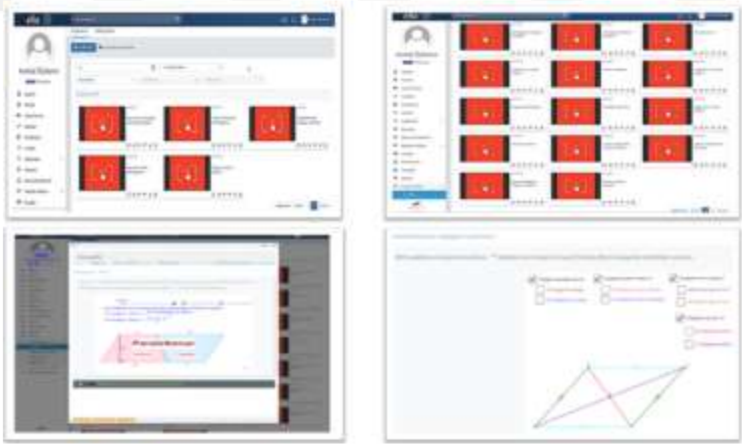
Şekil 13. Laboratuvar Ortamı

Araştırmacı bu süreçte öğrenme alanındaki kazanımlara yönelik kısa açıklamalar ve tanımlar yaparak süreci yönetmiş ve öğrencilere rehberlik yapmıştır. Etkinlik bitiminde grupların ortak sonuca varıp varmadığına bakılmıştır. Eğer varılan sonuçlar farklılık gösteriyorsa gruplar arası tartışmalar yoluyla nihai sonuca ulaşıldıktan sonra döngünün ikici aşamasına geçilmiştir.

Döngünün ikinci aşaması, öğrencilerin ilk aşamada tamamlanan etkinliği destekleyecek şekilde hazırlanan çalışma kâğıdı üzerinde çalışırken, grup içi veya gerektiğinde öğretmen liderliğindeki sınıf tartışmaları şeklindedir. Bunun için araştırmacı tarafından hazırlanan çalışma kâğıtları gruplara dağıtılıp, öğrencilerden düşüncelerini grup arkadaşlarıyla paylaşmaları, yapılan grup içi tartışmalara katılmaları gerektiği vurgulanmıştır. Grup içi çalışmalar, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılan tartışmalara tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilmiştir. Araştırmacı bu süreçte öğrencilere grup tartışmalarına katılım için söz hakkı vererek, teşvik edici bir rol üstlenerek öğrencilerin aktif olmasını sağlamaya çalışmıştır.

Şekil 14. Sınıf Ortamı

Pekiştirilmeyen bilginin kırılgan bir yapıya sahip olduğu ve de çok çabuk unutulmaya yüz tuttuğu göz önüne alındığında (Hershkowitz vd., 2001), oluşturulan yeni bir yapının pekiştirilmeye ihtiyacı vardır ve soyutlamanın bu pekiştirme sürecinden sonra oluşabileceği ileri sürülmektedir (Monaghan ve Özmantar, 2006). Bundan dolayı döngünün son aşamasında, öğrenciler matematik bilgilerini pekiştirmek için sınıf dışında matematik görevi üstlenirler (Afgani vd., 2019). Öğrenilenlerin pekiştirilmesi amacıyla araştırmacı tarafından hazırlanan uygulama soruları ev ödevi olarak sınıf için oluşturulan WhatsApp grubunda öğrencilere gönderilmiştir. Bu şekilde daha az kâğıt tüketilerek hem doğaya katkı sağlamaya hem de velilerin sürece dahil olmasına çalışılmıştır. Gönderilen uygulama sorularının okul dışında veya içinde isteğe bağlı olarak grup olarak ya da bireysel yapılabileceği belirtilmiştir. İlaveten EBA'da bulunan kazanımla ilgili videolar, animasyonlar, alıştırmalar ve tarama soruları ödev olarak gönderilmiştir. Bunun yanı sıra kazanım ile ilgili GeoGebra etkinlikleri, öğrencilerin zaman sınırı olmaksızın bu etkinliklere ulaşabilmesi ve bu etkinler üzerinde istedikleri kadar çalışabilmesini sağlamak amacıyla EBA'ya yüklenerek deney grubu öğrencileriyle paylaşılmıştır (Şekil 15). Döngü araştırmanın amacı doğrultusunda her kazanım için bu şekilde tekrarlanmıştır.



Şekil 15. EBA Ortamı

Kontrol grubunda ise ortaokul matematik öğretim programı (mevcut müfredat) dikkate alınarak örgün öğrenme ortamı çerçevesinde ünitelendirilmiş yıllık plana göre dersler olağan şekilde devam ettirilmiştir. MEB'in ders kitabı olarak okullarda ücretsiz dağıttığı kitapta (Berkay Yayıncılık, 2018) yer alan etkinlikler, örnekler ve alıştırmalar öğrenciler tarafından bireysel olarak yapılmıştır. Araştırmacı bu esnada öğrenciler arasında dolaşmış ve etkinliği yapmakta zorlanan öğrencilere ipuçları vererek kolaylaştırıcı bir rol oynamıştır. Etkinlik bitiminde etkinliğe yönelik elde edilen sonuçların belirlenmesi amacıyla genellikle büyük grup tartışması yöntemi uygulanmış, bu şekilde her öğrencinin birbirini değerlendirmesine olanak tanınmıştır. Elde edilen ortak sonuçlar defterler yazıldıktan sonra ders kitabında alıştırma soruları yeterli zaman varsa sınıfta yaptırılmış yeterli zaman olmadığı durumlarda ev ödevi olarak verilmiştir.

Şekil 16. Kontrol Grubu

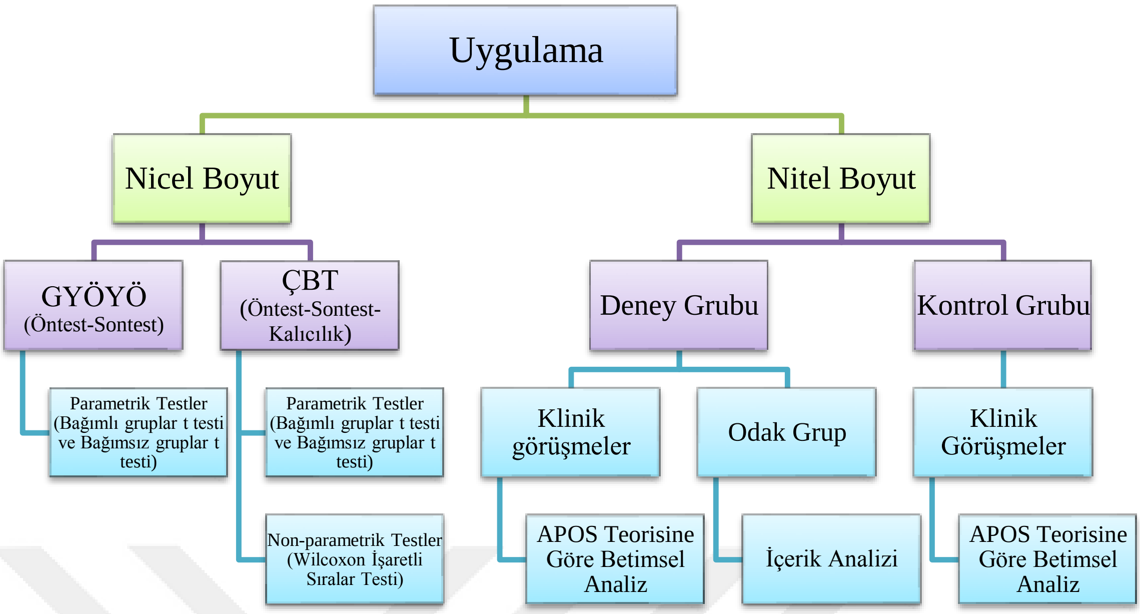
Bunun yanı sıra EBA'da kazanımlarla ilgili videolar, animasyonlar, alıştırmalar ve tarama soruları kontrol grubu öğrencileriyle paylaşılarak süreç devam ettirilmiştir. Uygulama sürecine ait çalışma takviminin detayları Tablo 13'de verilmiştir.

Tablo 13.
Uygulamaya İlişkin Kazanım ve Ders Saatleri

Kazanım	Tarih	Süre (Ders saati)
Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.	28-29 Mart	4
Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini tanır.	30 Mart- 4 Nisan	3
Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır, açı özelliklerini belirler.	5-6 Nisan	3
Ara tatil (11-15 Nisan)		
Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır, açı özelliklerini belirler.	18 Nisan	2
Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.	19-25 Nisan	4
Alanla ilgili problemleri çözer.	25-27 Nisan	4

3.9. Verilerin Analizi

Karma araştırma yöntemlerinden açıklayıcı ardışık desenin kullanıldığı bu tez çalışmasında veriler ÇBT ve GYÖYÖ, odak grup görüşmesi ve klinik mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Araştırmanın veri analiz şeması Şekil 17'de verilmiştir.



Şekil 17. Araştırmanın Veri Analiz Şeması

Araştırma problemlerini test etmek için kullanılan bu verilerin analiz süreçleri sırasıyla alt başlıklar halinde detaylı bir şekilde sunulmuştur.

3.9.1. Nicel Verilerin Analizi

Çalışmanın nicel kısmında deneysel desenlerden biri olan yarı deneysel desen (öntest-sontest kontrol gruplu) tercih edilmiştir. Bu desen türüne dayalı çalışmalarda toplanan verilerin analiz edilmesinde verilerin bazı koşulları sağlayıp sağlamamasına göre farklı testler kullanılır. Bu testler parametrik testler ve parametrik olmayan yani non-parametrik testler şeklinde sınıflandırılabilir.

Parametrik testler, evrene ait parametreler hakkındaki sayıltıların karşılanabilmesi için gereken şartların sağlanabildiği verilere yapılan istatistiki işlemlerdir (Can, 2020). Bu testler, bağımsız değişken ya da değişkenlerin, bağımlı değişken ya da değişkenler üzerindeki etkisinin incelenmesine yardımcı olurlar (Tutar ve Erdem, 2020). Parametrik testler için karşılandığından emin olunması gereken temel varsayımlar; bağımlı değişkenin normal dağılım göstermesi, gruplardaki varyansların eşit olması yani varyansların homojenliği, farklı gruplarda gözlemlenen bireylerin birbirinden bağımsız olması yani bir katılımcının aldığı skorun başka katılımcı ya da katılımcılar tarafından etkilenmemesi veya onların aldığı puana bağlı olmaması şeklinde ifade edilebilir (Gliner vd., 2009). Tutar ve Erdem (2020), bu varsayımların yanı sıra parametrik testlerin kullanılabilmesi için örneklem büyüklüğünün 10’dan az olmaması gerektiğini ileri sürmektedir.

Non-parametrik testler ise parametrik testlerin gerektirdiği varsayımların sağlanamadığı, normal dağılım gerektirmeyen ve değişkenlerin sınıflama ya da sıralama ölçeğinde olduğu koşullarda tercih edilen testlerdir (Can, 2020). Parametrik testler ortalamalar üzerinden çalışırken non-parametrik testler medyan (ortanca) değer üzerinde çalışır. Parametrik testler, non-parametrik testlere göre daha güçlü testler olmasına rağmen genellikle varsayımların varoluşunda şüpheye düşüldüğü durumlarda non-parametrik testler parametrik testlerin yerine kullanılır (Gliner vd., 2009; Sönmez-Çakır, 2019).

Her bir veri yapısı için belirlenmiş parametrik testler ve varsayımların karşılanmadığı durumlarda bu testlerin non-parametrik alternatifleri bulunmaktadır. En yaygın kullanılan parametrik testler; t testi, Anova (tek yönlü, çift yönlü, çoklu), Doğrusal Regresyon ve Pearson Sıra Korelasyon testi iken Ki-Kare, Fisher’s Exact testi, Wilcoxon Eşlenik-Çift testi, Mann-Whitney U testi, Kruskal-Wallis Tek Yönlü Varyans Analizi ve Spearman Sıra Korelasyon testi yaygın kullanılan non-parametrik testlerdir (Sönmez-Çakır, 2019). İki aritmetik ortalama arasındaki farkın istatistiki açıdan anlamlı olup olmadığı t testi ile analiz edilir. Bağımsız iki örneklem ortalamaları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını anlamak için bağımsız (ilişkisiz) gruplar için t testi kullanılırken, aynı örneklem grubunda iki farklı zamanda toplanan veriler arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için bağımlı (eşleştirilmiş-ilişkili) gruplar t testi kullanılır (Tutar ve Erdem, 2020). t testlerinin non-parametrik eşdeğerleri ise iki bağımsız örneklem için Mann-Whitney U testi; iki bağımlı örneklem içinse Wilcoxon işaretli sıralama testidir (Balcı, 2021; Can, 2020; Cohen vd., 2018).

7. sınıf öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanıyla ilgili akademik başarılarını belirlemek için çokgenler başarı testi hem deney hem de kontrol grubuna uygulanmıştır. 21 maddeden oluşan bu başarı testinde doğru cevapların her birine 1 puan, yanlış cevaplara ise 0 puan verilerek puanlama yapılmıştır. Dolayısıyla çokgenler başarı testinden alınacak maksimum puan 21 iken, minimum puan 0’dır.

Diğer bir veri toplama aracı olan öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik inanç düzeylerini belirlemek için uygulanan GYÖYÖ’de 25 madde yer almaktadır. Uygulama öncesinde öntest, uygulama sonrasında sontest olarak uygulanan bu ölçeğin veri analiz aşamasında olumlu öz-yeterlik ifadeleri; hiçbir zaman=1 puan, ara sıra=2 puan, kararsızım=3 puan, çoğu zaman=4 puan, her zaman=5 puan, olumsuz öz-yeterlik ifadeleri ise bunun tam tersi (her zaman=1 puan, çoğu zaman=2 puan, kararsızım=3 puan, ara sıra=4 puan ve hiçbir zaman=5 puan) olacak şekilde değerlendirilmiştir (Ek-9). Maddelere verilen puanların ortalamaları hesaplanarak geometriye yönelik öz-yeterlik puanları elde edilmiştir. Öğrencilerin ölçeklerden aldıkları puanlara göre düzeyleri belirlenirken aralıkların eşit olmasından ötürü 'dizi genişliği/uygulanacak grup sayısı' formülü kullanılarak ölçeğin aralık genişliği .80 olarak hesaplanmıştır (Tekin, 1993).

$$\begin{aligned} \textit{Puan aralığı} &= \frac{\textit{En yüksek değer} - \textit{En düşük değer}}{5} \\ &= \frac{5-4}{5} \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

Yapılan bu hesaplama dayalı olarak oluşan geometriye yönelik öz-yeterlik algı ortalama puan aralıkları ve buna bağlı olarak yapılan değerlendirme aralıkları ile yorumlar Tablo 14'te sunulmuştur.

Tablo 14.
GYÖYÖ'ne Ait Ortalama Puan ve Değerlendirme Aralığı

Ortalama Puan Aralığı	Değerlendirme Aralığı	Yorum
1.00-1.79	Hiçbir zaman	Geometriye yönelik öz yeterlik inancı "çok olumsuz"
1.80-2.59	Ara sıra	Geometriye yönelik öz yeterlik inancı "olumsuz"
2.60-3.39	Kararsızım	Geometriye yönelik öz yeterlik inancı "kararsız (nötr)"
3.40-4.19	Çoğu zaman	Geometriye yönelik öz yeterlik inancı "olumlu"
4.20-5.00	Her zaman	Geometriye yönelik öz yeterlik inancı "çok olumlu"

Tablo 14'te, ortalama puana göre aralığın toplamda 5 oluştuğu, öğrencinin geometriye yönelik öz-yeterlik inancının "Her zaman" aralığında ise "çok olumlu", "Hiçbir zaman" aralığında ise "çok olumsuz" olduğu şeklinde yorumlandığı görülmektedir.

Bu araştırmada istatistiksel analizler için SPSS programından yararlanılmış ve analiz sonuçları .05 anlamlılık düzeyinde değerlendirilmiştir. ÇBT ve GYÖYÖ testlerinden alınan puanların analizlerini yapmadan önce verilerin normalliğine bakılmıştır. Bunun için gerekli aşamalar sırayla takip edilmiştir. İlk olarak veri toplama araçları ile toplanan nicel verilerin parametrik test varsayımlarını sağlayıp sağlamadığı incelenmiştir. Araştırma kapsamındaki bağımlı değişkenler sürekli değişken olduklarından ölçme düzeyleri parametrik testlere uygundur. Çalışma gruplarında yer alan öğrencilerin uygulama esnasında sadece bir grupta bulunmaları ve veri toplama aşamasında başarı testi ile öz-yeterlik ölçeğini bireysel olarak cevaplamış olmaları gözlemlerin bağımsızlığı sayıltısının karşılandığını göstermektedir.

Deneklerden elde edilen verilerin normallik varsayımını sağlayıp sağlamadığını belirlemek için istatistiksel ya da grafiksel yöntemler kullanılmaktadır. Bu araştırmada değişkenlerin normalliğini belirlemek için istatistiksel yöntemlere başvurulmuştur.

Çarpıklık ve basıklık katsayısı normalliğin iki bileşeni olarak düşünülebilir (Tabachnick ve Fidell, 2013). Bu katsayıların +2 ile -2 aralığında bulunması verilerin normal dağılım gösterdiğini ifade etmektedir (Cameron, 2004). Bunun yanı sıra Can (2020), aynı zamanda çarpıklık ve basıklık değerlerinin standart hatalarına bölünerek elde edilen z puanların +1.96 ile -1.96 aralığında olmasının, dağılımın normal dağılım gösterdiğine işaret ettiğini ileri sürmektedir. Verilerin normal dağılım gösterip göstermediğini belirlemek amacıyla ayrıca normallik testine başvurulmuştur.

Örneklem büyüklüğünün 30’dan küçük olduğu durumlarda Shapiro-Wilk testi ile nicel değişkenin normal dağılıma uygunluğunun sınanmaktadır (Cevahir, 2020). Can (2020), normallik testinde p değerinin .05’ten büyük olmasının normallik varsayımının karşılandığı yönünde değerlendirebileceğini ifade etmektedir.

Bunun yanı sıra parametrik testler için diğer bir varsayım olan homojenlik varsayımı Levene testi aracılığıyla analiz edilmiştir. Analiz neticesinde elde edilen anlamlılık düzeyinin .05’ten büyük olması ile varyansların homojen olduğu yönünde değerlendirme yapılmıştır. Diğer taraftan anlamlılık düzeyinin .05’ten küçük olması durumunda yani homojenlik varsayımı sağlanmıyorsa basitçe SPSS programı homojen olmayan varyans durumunda farklı bir satır sunmakta ve sonuçlar bu satıra göre yorumlanmaktadır (Can, 2020).

ÇBT ve GYÖYÖ’den elde edilen veriler için yapılan analizler doğrultusunda normal dağılımıyla ilgili şu sonuçlara ulaşılmıştır:

Çokgenler Başarı Testine Ait Çarpıklık ve Basıklık Analizi

Çokgenler başarı testine ilişkin gruplarda yer alan öğrencilerin öntest, sontest ve kalıcılık puanlarına ait betimsel istatistik analiz verileri Tablo 15’te sunulmuştur.

Tablo 15.
Çokgenler Başarı Testine Ait Betimsel İstatistikler

Grup	Test	N	$\bar{X}$	SS	Çarpıklık	Çarpıklık std. hata	Basıklık	Basıklık std. hata
Deney	Öntest	22	6.73	2.914	.208	.491	-1.200	.953
Kontrol		24	7.75	2.289	.359	.472	-.252	.918
Deney	Sontest	22	14.73	4.987	-.437	.491	-.713	.953
Kontrol		24	11.79	4.836	.360	.472	-1.195	.918
Deney	Kalıcılık	22	13.91	4.545	-.216	.491	-.514	.953
Kontrol		24	11.83	4.018	-.284	.472	.816	.918

Tablo 15 incelendiğinde çarpıklık değerlerinin -.437 ile .360 arasında, basıklık değerlerininse -1.200 ile 0.816 aralığında değerler aldığı görülmektedir. Bunun yanı sıra testlerden elde edilen puan ortalamalarının z-çarpıklık değerleri -.890 ile .763 arasında ve z-basıklık değerleri -1.302 ile .889 arasında değerlere sahiptir. Bu ise çarpıklık ve basıklık değerlerinin -2 ile +2 (Cameron, 2004), z-çarpıklık ve z-basıklık değerlerin de -1.96 ile +1.96 aralığında kaldığını göstermektedir. Dolayısıyla elde edilen çarpıklık ve basıklık değelerine göre çokgenler başarı testinden edilen verilerin normal dağılım sergilediği söylenebilir.

Çokgenler Başarı Testine Ait Shapiro-Wilk Normallik Testi

Çokgenler başarı testinden elde edilen verilerin normalliğini belirlemek amacıyla ayrıca Shapiro-Wilk testi yapılmıştır. Elde edilen analiz sonuçları Tablo 16'da sunulmuştur.

Tablo 16.
Çokgenler Başarı Testine Ait Normallik Testi Sonuçları

Grup	Test	N	İstatistik	sd	p
Deney	Öntest	22	.927	22	.107
Kontrol		24	.959	24	.410
Deney	Sontest	22	.931	22	.126
Kontrol		24	.920	24	.057
Deney	Kalıcılık	22	.971	22	.735
Kontrol		24	.951	24	.282

Tablo 16'da deney ve kontrol gruplarına ait öntest, sontest ve kalıcılık puanlarının normallik test sonuçlarının tamamında p değerinin .05'ten büyük olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra parametrik testler için diğer bir varsayım olan homojenlik varsayımı Levene testi aracılığıyla analiz edilmiştir. Analiz sonucunda (öntest için $F_{(44)}$=2.223, p=.143; sontest için $F_{(44)}$=.27, p=.870; kalıcılık testi için $F_{(44)}$=1.480, p=.230) elde edilen anlamlılık düzeylerinin .05'ten büyük olması ile varyansların homojen dağılım gösterdikleri tespit edilmiştir.

Gerekli varsayımların sağlanmasından dolayı deney ile kontrol grubundaki öğrencilerin çokgenler başarı testine ait verilerinin karşılaştırılmasında bağımsız gruplar t testi kullanılarak analiz edilmesine karar verilmiştir. Bağımsız gruplar t testi, birbirinden farklı ve de bağımsız iki örneklem ortalamaları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla kullanılır (Tutar ve Erdem, 2020). Ancak karşılaştırılan iki ortalama arasında anlamlı bir farklılığın bulunup bulunmadığını ortaya koyarken bu farkın büyüklüğü hakkında herhangi bir bilgi sunmaz (Can, 2020). Bundan dolayı istatistiksel anlamlılığın yanı sıra etki büyüklüğünün de hesaplanmasına karar verilmiştir.

Çokgenler Başarı Testi Fark Puanlarına İlişkin Çarpıklık ve Basıklık Değerleri

Çalışma gruplarındaki öğrencilerin çokgenler başarı testinden aldıkları öntest ile sontest puanları ve sontest ile kalıcılık test puanları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek için öncelikle sontest ile öntest ve sontest ile kalıcılık test puanları arasındaki farkların oluşturduğu fark puan dizilerinin, normal dağılım gösterip göstermediği incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak çarpıklık ve basıklık değerlerine bakılmıştır. Bu değerler ait betimsel istatistikler Tablo 17'de sunulmuştur.

Tablo 17.
ÇBT Fark Puanlarına Ait Betimsel İstatistikler

Grup	Test	N	$\bar{X}$	SS	Çarpıklık	Çarpıklık std. hata	Basıklık	Basıklık std. hata
Deney	Fark_1	22	8.00	5.292	-.176	.491	-.479	.953
	Fark_2		.82	1.193	-1.390	.491	1.140	.953
Kontrol	Fark_1	24	4.04	4.947	.384	.472	-.565	.918
	Fark_2		-.04	3.407	.341	.472	.377	.918

Fark_1= Sontest – Öntest; Fark_2= Sontest – Kalıcılık

Tablo 17'ye göre, deney grubu fark puanlarına ait çarpıklık değerlerinin -.176 ile-1.390 ve basıklık değerinin ise -.479 ile 1.140 olduğu söylenebilir. Kontrol grubu fark puanlarına ait çarpıklık değerlerinin .384 ile .341 ve basıklık değerlerinin ise -.565 ile .377 olduğu yine aynı tabloda (Tablo 17) verilmiştir. Öte yandan deney grubu fark puanlarına ait z-çarpıklık değerlerinin -.358 ile -2.831 ve z-basıklık değerlerinin de -.503 ile .431 olarak hesaplanmıştır. Kontrol grubu fark puanlarına ait z-çarpıklık değerleri incelendiğinde .814 ile .722 ve z-basıklık değerlerinin de -.615 ile .411 olarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla deney grubu Fark_2 puanlarına ait z-çarpıklık değerinin belirlenen aralık (-1.96 ile +1.96) dışındadır.

Çokgenler Başarı Testi Fark Puanlarına Ait Shapiro-Wilk Normallik Testi

Fark puanlarının normalliğinden emin olmak için ayrıca Shapiro-Wilk normallik testi yapılmıştır. Ulaşılan analiz sonuçları Tablo 18'de sunulmuştur.

Tablo 18.
ÇBT Fark Puanlarına Ait Normallik Test Sonuçları

Grup	Test	N	İstatistik	sd	p
Deney	Fark_1	22	.984	22	.962
Kontrol		24	.956	24	.356
Deney	Fark_2	22	.805	22	.001*

Kontrol	24	.974	24	.757

*p<.05; Fark_1= Sontest – Öntest; Fark_2= Sontest – Kalıcılık

Tablo 18'de deney grubu Fark_2 puanına ait normallik testinde p değerinin .001 ($p<.05$) olduğu görülmektedir. Bu bulgudan hareketle çarpıklık ve basıklık değerleri ve normallik testi verilerine göre deney grubuna ait çokgenler başarı testi Fark_2 puan dizisinin normal dağılım göstermediği, gruplara ait diğer fark puan dizilerinin normal dağılım gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Gerekli varsayımlar sağlandığından deney grubuna ait Fark_2 puan ortalamalarının haricindeki diğer fark puan ortalamalarına ait karşılaştırmaların yapılmasında bağımlı gruplar t testinin kullanılmasına karar verilmiştir. Bağımlı gruplar t testi aynı örneklem grubunda iki farklı zamanda toplanan veriler arasında anlamlı bir farklılığın bulunup bulunmadığını belirlemek amacıyla kullanılır (Tutar ve Erdem, 2020). Gerekli varsayımları sağlamadığından ise deney grubuna ait Fark_2 puan ortalamalarının karşılaştırılmasında bağımlı gruplar t testinin alternatifi aynı zamanda non-parametrik karşılığı olarak düşünülen Wilcoxon İşaretli Sıralar testinin kullanılmasına karar verilmiştir. Bu test, iki ortalama arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını belirlerken bu farkın büyüklüğü hakkında herhangi bir bilgi sunmaz (Can, 2020). Bundan dolayı istatistiksel anlamlılığın yanı sıra etki büyüklüğünün de hesaplanmasının uygun olacağı düşünülmüştür.

Geometriye Yönelik Öz-yeterlik Ölçeğine Ait Çarpıklık ve Basıklık Analizi

Geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğine ilişkin çalışma gruplarında bulunan öğrencilerin öntest ile sontest puan ortalamalarına ait betimsel istatistiki analiz verileri Tablo 19'da sunulmuştur.

Tablo 19.
Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeğine Ait Betimsel İstatistikler

Grup	Test	N	$\bar{X}$	SS	Çarpıklık	Çarpıklık std. hata	Basıklık	Basıklık std. hata
Deney	Öntest	22	3.420	.585	-.643	.491	1.469	.953
Kontrol		24	3.535	.670	-.070	.472	.449	.918
Deney	Sontest	22	4.204	.599	-.246	.491	-.955	.953
Kontrol		24	3.848	.571	-.482	.472	-.267	.918

Tablo 19 incelendiğinde, çarpıklık değerlerinin -.643 ile -.070, basıklık değerlerinin ise -.955 ile 1.469 arasında değerler aldığı görülmektedir. Bunun yanı sıra testlerden elde edilen puan ortalamalarının z-çarpıklık değerleri -1.310 ile -.141 arasında ve z-basıklık değerleri -1.002 ile 1.541 arasında değerlere sahiptir. Bu ise çarpıklık ve basıklık değerlerinin -2 ile +2 arasında (Cameron, 2004), z-çarpıklık ve z-basıklık değerlerin de -1,96 ile +1,96 arasında kaldığını dolayısıyla elde edilen çarpıklık ve basıklık değelerine göre GYÖYÖ'den edilen verilerin normal dağılım gösterdiği söylenebilir.

Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeğine Ait Shapiro-Wilk Normallik Testi

Bu ölçekten elde edilen puanların normalliğini incelemek için ayrıca Shapiro-Wilk testi yapılmıştır. Elde edilen analiz bulguları Tablo 20'de sunulmuştur.

Tablo 20.
Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeğine İlişkin Normallik Testi Sonuçları

Grup	Test	N	İstatistik	sd	p
Deney	Öntest	22	.952	22	.340
Kontrol		24	.982	24	.932
Deney	Sontest	22	.940	22	.199
Kontrol		24	.966	24	.562

Tablo 20'de verildiği üzere çalışma gruplarının geometri öz-yeterlik ölçeğine ait öntest ve sontest normallik test sonuçlarının tümünde p değerinin .05'ten büyük olduğu görülmektedir.

Bunun yanı sıra parametrik testler için diğer bir varsayım olan homojenlik varsayımı incelemek için yapılan Levene testi analiz sonucunda (öntest için $F_{(44)}$=.578, p=.451; sontest için $F_{(44)}$=.230, p=.634) ulaşılan anlamlılık düzeylerinin .05'ten büyük olması ile varyansların homojen dağılım sergiledikleri belirlenmiştir.

Gerekli varsayımlar sağlandığı için deney ile kontrol grubundaki öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğine ait verilerinin karşılaştırılmasında bağımsız gruplar t testi kullanılarak analiz edilmesinin uygun olacağı düşünülmüştür.

Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeği Fark Puanlarına Ait Çarpıklık ve Basıklık Değerleri

Çalışma gruplarındaki öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğinden aldıkları öntest ile sontest puanları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek için öncelikle sontest ile öntest puanları arasındaki farkların oluşturduğu fark puan dizilerinin, normal dağılım sergileyip sergilemediği incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak çarpıklık ve basıklık değerlerine bakılmıştır. Bu değerlere ait veriler Tablo 21'de sunulmuştur.

Tablo 21.
Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeği Fark Puanlarına Ait Betimsel İstatistikler

Grup	N	$\bar{X}$	SS	Çarpıklık	Çarpıklık Std. Hata	Basıklık	Basıklık Std. Hata

Deney	22	.78	.71	.675	.491	-.210	.953
Kontrol	24	.31	.35	.958	.472	.691	.918

Tablo 21'de deney grubu fark puanlarına ait çarpıklık değerinin .675, basıklık değerinin ise -.210 olduğu görülmektedir. Kontrol grubu fark puanlarına ait çarpıklık değerinin .958, basıklık değerinin ise .691 olduğu Tablo 21'de verilmiştir. Bu ise çarpıklık ve basıklık değerleri -2 ile +2 arasında (Cameron, 2004) olduğu anlamına gelmektedir. Dolayısıyla elde edilen çarpıklık ve basıklık değerlerine göre GYÖYÖ'den edilen fark puanları normal dağılım göstermektedir.

Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeği Fark Puanlarına Ait Shapiro-Wilk Normallik Testi

Fark puanlarının normalliğinden emin olmak için ayrıca Shapiro-Wilk normallik testi uygulanmıştır. Elde edilen analiz bulguları Tablo 22'de verilmiştir.

Tablo 22.
Geometriye Yönelik Öz-Yeterlik Ölçeği Fark Puanlarına Ait Normallik Test Sonuçları

Grup	*N*	İstatistik	sd	p
Deney	22	.946	22	.263
Kontrol	24	.927	24	.083

Tablo 22'ye göre geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği sontest puanlarından öntest puanlarının çıkartılmasıyla elde edilen fark puanları normal dağılım göstermektedir (p>.05). Gerekli varsayımlar sağlandığından dolayı geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğine ait fark puanlarının analiz edilmesinde (grup içi karşılaştırmalarda) bağımlı gruplar t testinin kullanılmasına karar verilmiştir.

Etki büyüklüğü

İstatistiksel olarak anlamlı bir farklılık, sonucun gücü veya boyutu hakkında bilgi vermez (Morgan vd., 2019). Analiz bulgularının yorumlanmasında önem verilmesi gerektiği düşünülen etki büyüklüğü (Cevahir, 2020), bağımsız değişken ile bağımlı değişken arasındaki ilişkinin gücü veya bağımsız değişkenin bağımlı değişkene göre seviyeleri arasındaki farkın büyüklüğü olarak tanımlanır (Morgan vd., 2019). Bu, istatistiksel anlamlılığın bize söylemediği bir bilgidir (Cohen vd., 2018). Field (2009), etkinin önemi hususunda daha nesnel bir ölçüme imkân vermesinden etki büyüklüğünün araştırmalarda faydalı olduğunu ifade etmektedir. Bu nedenle, istatistiksel anlamlılık hakkındaki bilgilere ek olarak, etkinin büyüklük değerini de bilmek önemlidir (Morgan vd., 2019). Çalışmalarda yalnızca istatistiksel anlamlılığı bulmak ve gruplar arasında fark olup olmadığını bildirmek yeterli olmayıp bunların yanı sıra bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki ilişkinin gücü olarak ifade edilen etki büyüklük değeri de rapor edilmeli ve yorumlanmalıdır (Can, 2020; Gliner vd., 2009).

Etki büyüklük hesabında bağımlı gruplar t testi ile bağımsız gruplar t testinde farklı formüller kullanılmaktadır. İlgili formül hesapları Tablo 23'te verilmiştir.

Tablo 23.
Etki Büyüklüğü Hesaplamasında Kullanılabilecek Formüller

Test	Formüller		
Bağımlı gruplar t testi	$d = \frac{\text{Ölçüm ortalamaları arası fark}}{\text{Fark puanlarının standart sapması}}$	ya da	$d = \frac{t}{\sqrt{N}}$
Bağımsız gruplar t testi	$d = \frac{\text{Ölçüm ortalamaları arası fark}}{s_{Birleştirilmiş}}$	ya da	$d = t \, . \sqrt{\frac{N_1 + N_2}{N_1 . N_2}}$

Kaynak: Green ve Salkind, 2014.

Tabloda görüldüğü üzere etki büyüklüğü farklı istatistiksel analiz testlerinde farklı şekillerde hesaplanmaktadır. Bu araştırmada etki büyüklük değerleri Tablo 23'den yararlanılarak hesaplanmış sonrasında elde edilen değerler Tablo 24'ye göre yorumlanmıştır.

Tablo 24.
Etki Büyüklüğünün (İlişki gücünün) Yorumlanması

Cohen's d katsayısı	**İlişki Gücünün Yorumlanması**
1 < *d*	Çok büyük
0.80-1.00	Büyük
0.50-0.80	Orta
0.20-0.50	Küçük
0.00-0.20	Önemsiz (Zayıf)

Kaynak: Gliner vd,. 2009; Morgan vd., 2019.

Tablo 24'de görüldüğü üzere bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki ilişki gücü ya da aradaki farkın büyüklüğü beş farklı aralığa göre değerlendirilip yorumlanmaktadır. Etki büyüklüğünün yorumlanmasında işaretin bir önemi yoktur (Can, 2020; Kilmen, 2020).

3.9.2. Nitel Verilerin Analizi

Nitel analiz, eldeki nitel verilerin bulgulara çevrilmesi işlemidir fakat bu işlem için herhangi bir formül bulunmamaktadır (Patton, 2001). Nitel verilerin analizi, ilk olarak verilerin hazırlanmasını ve organizasyonunu sonrasında kodlamayı ve kodların bir araya getirilmesiyle temalara indirgemeyi ve nihayetinde veriyi şekiller, tablolar veya bir tartışma şeklinde sunmayı içermektedir (Cresswell, 2007). Bu nitel veri analizleri nasıl yapılırsa yapılsın araştırmacılar kendi analitik işlem ve süreçlerini olabildiğince eksiksiz bir şekilde dürüstçe izlemeli ve rapor etmelidirler (Patton, 2001). Unutulmamalıdır ki bu tür analizlerdeki amaç eldeki bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış bir şekilde okura sunmaktır. Alanyazında birbirinden farklı veri analiz yaklaşımları bulunsa da yapılan analizinin derinliğine göre veri analizleri iki grup altında toplanıp incelenebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Strauss ve Gorbin (1998), benzer ifadeleri kullanarak nitel veri analizinin betimsel ve içerik analizi olmak üzere iki farklı şekilde incelenebileceğini ileri sürmektedirler. Yıldırım ve Şimşek (2008), betimsel analizin kavramsal yapının açık bir şekilde önceden belli olduğu araştırmalarda, içerik analizinin ise önceden belli olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılması için derinlemesine analiz gerektiren çalışmalarda kullanılacağını belirtmektedirler.

Bu çalışmada odak grup görüşme verilerinin incelenmesinde içerik analiz yöntemi kullanılırken, klinik mülakat verilerinin analizinde betimsel analiz kullanılmıştır. Odak grup görüşmesinde toplanan nitel veriler içerik analiz yöntemi ile kodlar, alt kategoriler ve kategoriler oluşturulup sonrasında tablolar halinde sunulmuştur. Klinik mülakat verileri ise APOS teorisi çerçevesine göre incelenmiş ve analiz edilmiştir. Bu yüzden kullanılan temalar önceden belli olan Eylem, Süreç ve Nesne aşamalarıdır. Mülakatlardan elde edilen veriler bu temalara göre kategorileştirilmiştir. Ayrıca mülakatlardan alınan öğrenci yanıtları doğrudan alıntılar ile bulgular kısmında verilmiştir. Bunun yanı sıra araştırmacı tarafından her soruya yönelik bilişsel yapıları belirlemeye yönelik genetik çözümlemeler uzman görüşleri alınarak yapılmış ve mülakat verilerinin analizinde bu çözümlemelerden yararlanılmıştır.

İlk soruya yönelik genetik çözümleme

Eylem aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, verilen çokgenin düzgün bir çokgen olduğunu fark edemeyebilir. Çokgeni ve düzgün çokgeni tanımlamada sorun yaşayabilir. Formül gibi ipucu ya da dış uyaranlar olmadan bu soruyu tek başına çözemeyeceğini düşüneceğinden bu soruyu çözemeyebilir. Aynı köşeye ait iç açı ile dış açının birbirinin bütünleri olduğu bilgisini bu soruya yansıtamayabilir. Süreçte bilinçli bir kontrole sahip olmayabilir. Çokgenlerin iç açılar toplamının (n-2).180^0, dış açılar toplamının 360^0 olduğunu, düzgün çokgende bir dış açının $\frac{360^0}{n}$ ve bir iç açı ölçüsünün $\frac{(n-2).180^0}{n}$ formülünden hesaplandığını ezbere söyleyebileceği ancak formüldeki her bir ifadenin ne anlama geldiğini herhangi bir dış uyaran olmadan açıklayamayacağı düşünülmektedir.

Süreç aşamasında davranış sergileyen öğrencilerin, soru kapsamındaki formülleri içselleştirdiklerinden dış uyaranlara ihtiyaç duymayacağı ve öğretmenin bu formülleri vermesini beklemeyeceği düşünülmektedir. Verilen çokgenin düzgün çokgen olduğunu fark edebilir. Çokgen ve düzgün çokgene ait tanımlamaları yapabilir. Dışsal uyaranlara güvenmekten ziyade içsel kontrole sahip olma durumuna geçebilir. İşlemlerin çoğunu zihninden bilinçli bir şekilde yapıp, her adımını açıklayabilir ve nihai sonuca ulaşabilir. Ancak öğrenci soru kapsamındaki formülleri halen bir işlemsel süreç olarak gördüğünden öğrencinin bu formülleri bir sürecin sonunda oluşmuş bir bütün ya da bir sonuç olarak göremeyeceği ve de algılayamayacağı düşünülmektedir.

Nesne aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, çokgenlerin iç açılar toplamının (n-2).180^0, dış açılar toplamının 360^0 ve aynı köşeye ait iç açı ile dış açının birbirinin bütünleri olduğu, verilen çokgenin aslında düzgün bir çokgen olduğunu bu sebepten her bir iç açısının [$\frac{(n-2).180^0}{n}$], her bir dış açısının ise $\frac{360^0}{n}$ olduğu genellemesinden hareketle $180^0 - \frac{360^0}{n}$ işlemini kullanarak nihai sonuca ulaşarak kendi başına herhangi bir dış uyaran olmadan bu soruyu çözebilecekleri düşünülmektedir. Bu formülleri işlemsel bir süreç sonunda elde edilmiş bir nesne olarak diğer bir ifadeyle bir sonuç olarak görebilirler. Benzer şekilde çözüm sürecinde genel ifadesini matematiksel bir sürecin sonucu olarak algılayabilirler. Bu aşamada zihinsel yapı oluşturan öğrenciler için bu işlemsel süreçler sembollerle kapsüllenerek formüle edilmiş matematiksel bir nesneye dönüşmüş olabileceği ön görülmektedir.

İkinci soruya yönelik genetik çözümleme

Eylem aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, özel dörtgenlerin tanımlarına uygun çizimler yapabilir hatta soruyu çözmek için şekil çizme gereksinimi duyabilir. Diğer bir ifadeyle şekil üzerinden giderek soruyu çözmeye çalışabilir. Özel dörtgenlerden hangisinin hangisini kapsadığını açıklayamayacakları düşünülmektedir. Dolayısıyla bu aşamada davranış gösteren öğrenciler tek başına bu soruyu çözemeyeceği ve çözüm sürecinde dış uyaranlara çok fazla ihtiyaç duyabileceği tahmin edilmektedir.

Süreç aşamasında davranış gösteren öğrencilerin, özel dörtgenlerin özelliklerini içselleştirdiklerinden tanımı doğrulamak için bir şekil çizmeye ihtiyaç duymayacağı ve verilen özel dörtgenlerden hangisinin hangisini kapsadığını açıklayabileceği düşünülmektedir. Şekil çizen öğrenciler ise bu çizimlerini çözüm için içselleştirdiklerini açıklamaya yönelik olarak yapmışlarsa bu aşamada oldukları yönünde değerlendirilir. Diğer bir ifadeyle bu aşamada bulunan öğrenciler çözüm için içselleştirdiklerini açıklamaya yönelik olarak özel dörtgenlerin şekillerini çizebilirler.

Nesne aşamasında davranış gösteren öğrenciler, okuduktan sonra soruyu hemen anlamlandırıp, ayrıntılarına girmeden özel dörtgenleri bir bütün olarak algılayıp (kapsülleme) aralarındaki ilişkilendirmeyi hızlı ve esnek bir biçimde şekil çizimi gibi herhangi bir dış uyarana ihtiyaç duymadan yapabilir. Özel dörtgenleri matematiksel bir nesne olarak algılayan öğrenciler bu dörtgenlerin tekrar incelenmesi veya üzerinde farklı bir eylem gerçekleştirilebilmek ya da problem çözümü durumlarında kullanılması amacıyla, de-enkapsüle edebilir. Örneğin, öğrencinin bir dikdörtgen ile eşkenar dörtgeni karşılaştırmak için, öncelikle her iki nesneyi de özelliklerine geri kapsüllemesi gerekmekte sonrasında bu farklı özellik kümelerini karşılaştırabilecek ve daha sonra iki nesne üzerinde benzer veya farklı olan bu özellikleri belirleyeceği düşünülmektedir.

Üçüncü soruya yönelik genetik çözümleme

Eylem aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, herhangi bir değer verilmediğinden bu soruda dış uyaranlara çok fazla ihtiyaç duyabilir. Her ne kadar formülü ezbere söylese de formülde yer alan ifadelerin ne anlama geldiğini açıklayamayacağı ve bu formülü diğer şekillerden yararlanarak oluşturamayacağı düşünülmektedir.

Süreç aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, bu soruda herhangi bir dış uyarana ihtiyaç duymadan formülü diğer şekillerin alanlarından yararlanarak oluşturabilecekleri ve bu formüldeki ifadelerin ne anlama geldiğini açıklayabilecekleri ancak formülü halen işlemsel süreç olarak algılayabilecekleri tahmin edilmektedir.

Nesne aşamasında davranış sergileyen öğrenciler ise bu soruda eşkenar dörtgeni diğer şekillerle ilişkilendirerek alan formülünü kendi başına herhangi bir dış uyaran olmadan farklı şekillerde oluşturabileceği ve bu alan formülünü işlemsel süreçlerin sonunda oluşan matematiksel bir nesne olarak algılayabilecekleri düşünülmektedir.

Dördüncü soruya yönelik genetik çözümleme

Herhangi bir değer verilmediğinden *eylem aşamasında davranış sergileyen öğrencilerin* dış uyaranlara ihtiyaç duyabileceği, formülü ezbere söyleyebileceği ancak formülde yer alan ifadeleri açıklamada ve yamuğun alan formülünü diğer şekillerden yararlanarak oluşturmada sorun yaşayacağı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra formülü karşılaştığı işlemsel sorulara yansıtıp kullanamayacağı ön görülmektedir.

Süreç aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, yamuğu diğer şekillerle ilişkilendirerek yamuğun alan formülünü oluşturabilir ancak henüz bu formülü sürecin sonunda elde edilmiş bir nesne olarak değil de sürecin kendisi olarak algılayabilir. Formülü karşılaştığı işlemsel sorulara hızlı bir biçimde yansıtabilir. Herhangi bir dış uyarana ihtiyaç duymadan yamuğun çizimini kendinden emin bir şekilde yapabilir.

Nesne aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, yamuğu diğer şekillerle ilişkilendirerek yamuğun alan formülünü kendi başına farklı biçimlerde oluşturabileceği ve bu alan formülünü belirli bir süreç olarak değil de sürecin sonucunda elde edilmiş matematiksel bir nesne olarak algılayabileceği düşünülmektedir.

Beşinci soruya yönelik genetik çözümleme

Eylem aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, soruyu okuduktan sonra ipin uzunluğu ile çevre uzunluğunu ilişkilendiremeyeceği ve dikdörtgen şeklini çizdikten sonra bu şekil yoluyla soruyu çözmeye çalışabileceği ancak bu soruyu tek başına çözemeyeceği düşünülmektedir. Öğrenciler süreçte dış uyaranlara çok fazla ihtiyaç duyabilir, kenar uzunlukları ile alan arasındaki ilişkiyi ezbere söyleyebilir ancak özümseyip içselleştirmediğinden işlemsel sorulara yansıtamayabilirler.

Süreç aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, soruyu okuyup anlamlandırdıktan sonra herhangi bir dış uyarana ihtiyaç duymadan, ipin uzunluğu ile çevre uzunluğunu arasındaki ilişkiyi fark edebilir, dikdörtgenleri zihninde canlandırarak ya da söylediklerini göstermek amacıyla dikdörtgen şekil çizerek kenar uzunlukları ile alanını ilişkilendirebilir ve bu ilişkilendirmeyi karşılaştığı işlemsel sorulara hızlı bir biçimde yansıtabilir. Bunun yanı sıra öğrencinin kenar uzunlukları ile alan değerini ilişkilendirmeyi halen bir süreç olarak algılayabilecekleri düşünülmektedir.

Nesne aşamasında davranış sergileyen öğrenciler ise ayrıntılarına girmeden ipin uzunluğu ile çevreyi, kenarlar ile de alanı ilişkilendirmeyi bir süreç olarak değil de sürecin sonunda elde edilmiş matematiksel bir nesne olarak algılayıp bu soruya yansıtabilecekleri düşünülmektedir.

Altıncı soruya yönelik genetik çözümleme

Eylem aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, soruyu okuduktan sonra "düzlemde eşit miktarda yer kaplayan" ifadesinin alan kavramına ait olduğunu fark edemeyecekleri; dikdörtgen şeklini çizdikten sonra bu şekil yoluyla soruyu çözmeye çalışsalar da dış uyaranlar olmadan bu soruyu tek başına çözemeyecekleri; kenar uzunlukları ile çevre uzunluğu arasındaki ilişkiyi ezbere söyleyebilecekleri ancak bu ilişkiyi özümseyip içselleştirmediklerinden işlemsel sorulara yansıtamayacakları düşünülmektedir.

Süreç aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, soruyu okuduktan sonra giriş cümlesinin alan kavramına ait olduğunu hemen fark edebilecekleri; herhangi bir dış uyarana ihtiyaç duymadan dikdörtgenleri zihinlerinde canlandırabilecekleri ya da söylediklerini göstermek amacıyla bir dikdörtgen çizip kenar uzunlukları ile çevreyi ilişkilendirecekleri ve bu ilişkilendirmeyi karşılaştığı işlemsel sorulara hızlı bir biçimde yansıtabilecekleri kenar uzunlukları ile çevre uzunluk değerini ilişkilendirmeyi halen bir süreç olarak algılayabilecekleri düşünülmektedir.

Nesne aşamasında davranış sergileyen öğrencilerin ise bu soruda ayrıntılara girmeden kenar uzunlukları ile çevre uzunluğunu ilişkilendirmeyi bir süreç olarak değil de sürecin sonunda elde edilmiş matematiksel bir nesne olarak algılayıp bu soruya yansıtabilecekleri düşünülmektedir.

Yedinci soruya yönelik genetik çözümleme

Eylem aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, bu soruda herhangi bir sayı verilmediği için kendi başlarına hiçbir işlem yapamayacakları; formül gibi dış uyaranlar ya da ipuçlarını görmek isteyecekleri, yönlendirmeler ve ip uçlarından hareketle verilen değerleri yerine yazıp adım adım işlem yaparak sonuca ulaşmaya çalışsalar da nihai sonuca kendi başlarına ulaşamayacakları düşünülmektedir.

Süreç aşamasında davranış sergileyen öğrenciler, kenar uzunluklarına değerler verip içselleştirmiş olduğu şekillerin alan formüllerinden faydalanarak tek başına sonuca gitmeye çalışacakları, dış uyaranlara ya da ipuçlarına güvenme durumundan içsel kontrollere sahip olma durumuna geçebilecekleri, neyi niçin yaptığını gerekçelendirerek açıklayabilecekleri ve nihai sonuca işlemsel süreçlerle kendi başlarına ulaşsalar da bu sonuca kenar uzunluklarına herhangi bir değer vermeden gidemeyecekleri düşünülmektedir.

Nesne aşamasında davranış sergileyen öğrenciler ise kenar uzunluklarına değerler vererek içselleştirmiş oldukları şekillerin alan formüllerinden faydalanarak tek başlarına sonuca gitmeye çalışabilecekleri ya da verilen eşitlikleri göz önünde bulundurarak kenar uzunluklarına herhangi bir değer vermeden şekiller arasında oranlama ya da ilişkilendirmeler yaparak herhangi bir formül kullanmadan nihai sonuca gidebilecekleri düşünülmektedir.

3.10. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Bilimsel çalışmalarda en yaygın kullanılan iki önemli ölçüt olan geçerlik ve güvenirlik (Yıldırım ve Şimşek, 2018), eğitim araştırmalarında büyük bir öneme sahiptir (Altaylı-Özgül, 2018). Özellikle nicel araştırmalarda bu iki ölçüt bilimselliği belirleyen en önemli iki öğedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bir araştırmanın geçerliliği araştırma sonuçlarının ya da sonuçlardan yapılacak çıkarımların doğruluğuna ve sağlamlığına karşılık gelirken (Christensen vd., 2015) araştırmanın güvenilir olması benzer bir bağlamda benzer bir katılımcı grubu üzerinde gerçekleştirildiğinde benzer sonuçlar elde edilmesine karşılık gelir (Cohen vd., 2018). Bu tanımlardan hareketle geçerliliğin araştırma sonuçlarının doğruluğu ile ilgiliyken güvenirlik araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliğiyle ilgili olduğu söylenebilir (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

İç geçerlik ve dış geçerlik olmak üzere iki çeşit geçerlilik vardır (Altaylı-Özgül, 2018). İç geçerlik, bağımlı değişkende gözlenen değişimlerin, bağımsız değişkenle ifade edilebilirlik derecesi olarak tanımlanırken, dış geçerlik sonuçların deneklerin alındığı büyük gruplara, evrene genellenebilirlik derecesi olarak tanımlanmaktadır (Büyüköztürk vd., 2020). Bir bilimsel araştırmanın niteliği iç ve dış geçerliğin sağlanması ile çok ilgilidir ve bu nedenle nitelikli bir araştırma yapmak isteyen araştırmacı iç ve dış geçerliği yükseltmek için çaba sarf etmelidir (Can, 2020). Araştırma söz konusu olduğunda geçerlik ve güvenirliğe yönelik tehditler hiçbir zaman sıfırlanamazsa da araştırma sürecinde geçerliğe ve güvenirliğe dikkat edilerek bu tehditlerin olası etkileri hafifletilebilir (Cohen vd., 2018).

Güvenirlik kavramı da geçerlik kavramı gibi hem nitel hem de nicel araştırmalarla ilgilidir (Cohen vd., 2018). Benzer şekilde bu kavramında iç güvenirlik ve dış güvenirlik olmak üzere iki çeşidi bulunmaktadır. İç güvenirlik çalışmanın tekrarlanması halinde yine benzer sonuçlara ulaşılması iken dış güvenirlik objektif bir bakış açısı ile bulguların yorumlanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Nicel çalışmalarda amaç elde edilen bulgulara göre genellemeler yapmak iken nitel araştırmalarda amaç elde edilen bulgulara dayanarak derinlemesine açıklama yapmaktır (Bilgili, 2008). Dolayısıyla nitel ve nicel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik çalışmaları farklı biçimlerde ele alınmaktadır (Altaylı-Özgül, 2018).

Bu araştırma nicel ve nitel yöntemlerin birlikte kullanıldığı karma desende yürütüldüğünden dolayı, nicel ve nitel boyutları için geçerlik ve güvenirlik çalışmaları ayrı başlıklar altında verilmiştir.

3.10.1. Nicel Boyut İçin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Nicel araştırmalarda güvenirlik ile geçerlilik çalışmalarının yapılmasının, araştırmacının yanı sıra okuyucuyu da tatmin etmesi açısından önemli olduğu düşünülmektedir (Açıl, 2015).

Nicel araştırmalarda iç geçerlik araştırmacı tarafından yapılan neden ve sonuç hakkındaki çıkarımlarının doğruluğudur (Christensen vd., 2015). Bu tür araştırmalarda iç geçerliğe karşı farklı türde olası tehditlerden bulunmaktadır. Geçmiş, olgunlaşma, seçim, deneysel kayıp, işe koşma, ölçme araçlarının tepkiselliği bunlardan bazılarıdır (Cohen vd., 2018). Bunlara ilaveten beklenti etkisi ve öntest etkisi de nicel araştırmalarda iç geçerliği tehdit eden unsurlar arasında sayılabilir (Can, 2020). Bu tehditler ve etkisini azaltmaya yönelik bu araştırmada alınan önlemlere ait bilgiler şu şekildedir:

Geçmiş: Eğitim araştırmalarında sıklıkla müdahale kapsamı dışında çeşitli olay ve durumlar ortaya çıkabilir (Cohen vd., 2018). Diğer bir ifadeyle çok uzun süre devam eden deneysel çalışmalarda uygulama sürecinde araştırmacının müdahalesi haricinde farklı bir durumun bağımlı değişkeni etkilemesi ile ortaya çıkan durumlardır (Gürbüz ve Şahin, 2018). Bu araştırmada, uygulama süresi 4 hafta olup bu süre içerisinde sonuca etki edebilecek herhangi bir durumla karşılaşılmamıştır.

Olgunlaşma: Uzun süreli eğitim çalışmalarında herhangi iki gözlem arasında, denekler çeşitli şekilde değişebilir (Cohen vd., 2018). Bu değişimler genellikle araştırma konusuyla ilgili olmayan, yaşamlarındaki farklılaşmalar olup bağımlı değişkeni etkileyebilirler (Can, 2020). Bu araştırma yalnızca bir öğrenme alanı ile sınırlandırılarak olgunlaşma tehdidinin etkisi kontrol altına alınmaya çalışılmıştır. Öte yandan 4 haftalık uygulama sürecinin olgunlaşma için yeterli bir zaman dilimi olduğu düşünülmemektedir.

Seçim: Ön yargı, karşılaştırma grupları için deneklerin seçiminde veya bütün sınıfların deney ya da kontrol grubu olarak alınmasındaki farklılıkların bir sonucu olarak ortaya çıkabilir (Cohen vd., 2018). Bu çalışmada yer alan gruplar rastgele yansız bir şekilde deney ve kontrol grubu olarak atanarak seçim tehdidinin etkisi kontrol altına alınmaya çalışılmıştır. İlaveten gruplara ait çokgenler başarı ile geometriye yönelik öz-yeterlik öntest puanları, uygulama öncesi grupların birbirine denk olduğunu göstermektedir.

Deneysel kayıp (zayiat): Genellikle uzun süreli çalışmalarda deneklerin bırakma yoluyla araştırmadan ayrılması durumu ortaya çıkar ve bu da değişkenlerin etkilerinin bozulmasında neden olabilir (Cohen vd., 2018). Araştırmanın uygulama sürecinde herhangi bir denek kaybı yaşanmamıştır.

İşe koşma: Güvenilmez testler veya araçlar araştırmalara ciddi hatalar katabilir (Cohen vd., 2018). Araştırmada güvenirlik ve geçerlik çalışmaları yapılmış başarı testi ile öz-yeterlik ölçeği kullanılmıştır.

Ölçme araçlarının tepkiselliği: Veri toplama araçlarının katılımcılar üzerindeki etkileri olarak ifade edilebilir (Cohen vd., 2018). İç geçerliğe yönelik bu tehdidin etkilerini en aza indirgemek için kameralar çalışma gruplarında birinci dönemin ortasından itibaren kullanılmaya başlanmıştır. Öğrenciler her ne kadar başlangıçta kameranın varlığından rahatsız olmuş olsalar da zamanla artık kameraya karşı duyarsız hale gelmişlerdir.

Beklenti etkisi: Deneklerde ya da araştırmacılarda deneysel koşullar hakkında oluşan beklentiler, öğrencilerin veya deneysel işlemi gerçekleştirenlerin performanslarını, nihayetinde araştırma sonuçlarını beklentiler yönünde etkileyebilmesi durumu olarak ifade edilebilir (Büyüköztürk vd., 2020). Bu tehdidin etkisini en aza indirgemek için katılımcılara araştırma koşulları ve diğer ayrıntıları hakkında çok detaylı bir bilgi verilmemiştir.

Öntest etkisi: Aynı testin aynı katılımcılara birden fazla uygulanması sonucu katılımcıların öntest uygulama sonunda testin biçimine ve içeriğine aşina olmaları, sontest performansları lehinde bir etkiye neden olabilir (Büyüköztürk vd., 2020; Can, 2020). Araştırmada öntest, sontest ve kalıcılık test uygulamaları arasında beşer haftalık süre bulunmaktadır. Beş haftalık süreç öntest tehdidini en aza indirebilecek yeterli bir zaman dilimi olarak düşünülmektedir. Bunun yanı sıra deney ve kontrol grubu öğrencilerine testin tekrar uygulanacağı belirtilmeyerek öntest etkisi kontrol altına alınmaya çalışılmıştır. Ayrıca olası etki durumu kontrol grubu öğrencilerini de aynı oranda etkileyebileceğinden çalışma sonucunu değiştirmeyeceği düşünülmektedir.

Bu önlemlerin yanı sıra çalışma gruplarında bulunan öğrencilerin, aynı okulun öğrencileri olmaları, şubelerinin farklı katlarda bulunması, aynı öğretmen, eşit ders saati, aynı alt öğrenme alanı, aynı başarı testi ve aynı ölçek ile uygulamanın yapılması araştırmanın iç geçerliliğini olumlu yönde etkilediği düşünülmektedir.

Diğer bir geçerlik çeşidi olan dış geçerlilik, sonuçların daha geniş araştırma evrenlerine, vakalara, ortamlara, zamanlara veya durumlara genelleyebilme derecesini yani bulguların aktarılabilirliğini ifade eder (Cohen vd., 2018). Çalışma gruplarının rastgele atanması, ulaşılacak sonuçların daha güvenilir olmasına ve de bu sonuçların evrene genellemesine olanak sağlar (Altaylı-Özgül, 2018). Bu çalışmada hazır gruplar deney ve kontrol grubu olarak rastgele atanmıştır. Bu durumun dış geçerliliği artırdığı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra çalışma sosyo-ekonomik olarak orta düzey bir yerleşim yerinde bulunan ortaokulda öğrenim gören 7. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir. Örneklem grubunun sosyo-ekonomik durumlarının diğer ortaokullardaki öğrencilerle çok farklılık göstermemesi ve araştırmanın amaçları göz önüne alındığında katılımcıların bu amaçları gerçekleştirmek için uygun olmasının çalışmanın genellenebilirliğini artırdığı söylenebilir (Poçan, 2019). Ayrıca geçerli ve güvenilir ölçme araçlarının kullanımı, dış geçerliliğe olumlu anlamda katkı sağladığı düşünülmektedir.

3.10.2. Nitel Boyut İçin Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Nicel ve nitel çalışmaların doğası aynı olmadığından nicel araştırmalarda belirtilen geçerlik ve güvenirlik kavramları nitel araştırmalarda farklılık göstermektedir. Lincoln ve Guba (1985), "iç geçerlik" yerine "inandırıcılık"; "dış geçerlik" yerine "aktarılabilirlik"; "iç güvenirlik" yerine "tutarlılık" ve "dış güvenirlik" yerine "teyit edilebilirlik" terimlerinin kullanımının daha uygun olduğunu ileri sürmüşlerdir (akt. Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu kavramlar ve etkisini azaltmaya yönelik bu araştırmada alınan önlemlere ait bilgiler şu şekildedir:

İnandırıcılık: Hem odak grup görüşmesinde hem de klinik mülakatlarda uzun süreli etkileşimlere özen gösterilmiştir. Bunun için görüşme süreleri gereğinden fazla kısa tutulmayarak katılımcıların daha samimi ve içten cevaplar vermesine olanak verilmiştir. Bunun yanı sıra mülakatlar farklı başarı düzeyinde bulunan katılımcılarla yapılarak çeşitleme sağlanmaya çalışılmıştır. Benzer şekilde birden fazla veri toplama aracı kullanılmıştır. Veri analizlerinde araştırmacı ön yargılardan uzak bir şekilde yorum yaparak elde edilen bulgular doğrudan alıntılar ile desteklenmiştir. Katılımcılardan rastgele biri seçilerek kendi mülakat analizlerinde elde edilen bulguları incelemesi doğruluğuna dair yorumlaması istenmiştir. Bu şekilde katılımcı teyidi sağlanmaya çalışılmıştır. Ayrıca elde edilen nitel veriler süreç boyunca alanında uzman akademisyenlerle birlikte değerlendirilmiştir.

Aktarılabilirlik: Sonuçların daha geniş araştırma evrenlerine, vakalara, ortamlara, zamanlara veya durumlara genelleyebilme derecesini yani bulguların aktarılabilirliğini ifade eder (Cohen vd., 2018). Araştırma sonuçlarının aktarılabilirliğini arttırmak için ayrıntılı tasvir ve amaçlı örnekleme yöntemleri kullanılabilir (Erlandson vd.,1993'den akt. Yıldırım ve Şimşek, 2018). Odak grup görüşmesinden elde edilen ham veriler ortaya çıkan kategori, alt kategori ve kodlar ile düzenlenerek yorum katılmadan sunulmuştur. Benzer şekilde klinik mülakat ham verileri de yorumsuz bir şekilde olduğu gibi verilmiştir. Bununla birlikte nitel analiz sonuçlarının geneli yansıtması amacıyla katılımcı seçimlerinde amaçlı örneklem yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örneklemesi yoluna gidilmiştir. Ayrıca katılımcıların nasıl belirlendiği, çalışmada kullanılan veri toplama araçları, araştırmacının çalışmadaki rolü kısacası tüm uygulama ve verilerin analiz edilme süreci araştırmacı tarafından ayrıntılı bir biçimde sunulmuştur.

Tutarlık: Araştırmacının baştan sona gerçekleştirdiği etkinliklerinde tutarlı davranıp davranmadığının ifadesidir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Patton (2001) ise tutarlılığın, aynı veri setinin birden fazla kişi tarafından incelenmesi sonucu uzman görüşlerinin kararlılığıyla ilgili olduğunu ifade etmektedir. Bu çalışmada kullanılan veri toplama araçlarının oluşturulması, veri toplama ve analiz aşamalarında tutarlı olmaya özen gösterilmiştir. Çalışmanın tüm aşamalarında gerçekleşen süreçler ve bu süreçler sonunda ortaya çıkan sonuçların, birbiriyle tutarlı olup olmadıkları uzman yardımı alınarak incelenmiştir. Ayrıca odak grup görüşmesi ve her bir öğrenciye ait mülakatlar kayıt altına alınmış, mülakat esnasında kullandıkları kağıtlar doküman olarak kullanılmıştır.

Teyit edilebilirlik: Buradaki amaç araştırmacının elde ettiği sonuçları ham verilerle karşılaştırarak teyit mekanizmasının işlevselliğine bakmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Toplanan verilerin analiz aşamasında uzman görüşleri alınmıştır. Bunun yanı sıra çalışmada yararlanılan veri toplama araçları, ham veriler, analiz aşamasında yapılan kodlamalar, odak grup görüşmesi ve klinik mülakat kayıtları araştırmacı tarafından saklanmıştır.

3.11. Etik Hususlar

Sosyal bilim araştırmalarının temel prensiplerinden birisi olan etik kavramı sözcük olarak, fiziksel ya da duygusal (psikolojik) zarardan kaçınma şeklinde ifade edilmektedir (Berg ve Lune, 2012). Bu araştırma, çalışmaya gönüllü olarak katılan 7. sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Uygulama öncesinde hem deney ve hem de kontrol grubundaki öğrencilere çalışmanın kapsamı detaylı bir şekilde anlatılmıştır. Ancak hangi sınıfın deney ya da kontrol grubu olduğu hakkında öğrencilere herhangi bir açıklama yapılmamıştır. Öğrenci velileri süreç hakkında bilgilendirilmiş veli onay formu (Ek-3) aracılığıyla çalışmaya yönelik onayları alınmıştır. Uygulamaların yapılabilmesi için uygulama öncesinde gerekli izinler ilgili makamlardan alınmıştır (Ek-1, Ek-2). Öğrenciler üzerinde herhangi bir baskı oluşturulmamaya özen gösterilmiştir. Yordama, çokgenler başarı testi ve geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğini doldurma esnasında öğrencilere hiçbir şekilde müdahale edilmemiş notla değerlendirilmeyeceği vurgulanmıştır. Elde edilen nitel veriler analiz edilirken odak grup görüşmesine katılan öğrenciler için “K1”, “K2”, ... “K8” biçiminde kodlar verilirken, klinik mülakata katılan katılımcılar içinse gerçek isim yerine takma isimler kullanılmıştır. Klinik mülakatlardan çıkan sonuçlar öğrencileri sınıflamak ya da sıralamak için kullanılmamıştır. Katılımcılardan elde edilen tüm kişisel veriler uygulama başında belirtildiği üzere gizli tutulmuş ve üçüncü şahıslarla hiçbir şekilde paylaşılmamıştır. Çalışma kapsamında gerçekleştirilen tüm uygulamalarda etik hususlara dikkat edilmiş ve herhangi bir sorun çıkmamasına özen gösterilmiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR ve YORUM

Bu bölümde çalışmanın alt problemlerine ait nicel ve nitel verilerin analizlerinden elde edilen bulgular ve bu bulgulara yönelik yorumlar bulunmaktadır. İlk olarak nicel verilere yönelik istatistiksel bulgulara, sonrasında deney ve kontrol grubunda seçilen öğrencilerin ilgili alt öğrenme alanında bilgi oluşturma süreçlerine ait bulgulara ve en nihayetinde de deney grubundan belli ölçütlere göre belirlenen öğrencilerle gerçekleştirilen odak grup görüşmesinden elde edilen bulgulara ilişkin bilgilere yer verilmiştir. Bu bulgular "Nicel Verilere İlişkin Bulgular ve Yorum" ve "Nicel Verilere İlişkin Bulgular ve Yorum" ana başlıkları altında verilmiştir.

4.1. Nicel Verilere İlişkin Bulgular ve Yorum

Bu başlık altında, çokgenler başarı testi ve geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği aracılığıyla toplanan verilerin analiz bulguları ve bu bulgulara göre yapılan yorumlar bulunmaktadır. Bu bulgu ve yorumlara geçmeden önce grupların uygulama öncesi hazırbulunuşlukları ya da diğer bir ifadeyle grupların akademik başarı açısından denk olup olmadıkları incelenmiştir. Bunun için çokgenler başarı testi uygulama öncesinde her iki gruba öntest olarak uygulanmıştır. Elde edilen verilerin analizinde gerekli varsayımlar sağlandığından dolayı parametrik testlerden biri olan bağımsız gruplar t testi kullanılmıştır. Analiz sonuçları Tablo 25'te verilmiştir.

Tablo 25.
Grupların ÇBT Öntest Puanlarının Karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p
Deney	22	6.73	2.914	44	-1.329	.191
Kontrol	24	7.75	2.289			

Tablo 25 incelendiğinde deney grubunun puan ortalaması ($\bar{X}_{deney} = 6.73$) ile kontrol grubunda bulunan öğrencilerin puan ortalaması ($\bar{X}_{kontrol} = 7.75$) karşılaştırıldığında aralarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığı görülmektedir [$t_{(44)}$ =-1.329; p>.05]. Elde edilen bu bulguya göre araştırma sürecine katılan çalışma gruplarında bulunan öğrencilerin uygulama öncesi çokgenler alt öğrenme alanına ait hazırbulunuşluk düzeylerinin birbirine denk olduğu söylenebilir.

4.1.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorum

Araştırmanın ilk alt problemi, “ACE döngüsüne dayalı öğrenme süreci ile mevcut programa göre yapılan öğretimin 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanında akademik başarıya ve öğrenilenlerin kalıcılığına etkisi nedir?” şeklindedir. Bu kapsamda aşağıda öğrencilerin çokgenler başarı testinden aldıkları puanların karşılaştırmasına ilişkin bulgu ve yorumlar bulunmaktadır.

4.1.1.1. Deney grubu öğrencilerinin çokgenler başarı öntest-sontest puan ortalamalarına ilişkin bulgular ve yorum

Araştırmanın ilk alt problemi kapsamında deney grubu öntest-sontest puan ortalamaları arasında anlamlı bir fark olup olmadığı belirlemek için veri analizinde bağımlı gruplar t testinden yararlanılmıştır. Elde edilen analiz bulguları Tablo 26’da sunulmuştur.

Tablo 26.
Deney Grubu ÇBT Öntest-Sontest Puan Ortalamalarının Karşılaştırılması

Test	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p	*Cohen’s d*
Öntest	22	6.73	2.914	21	7.091	.000*	1.512
Sontest	22	14.73	4.987				

*p < .05

ACE öğrenme döngüsü kullanımının, öğrencilerin matematik başarıları üzerindeki etkisinin incelendiği deney grubunda, hem uygulama öncesinde hem de uygulama sonrasında yapılan çokgenler başarı testinden elde edilen puan ortalamaları arasında anlamlı bir farklılığın olup olmadığını belirlemek için yapılan bağımlı gruplar t testi sonucunda, anlamlı bir fark olduğu Tablo 26’da görülmektedir [$t_{(21)}$=7.091; p<.05; *Cohen’s d*=1.512). Aradaki farka dair hesaplanan *Cohen’s d* etki büyüklük değeri bu farkın çok büyük (geniş) düzeyde (*Cohen’s d*>1) olduğunu göstermektedir. Elde edilen bu bulgular, ACE öğrenme döngüsü kullanımının öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanında matematik başarıları üzerinde anlamlı bir etkisinin olduğu şeklinde yorumlanabilir.

4.1.1.3. Kontrol grubu öğrencilerinin çokgenler başarı öntest-sontest puan ortalamalarına ilişkin bulgular ve yorum

Mevcut öğretim programının akademik başarı üzerindeki etkisini belirlemek için kontrol grubundaki öğrencilere çokgenler başarı testi uygulama öncesinde öntest, uygulama sonrasında ise sontest olarak tekrar uygulanmıştır. Uygulama sonucu toplanan verilerin analizinde bağımlı gruplar t testinde yararlanılmıştır. Elde edilen veri analiz bulguları Tablo 27'de verilmiştir.

Tablo 27.
Kontrol Grubu ÇBT Öntest-Sontest Puan Ortalamalarının Karşılaştırılması

Test	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p	*Cohen's d*
Öntest	24	7.75	2.289	23	4.002	.001*	.817
Sontest	24	11.79	4.836				

Tablo 27 incelendiğinde, kontrol grubundaki öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası çokgenler başarı testinden elde edilen puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu görülmektedir [$t_{(23)}$=4.002; p<.05; *Cohen's d*=.817]. Belirlenen anlamlı farklılık, mevcut öğrenme ortamının öğrencilerin matematik başarıları üzerinde hesaplanan *Cohen's d* değerine göre büyük düzeyde (1>*Cohen's d*>0.8) etkili olduğunu göstermektedir. Başka bir ifade ile bu bulgu mevcut öğrenme ortamının öğrencilerin çokgenler konusunda başarılarının arttırdığı şeklinde yorumlanabilir.

4.1.1.4. Grupların ÇBT sontest puan ortalamalarına ilişkin bulgular ve yorum

Deney ve kontrol grubunun uygulama sonrası aralarında grup değişkeni açısından istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunup bulunmadığını incelemek amacıyla yapılan bağımsız gruplar t testi analiz bulguları Tablo 28'de sunulmuştur.

Tablo 28.
Grupların ÇBT Sontest Puan Ortalamalarının Karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p	*Cohen's d*
Deney	22	14.73	4.987	44	2.026	.049*	.598
Kontrol	24	11.79	4.836				

*p < .05

Tablo 28'de görüldüğü üzere grupların ÇBT' ye ait sontest puan ortalamaları arasında uygulama sonrası grup değişkeni bakımından istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık vardır [$t_{(44)}$=2.026; p<.05; *Cohen's d*=.598]. Aradaki bu farka dair hesaplanan *Cohen's d* etki büyüklük değeri orta düzeyde (0.8 >*Cohen's d*>0.5) bir etki büyüklüğünü göstermektedir. Elde edilen bu bulgulara göre, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının öğrencilerin akademik başarılarını arttırmada mevcut öğretime göre daha etkili olduğu şeklinde yorum yapılabilir.

4.1.1.5. Deney grubu öğrencilerinin çokgenler başarı sontest ile kalıcılık testi puan ortalamalarına ait bulgular ve yorum

Deney grubundaki öğrencilerin sontest ile kalıcılık testi puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir fark olup olmadığının belirlenmesi için öğrencilerin çokgenler başarı sontest puanları ile uygulamadan 5 hafta sonra tekrar yapılan çokgenler başarı kalıcılık test puanları kullanılmıştır. Elde edilen puanlar non-parametrik testlerden biri olan Wilcoxon İşaretli Sıralar testi kullanılarak analiz edilmiştir. Analiz bulguları Tablo 29'da sunulmuştur.

Tablo 29.
Deney Grubu Sontest-Kalıcılık Test Puan Ortalamalarının Karşılaştırılması

Sontest - Kalıcılık test	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıralar	4	14.63	58.50	-1.761	.078
Pozitif Sıralar	16	9.47	151.50		
Fark Olmayan	2				

Deney grubundaki öğrencilerin uygulama sonrası sontest puanları ile kalıcılık puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunup bulunmadığını belirlemek amacıyla yapılan Wilcoxon İşaretli Sıralar testinin analiz bulgularına göre anlamlı bir farklılık olmadığı Tablo 29'da görülmektedir [$z=-1.761$; $p>.05$]. Deney grubu öğrencilerinin aradan geçen zamana rağmen öğrendiklerini önemli ölçüde unutmamaları, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının öğrenilenlerin hatırlanması (kalıcı bilgi) üzerinde önemli etkilerinin olduğu şeklinde yorumlanabilir.

4.1.1.6. Kontrol grubu öğrencilerinin çokgenler başarı sontest ile kalıcılık test puan ortalamalarına ilişkin bulgular ve yorum

Araştırmada kontrol grubundaki öğrencilerin sontest ile kalıcılık test puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için bağımlı gruplar t testinden yararlanılmıştır. Elde edilen analiz bulguları Tablo 30'da verilmiştir.

Tablo 30.
Kontrol Grubu ÇBT Sontest-Kalıcılık Puan Ortalamalarının Karşılaştırılması

Test	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p
Sontest	24	11.79	4.836	23	-.060	.953
Kalıcılık test	24	11.83	4.018			

Kontrol grubundaki öğrencilerin sontest çokgenler başarı puan ortalamaları ($\bar{X}_{sontest} = 11.79$) ile çalışmadan 5 hafta sonra uygulanan çokgenler testi kalıcılık puan ortalamaları ($\bar{X}_{kalıcılık} = 11.83$) karşılaştırıldığında aralarında istatistiksel açıdan anlamlı bir farklılık bulunmadığı Tablo 30'da görülmektedir [$t_{(23)}$=-.060; p>.05]. Elde edilen bu bulgu kontrol grubu öğrencilerinin aradan geçen zamana rağmen öğrendiklerini unutmadıklarını diğer bir ifadeyle mevcut öğretim ortamının kalıcı öğrenme üzerinde önemli etkilerinin olduğu biçiminde yorumlanabilir.

4.1.1.7. Grupların ÇBT kalıcılık testi puan ortalamalarına ilişkin bulgular ve yorum

Grupların kalıcılık test puan ortalamalarının grup değişkeni bakımından birbirinden anlamlı derecede farklılaşıp farklılaşmadığını incelemek amacıyla bağımsız gruplar t testinden yararlanılmıştır. Elde edilen analiz bulguları Tablo 31'de sunulmuştur.

Tablo 31.
Grupların ÇBT Kalıcılık Test Puan Ortalamalarının Karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p	*Cohen's d*
Deney	22	13.91	4.545	44	1.644	.107	.485
Kontrol	24	11.83	4.018				

Çokgenler başarı testine ait kalıcılık test puan ortalamaları karşılaştırıldığında deney grubu lehine büyüklük olmasına rağmen ($\bar{X}_{deney} > \bar{X}_{kontrol}$), aralarında grup değişkeni açısından istatistiksel açıdan anlamlı bir fark bulunmadığı Tablo 31'de görülmektedir [$t_{(44)}$=1.644; p>.05; *Cohen's d=.485*]. Hesaplanan *Cohen's d* etki büyüklük değeri ise küçük düzeyde (0.5>*Cohen's d*>0.2) bir etki büyüklüğünü göstermektedir. Bu bulgulara göre, çalışma kapsamındaki farklı öğrenme ortamlarının kalıcı öğrenme üzerinde etkili oldukları şeklinde yorum yapılabilir.

4.1.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgu ve Yorumlar

Çalışmanın ikinci alt problemi, "ACE döngüsüne dayalı öğrenme süreci ve mevcut öğretim programına dayalı gerçekleştirilen öğretimin geometriye yönelik öz-yeterlik algılarına etkisi nedir?" şeklindedir.

Bu bölümde alt başlıklar şeklinde öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğinden aldıkları puan ortalamalarının karşılaştırmasına ilişkin bulgu ve yorumlar yer verilmiştir.

4.1.2.1. Grupların GYÖYÖ öntest puan ortalamalarına ait bulgular ve yorum

Çalışma gruplarında bulunan 7. sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlik öntest puan ortalamaları arasında grup değişkeni açısından anlamlı bir farklılık olup olmadığını incelemek için yapılan bağımsız gruplar t testi analiz bulguları Tablo 32'de sunulmuştur.

Tablo 32.
Grupların GYÖYÖ Öntest Puan Ortalamalarının Karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p
Deney	22	3.420	.585	44	-.618	.540
Kontrol	24	3.535	.670			

Tablo 32'de görüldüğü üzere uygulama öncesi grup değişkenine göre deney ve kontrol gruplarının GYÖYÖ'ye ait öntest puan ortalamaları arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir fark bulunmamaktadır [$t_{(44)}$=-.618; p>.05]. Elde edilen bu bulguya göre uygulama öncesi deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeylerinin benzer olduğu şeklinde yorum yapılabilir.

4.1.2.2. Deney grubu öğrencilerinin GYÖYÖ öntest-sontest puan ortalamalarına yönelik bulgular ve yorum

ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamlarının geometriye yönelik öz-yeterlik algılarına etkisini incelemek amacıyla deney grubunda bulunan öğrencilere GYÖYÖ uygulama öncesi öntest, uygulama sonrası ise sontest olarak tekrar uygulanmıştır. Elde edilen verilerin analizinde bağımlı gruplar t testinden yararlanılmıştır. Ulaşılan analiz bulguları Tablo 33'de sunulmuştur.

Tablo 33.
Deney Grubu GYÖYÖ Öntest-Sontest Puan Ortalamalarının Karşılaştırılması

Test	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p	*Cohen's d*
Öntest	22	3.420	.585	21	5.181	.000*	1.105
Sontest	22	4.204	.599				

*p < 0.05

Tablo 33'de görüldüğü üzere deney grubundaki öğrencilerin uygulama öncesi ile uygulama sonrası GYÖYÖ puan ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark oluşmuştur [$t_{(21)}$=5.181; p < .05; *Cohen's d* =1.105]. Belirlenen bu anlamlı farklılık, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları üzerinde hesaplanan *Cohen's d* değerine göre çok büyük düzeyde (*Cohen's d*>1) olduğunu göstermektedir. Bunun yanı sıra ortalamalar incelendiğinde deney grubuna ait geometriye yönelik öz-yeterlik puan ortalamalarının uygulama öncesinde çoğu zaman kategorisinde iken uygulama sonunda her zaman kategorisine yükseldiği görülmüştür. Ulaşılan bu bulgulardan hareketle, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeylerini arttırdığı biçiminde yorum yapılabilir.

4.1.2.3. Kontrol grubundaki öğrencilerin GYÖYÖ öntest-sontest puan ortalamalarına ait bulgular ve yorum

Mevcut öğretim programının 7. sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlik algılarına etkisini belirlemek için kontrol grubunda bulunan öğrencilere GYÖYÖ uygulama öncesinde öntest, uygulama sonrasında ise sontest olarak tekrar uygulanmıştır. Toplanan verilerin analizinde bağımlı gruplar t testi kullanılmıştır. Elde edilen veri analiz bulguları Tablo 34'te verilmiştir.

Tablo 34.
Kontrol Grubu GYÖYÖ Öntest-Sontest Puan Ortalamalarının Karşılaştırılması

Test	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p	*Cohen's d*
Öntest	24	3.535	.670	23	4.395	.000*	.897
Sontest	24	3.848	.571				

*p < 0.05

Tablo 34'de kontrol grubundaki öğrencilerin uygulama öncesi ve uygulama sonrası GYÖYÖ puan ortalamaları arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir farklılık olduğu görülmektedir [$t_{(23)}$=4.395; p<.05; *Cohen's d*=.897]. Belirlenen anlamlı farklılık hesaplanan *Cohen's d* değerine mevcut öğrenme ortamının öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları üzerinde göre büyük düzeyde (1>*Cohen's d*>0.8) etkili olduğunu göstermektedir. Bu bulgulara göre, mevcut öğrenme ortamının öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeylerini arttırdığı şeklinde bir yorum yapılabilir.

4.1.2.4. Grupların GYÖYÖ sontest puan ortalamalarına ait bulgular ve yorum

Son olarak grupların sontest geometriye yönelik öz-yeterlik inanç puan ortalamaları arasında grup değişkenine göre istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık bulunup bulunmadığı incelenmiştir. Bu kapsamda yapılan bağımsız gruplar t testi analiz bulguları Tablo 35'te sunulmuştur.

Tablo 35.
Grupların GYÖYÖ Sontest Puan Ortalamalarının Karşılaştırılması

Gruplar	N	$\bar{X}$	SS	sd	t	p	*Cohen's d*
Deney	22	4.204	.599	44	2.059	.045*	.622
Kontrol	24	3.848	.571				

*p <.05

Tablo 35'te, uygulama sonrası grupların geometriye yönelik öz-yeterlik puan ortalamaları arasında grup değişkeni bakımından istatistiksel açıdan anlamlı bir farklılık bulunduğu görülmektedir [$t_{(44)}$=-2.059; p<.05; *Cohen's d*=.622]. Belirlenen bu anlamlı farkın büyüklüğüne ilişkin hesaplanan *Cohen's d* etki büyüklüğü, orta düzeyde (0.8> *Cohen's d*>0.5) bir etki büyüklüğüne işaret etmektedir. Bunun yanı sıra ortalama düzeyleri incelendiğinde, geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeylerinin deney grubunda "her zaman", kontrol grubunda ise "çoğu zaman" kategorisinde bulunduğu görülmektedir. Bu bulgulara göre, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamlarının öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterliklerini artırmada mevcut öğretim ortamına göre daha etkili olduğu şeklinde bir yorum yapılabilir.

4.2. Nitel Verilere Ait Bulgular ve Yorum

Bu alt bölümde, ilk olarak uygulama sonrası deney ve kontrol grubundan seçilen öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerine ait elde edilen verilere ait bulgu ve bu bulgulara yönelik yapılan yorumlar öğrencilere ait çalışma kağıtlarıyla desteklenerek sunulmuş, sonrasında deney grubundan seçilen öğrencilerle yapılan odak grup görüşmesinden elde edilen verilere ait bulgu ve yorumlar bulunmaktadır.

4.2.1. Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgu ve Yorumlar

Çalışmanın üçüncü alt problemi "Çalışmaya katılan öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanında soyutlama düzeyleri APOS teorisine göre hangi aşamadadır?" şeklindedir.

Bu başlık altında araştırmanın amacı doğrultusunda ilgili alt öğrenme alanında bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesine olanak sağlayacağı düşünülen soruların kullanıldığı klinik mülakatlardan elde edilen veriler, APOS teorik çerçevesinde her öğrenci için ayrı ayrı incelenmiştir. Mülakatlar boyunca vermiş oldukları yanıtlardan ziyade çözüm süreçlerinin daha önemli görüldüğü ve bundan dolayı düşüncelerini sesli bir biçimde dile getirmeleri konusunda katılımcılar bilgilendirilmişlerdir. Araştırmacı tarafından oluşturulan genetik çözümleme göz önünde bulundurularak yapılan bu incelemelere ait bulgu ve yorumlar birlikte verilmiştir. Bu bulgu ve yorumların yanı sıra öğrencilerin çalışma kâğıtlarındaki çözümlerine ait görüntüleri de bulunmaktadır. Bulgu ve yorumları daha anlaşılabilir kılmak için her soruya ilişkin alt başlıklar oluşturularak takdim edilmiştir.

4.2.1.1. Klinik mülakatın ilk sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Klinik mülakatın ilk sorusunda katılımcıların düzgün çokgenlerin bir iç açı ölçüsünü veren genel ifadeyi çokgenlerin dış açılar toplamından yararlanarak oluşturma süreçlerini APOS teorisi çerçevesinde incelemek amaçlanmıştır. Bunun yanı sıra çokgenlerin iç açılar toplamı ve formülde yer alan her bir ifadenin ne anlama geldiği sorgulanmıştır. Elde edilen görüşme metinleri ve çalışma kâğıtlarına ait görüntüler aşağıda her bir öğrenci için ayrı ayrı sunulmuştur.

4.2.1.1.1. Deney grubu öğrencilerinin klinik mülakatın ilk sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Gizem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

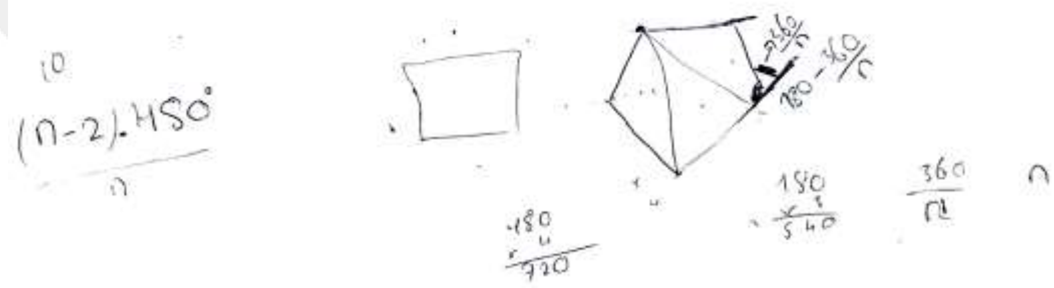
Matematik ders notları, ders içi katılım, performans ve yordama testi açısından Gizem'in düşük seviyede bir öğrenci olduğu ve düşüncelerini yanlış olsa bile çekinmeden ifade edebildiği gözlemlenmiştir. İlk soru için Gizem ile yaklaşık 19 dakika süren bir mülakat gerçekleştirilmiştir. Mülakat esnasında soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlaması istenmiş ve düşüncelerini yazılı olarak ifade edebilmesi için de öğrenciye çalışma kâğıdı verilmiştir. Araştırmacı ile Gizem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, G: Gizem):

10G: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam ilk önce dörtgen çizerim. İçindeki üçgen sayısıyla 180^0'yi çarparım.
11A: Bu soruda kenar uzunlukları ve iç açılarının ölçüleri eşit olan bir çokgen demiş. Ne anladın bu cümleden?
12G: Mesela üçgen şey kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen yamuk.
13A: Dikdörtgen dedin. Dikdörtgenin kenar uzunlukları birbirine eşit midir?
14G: Eşittir karşılıklı kenarları.
15A: Tüm kenar uzunluklarının eşitliğini kast etmiş olabilir mi?
16G: Eşkenar dörtgende eşittir.
17A: (Teyit amaçlı) eşkenar dörtgende bütün kenar uzunlukları birbirine eşit midir?
18G: Eşkenar dörtgende eşittir.
19A: Peki eşkenar dörtgenin bütün iç açıları birbirine eşit midir?
20G: Değildir.
21A: Soruda kenar uzunlukları ve iç açıları eşit olan çokgen denilmiş. Çokgen denildiğinde aklına ne geliyor?
22G: Köşeleri fazla olan.
23A: Beşgen bir çokgen midir?
24G: Evet çokgendir.
25A: Altıgen?
26G: O da bir çokgendir.
27A: Yedigen?
28G: O da bir çokgendir.
29A: Kenar uzunlukları ve iç açıları birbirine eşit olan bir beşgen nasıl adlandırılır?
30G: Yani içindeki üçgen sayısıyla 180^0 çarpılır.
31A: Onu iç açılar toplamında kullanıyoruz değil mi?
32G: Evet.
33A: Soru şu: elimde bir beşgen var. Bu beşgenin bütün kenarları birbirine eşit.
34G: Evet.
35A: Bütün iç açıları da birbirine eşitmiş. O zaman bu beşgen nasıl bir beşgendir?

36G: Eşkenar. Yani birbirine eşit beş eşit kenar varmış.
37A: Bir altıgen düşün. Bütün kenar uzunlukları ve iç açılar birbirine eşitmiş. O zaman bu altıgen nasıl bir altıgendir?
38G: ... (düşünüyor).
39A: Böyle çokgenler için özel bir isim kullanıyorlar. Hatırlamaya çalış.
40G: Düzgün çokgen.
41A: (Teyit amaçlı) düzgün çokgen mi?
42G: Evet.
43A: O zaman bizim buradaki çokgen nasıl bir çokgenmiş?
44G: Düzgün çokgen.
45A: Düzgün çokgende bir iç açı ölçüsünü dış açılar toplamından nasıl oluşturabilirsin?
46G: Mesela 180^0 ye eşitlemek için toplarım ikisini (aynı köşeye ait bir iç açı ile dış açı). Diyelim birisi 130. Diğerini bulmak için 180'e eşitlerim.
47A: Burada neden 180^0 ye eşitledin. Yani iç açı ile dış açının toplamı neden 180^0?
48G: (Kendinden emin bir şekilde) birbirinin bütünleri.
49A: Yani birbirinin bütünleri olduğu için toplamları 180^0 ye eşitliyorsun?
50G: Evet.
51A: Düzgün çokgende dış açılar toplamı kaç derecedir?
52G: Düzgün çokgende 360.
53A: Çokgenlerin iç açılar toplamı nasıl bulunuyor?
54G: "n-2" den. Mesela otuzgen "n-2" den 2 çıkardığımızda onun içinde oluşan üçgen sayısı 28 oluyor.
55A: Sonra ne yaparız?
56G: Onu da 180^0 ile çarparız.
57A: Neden 180^0 ile çarpıyoruz?
58G: ... (düşünüyor).
59A: n-2'den çokgenin içerisinde oluşan üçgen sayısını gösterir dedin. Bunu da 180^0 ile çarpacağımızı söyledin. Doğru mu?
60G: Evet.
61A: Neden 180^0 ile çarpıyorsun? 180^0 burda neyi temsil ediyor?
62G: İç açıların toplamını.
63A: Çokgenin iç açılar toplamını mı?
64G: Hayır. 180^0 ile çarptığımızda toplamı buluruz.
65A: Mesela kareyi ele alalım. Karenin iç açılar toplamı nasıl bulunur?
66G: Karenin her bir iç açısı birbirine eşit olacak. ... (düşünüyor).
67A: Ya da bir beşgen düşün. Bunun iç açıları toplamı nasıl bulunur?
68G: Beşgen. ... (düşünüyor).
69A: Bir beşgen çizebilir misin?
70G: (Çizdikten sonra) böyle.
71A: Peki bunun iç açılar toplamını nasıl bulabiliriz?
72G: (Bir köşeden köşegenler çizerek) şöyle üç tane üçgen çıktı ve bunu 180 ile çarpıyoruz.
73A: Neden 180^0 ile çarpıyorsun?
74G: ... (düşünüyor).
75A: Peki bir üçgenin iç açılar toplamı kaç derecedir?
76G: 180^0.
77A: (Beşgende oluşan üçgenleri tek tek göstererek) bu üçgenin iç açılar toplamı kaç derece?
78G: 180.
79A: Bunun?
80G: 180.
81A: Bunun?
82G: 180.
83A: Şu hâlde 180^0 neyi temsil ediyormuş?
84G: Bir üçgenin iç açılar toplamını.
85A: Çokgende iç açılar toplamını veren formülü yazabilir misin?
86G: ... ((n-2).180^0 formülünü yazıyor).
87A: Bu formül neyi gösteriyor?
88G: İç açılarının toplamını.
89A: Peki çokgen düzgün çokgen olursa iç açılar toplamını veren formül ne olur?
90G: ((n-2).180^0 formülünü göstererek) yine budur.
91A: Düzgün çokgenin bir iç açısını bulmak için ne yapacağız bu formülde?

92G: ... (düşünüyor).
93A: Mesela, bu beşgenin iç açılar toplamı kaç derecedir?
94G: Üç tane üçgen var. Bunu 180 ile çarpacağım. (İşlem yaptıktan sonra) 540.
95A: Peki bir tane iç açısını bulmak için ne yaparsın?
96G: İç açılar birbirine eşit. ... (düşünüyor).
97A: Bunun kaç tane iç açısı var?
98G: 5 tane.
99A: Bunların (iç açılar) toplamını 540^0 olarak hesapladın. Bir tanesini bulmak için ne yaparsın?
100G: 540'ı 5'e bölerim.
101A: Şimdi burada hangi işlemleri yaptın?
102G: 180^0 ile 3'ü çarptım 540. Sonra 540'ı 5'e böldüm.
103A: Beş neyi gösteriyordu?
104G: Kenar sayısını.
105A: Peki düzgün çokgende bir iç açı ölçüsünü veren formülü nasıl gösterirsin?
106G: ... (düşünüyor).
107A: Düzgün beşgen olduğu için beşe böldün bir iç açısını bulmak için.
108G: Evet.
109A: Altıgen olsaydı?
110G: Altıya bölecektim.
111A: O zaman n kenarlı olursa neye böleceğiz bir iç açı ölçüsünü bulmak için?
112G: n'e böleceğiz.
113A: Altıgenin bir iç açı ölçüsü kaç derecedir?
114G: Köşegen çizersem dört tane üçgen çıkıyor. Ee.. onu da 180 ile çarpacağım. (İşlem yaptıktan sonra) 720.
115A: Evet (devam et anlamında).
116G: Onu da n'e böleceğiz. Yani 720'yi 6'ya böleceğiz. (Gerekli işlemleri yaptıktan sonra) 120.
117A: Bu bulduğun neyi gösteriyor.
118G: Bir iç açısını.
119A: Bir dış açısı kaç derece olur?
120G: Dış açılar toplamı 360. Onu da böleceğim.
121A: (Teyit amaçlı) dış açılar toplamının 360^0 olduğunu söyledin.
122G: Evet.
123A: Peki bir dış açı ölçüsünü nasıl buluruz?
124G: ... (düşünüyor).
125A: Mesela düzgün altıgenin bir dış açı ölçüsü kaç derecedir?
126G: Dış açısı mı?
127A: Evet.
128G: 60.
129A: Nasıl buldun?
130G: 360'ı 6'ya böldüm.
131A: Peki düzgün bir ongenin bir dış açısı kaç derecedir? Nasıl bulursun?
132G: Onda da 360'ı 10'a böleriz. Yani $\frac{360}{n}$ yapıyoruz.
133A: (Teyit amaçlı) $\frac{360}{n}$ bize neyi gösteriyor?
134G: Bir dış açısını.
135A: Düzgün bir ongende bir iç açı ölçüsünü nasıl buluruz?
136G: (n-2)'den gidelim. 8 oluyor. 8 ile de 180'i çarparım.
137A: Peki bir dış açıdan gitsek?
138G: 360'ı 10'a bölüp 36 bulurum. ... (düşünüyor).
139A: Düzgün bir yirmigen olsa bunun bir iç açı ölçüsünü nasıl bulabilirsin?
140G: 18 üçgen oluşuyor. Bunu da 180 ile çarparım. Bulduğumu da n'e bölerim.
141A: n kaçtır burada?
142G: 20.
143A: Toparlayacak olursak aynı köşeye ait bir iç açı ile bir dış açı birbirinin neyidir?
144G: Toplamları 180'dir.
145A: Yani birbirinin neyi oluyor?
146G: Bütünleri.
147A: Peki bir dış açı ölçüsü ne oluyor?
148G: Hepsinin toplamı 360. Bir tanesi mesela beşgeni 5'e bölüyoruz. n-gen içinde n'e bölüyoruz.

149A: O zaman sen bu açıyı (iç açıyı) bulmak için ne yapacaksın?
150G: ... (düşünüyor).
151A: Mesela burası (dış açı) 10^0 ise burası (iç açı) kaç derece olur?
152G: 170.
153A: Nasıl buldun?
154G: İkisini toplamı 180'e eşit.
155A: Mesela burası (dış açı) 20^0 ise burası (iç açı) kaç derece olur?
156G: 160.
157A: Burası (dış açı) 30^0 ise burası (iç açı) kaç derece olur?
158G: 150.
159A: Peki o zaman ben buraya (dış açı) $\frac{360}{n}$ dersem burayı (iç açı) nasıl bulurum?
160G: Onu bulmak için 180'den çıkaracağım.
161A: Kimi çıkaracaksın?
162G: Bir dış açıyı.
163A: n kenarlı bir düzgün çokgende bir dış açı neydi?
164G: $\frac{360}{n}$
165A: O zaman bir iç açıyı bulmak için 180'den neyi çıkarırız?
166G: 180'den 360 bölü n'i çıkarırız.



Şekil 18. Gizem'in Birinci Soruya Ait Çözümü

Gizem ile yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin çokgen kavramını (22G) ve düzgün çokgen kavramının tanımını özümsemediği dolayısıyla başlangıçta, soruda verilen özelliklerin düzgün çokgene ait olduğunu fark edemediği (12G, 30G, 36G) araştırmacının yönlendirmeleri ve verdiği ipuçları sonrasında fark ettiği görülmektedir (40G). Öğrencinin, aynı köşede bulunan bir iç açı ile bir dış açının birbirinin bütünleri olduğunu (ilişkilendirme) ifade etmesine (48G, 146G) rağmen bunu sorulara yapılan yönlendirmeler sonucu yansıtabilmiştir. Benzer şekilde Gizem'in çokgenlerde iç açılar toplamını veren genel ifadeyi içselleştirip özümsediği ancak formülde yer alan bazı ifadeleri açıklayamadığı (58G, 62G, 64G, 74G) ancak verilen ipuçları sayesinde (75A) açıklayabildiği görülmüştür (76G, 84G). Düzgün çokgenin bir iç açı ölçü formülünü ifade edememesine rağmen verilen örneklerden yola çıkarak (100G, 102G) oluşturmuş ve bunu sözel bir dille ifade edebilmiştir (112G, 114G, 116G). Bunun yanı sıra dış açılar toplamını matematiksel bir nesne olarak algılamasına (52G, 120G) rağmen düzgün çokgende bir dış açı ölçüsünü veren formülü araştırmacının yönlendirmeleri sonrasında oluşturabilmiştir (130G, 132G). Verilen örneklerden yola çıkarak oluşturduğu bu formül ve iç açı ile dış açının bütünler olduğu bilgisini birlikte ele alarak düzgün çokgenin bir iç açısını veren genel ifadeyi dış açılar toplamından yararlanarak inşa etmiştir (160G, 166G). Görüşmenin tamamı incelendiğinde öğrencinin formülleri genellikle bir bütün olarak algılayıp matematiksel bir nesne olarak algılayamadığı ancak süreçte şekilleri çizmeden zihninde canlandırarak çözdüğü görülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

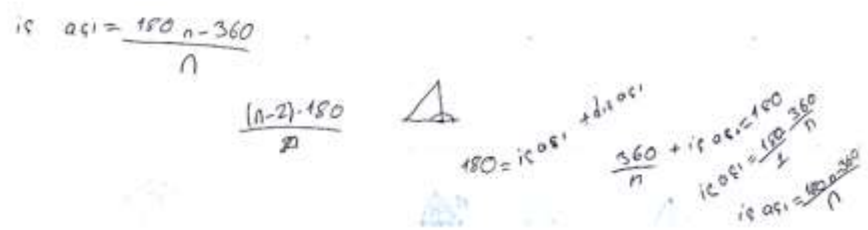
Meltem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Matematik ders notları, ders içi katılım, performans ve yordama testi açısından Meltem'in orta düzeyde bir öğrenci olduğu ve kendini ifade edebildiği gözlemlenmiştir. İlk soru için Meltem ile yaklaşık 12 dakika süren bir mülakat yapılmıştır. Mülakat esnasında soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlaması istenmiş ve düşüncelerini yazılı olarak ifade edebilmesi için de öğrenciye çalışma kâğıdı verilmiştir. Araştırmacı ile Meltem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, M: Meltem):

10M: (Soruyu sesli okuduktan sonra kendinden emin bir şekilde) hocam dış açılar toplamı 360^0'ye eşit olmak zorunda birde birbirine eşit olmak zorunda eğer düzgün çokgense.
11A: Şimdi bu sorudan ne anladın ne verilmiş sana?
12M: Kenar uzunlukları ve iç açıları ölçüleri eşit demiş.
13A: O zaman bu nasıl bir çokgendir?
14M: Düzgün çokgen.
15A: Peki düzgün çokgen de başka neler eşittir?
16M: Dış açıları da eşittir.
17A: (Teyit amaçlı) düzgün çokgende kenar uzunluklarının, iç açılarının ve dış açılarının birbirlerine eşit olduğunu söyledin.
18M: Evet hocam.
19A: Çokgenlerin iç açılar toplamını nasıl buluyorduk?
20M: (Bir süre düşündükten sonra) önce üçgen oluşturuyorduk. Sonra 180 ile çarpıyorduk.
21A: Peki çokgenlerde iç açılar toplamını hangi formülden buluyorduk?
22M: Hocam (n – 2).180'den (söylediğini yazıyor).
23A: Peki bu formülde "n-2" neyi gösteriyor?
24M: Üçgen sayısını.
25A: Neden 180 ile çarpıyoruz?
26M: Bir üçgenin iç açıları toplamı olduğu için.
27A: (Formülü göstererek) çokgenlerin iç açıları toplamı diyorsun. Peki, düzgün çokgende bir iç açı ölçüsü nasıl bulunuyordu?
28M: İç açılar eşit olduğundan sonra bölünürdü kaç kenarlıysa (kenar sayısına).
29A: Kaç kenarı vardı?
30M: n (çalışma kâğıdına $\frac{(n-2).180}{n}$ *ifadesini yazıyor).*
31A: Peki şimdi soruya gelelim. Bu formülü dış açılar toplamından nasıl oluşturabilirsin?
32M: ... (düşünüyor).
33A: Biraz önce dış açılar toplamının kaç derece olduğunu söylemiştin?
34M: 360.
35A: Düzgün çokgende dış açılar birbirine eşit miydi?
36M: Evet.
37A: O zaman her bir dış açısı nasıl bulunur?
38M: ... (düşünüyor).
39A: Örneğin bir eşkenar üçgen düşün. Bunun bir iç açı ölçüsü kaç derecedir?
40M: Hocam 180'i 3'e böleriz. Her bir iç açısı 60 olur.
41A: Bir dış açısı kaç derece olur?

42M: 120.
43A: Nasıl anladın?
44M: (Çizdiği üçgen şeklinde komşu olan bir iç açıyla dış açıyı göstererek) çünkü bunların toplamı 180'e eşit olmak zorundadır.
45A: O zaman iç açıyla dış açı arasında nasıl bir ilişki vardır?
46M: Birbirinin bütünleri.
47A: Bu formülü dış açılar toplamından oluşturmamız gerekiyor. Bu formülü dış açılar toplamı nasıl oluşturabiliriz?
48M: ... (düşünüyor).
49A: Biraz önce dedin ki aynı köşedeki bir iç açı ile bir dış açının bütünler olduğunu söyledin. Kaç derece olur toplamları?
50M: 180.
51A: Toplamlarının 180^0 olduğunu yazabilir misin?
52M: ... ("180= iç açı + dış açı" ifadesini yazıyor).
53A: Peki düzgün çokgende bir dış açı ölçüsünü nasıl bulursun?
54M: ... (düşünüyor).
55A: Dış açılar toplamı kaç dereceydi?
56M: 360.
57A: Peki bir dış açı ölçüsü kaç derecedir?
58M: ... (düşünüyor).
59A: Kaç tane dış açısı vardır sence?
60M: ... (düşünüyor).
61A: Mesela bir altıgen düşün. Altıgenin kaç tane iç açısı vardır?
62M: Altı.
63A: Kaç tane dış açısı vardır?
64M: Altı.
65A: Peki yedigenin kaç tane iç açısı var?
66M: Yedi.
67A: Kaç tane dış açısı vardır?
68M: Yedi.
69A: O zaman bir dış açı ölçüsünü nasıl buluruz?
70M: Hangi çokgen?
71A: n kenarlı bir çokgen. Yani n-gen.
72M: ... (düşünüyor).
73A: Toplam 360^0 olduğunu söyledin ve birbirlerine eşit olduğunu söyledin. Bir tane dış açıyı bulmak için ne yaparız?
74M: (Biraz düşündükten sonra) 360'ı n'e böleriz (yazıyor).
75A: (180 = iç açı + dış açı formülünü göstererek) burada yerine yazarsak
76M: ... ($\frac{360}{n}$ + iç açı = 180 ifadesini yazıyor).
77A: Peki burada iç açıyı nasıl bulursun?
78M: ... (düşünüyor).
79A: Denklemlerde nasıl buluyorduk bilinmeyenleri?
80M: Bilinmeyeni yalnız bırakırım. Bunu $\frac{360}{n}$ buraya (eşitliğin diğer tarafına) alırım.
81A: Bunu düzenlersek ne olur?
82M: ... (araştırmacının yardımıyla iç açı= $\frac{180n-360}{n}$ sonucuna ulaşıyor).
83A: Peki bu iki formül birbirine benziyor mu? (İlk formülü göstererek) 180'yi dağıtırsak parantez içine.
84M: (Bir süre düşündükten sonra) evet aynısı.
85A: Yani aynı sonucu mu bulduk?
86M: Evet.
87A: Peki bu soruda ne yaptığını kısaca anlatır mısın?
88M: Eee hocam dış açıları toplamı 360. Kenar sayısına da "n" dediğimiz için $\frac{360}{n}$ yaptık.
89A: $\frac{360}{n}$ neyi gösteriyordu?

90M: Şey bir dış açı ölçüsüydü. Dış açı artı iç açı ölçüsü 180'ye eşitti. Çünkü birbirinin bütünleriydi. Sonra 180' den $\frac{360}{n}$ *i çıkarttık.*
91A: Peki eklemek istediğin bir şey var mı?
92M: Yok.



Şekil 19. Meltem'in Birinci Soruya Ait Çözümü

Meltem ile yapılan diyalog incelendiğinde, soruyu okuduktan sonra verilen özelliklerin düzgün çokgene ait olduğunu hemen fark etmiş (10M, 14M), çokgenlerde iç açılar toplamını (22M) ve düzgün çokgende bir iç açı ölçü formülünü (30M) içselleştirdiği, bu formüllerde her bir ifadenin ne anlama geldiğini açıklayabildiği (20M, 24M, 26M, 28M), dış açılar toplamını ifade emekte (10M) ve aynı köşedeki iç açı ile bir dış açının birbirinin bütünleri olduğu diğer bir ifadeyle aynı köşede bulunan bir iç açı ile bir dış açıyı ilişkilendirdiği görülmektedir (44M, 46M, 50M, 90M). Düzgün çokgende bir dış açı ölçüsünü başlangıçta işlemsel olarak açıklayabilmesine (40M, 42M) rağmen formülü ifade edememiştir (38M, 54M, 58M). Sonrasında verilen örneklerden hareketle genelleme yoluyla bu formülü oluşturmakta ve matematiksel bir dille ifade etmektedir (74M). Nihai olarak düzgün çokgende bir iç açı ölçüsünü dış açılar toplamından hareketle oluşturabilmiştir (76M, 82M, 90M). Elde edilen bu bulgulara göre öğrencinin çokgen ve düzgün çokgenlere ait bilgilerinin tamamını henüz bir bütün olarak algılayıp kapsülleyemediği ancak süreçte içsel bir kontrole sahip olduğu, tersine çevirme mekanizmasını kullanabildiği, süreçte dış uyaranlara çok fazla ihtiyaç duymadığı, verilenleri hayalinde canlandırabilmesi göz önünde bulundurulduğunda öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Süreç aşamasında" davranışlar gösterdiği söylenebilir.

Dilek'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Matematik ders notları, ders içi katılım, performans ve yordama testi açısından Dilek'in orta seviyenin üzerinde iyi bir öğrenci olduğu ve düşüncelerini rahatça dile getirebildiği gözlemlenmiştir. İlk soru için Dilek ile yaklaşık 6 dakika süren bir mülakat yapılmıştır. Mülakat esnasında soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlaması istenmiş ve düşüncelerini yazılı olarak ifade edebilmesi için de öğrenciye çalışma kâğıdı verilmiştir. Araştırmacı ile Dilek arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, D: Dilek):

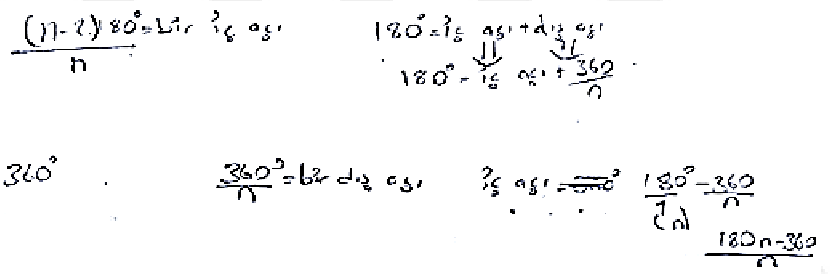
10D: (Soruyu sesli okuduktan sonra) şimdi mesela dış açı toplamını nasıl buluyorduk? Zaten dış açı toplamı 360'tı. Bir iç açısını da normalde $\frac{(n-2).180^0}{n}$ *formülünden buluyorduk.*
11A: Söylediklerini yazabilir misin?
12D: $\frac{(n-2).180^0}{n}$ *bunun bir iç açısı (yazıyor). Böyle bir açısı oluyordu.*
13A: Bu çokgen nasıl bir çokgendir?
14D: Düzgün çokgen.
15A: O zaman bu formül düzgün çokgende mi yoksa bütün çokgenlerde mi geçerli?
16D: Düzgün çokgende.
17A: (Teyit amaçlı) düzgün çokgende mi?
18D: Hı hı.
19A: (Formülü göstererek) burada "(n-2)" neyi gösteriyor?
20D: Ee.. şey üçgen üçgen sayısını gösterir.
21A: 180^0 *neyi gösteriyor?*
22D: O da iç açılar toplamını bir üçgenin.
23A: "n" neyi gösteriyor?
24D: O, kenar sayısını.
25A: Peki dış açılar toplamı için ne düşünüyorsun?
26D: Ee.. 360'tı toplam.
27A: Peki düzgün çokgenin bir dış açı ölçüsü nasıl bulunuyordu?
28D: (Kendinden emin bir şekilde) bir dış açısı $\frac{360^0}{n}$ *'den bulunuyordu (söylediklerini yazıyor).*
29A: Peki soruda bir iç açı formülünü dış açılar toplamından yararlanarak nasıl bulabileceğimiz soruluyor.
30D: ... (düşünüyor)
31A: Soruda iç açı ve dış açıdan bahsedilmiş. Sence iç açı ile dış açı arasında nasıl bir ilişki vardır?
32D: ... (düşünüyor)
33A: İç açıyı nasıl tanımlamıştık?
34D: İç açı şey, çokgende içte kalıyordu. Mesela bir dörtgen de böyle buralardı işte (kenarlar arasını gösteriyor).
35A: O zaman kenarlar arasında kalıyor değil mi?
36D: Evet.
37A: Peki, dış açı?
38D: Dış açı bunun bütünleriydi.
39A: O zaman iç açı ile dış açı birbirinin bütünleri mi?
40D: Evet.
41A: Madem bunlar birbirinin bütünleri o zaman nedir bunların toplamı?
42D: 180^0*.*
43A: Söylediklerini yazabilir misin?
44D: ... ("iç açı + dış açı = 180^0*" ifadesini yazıyor).*
45A: Peki şimdi ne yapacaksın?
46D: ... (düşünüyor)
47A: Bir dış açı ölçü ifadesini biliyorsun. (İç açı + dış açı = 180^0 *ifadesini göstererek) bu ifadede yerine yazsan.*
48D: ... (iç açı + $\frac{360^0}{n}$ *=* 180^0 *ifadesini yazdıktan sonra düşünüyor).*
49A: Bir iç açı ölçüsünü aradığımız için bu ifadede iç açıyı nasıl bulabiliriz?
50D: Anlamadım.
51A: Örneğin "4 + x = 10" desem x'i nasıl bulursun?
52D: (Hemen cevap veriyor) x = 6 olur.
53A: Nasıl buldun?

54D: 10'dan 4'ü çıkardım. (İç açı + $\frac{360^0}{n}$ *= 180⁰ ifadesini göstererek) o zaman burda da 180'den* $\frac{360^0}{n}$ *'i çıkaracağım (yazıyor).*

55A: Peki bu ifadede paydaları eşitlersek.
56D: n ile genişleteceğiz. ... (araştırmacının yardımıyla paydaları eşitledikten sonra iç açı: $\frac{180n-360^0}{n}$ *ifadesini yazıyor).*

57A: ($\frac{(n-2).180^0}{n}$ *formülünü göstererek) burda* 180^0*' yi parantez içine dağıtırsak ne elde ederiz?*

58D: $\frac{180n-360^0}{n}$ *. (Başta söylediği ifade ile sonda oluşturduğu ifadenin aynı olduğunu görünce) aaa evet aynısı.*
59A: Peki bu soruda ne yaptığımızı açıklayabilir misin?
60D: Önce bir iç açı ölçüsünü nasıl bulacağımızı yazdık. Sonra dış açılar toplamını yazıyoruz. Daha sonra bir dış açı ölçüsünü nasıl bulacağımızı yazdık. 180^0 *bir iç açı ile dış açının toplamı olduğundan* 180^0*'den bir dış açı ölçüsünü çıkarıyoruz.*
61A: Var mı eklemek istediğin bir şey?
62D: Bu kadar.



Şekil 20. Dilek'in Birinci Soruya Ait Çözümü

Dilek ile yapılan mülakat incelendiğinde, soruyu okuduktan sonra çokgenin dış açılar toplamını ve düzgün çokgende bir iç açı ölçüsünü veren genel ifadeyi (formülü) hemen söylediği (10D), bu formüllerde yer alan her bir ifadenin anlamını açıklayabilmesi (20D, 22D, 24D) öğrencinin ezberden ziyade çokgene ait bu ifadeleri aslında matematiksel bir nesne olarak algıladığı şeklinde düşünülebilir. Benzer şekilde düzgün çokgende bir dış açı ölçüsünü de matematiksel bir nesne olarak algılayabilmektedir (28D). Verilen özelliklerin düzgün çokgene ait olduğunu bilincinde olması (14D, 16D) öğrencinin APOS teorisine göre tersine çevirme mekanizmasını kullandığı şeklinde yorumlanabilir. Mülakatın devamında öğrencinin aynı köşede bulunan bir iç açı ile bir dış açının birbirinin bütünleri olduğunu fark etmesi (38D) ve bunu kullanması (44D, 48D) iç açı ile dış açıyı ilişkilendirdiği şeklinde değerlendirilebilir. Sonrasında bu bilgileri kullanarak nihai sonuca kolayca ulaşabilmiştir (54D, 56D, 60D). Dilek süreç içerisinde genellikle dış uyaranlardan bağımsız bir şekilde neyi niçin yaptığını açıklayabildiği diğer bir ifadeyle bu süreçte yaptıklarında bilinçli olduğu ve çokgenlere ait bilgilerini bir bütün olarak algılayıp kapsüllediği görülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre “Nesne aşamasında” davranışlar sergilediği söylenebilir.

Zeliha’nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Matematik ders notları, ders içi katılım, performans ve yordama testi açısından Zeliha’nın yüksek seviyede bir öğrenci olduğu ve düşüncelerini çok rahatça dile getirebildiği gözlemlenmiştir. Klinik mülakatın ilk sorusu için Zeliha ile yaklaşık 5 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Görüşme esnasında soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlaması istenmiş ve düşüncelerini yazılı olarak ifade edebilmesi için de öğrenciye çalışma kâğıdı verilmiştir. Araştırmacı ile Zeliha arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, Z: Zeliha):

10Z: (Soruyu sesli okuduktan sonra) dış açılar toplamından mı yararlanacağız?
11A: Evet.
12Z: (Soruyu sesli bir şekilde tekrar okuduktan sonra şaşkın bir ifadeyle) ha yani anladım. Düzgün çokgenden bahsetmiş. Herhangi bir iç açısını dış açıları toplamından yararlanarak nasıl oluşturabilirsiniz? Hocam yani şimdi şey yapacağız. Mesela n kenarlıysa $\frac{360^0}{n}$ *den gideceğiz.*
13A: Söylediklerini yazabilir misin?
14Z: Tamam (söylediklerini yazıyor). ($\frac{360^0}{n}$ *ifadesini göstererek) bu bize bir dış açısını veriyor. Sonra* $180^0 - \frac{360^0}{n}$ *den bir iç açısını buluyoruz. (Yazdıklarını göstererek) bu şekilde.*
15A: (Yazdıklarını göstererek teyit ettirme amaçlı) şimdi $\frac{360^0}{n}$ *dedin ve bunun bir dış açı olduğundan bahsettin doğru mu?*
16Z: Evet.
17A: Düzgün çokgen olduğunu söyledin. Peki, düzgün çokgen deyince aklına ne geliyor?
18Z: Tüm kenar uzunlukları ve açıları birbirine eşit olan çokgen.
19A: Düzgün çokgende dış açılar birbirine eşit midir?
20Z: Evet.
21A: Bir dış açı ölçüsüne $\frac{360^0}{n}$ *dedi. Doğru mu?*
22Z: Evet.
23A: Peki aynı köşeye ait bir iç açı ile dış açı arasında nasıl bir ilişki var?
24Z: Birbirinin bütünleridir.
25A: O zaman bunların toplamı ne olur?
26Z: 180^0.
27A: Söylediklerini yaz istersen.
28Z: ... (sessizce yazıyor).
29A: Peki iç açı ile dış açının bütünlerliğinden yararlanarak bir iç açıyı nasıl bulabilirsin?
30Z: Hocam 180^0*’den* $\frac{360^0}{n}$ *’i çıkarırım.*
31A: Mesela düzgün altıgenin bir dış açı ölçüsü kaç derece?
32Z: 120^0.
33A: Bir iç açı ölçüsü?
34Z: 60^0
35A: Nasıl buldun?
36Z: Şimdi düzgün altıgenin iç açılar toplamı 720^0*. Altıya böldüm her bir iç açı* 120^0 *olur. 180 – 120’den* 60^0 *bir dış açı olur.*

37A: (Daha önce yazdıklarını göstererek) burada nasıl bulabiliriz?

38Z: Buradan da 180'den $\frac{360^0}{n}$ *'i çıkaracağız (söylediği işlemi yapıyor).*

39A: Peki. Söylediğin formülü düzenleyebilir misin?

40Z: (Gerekli işlemleri yaptıktan sonra) $\frac{180n-360}{n}$

41A: 180 parantezine alsak?

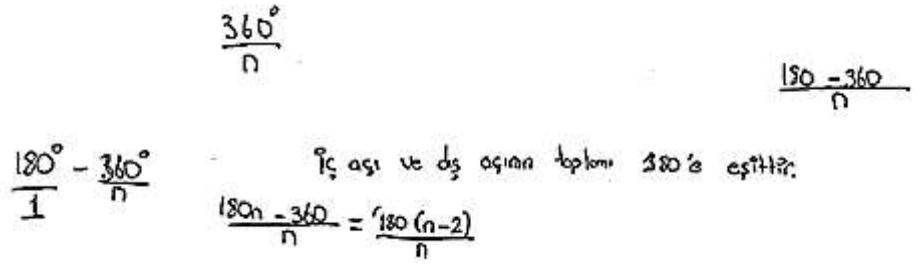
42Z: $\frac{180.(n-2)}{n}$ *olur.*

43A: Bu formülde "n-2" neyi gösteriyor?

44Z: Üçgen sayısını.

45A: 180 derece?

46Z: 180 derecede bir üçgenin iç açı ölçüler toplamı.



Şekil 21. Zeliha'nın Birinci Soruya Ait Çözümü

Zeliha ile yapılan mülakat incelendiğinde, soruyu okuyup anladıktan sonra verilen özelliklerin düzgün çokgene ait olduğunu fark edip (12Z) nihai cevabını hemen ayrıntılarına girmeden kendinden emin bir şekilde ifade ettiği görülmektedir (14Z, 30Z). Verilen cevabın ezbere mi yoksa matematiksel bir nesne olarak mı algıladığını anlamak için görüşme devam ettirilmiştir. Mülakatın devamına bakıldığında öğrencinin çokgenin iç açılar toplamını ve bu formülde yer alan her bir ifadenin ne anlama geldiğini kendinden emin bir biçimde açıkladığı (44Z, 46Z), düzgün çokgende bir dış açıyı veren formülü matematiksel bir nesne olarak algıladığı ve aynı köşede bulunan bir iç açı ile bir dış açının birbirinin bütünler olduğu bilgisini içselleştirip kapsüllediği görülmektedir (24Z). Görüşme süresince öğrencinin, içsel kontrole sahip olduğu, neyi niçin yaptığını açıkladığı, verilen özelliklerden hareketle ilgili kavramlara ulaştığı, formülleri süreçten ziyade nihai sonuç olarak düşündüğü yani bilgilerini kapsülleyip nesneleştirdiği ve bu soruda kapsülünden çıkarıp kullandığı ve herhangi bir dış uyarana ihtiyaç duymadığı görülmektedir. Dolayısıyla bu soruda Zeliha'nın APOS teorisine göre "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

4.2.1.1.2. Kontrol grubu öğrencilerinin klinik mülakatın ilk sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Sevda'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Matematik ders notları, ders içi katılım, performans ve yordama testi açısından Sevda'nın düşük seviyede bir öğrenci olduğu ancak buna rağmen kendini çok iyi bir şekilde ifade edebildiği gözlemlenmiştir. İlk soru için Sevda ile yaklaşık 15 dakika süren bir klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Mülakat esnasında soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlaması istenmiş ve düşüncelerini yazılı olarak ifade edebilmesi için de öğrenciye çalışma kâğıdı verilmiştir. Araştırmacı ile Seda arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, S: Sevda):

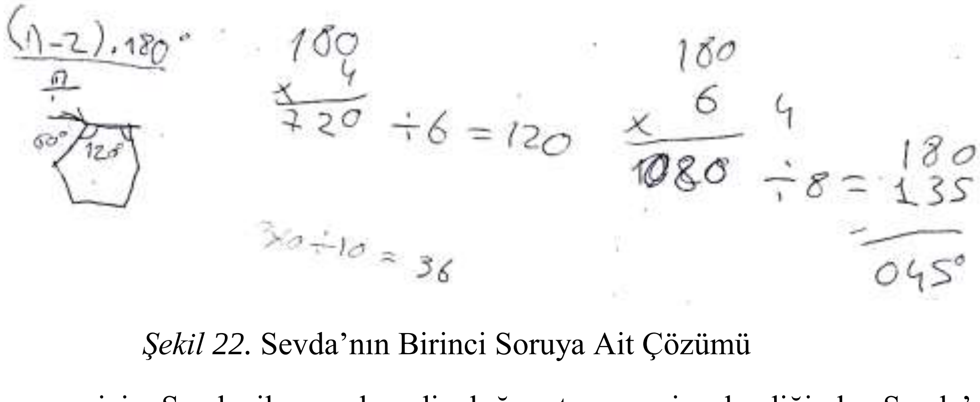
10S: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Evet.
12S: Başlıyım mı hocam?
13A: Tabi ki. Sesli düşünebilirsin.
14S: ... (düşünüyor).
15A: Çokgen denildiğinde aklına ne geliyor?
16S: Hocam üç tane doğru parçasının bir araya gelip oluşturduğu şekiller.
17A: Peki hangi şekil oluyor?
18S: Üçgen oluyor hocam.
19A: Üçten fazla olabilir mi?
20S: Üçten fazla olabilir hocam.
21A: Mesela?
22S: Dörtgen.
23A: İki tane olmaz mı?
24S: Hayır olmaz hocam.
25A: Niye olmuyor?
26S: Hocam çünkü tüm kenarları kapatması lazım.
27A: Yani kapalı şekil olacak diyorsun.
28S: Evet hocam.
29A: Peki. Soruda ne demiş?
30S: Kenar uzunlukları iç açıların ölçüleri eşit olan bir çokgenin herhangi bir iç açısının dış açıları toplamından yararlanarak nasıl oluşturabilirsiniz?
31A: Bu nasıl bir çokgendir sence?
32S: ... (düşünüyor).
33A: Kenar uzunlukları ve iç açı ölçüleri birbirine eşitmiş. O zaman nasıl bir çokgen olabilir?
34S: Hocam kare olabilir.
35A: Başka?
36S: Dikdörtgen olabilir.
37A: Dikdörtgenin kenar uzunlukları eşit midir?
38S: Yok hayır hocam. Kare olabilir eşkenar dörtgen olabilir.
39A: Eşkenar dörtgenin iç açıları eşit midir?
40S: Yok hocam o da hiç değil.
41A: Peki biz bunlara genel bir isim veriyorduk. Mesela beşgen için bütün kenarları ve iç açıları birbirine eşitse biz bu beşgene ne diyorduk?
42S: Düzgün çokgen.
43A: (Teyit amaçlı) düzgün çokgen?
44S: Evet hocam.
45A: Peki. Çokgenlerin iç açılar toplamını nasıl buluyorduk?
46S: Hocam "n-2" den.
47A: Devamı var mı?
48S: Hocam tam hatırlamıyorum ama.
49A: Burada "n-2" neyi gösteriyordu?

50S: Üçgen sayısını gösteriyordu.
51A: (Teyit amaçlı) üçgen sayısını mı?
52S: Evet hocam.
53A: Sonra ne yapıyorduk bu "n-2" yi?
54S: Hocam önce üçgen sayısını buluyorduk. Sonrada üçgenlerin sayısından o şeklin iç açılar toplamını buluyorduk.
55A: Mesela "n-2" 'nin üçgen sayısını ifade ettiğini söyledin. Doğru mu?
56S: Evet.
57A: Peki. Bir beşgen düşünelim. Bu beşgenin bir köşesinden köşegenler çizildiğinde kaç tane üçgen oluşur?
58S: (Kendinden emin bir şekilde) üç tane.
59A: Üç tane. Peki bu beşgenin iç açılar toplamı nasıl bulunur?
60S: Hocam ilk olarak oluşan üçgen sayısını hesaplıyorduk. Sonra üçgenin iç açılar toplamıyla çarpıyorduk.
61A: Üçgenin iç açıları toplamı kaç derecedir?
62S: 180
63A: 180^0. O zaman beşgenin iç açılar toplamı kaç derece oluyor?
64S: (Zihinden işlem yaptıktan sonra) 540^0 oluyor hocam.
65A: "n-2" ile 180^0'yi mi çarptın?
66S: Evet hocam.
67A: Neyi hesaplamış oldun bu şekilde?
68S: Bir çokgenin iç açılar toplamını.
69A: O zaman söylediklerini yaz.
70S: ... ((n-2).180^0 ifadesini yazıyor).
71A: (Yazdığı ifadeyi göstererek) bu ifade çokgenin iç açılar toplamını veriyor değil mi?
72S: Evet hocam.
73A: Peki çokgenimiz bir düzgün çokgen ise bir iç açı ölçüsü nasıl bulunur?
74S: ... (düşünüyor).
75A: Örneğin düzgün beşgen dedik değil mi?
76S: Evet.
77A: İç açılar toplamının 540^0 olduğunu söyledin. Onun bir iç açı ölçüsü kaç derecedir?
78S: (Zihinden işlem yaptıktan sonra)180 oluyor hocam.
79A: Nasıl buldun?
80S: 540 bölü 5'ten yaparsak 180 olmuyor mu hocam?
81A: (Teyit amaçlı) 5'e mi böldün?
82S: Evet hocam.
83A: Neden 5'e böldün?
84S: 5 kenarı olduğundan dolayı.
85A: ((n-2).180^0 ifadesini göstererek) bunu o zaman kaça böleceksin?
86S: 180'e mi?
87A: Düzgün beşgen için "(n-2).180" ifadesinde n yerine 5 yazdın. 3 çarpı 180'den 540 buldun. Sonrada onu beş tane iç açısı olduğu için beşe böldün. Düzgün çokgen olduğu için bu şekilde buluyorsun bir iç açısını. Doğru mu?
88S: Evet hocam.
89A: O zaman bir iç açısını bulmak için bu ifadeyi neye bölmen gerekiyor.
90S: ... (düşünüyor).
91A: Mesela burada düzgün beşgen olduğu için beşe böldün. ((n-2).180^0 ifadesini göstererek) peki burada neye bölmen gerekiyor?
92S: Üçe bölmem gerekiyor.
93A: Niye 3'e?
94S: Üçgen sayısı olduğu için.
95A: Ama üçgen sayısını "n-2" olduğunu söylemiştin.
96S: O zaman 2'ye bölmem mi gerekiyor hocam 180'i?
97A: Mesela düzgün altıgen olduğunu farz et. Kaça bölmen gerekiyor?
98S: Altıya bölmem gerekiyor o zaman.
99A: Düzgün yedigen olsaydı?
100S: Yediye bölmem
101A: Düzgün sekizgen olsaydı?
102S: Sekize bölmem
103A: Düzgün dokuzgen olsaydı?

104S: Dokuza
105A: O zaman düzgün n-gen olsa kaça bölmen gerekiyor?
106S: Düzgün n-gen olsa n'e bölmem gerekiyor.
107A: Yani?
108S: Yani "n-2"
109A: Sen orda altıgen diyorsun 6'ya bölüyorsun ama burada "n-2" diyorsun yani altıgeni 4'e bölmen gerekiyor senin söylediğine göre.
110S: Hayır
111A: O zaman burada hangi sayıya böleceksin neye bölmen gerekiyor?
112S: Hocam işte 2'ye bölmem gerekmiyor mu?
113A: O zaman altıgende de 2'ye bölmen gerekiyor.
114S: Yani altıgende biz 4'e mi bölüyorduk hocam.
115A: Yo 6'ya böldün.
116S: 6'ya bölüyorsak ... (düşünüyor).
117A: Beşgeni 5'e böldün.
118S: "n-2" geni de n-2'ye bölmem gerekmiyor mu?
119A: Düzgün bir altıgenin iç açılar toplamını nasıl buluyorsun?
120S: Hocam yine yani altıgenin iç açılarını üçgen sayısından giderek buluyorduk. 6'dan 2 çıkarıyorduk 4 tane üçgen var. 4 ile de 180'i çarpıyorduk 720.
121A: Bir iç açısını bulmak için onu kaça bölüyorduk?
122S: 720'yi 6'ya.
123A: Altıya böldün bak. Yani "n-2" ye bölmedin 6'ya böldün. "n-2" üçgen sayısını gösteriyor diyorsun ama altıya böldün. ((n-2).180^0 ifadesini göstererek) o zaman burda neye bölmen gerekiyor?
124S: Yani orda altıgeni altıya böldüysek burada da yine işte ... (düşünüyor).
125A: Düzgün altıgenin bir iç açısını bulmak için hangi işlemleri yaptığını buraya yazabilir misin?
126S: Hocam altıgeni çizmem lazım.
127A: Çizmeden formülü kullanarak bulabilir misin?
128S: Formülü kullanırsak 180 ile 6'yı çarpıyoruz.
129A: Ama "n-2" neye yarıyor?
130S: Üçgen sayısından gidiyoruz o zaman. Üçgen sayısı 4 oluyor. 4'le 180'i çarparsak. (İşlem yaptıktan sonra) 720 oluyor. Bunu altıya böleceğim. (İşlem yaptıktan sonra) 120.
131A: Şu formüle baktığımız zaman n yerine 6 yazdın "n-2" ye 4 dedin doğru mu?
132S: Evet.
133A: Onu 180 ile çarptın 720 buldun iç açılar toplamını. Sonra bu bulduğunu altıya böldün. Sen burada bu sayıyı n'ye mi yoksa (n-2)'ye mi bölmüş oldun?
134S: O zaman n'ye bölmüş oluyorum (formüle ilave ediyor).
135A: Düzgün çokgenlerde bir iç açı ölçüsünün formülünü oluşturdun. Soruda bizden bu formülü dış açılar toplamından yararlanarak oluşturmamız istenmiş.
136S: Evet hocam.
137A: Çokgenlerde dış açılar toplamı ile ilgili neler hatırlıyorsun?
138S: Hocam bütün çokgenlerin dış açıların toplamı 360^0.
139A: Kenar sayısına bağlı değil mi?
140S: (Kendinden emin bir şekilde) bağlı değil hocam bağımsız.
141A: Peki düzgün çokgende bir tane dış açı ölçüsünü nasıl buluruz?
142S: Bir tane dış açısını yine bütün açılarını toplayıp ... (düşünüyor).
143A: Diyelim ki elimde bir tane düzgün beşgen var. Bunun bir dış açı ölçüsü kaç derecedir?
144S: Bir dış açı ölçüsü?
145A: Evet.
146S: Onun bir iç açısına bağlıdır hocam.
147A: Bir iç açısını bulup oradan mı gidiyorsun?
148S: Evet. Ondan sonra dış açısını.
149A: Düzgün beşgen için nasıl yaparsın?
150S: Beşgense 180 oluyor bir iç açısı.
151A: Nasıl 180 oluyor?
152S: Yok 180 olmuyor.
153A: Altıgenden gidelim.
154S: Burada altıgenin bir iç açısını 120 bulmuştuk.
155A: O zaman bir dış açısı kaç derece olur?
156S: 80.

157A: Nasıl buldun?
158S: 180'den 120'yi çıkartarak yani.
159A: Kaç kaldı?
160S: (Zihninden tekrar işlem yaptıktan sonra) 60.
161A: Burada şunu mu yaptın; bir dış açısını bulmak için bir iç açısını bulup bu bulduğun değeri 180'den çıkardın?
162S: Evet.
163A: Neden 180'den çıkardın?
164S: Hocam çünkü hani bir köşesi 180. Hani toplamı 720 olduğundan dolayı.
165A: Şurada (çalışma kâğıdı üzerine) bir tane altıgen çizebilir misin?
166S: ... (çiziyor).
167A: Bunun bir iç açısını gösterebilir misin?
168S: Bura hocam.
169A: Onun dış açısını gösterebilir misin?
170S: Bura böyle hocam düz.
171A: Burada dış açıyla iç açı birbirinin neyidir?
172S: ... (düşünüyor).
173A: Yani birbirlerinin tümleri mi bütünleri mi?
174S: Bütünleri.
175A: O zaman aynı köşeye ait iç açıyla dış açının toplamları kaç derecedir?
176S: İç açıyla dış açı bütünler olup toplamları 180 oluyor.
177A: Peki. Düzgün altıgenin bir dış açısını kaç derece buldun?
178S: Onu 60 buldum. İç açısını da 120 buldum (şekil üzerine yazıyor).
179A: Dış açıların toplamından gitsek. Dış açılar toplamı kaç derecedir?
180S: 360.
181A: Nasıl anladın?
182S: Hocam hani düzgün altıgen olduğu için 60'la 6'yı çarparsak 360 oluyor.
183A: Peki. Düzgün ongenin bir dış açı ölçüsü kaç derecedir?
184S: 360 bölü 10 yaparsak. (İşlem yaptıktan sonra) 36 olur.
185A: 36^0. Burada bir dış açıyı bulmak için 360^0 kenar sayısına mı bölüyorsun?
186S: Evet.
187A: Peki düzgün n-genin bir dış açı ölçüsü kaç derece olur?
188S: 120 mi?
189A: Ama 120 diyebilmen için üçgen olması gerekir. Ama ben n-gen diyorum. Yani n tane kenarı var.
190S: Hocam dış açısını mı bulayım?
191A: Evet bir dış açı ölçüsünü.
192S: 120 oluyor hocam işte.
193A: Mesela düzgün altıgen için 360'ı hemen 6'ya böldün 60 olduğunu söyledin. Doğru mu?
194S: Evet.
195A: Peki düzgün beşgenin bir dış açısı kaç derecedir?
196S: Yine hocam bir iç açısından gideriz. Mesela hocam bir iç açısı 150 olursa bi dış açı 30 olur. Bütünler açı olduğundan dolayı.
197A: Tamam dış açılardan nasıl gidersin?
198S: Yani 30 ile 5'i çarparsak 150 olur.
199A: 30 ile 5'i çarptın.
200S: 150 ama tüm dış açısı toplamı 360 olması gerekiyor. ... (düşünüyor).
201A: Diyelim ki elimde düzgün bir otuzaltıgen var. Bir dış açı ölçüsünü nasıl bulursun?
202S: Otuzaltıgen? Hocam şimdi otuzaltıgen ya ilk 180 ile çarparım bütünler açı olduğundan dolayı. Sonrada bölerim.
203A: Kaça bölersin?
204S: 36'ya.
205A: 36'yla çarptın 36'ya böldün.
206S: O zaman "n-2" ye bölmem gerekiyor üçgen sayısına.
207A: Üçgen sayısına? Sanırım aklın biraz karıştı. Formüle göre kaç tane üçgen oluşuyor?
208S: 13 mü oluyor?
209A: Üçgen sayısı?
210S: Otuzaltıgende ... (düşünüyor).
211A: Yani şunu soruyorum: düzgün çokgende bir dış açı ölçüsünü dış açılar toplamından mı yoksa bir iç açısını bulduktan sonra bulmak mı daha kolay?

212S: Yani dış açısı varsa iç açısını kolaylıkla bulurum. İç açısı varsa dış açısını da kolaylıkla bulurum.
213A: Düzgün bir yirmigenin bir dış açı ölçüsünü nasıl bulursun?
214S: 20'yle 180'i çarparım.
215A: Niye 180 ile çarpıyorsun 20'yi?
216S: Bütünler açı olduğundan dolayı.
217A: Peki o zaman şöyle sorayım; burada n burada neyi gösteriyor?
218S: Yani o kenar sayısı.
219A: Kenar sayısı? Peki, düzgün yirmigenin bir iç açı ölçüsünü nasıl bulabilirsin?
220S: Üçgen sayısından giderek bulabilirim.
221A: Evet (devam et anlamında).
222S: Ama kaç üçgen oldu? 14 öyle bir şey yani tam emin değilim ama hocam.
223A: O zaman biraz daha basitleştirelim. Düzgün sekizgenin bir iç açı ölçüsü?
224S: … (düşünüyor).
225A: İstersen formülü kullanarak bulabilirsin.
226S: O zaman 7 tane üçgen oluyor.
227A: Sekizgende nasıl anladın 7 üçgen olduğunu?
228S: Hocam altıgende 4 tane üçgen olduğuna göre yani köşegenlerini birleştirirsek zaten 7 tane çıkmıyor mu?
229A: Altıgende 4 olduğunu söylüyorsun.
230S: Yedigende 5 olur.
231A: Sekizgende?
232S: Sekizgende 6 olur.
233A: Yani sekizgenin bir köşesinden çizilen köşegenler sonucu 6 üçgen mi oluyor?
234S: Altı üçgen oluyor hocam. O zaman 180 ile çarparsak bütünler açı olduğundan dolayı. (İşlem yaptıktan sonra) 1080 buldum. Şimdi de 1080'i sekize bölersek? (İşlem yaptıktan sonra) 135.
235A: Bu bir iç açı ölçüsü mü?
236S: Evet.
237A: Peki bir dış açı ölçüsünü nasıl bulursun?
238S: 180'den çıkartarak. 45 olur.
239A: Peki bunu dış açılar toplamından bulabilir misin?
240S: Dış açılardan 45'le 8'i çarparak bulabilirim yani dolanarak etrafını (gülüyor).
241A: 45'i nasıl bulursun?
242S: Nasıl yani?
243A: Düzgün bir sekizgenin bir dış açı ölçüsü kaç derece olduğunu nasıl bulursun?
244S: Önce iç açısını bulurum sonra dış açısını bulurum. Yani üçgen sayısından giderim iç açısını bulurum.
245A: Üçgen sayısı kullanmadan bulabilir misin?
246S: Üçgenleri kullanmadan yani yollarını denerim.
247A: İç açıları kullanmadan dış açılardan bulabilir misin?
248S: Dış açıdan. Yani bulamam.
249A: Peki söylemek istediğin başka bir şey var mı bu soru için?
250S: Yok.



Şekil 22. Sevda'nın Birinci Soruya Ait Çözümü

İlk soru için Sevda ile yapılan diyaloğun tamamı incelendiğinde, Sevda'nın çokgen kavramını açıklayabildiği (16S, 18S, 20S, 22S, 24S, 26S) ancak soruda verilen özelliklerin düzgün çokgen kavramını ait olduğunu fark edemediği (32S, 34S, 36S, 38S, 40S), verilen ipuçları (33A, 35A, 37A, 39A, 41A) sonrasında fark edebildiği görülmektedir (42S). Çokgenlerin iç açılar toplamını veren formülü ve bu formülde yer alan ifadelerin ne anlama geldiğini başlangıçta doğru ifade etmesine rağmen (50S, 54S, 60S) ilerleyen süreçte formüldeki 180^0'nin bütünler açıyı temsil ettiğini belirtmesi (202S, 216S) henüz formülü içselleştirmediği şeklinde düşünülebilir. Araştırmacının yönlendirmeleri (123A, 133A) sonrası düzgün çokgenin bir iç açı ölçüsünü veren formülü iç açılar toplamından hareketle yapılandırdığı (134S) ancak tam olarak özümsemediğinden örneklere yansıtamadığı fark edilmiştir. Çokgenlerin dış açılar toplamının 360^0 olduğunu kendinden emin bir şekilde ifade etmesine rağmen (180S) düzgün çokgende bir dış açı ölçüsünü ifade edememektedir (örneğin; 142S,144S). Benzer şekilde düzgün çokgenlerde bir dış açı ölçüsü ile ilgili sorulan işlemsel sorulara bir iç açı ölçüsünden hareketle ulaşmaya çalışması (örneğin; 202S, 214S) düzgün çokgende bir dış açı formülünü henüz içselleştiremediğini kanıtlar niteliktedir. Bunun doğal bir sonucu olarak da düzgün çokgende bir iç açı ölçüsünü veren genel ifadeyi dış açılar toplamından yararlanarak oluşturamamıştır. Dolayısıyla Sevda'nın ilk soruda APOS teorisine göre "Eylem aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

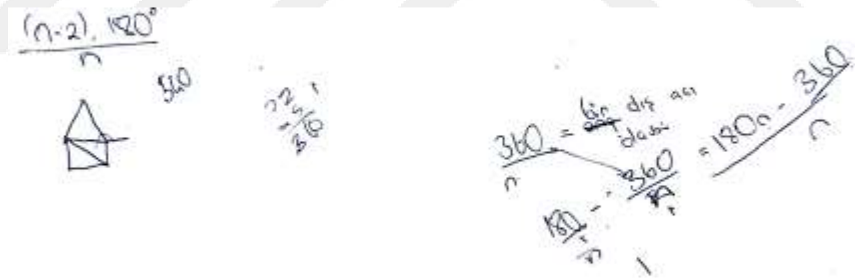
Nevin'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Matematik ders notları, ders içi katılım, performans ve yordama testi açısından Nevin'in orta düzeyde bir öğrenci olduğu ve kendini ifade edebildiği gözlemlenmiştir. İlk soru için Nevin ile yaklaşık 10 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Görüşme esnasında soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlaması istenmiş ve düşüncelerini yazılı olarak ifade edebilmesi için de öğrenciye çalışma kâğıdı verilmiştir. Araştırmacı ile Nevin arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, M: Nevin):

10N: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Şimdi sorudan ne anlıyorsun?
12N: Hocam bu düzgün bir çokgen.
13A: Peki düzgün çokgende neler birbirine eşittir?
14N: Düzgün çokgenin kenar uzunlukları ve iç açıları eşit.
15A: Dış açılar birbirine eşit midir?
16N: Evet dış açılarda eşittir.
17A: Çokgenlerin iç açılar toplamı nasıl bulunur?
18N: Çokgenlerin iç açılar toplamı. ... (düşünüyor).
19A: Sınıfta bununla ilgili kitaptan bir etkinlik yapmıştık.
20N: Hocam $(n-2).180^0$
21A: Peki burada "n – 2" neyi gösteriyor?
22N: Kenar sayısından iki çıkarıyorduk. Mesela hocam şey bir çokgen vardı. Köşegenler çiziyorduk.
23A: Peki köşegenler çizince hangi şekil ulaşıyordu?
24N: Üçgen. Beşgen vardı mesela. Köşegen çizince 5-2=3 tane üçgen çıkıyordu.

25A: Bu 180^0 neyi gösteriyordu?
26N: İç açılar toplamı.
27A: Kimin?
28N: Üçgenin. Beşgende 5- 2= 3 tane üçgen oluştu. Üçgenin her biri toplam 180^0. O yüzden 180^0 ile 3'ü çarpıyoruz, 540^0.
29A: Peki bu düzgün bir beşgen ise her bir iç açısını bulmak için ne yapıyorduk?
30N: Düzgün beşgense hocam şöyle köşelerine ayırtıp iç açılarını buluyoruz. İç açılar toplamını üçe bölüyoruz.
31A: Düzgün beşgenin kaç tane iç açı ölçüsü vardır?
32N: 5 tane.
33A: O zaman sen bunun iç açılar toplamını bulduğun zaman ne yapman gerekiyor?
34N: Beşe bölmem gerekiyor.
35A: O zaman düzgün çokgende bir iç açı ölçüsü ne olur?
36N: $\dfrac{(n-2).180^0}{n}$ *olur.*
37A: (Teyit amaçlı) o zaman bir iç açı ölçüsü bu mudur?
38N: Evet.
39A: Bu formülü dış açılar toplamından yararlanarak nasıl oluşturabiliriz?
40N: Şimdi hocam şöyle bulabiliriz: mesela hani burada iç açısından (iç açılar toplamını kast ediyor) bir tane iç açısını buluyoruz ya burada (formülde) mesela beş yaparsak... (düşünüyor).
41A: Dış açılar toplamı kaç derecedir?
42N: 360 toplam.
43A: Hepsinin mi?
44N: Hayır hepsinde değil. Bir tanesinde 180. Toplamı 360 oluyor.
45A: Beşgenin dış açılar toplamı kaç derecedir?
46N: 180. Hocam o iç açısına bağlı değil miydi? ... (düşünüyor).
47A: Tersen gelelim istersen. Mesela bak düzgün beşgenin iç açılar toplamı 540^0 değil midir?
48N: Hıhı.
49A: Bir iç açısını bulmak için ne yapıyoruz?
50N: 540'ı 5'e bölüyoruz. (İşlem yaptıktan sonra) 108.
51A: 108^0 çıktı.
52N: Tamam iç açısı 108 ama dış açısı da 180'den 108 çıkartarak buluyoruz.
53A: Kaç çıkıyor?
54N: (İşlem yaptıktan sonra) 72 çıkıyor.
55A: Peki bu beşgenin kaç tane dış açısı vardır?
56N: 5 tane.
57A: Her biri 72^0 olduğunu söyledin.
58N: 72 çarpı 5. (İşlem yaptıktan sonra) 360 oluyor. Demek ki toplamı 360 oluyor.
59A: Beşgenin mi?
60N: Evet beşgenin dış açılar toplamı.
61A: Altıgenin ki?
62N: Altıgeninki de onun bir katı mı oluyordu? ... (düşünüyor).
63A: Altıgenin bir iç açısını nasıl buluyorduk?
64N: Altıgenin altı eksi iki çarpı yüz seksenden yedi yüz yirmi. Onu da altıya bölersek yüz yirmi. Altmış oluyor bir tane dış açısı.
65A: Toplamı?
66N: 360 çıkıyor.
67A: Bunun da 360^0 oldu.
68N: Evet.
69A: O zaman tüm çokgenlerin dış açılar toplamı kaç derecedir?
70N: 360^0
71A: Şimdi dış açılar toplam 360^0. Düzgün beşgenin bir dış açı ölçüsü kaç derece çıktı?
72N: Düzgün beşgenin bir dış açısı 72^0.
73A: Peki toplam 360^0 dedin. Beşgen olduğu için beşe bölsek kaç çıkar?
74N: (İşlem yaptıktan sonra) yine 72.
75A: Evet. Düzgün çokgende bir dış açı ölçüsünü nasıl buluyormuşsun?
76N: Aa anladım 360'ı kenar sayısına bölerek.
77A: Diyelim ki elimde düzgün bir ongen var. Bunun bir dış açısı kaç derecedir?
78N: Ondan iki çıkartıyoruz.
79A: Bu formülden gitmeden nasıl bulabilirsin?

80N: Formülden gitmeyeyim. Dış açılar toplamı 360 olduğu için 360'ı 10'a bölersek 36.
81A: Bir iç açısı kaç derecedir?
82N: Ha anladım onu (360^0'yi kastediyor) 180^0'den çıkartıyoruz 144.
83A: Diyelim ki elinde düzgün bir dokuzgen var. Bunun bir dış açısı kaç derecedir?
84N: Bir dış açı ölçüsü 360'ı 9'a bölüyorsun 40^0.
85A: Bir iç açısı?
86N: Bir iç açısı da 140^0.
87A: Peki diyelim ki elimde bir tane düzgün n-gen var. Bunun bir dış ve iç açı ölçüsünü nasıl bulabiliriz?
88N: 360'ı n'e bölüyoruz, daha sonra 180'den çıkarıyoruz (yazıyor).
89A: Yazdığını açıklayabilir misin?
90N: Bir dış açı ölçüsünü bulmak için 360^0'yi kenar sayısına bölüyoruz, böldükten sonra da 180^0'den bunu çıkarttığımızda bir iç açısını buluyoruz.
91A: Neden 180^0'den çıkarıyoruz?
92N: Çünkü hocam yukarıdan çizgi çekiyoruz ya mesela şuradan diyelim. Çizginin burası 180^0 oluyor.
93A: Yani komşu bütünler olduğu mu kast ediyorsun?
94N: Evet. Bütünler olduğu için.
95A: Peki bunu ($180^0 - \frac{360^0}{n}$ formülünü) düzenleyelim.
96N: ... (araştırmacının desteğiyle gerekli sadeleştirme işlemlerini yapıyor).
97A: Şimdi bulduğumuz sonuç ile bu formül (düzgün çokgenin bir iç açı ölçü formülü) aynı mı?
98N: (Bir süre baktıktan sonra) evet.
99A: Bu soruda ne yaptık? Özetlemek ister misin?
100N: Tamam. Hocam bir iç açısını bir dış açısından yararlanarak bulmak için ilk önce dış açısını bulmak için 360'ı n'e bölüyoruz. Ee.. böldükten sonrada 180'den çıkarttık mı zaten bir iç açısını buluyoruz.
101A: Peki eklemek istediğin bir şey var mı?
102N: Yok.



Şekil 23. Nevin'in Birinci Soruya Ait Çözümü

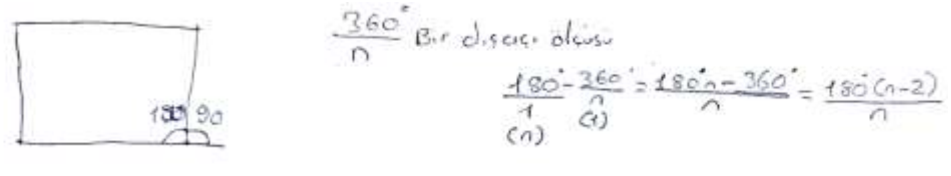
Nevin ile yapılan görüşme incelendiğinde, soruyu okuduktan sonra verilen özelliklerin düzgün çokgene ait olduğunu fark ettiği (12N), çokgenlerin iç açılar toplamını veren formülü matematiksel bir nesne olarak algıladığı (20N), formüldeki her bir ifadenin ne anlama geldiğini açıklayabildiği (22N, 24N, 26N, 28N), düzgün çokgenin bir iç açı ölçü formülüne araştırmacının yönlendirmesi sonucu ulaşıp matematiksel bir dille ifade edebildiği (36N), dış açılar toplamında yanılgıya düştüğü (44N) sonrasında verilen ipuçları ve yönlendirmeler sonucu yanılgısını düzelttiği (58N), benzer şekilde yapılan yönlendirmeler ve ipuçları sayesinde düzgün çokgende bir dış açı ölçü formülüne ulaştığı (76N) ve nihayetinde ulaştığı bu formülü örneklere yansıtıp akabinde nihai olarak dış açılar toplamından hareketle bir iç açı ölçüsünü oluşturduğu görülmektedir (88N, 90N, 100N). Elde edilen bu bulgulara göre, Nevin'in süreç içerisinde içsel bir kontrol sağladığı, süreç üzerinde neyi niçin yaptığını genellikle açıklayabildiği ancak çokgen ve düzgün çokgenlere ait bilgilerin tümünü bir bütün olarak algılayıp kapsüleyemediği dolayısıyla öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

Nazlı'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Matematik ders notları, ders içi katılım, performans ve yordama testi açısından Nazlı'nın orta seviyenin üzerinde iyi bir öğrenci olduğu ve düşüncelerini rahatça dile getirebildiği gözlemlenmiştir. Klinik mülakatın ilk sorusu için Nazlı ile yaklaşık 7 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Görüşme esnasında soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlaması istenmiş ve düşüncelerini yazılı olarak ifade edebilmesi için de öğrenciye çalışma kâğıdı verilmiştir. Araştırmacı ile Nazlı arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nazlı):

10N: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Önce soruyu anlamaya çalış. Kenar uzunlukları ve iç açıları eşit demiş.
12N: Yani düzgün çokgen.
13A: Peki çokgen hakkında ne söylersin?
14N: Çokgen, hocam en az üç kenardan oluşur.
15A: İki kenardan oluşamaz mı?
16N: Yok hocam. Kapalı şekil olması gerekiyor, doğru parçası olması gerekiyor.
17A: Düzgün bir çokgen olduğunu söyledin. Peki, herhangi bir iç açısını dış açılar toplamından yararlanarak nasıl oluşturabilirsin?
18N: Yani 360'tan bulacağım. (Bir dörtgen çizdikten sonra) 360'ı 4'e bölsem.
19A: Bir dörtgen çizdin.
20N: Evet.
21A: Sonra dörde böldün.
22N: 90
23A: Bu bulduğun ne?
24N: Bir dış açısı.
25A: İç açısı ne oluyor?
26N: 90'sa hocam 180'den 90 çıkarırsak.
27A: Neden 180'den çıkardın?
28N: Çünkü komşu bütünler. 90 olur.
29A: Düzgün bir altıgen olsaydı?
30S: 360'ı 6'ya bölersek 60^0 (dış açı). 60^0 olursa da 120^0 (iç açı).
31A: Düzgün n-gen olsa?
32N: (n-2)'den bulurduk yok ... (düşünüyor).
33A: Dış açılar toplamı kaç derecedir?
34N: 360.
35A: Bir dış açı ölçüsü ne olur?
36N: (n-2)'den 360 mı? Yok o değildi. ... (düşünüyor).
37A: Baştan gelelim. İlk olarak düzgün bir dörtgeni düşündün. Bir dış açısını bulmak için 360^0'yi 4'e böldün 90^0. Sonra 180^0'den 90^0'yi çıkardın 90^0 buldun.
38N: Evet.
39A: Düzgün altıgen içinde bir dış açıyı bulmak için 360^0'yi 6'ya böldün.
40N: Evet.
41A: 60^0 buldun. Onu da 180^0'den çıkardın 120^0 olduğunu söyledin.
42N: Evet.
43A: Düzgün bir ongen olsaydı?

44N: 360'ı 10'a bölersek 36 bir dış açısı oluyor. 180'den 36'yı çıkarırsak 144 (bir iç açısı) ediyor.
45A: 144^0. Burada 10'a böldün. Neden?
46N: Çünkü kenar sayılarından böldüm.
47A: Yani kenar sayısı 10 olduğu için.
48N: Evet.
49A: Onun kaç tane dış açısı vardır?
50N: Kenar sayısı kadar dış açısı vardır.
51A: Eşit yani diyorsun.
52N: Evet.
53A: Bir dış açıyı bulmak için dörtgende 360^0'yi 4'e böldün, altıgende 360^0'yi 6'ya böldün, ongende 360^0'yi 10'a böldün. O zaman bu düzgün bir n-gen olursa bir dış açısını bulmak için ne yaparsın?
54N: n bölü 360
55A: 360 bölü n mi yoksa n bölü 360 mı?
56N: 360 bölü n.
57A: O zaman yaz.
58N: ... (yazıyor).
59A: Bu ($\frac{360^0}{n}$) neyi gösteriyor?
60N: Bir dış açısını.
61A: (Teyit amaçlı) bir dış açısını?
62N: Evet.
63A: Bir dış açı ölçüsünü buldun. Şimdi ne yapacaksın?
64N: Böldükten sonra da bu dış açısı oluyordu. Komşu bütünlerden de 180'den çıkarırım.
65A: Çıkar bakalım.
66N: (Araştırmacının desteğiyle gerekli işlemleri yaptıktan sonra) $\frac{180^0.(n-2)}{n}$
67A: Burada (formülde)180^0 neyi gösteriyor?
68N: Bir üçgenin iç açısının ölçüler toplamını.
69A: "n" neyi gösteriyor?
70N: Hocam o da bilinmeyen kenar sayısı.
71A: "n-2" neyi gösteriyor?
72N: ... (düşünüyor).
73A: Sana formülü vermeden deseydim ki çokgenlerin iç açıları toplamını nasıl buluyoruz?
74N: Şey üçgen sayısıyla 180'i çarpıyorduk.
75A: Üçgen sayısıyla çarpıyordun. Peki üçgen sayısı neye eşitti?
76N: Üçgen sayısı ... (düşünüyor).
77A: Mesela dörtgenin bir köşesinden köşegenler çiziyordun. Kaç tane üçgen oluşuyordu?
78N: İki.
79A: Beşgende?
80N: Beşgende üç. İki eksiği kadar oluyor.
81A: O zaman "n-2" burada neyi gösteriyor?
82N: Üçgen sayısını.



Şekil 24. Nazlı'nın Birinci Soruya Ait Çözümü

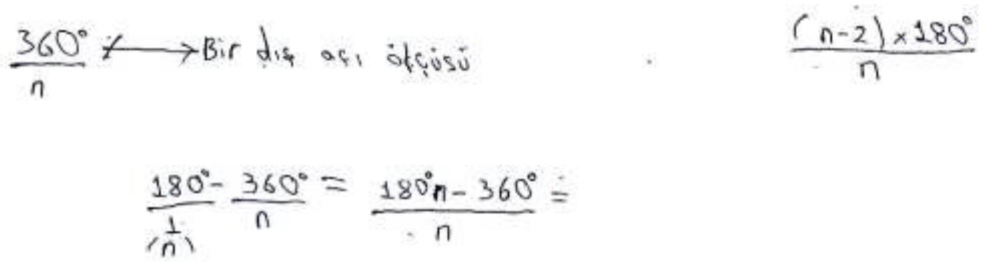
Bu soruya yönelik Nazlı ile yapılan mülakat incelendiğinde, Nazlı'nın soruyu okuduktan sonra verilen özelliklerin düzgün çokgene ait olduğunu fark ettiği (12N), çokgenlere ait özellikleri ifade edebildiği (14N, 16N), dış açılar toplamını (18N, 34N) ve aynı köşede bulunan bir iç açı ile bir dış açının bütünler olduğu bilgisini (26N, 28N, 64N) matematiksel bir nesne olarak algıladığı, düzgün çokgende bir dış açı formülünü ilk başta matematiksel bir dille ifade edememiş olsa da (32N, 36N) yönlendirici sorular ve örneklerden hareketle bu formüle ulaşıp oluşturduğu (56N, Şekil 24), benzer şekilde üçgen sayısını gösteren ifadeyi örneklerden hareketle ifade edebildiği görülmektedir (80N, 82N). Bunun yanı sıra çokgende iç açılar toplam formülünü sözel bir dille açıklamıştır (74N). Nihai olarak düzgün çokgende bir iç açı ölçüsünü dış açılar toplamından hareketle oluşturarak matematiksel bir dille ifade edebilmiştir (64N, 66N). Elde edilen bu bulgulara göre, öğrencinin zaman zaman örneklerden hareket etsede sorunun amacına yönelik süreçte içsel bir kontrole sahip olduğu yaptıklarında bilinçli olduğu, verilenleri yapmadan yapmayı düşünebildiği yani hayalinde canlandırabildiği ancak çokgen ve düzgün çokgenlere ait bilgileri bir bütün olarak algılayamadığı diğer bir ifadeyle henüz nesneleştiremediği dolayısıyla öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

İdris'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Matematik ders notları, ders içi katılım, performans ve yordama testi açısından İdris'in yüksek seviyede bir öğrenci olduğu ve düşüncelerini çekinmeden ifade edebildiği gözlemlenmiştir. Klinik mülakatın ilk sorusu için İdris ile yaklaşık 7 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Görüşme esnasında soruyu sesli bir şekilde okuyarak yorumlaması istenmiş ve düşüncelerini yazılı olarak ifade edebilmesi için de öğrenciye çalışma kâğıdı verilmiştir. Araştırmacı ile İdris arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, İ: İdris):

10İ: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam öncelikle her açısı eşitse hocam demek ki bu bi düzgün çokgen olacak. O yüzden de bir iç açısını 180^0'den çıkardığımız zaman dış açısı kalıyor.
11A: Peki söylediğini yazabilir misin?
12İ: ... (yazıyor).
13A: Düzgün bir çokgendir dedin. Bunun bir iç açı ölçüsünü bulurum onu da 180^0'den çıkarırsam bir dış açısını bulurum dedin.
14İ: Evet.
15A: Peki dış açılar toplamı demiş. Dış açılar toplamı için ne söyleyebilirsin?
16İ: Hepsi 360^0.
17A: Hepsi 360^0 derken her bir dış açısı mı yoksa toplamları mı 360^0?
18İ: Toplam.
19A: Toplam 360^0 diyorsun. Peki, dış açılar toplamı kenar sayısına bağlı değil mi?
20İ: Değil.
21A: Beşgende dış açılar toplamı kaç derecedir?
22İ: 360^0
23A: Altıgende?
24İ: 360^0
25A: Yedigende?
26İ: 360^0
27A: Yüzgende?
28İ: 360^0
29A: Peki düzgün çokgenin bir dış açı ölçüsü nasıl bulunur? Mesela beşgen için.

30İ: Beşgeninki önce 540^0'ı 5'e böleceğim böldüğüm zaman 108^0 eder. Hocam o 108^0 de bir iç açısı olur.
31A: Bir dış açısı?
32İ: Dış açısı 180'den çıkardığımız zaman,
33A: Niye 180'den çıkarıyorsun?
34İ: Çünkü hocam birbirinin (iç açı ile dış açı) bütünleri olduğu için.
35A: Burada bir dış açıyı bulurken iç açı toplamından geldin değil mi?
36İ: Evet.
37A: Bir iç açıyı ve dış açıyı iç açılar toplamından değil de dış açılar toplamından hareket ederek nasıl bulursun?
38İ: 360'ı 5'e böleceğiz.
39A: Niye 5'e böldün?
40İ: Çünkü her bir dış açısı eşit olacak.
41A: (Teyit amaçlı) dış açıları birbirine eşit olduğu için diyorsun. Düzgün çokgenimiz ongen olsaydı?
42İ: O zaman 10'a bölecektik.
43A: Yüzgen olsaydı?
44İ: 100'e bölecektik.
45A: n-gen olsaydı?
46İ: n'e bölecektik?
47A: O zaman düzgün çokgende bir dış açıyı bulmak için kullandığımız ifadeyi buraya yazabilirsin.
48İ: ... ($\frac{360^0}{n}$ ifadesini yazıyor).
49A: (Teyit amaçlı) düzgün n-gen de bir dış açı ölçüsü bu değil mi?
50İ: Evet.
51A: Bir iç açı ölçüsünü bulmak için ne yapacaksın?
52İ: Bu seferde çıkan sonucu 180'den çıkardığımız zaman bir iç açısının ölçüsü ediyor (yazıyor). (Gerekli sadeleştirme işlemlerini yaptıktan sonra) $\frac{180n-360^0}{n}$
53A: Peki İdris, iç açılar toplamı nasıl bulunuyor çokgenlerde?
54İ: Üçgen yöntemi vardı. Bir köşeden köşegenler çizdiğimiz zaman üçgenler oluşuyordu. Her biri de bir üçgenin 180^0 iç açısı (toplamı) olduğu için topladığımızda ya da çıkan üçgen sayısıyla çarptığımızda bulunuyordu.
57A: Kaç tane üçgen oluşuyordu?
58İ: (Kısa bir süre düşündükten sonra) "n – 2"
59A: Sonra?
60İ: Sonra 180^0'le çarptım.
61A: 180^0 neyi gösteriyordu?
62İ: Bir tane üçgenin iç açıları toplamı.
63A: Peki düzgün beşgenin bir iç açısını bulmak için ne yaparsın?
64İ: 5'e böleceğiz.
65A: n kenarlı düzgün çokgende bir iç açısını bulmak için hangi sayıya böleceksin?
66İ: n'e
67A: O zaman düzgün çokgende bir iç açıyı bulmak için ne yapacaksın?
68İ: Üçgen sayısını (n-2) ile 180'le çarpıp n'e böleceğim (yazıyor).
69A: Dış açılar toplamından gelsek te aynı sonuca ulaştık mı?
70İ: Evet.
71A: Peki söylemek istediğin başka bir şey var mı?
72İ: Yok.
73A: Özetlemek gerekirse, burada hangi işlemleri yaptık?
74İ: Burada bir düzgün çokgenin iç açılarını bulmaya çalıştık.
75A: Bir iç açısını bulmaya çalıştın. Nasıl?
76İ: Üçgenlerden gittim.
77A: Dış açılar toplamından gidersek.
78İ: Dış açılardan gidersek 360'ı n'e böldük. Ondan sonra da 180'den çıkarttım.



Şekil 25. İdris'in Birinci Soruya Ait Çözümü

İdris ile yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu okuduktan sonra verilen özelliklerin düzgün çokgene ait olduğunu hemen fark etmiş ve sorunun cevabını vermiştir (10İ). Yani ilk bakışta tanımış ve onu ayrıntılarına girmeden onu bir bütün olarak ifade edebilmiştir. Öğrencinin cevabının ezbere mi yoksa matematiksel bir nesne olarak mı algıladığını anlamak için görüşme devam ettirilmiştir. Mülakatın devamında öğrencinin dış açılar toplamının sabit olup kenar sayısına bağlı olmadığını ifade ettiği (16İ, 20İ), çokgenin iç açılar toplamını gerekçeleriyle birlikte açıkladığı (54İ), düzgün çokgende bir iç ve dış açı ölçü formüllerini matematiksel bir nesne olarak kullanabildiği (46İ, 66İ, 68İ, Şekil 25) ve aynı köşede bulunan bir iç açı ile bir dış açının bütünler olduğunu içselleştirip kapsüllediği görülmektedir (10İ, 32İ, 34İ, 52İ). Görüşme süresince öğrencinin, içsel kontrol sağladığı, neyi niçin yaptığını açıkladığı, formülleri süreçten ziyade nihai sonuç olarak düşündüğü yani bilgilerini kapsülleyip nesneleştirdiği ve bu soruda kapsülünden çıkarıp kullandığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgulara göre, öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

4.2.1.2. Klinik mülakatın ikinci sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Klinik mülakatın ikinci sorusunda katılımcıların özel dörtgenler arasındaki ilişkilendirme sürecindeki davranışları APOS teorisine göre incelemek amaçlanmıştır. Elde edilen görüşme metinleri ve çalışma kâğıtlarına dair görüntüler aşağıda her bir öğrenci için ayrı ayrı verilmiştir.

4.2.1.2.1. Deney grubu öğrencilerinin klinik mülakatın ikinci sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

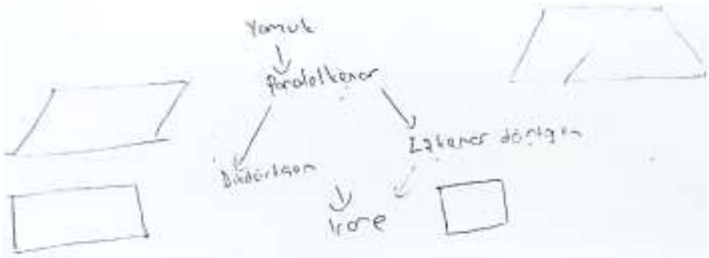
Gizem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın ikinci sorusu için Gizem ile yaklaşık 9 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Gizem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, G: Gizem):

10G: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam ilk önce yamuk geliyor. Eee genelden özele. Yamuk geliyordu, paralelkenar geliyordu. Dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare (yazıyor).
11A: Peki? Şimdi en başta yamuk yazdın. Neden paralelkenar değil de yamuk yazdın?
12G: ... (düşünüyor).
13A: Yamuğun tanımını hatırlıyor musun?
14G: Evet (yamuk çiziyor). Ee.. taban alt tabanla üst tabanı topluyorduk yüksekle çarpıyorduk. Sonra ikiye bölüyorduk.
15A: O yamuğun alan formülü. Yamuğu nasıl tanımlıyoruz?
16G: Yamuğu nasıl tanımlıyoruz? Mesela yamuk olunca onu dikdörtgen yapmak için onun bir kenarına ... (düşünüyor).
17A: Yamuğun tabanları birbirine paralel midir?
18G: Evet.
19A: Peki bunlarda (yan kenarlar) birine paralel olabilir mi?
20G: Bence olamaz.
21A:O zaman yamuk için tabanları paraleldir diyorsun.
22G: Hıhı.
23A: Yan kenarlar birbirine paralel olabilir mi?
24G: Bence olamaz, çünkü eşit değiller.
25A: Olamaz diyorsun. Peki yamuktan nasıl paralelkenar elde ediyorsun?
26G: Paralelkenar Ee.. şey yani. Bunu böyle yapıp, buraya getirsek. Paralelkenar o zaman da eşit böyle. Şöyle yaparız.
27A: (Öğrencinin çizmiş olduğu yamuk şeklinin göstererek) burada yan kenarları ne yaptın?
28G: Yan kenarları birbirine paralel yaptım.
29A: Yamuğun yan kenarları birbirine paralel olabilir mi?
30G: Evet.
31A: Yamuğun tanımıyla paralelkenar çizebilir misin?
32G: Evet. Mesela ben burada yamuk yaptım ya onu da paralelkenara dönüştürdüm. (Yan kenarlardan birini göstererek diğerine paralel olması için) onu buraya getirdim.
33A: Peki paralelkenar için ne söyleyebilirsin.
34G: Paralelkenarda iki tarafı (karşılıklı kenarları) birbirine paralel olacak, onlar da birbirine eşittir.
35A: Sonra dikdörtgen olduğunu söyledin. Nasıl elde ettin dikdörtgeni?
36G: Dikdörtgenin de karşılıklı kenarları birbirine eşittir.
37A: Açıları?
38G: Ee.. dikdörtgen mesela karşılıklı kenarları birbirine eşit uzunlukta.
39A: Paralelkenardan dikdörtgen nasıl elde edersin?
40G: Nasıl ... (düşünüyor).
41A: (Katılımcının çizmiş olduğu paralelkenar ile dikdörtgeni göstererek) bunu buna nasıl çevirirsin?
42G: Karşılıklı kenarlarını eşitleyerek.
43A: Karşılıklı kenar uzunluklarının birbirine eşit olduğunu söylemiştin biraz önce. Paralelkenara ne yaparsan dikdörtgen olur?
44G: Mesela bunu (yan kenarı) böyle düz yaparım.
45A: Düz yaparım derken neyi kastediyorsun?
46G: ... (düşünüyor).
47A: Aralarındaki fark nedir sence?
48G: Birisi birbirine paralel (kenarları kast ediyor).
49A: Diğerinde de paralel.
50G: Paralelkenarı dikdörtgene dönüştürebiliriz.
51A: Peki paralelkenarı eşkenar dörtgene nasıl dönüştürürsün?
52G: Eşkenar dörtgenin bütün açıları birbirine eşit olur. Paralelkenarın hepsi eşit değil ama eşkenar dörtgenin hepsi eşit.
53A: Eşkenarda birbirine eşit olan açılar mı yoksa kenarlar mı?
54G: Kenarları.
55A: O zaman paralelkenarda neleri eşitlersek eşkenar dörtgen elde etmiş oluruz?
56G: Kenarlarını.
57A: Peki paralelkenardan dikdörtgen nasıl elde edersin?
58G: (Bir süre düşündükten sonra) şey açıları eşit olursa.
59A: (Teyit amaçlı) yani paralelkenarın açılarını mı eşitlersen dikdörtgen elde edersin?
60G: Evet.

61A: Peki. Dikdörtgenden kareye ok çıkarmışsın. Dikdörtgenden kare nasıl elde edersin?
62G: Kare de dikdörtgenin yarısı oluyor.
63A: Yarısı mı diyorsun? (Katılımcının çizdiği dikdörtgeni göstererek) buraya 15, buraya 5 santim versem.
64G: ... (düşünüyor).
65A: Ama uzun kenarın yarısı 7,5 santim olur.
66G: Evet olmuyor.
67A: Dikdörtgeni nasıl kareye çevirirsin?
68G: Dikdörtgeni? Karenin burada hepsi birbirine eşittir ama dikdörtgenin değil. O yüzden dikdörtgeninde eşitlersek kareyi elde ederiz.
69A: Karenin hepsi eşittir derken neyi kastettin?
70G: Kenarları.
71A: (Teyit amaçlı) o zaman dikdörtgenin bütün kenarlarını eşitleyerek mi kare elde edersin?
72G: Evet eşitleyerek.
73A: Peki eşkenar dörtgen ile kare arasında bir ilişki olduğunu düşünüyor musun?
74G: Bunda bütün açıları eşitti. Bunda da kenarları. Bu eşkenar olduğu için bunda her tarafı (kenarlarını kastediyor) birbirine eşit.
75A: Evet (devam et anlamında).
76G: Karede her bir kenar aynı uzunlukta.
77A: Eşkenar dörtgenin de her bir kenarı aynı uzunlukta değil mi?
78G: Evet.
79A: O zaman aralarındaki fark ne?
80G: ... (düşünüyor).
81A: Mesela açılarla ilgili ne düşünüyorsun?
82G: Eşkenar dörtgenin iç açıları dış açıları birbirinden farklı oluyor.
83A: Yani eşkenar dörtgende açılar farklı oluyor diyorsun. Peki eşkenar dörtgenden nasıl kare elde edebilirsin?
84G: Onları eşitlerim.
85A: Neyi eşitlersin?
86G: İç açılarını 90^0 yaparsam.
87A: (Teyit amaçlı) eşkenar dörtgenin iç açılarını 90^0 yaparsan kare mi olur?
88G: Evet.
89A: Peki dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasında fark var mı sence veya ilişkilendirilebilir misin?
90G: Bence bunda (eşkenar dörtgen) kenarlar hepsi aynı dikdörtgende farklı. Dikdörtgende açılar aynı ama eşkenar dörtgen farklı.
91A: (Teyit amaçlı) dikdörtgende iç açılar eşit, eşkenar dörtgende kenarlar birbirine eşit diyorsun.
92G: Evet.
93A: O zaman birbirini kapsar mı?
94G: Bence birbirini kapsamaz ayrı şeylerdir.
95A: (Katılımcının çizdiği şemayı göstererek) bu genelden özele mi yoksa özelden genele midir?
96G: Genelden özele.
97A: Bu şemaya göre kare mi hepsini kapsar yoksa yamuk mu hepsini kapsar?
98G: Yamuk hepsini kapsıyor.
99A: Peki ben paralelkenarın tanımıyla hangilerini çizebilirim?
100G: Ee.. dikdörtgen, paralelkenar.
101A: Burada en özel dörtgen hangisidir?
102G: Eşkenar dörtgen.
103A: (Teyit amaçlı) en özeli eşkenar dörtgen midir?
104G: Paralelkenar.
105A: Paralelkenar mıdır en özeli?
106G: ... (düşünüyor).
107A: Neden en özeli paralelkenar? Neden yamuk değil?
108G: Yamukta farklı açıları var.
109A: En özeli yamuk mu oluyor?
110G: Evet.
111A: En geneli hangisi oluyor?
112G: En geneli kare oluyor.
113A: En geneli kare oluyor diyorsun.
114G: Evet.

115A: Peki ben karenin tanımıyla mı yamuk çizerim yoksa yamuğun tanımıyla mı kare çizerim?
116G: Yamuğun tanımıyla kare çizerim.
117A: O zaman yamuk mu kareyi kapsıyor kare mi yamuğu kapsıyor?
118G: Yamuk kareyi.
119A: Biraz önce biraz karıştı değil mi?
120G: Evet.
121A: Toparlamak istersek yukarıdan aşağı doğru genelden özele midir yoksa özelden genele midir?
122G: Genelden özeledir.
123A: Yamuktan mı kareyi elde edersin kareden mi yamuğu?
124G: Yamuktan kareyi elde ederim.
125A: Eklemek istediğin bir şey var mı?
126G: Yok.



Şekil 26. Gizem'in İkinci Soruya Ait Çözümü

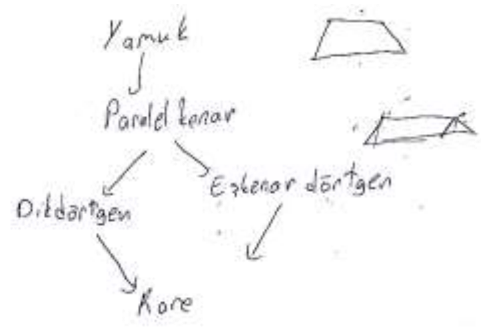
Gizem ile yapılan ikinci soruya ait mülakat incelendiğinde, öğrencinin ilk cümlede sorunun cevabını verdiği (10G) ancak verdiği cevabın ezber mi yoksa bilinçli bir şekilde mi verdiğini anlamak için süreç devam ettirilmiştir. Süreç boyunca öğrencinin özel dörtgenlerin tanımlarını ve kritik özelliklerini birbirinden ayırt edemediği (14G) birbirine karıştırdığı, dış uyaranlara çok fazla ihtiyaç duyduğu, söylediklerinde zaman zaman onay beklediği ve süreçte bazı kavram yanılgılarının (karenin dikdörtgenin yarısı gibi) bulunduğu ve zaman zaman söylediklerinden de emin olamadığı görülmüştür. Paralelkenar ile dikdörtgen arasındaki farkı açıklayamadığı (44G, 48G), benzer şekilde kare ile de eşkenar dörtgeni karşılaştıramadığı (80G), oluşturduğu şemada kimin kimi kapsadığının bilincinde olmadığı söylenebilir (102G, 104G, 110G). Bunun yanı sıra soruda öğrencinin çizim yaptıktan sonra çizime göre istenilen özel dörtgenin özelliklerini kısmen söylemesi öğrencinin şekli hayalinde canlandırmadığını göstermektedir. Elde edilen bu bulgulara göre öğrencinin ikinci soruda APOS teorisine göre "Eylem aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Meltem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın ikinci sorusu için Meltem ile yaklaşık 4 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Meltem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, M: Meltem):

10M: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam ilk başta yamuk vardı. Yamuk hepsini kapsar çünkü. Yamuğun karşılıklı kenarlarını eşitlersek şey paralelkenar elde ederiz.
11A: Peki şöyle bir soru sorsam. Hani en başta yamuk olduğunu söyledin doğru m?

12M: Evet.
13A: Yamuğun tanımını hatırlıyor musun? Örneğin yamuğun bütün kenarları paralel olmak zorunda mıdır?
14M: Hayır. Hocam en az iki kenarı karşılıklı paralel olmalı (söylediğini göstermek amacıyla yamuk şekli çiziyor).
15A: (Öğrencinin çizdiği yamuğu göstererek) burda hangi kenarlar paraleldir?
16M: Şurası (doğru gösterim).
17A: Peki yamuktan sonra paralelkenar dedin. Yamuğu nasıl paralelkenara çevirdin?
18M: Yamuğun bir kopyasını çıkartıp ters çevirip birleştirirsek paralelkenar elde ederiz.
19A: Diyelim ki sadece bir tane yamuk var. Bu yamuğu nasıl paralelkenara çevirebiliriz?
20M: Hocam zaten bunlar (tabanlar) paraleldi. (Yan kenarları göstererek) bunları da parelel yaparsak paralelkenar ortaya çıkar.
21A: Peki bundan sonra hangi dörtgen var?
22M: Hocam dikdörtgen ve eşkenar dörtgen oluşur.
23A: Nasıl oluşur?
24M: Bu sefer kenarlar hepsi birbirine eşit olunca eşkenar oluşur.
25A: Paralelkenarın tanımını hatırlıyor musun?
26M: Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgen.
27A: Paralelkenarda bütün kenarlar eşit olursa eşkenar dörtgen oluştuğunu söyledin doğru mu?
28M: Evet eşkenar dörtgende hepsi de eşit olması lazım. Bütün kenarları eşit olan paralelkenar eşkenar dörtgen olur.
29A: Şimdi ne yapacağız?
30M: Şimdi dikdörtgen olacak.
31A: Dikdörtgeni nasıl elde ediyorsun?
32M: Hocam ya şu şekilde yaparsak?
33A: Ne yaparsak?
34M: (Paralelkenarı kastederek) açılarını dik hale getirirsek hocam.
35A: (Teyit amaçlı) paralelkenarın her bir iç açı ölçüsü dik hale getirdiğimizde dikdörtgen mi elde ediyoruz?
36M: Evet hocam dik hale getiriyoruz.
37A: Evet (devam et anlamında).
38M: Dikdörtgenden de tüm kenarları birbirine eşit yaparsak kare oluyordu. Eşkenar dörtgenin iç açılarını dik yapınca kare elde ediyorduk.
39A: (Teyit amaçlı) eşkenar dörtgenin açıları dik midir?
40M: Hayır. Dik olursa kare oluyordu.
41A: Peki şimdi bu şemayı çizdin. Burada en genel olan özel dörtgenimiz hangisidir?
42M: Yamuk
43A: En özeli?
44M: Kare.
45A: Peki yamuk mu diğerlerini kapsar kare mi diğerlerini kapsar?
46M: Yamuk.
47A: (Teyit amaçlı) yamuk hepsini kapsar diyorsun.
48M: Evet.
49A: Çizdiğin bu şemaya göre eşkenar dörtgenin tanımıyla kendinden başka hangi özel dörtgenleri çizebiliriz?
50M: Kare çizebiliriz.
51A: Paralelkenarın tanımı ile?
52M: Dikdörtgenle, eşkenar dörtgen birde kare çizebiliriz.
53A: Peki başka söylemek istediğin var mı?
54M: Yok.



Şekil 27. Meltem'in İkinci Soruya Ait Çözümü

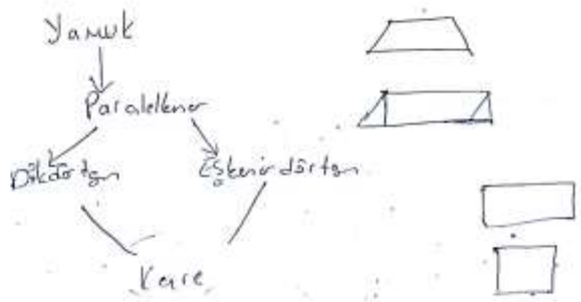
Meltem ile ikinci soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, Meltem'in soruyu okuduktan sonra hemen anlamlandırdığı (10M), çözüme yamuk ile başladığı yamuktan farklı şekillerde paralelkenar elde ettiği (18M, 20M) sonrasında paralelkenardan dikdörtgen (22M, 30M, 34M, 36M) ve eşkenar dörtgen (24M, 28M) ve en sonunda da eşkenar dörtgen ile dikdörtgenden kareyi elde edip nasıl elde ettiğini açıkladığı (28M, 38M, 40M), oluşturduğu şemada en genel ve en özel dörtgenlerin sırasıyla yamuk ve kare olduğu (42M, 44M) ve son olarak bu soruda özel dörtgenlere ait tanımları ve özel dörtgenlerin kritik özelliklerini (14M, 26M) bir bütün olarak kapsülleyip bu soruda kapsülünden çıkarıp kullandığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgulara göre öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

Dilek'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın ikinci sorusu için Dilek ile yaklaşık 5 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Dilek arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, D: Dilek):

10D: (Soruyu sesli okuduktan sonra) özel dörtgenler? Şimdi bir ailenin fertleri. İlk önce yamuk vardı. Sonra paralelkenar.
11A: Nasıl yamuktan paralelkenar elde ettin?
12D: Yani kenarını paralel yaparsam.
13A: Yamuğun tanımı neydi?
14D: En az bir kenar çifti paralel olacaktı.
15A: (Teyit amaçlı) yamuğun en az bir kenar çifti mi paralel oluyor?
16D: Evet. Yan kenarlarda paralel yapılırsa paralelkenar oluşur.
17A: (Teyit amaçlı) yamuktan bu şekil de mi paralelkenar elde ediliyor?
18D: Evet.
19A: Peki devam edelim.
20D: Paralelkenardan dikdörtgen oluyordu.
21A: Nasıl oluyordu?
22D: Bununda paralelkenarda ... (düşünüyor).
23A: Bak, şöyle yapalım istersen. Mesela yamuğun bir şeklini çizsen olur mu?
24D: ... (çiziyor).
25A: (Çizdiği şekli göstererek) burada hangileri tabandır?
26D: Bura bura (doğru gösterim).
27A: (Tabanları göstererek) bunlar birbirine paralel mi?

28D: Evet.
29A: Biraz önce dedin ki bunun yan kenarlarını paralel yaparsam paralelkenar elde ederim.
30D: Evet.
31A: Peki buraya bir paralelkenar çizebilir misin?
32D: ... (çiziyor).
33A: (Çizdiği şekli göstererek) şimdi bu paralelkenarın karşılıklı kenarları paralel ve eşit midir?
34D: Hıhı.
35A: Peki bu paralelkenardan nasıl dikdörtgen elde edersin?
36D: (Paralelkenarın alanını dikdörtgenin alanı ile ilişkilendirerek oluşturma mantığını kullanarak) buradan kesip buraya yapıştırarak.
37A: Peki dikdörtgen ile ilgili hangi özellikleri hatırlıyorsun?
38D: Şey mesela açıları 90^0 olması lazımdı dikdörtgen olması için.
39A: Peki. Sonra?
40D: Sonra eşkenar dörtgen olur (yazıyor).
41A: Eşkenar dörtgen ile ilgili neler hatırlıyorsun?
42D: Köşegenleri birbirine ortalıyordu, tüm kenarları eşit olacak.
43A: Peki paralelkenardan onu (eşkenar dörtgeni) nasıl elde edersin?
44D: Paralelkenarın tüm kenarlarını eşit yaparsam eşkenar dörtgen elde ederim.
45A: Evet (devam et anlamında).
46D: Dikdörtgen, kare oluyor.
47A: Dikdörtgen nasıl kare oluyor?
48D: Dikdörtgeninin tüm kenarlarını eşit yaparsak.
49A: Evet (devam et anlamında).
50D: Eşkenar dörtgen, kare oluyor.
51A: O nasıl oluyor?
52D: (Eşkenar dörtgenin iç açılarını göstererek) dik yaparsak.
53A: (Teyit amaçlı) yani eşkenar dörtgenin her bir iç açısını 90^0 yaparsak kare mi elde ederiz?
54D: Evet.
55A: Özel dörtgenleri bu şekilde şemalandırdın. Bu yapmış olduğun şema genelden özele mi yoksa özelden genele midir?
56D: Genelden özele.
57A: Burada en özeli hangisidir?
58D: Hepsi kareye çıkıyor. O yüzden en özeli kare oluyor.
59A: Peki eşkenar dörtgenin tanımıyla kendinden başka hangi dörtgenleri çizebilirim?
60D: Yukarıdan aşağı doğru çizebiliriz. Eşkenar dörtgenin tanımıyla kare çizilir.
61A: Paralelkenarı çizebilir miyiz?
62D: Hayır.
63A: Peki paralelkenarın tanımıyla kendinden başka hangi dörtgenleri çizebilirsin?
64D: Dikdörtgeni çizebiliriz, eşkenar dörtgeni ve kareyi.
65A: Peki yamuğun tanımıyla kendinden başka hangi dörtgenleri çizebilirsin?
66D: Paralelkenarı, dikdörtgeni, eşkenar dörtgeni ve kareyi.
67A: Yani hepsini çiziyorsun. Peki söylemek istediğim başka bir şey var mı?
68D: (Hayır anlamında) hı..



Şekil 28. Dilek'in İkinci Soruya Ait Çözümü

Dilek ile ikinci soruya yönelik yapılan klinik mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu okuduktan sonra yamuk (10D), yamuktan paralelkenar (12D), paralelkenardan dikdörtgen (20D) ve eşkenar dörtgeni (40D, 44D) son olarak eşkenar dörtgen ile dikdörtgenden kareyi (46D, 48D, 50D, 52D) nasıl elde edeceğini ifade etmekte, oluşturduğu şemanın genelden özele doğru olduğunu söylemektedir (56D). Her ne kadar paralelkenardan dikdörtgen elde ederken heyecanlanıp bir süre sessiz kalsa da dikdörtgenin kritik özelliği söylemiş (38D), yamuğu tanımını yaptığı (14D), eşkenar dörtgenin özelliklerini kendinden emin bir biçimde açıklamıştır (42D). Dilek'in çözüm sürecinde içsel kontrol sağladığı, herhangi bir dış uyarana ve ipucuna ihtiyaç duymadığı özel dörtgenlere ait tanım ve kritik özellikleri içselleştirip bir bütün olarak kapsüllediği ve bu soruda kapsülünden çıkarıp yansıttığı ve nihai sonuca hızlı bir şekilde ulaştığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Zeliha'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın ikinci sorusu için Zeliha ile yaklaşık 2 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Zeliha arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, Z: Zeliha):

10Z: (Soruyu sesli okuduktan sonra) yamuktan başlarız.
11A: Evet (devam et anlamında).
12Z: Yazı ile göstereyim şekil mi çizeyim?
13A: Yazabilirsin?
14Z: ... (yazıyor).
15A: Yamuğun tanımını hatırlıyor musun?
16Z: En az bir çift kenarı paralel olan dörtgen.
17A: Evet (devam et anlamında).
18Z: Sonra ikisini de (kenar çifti) paralel yaparsak paralelkenar oluyor.
19A: Yamuğun tanımıyla paralelkenar çizebilir miyiz?
20Z: (Kendinden emin bir şekilde) evet çizebiliriz. (Paralelkenar yazısını göstererek) daha sonra burada açılarını 90^0 yaparsak dikdörtgen, kenarlarını eşitlersek de eşkenar dörtgen elde ederiz.
21A: Evet (devam et anlamında).
22Z: Ee.. dikdörtgenin kenar uzunluklarını eşit yaparsak kare, eşkenar dörtgeninde açılarını 90^0 eşitlersek kare elde ederiz.
23A: (Dikdörtgen ile eşkenar dörtgeni göstererek) bu ikisi birbirini kapsar mı?
24Z: Hayır kapsamaz.
25A: (Çizdiği şemayı göstererek) peki bu genelden özele mi yoksa özelden genele midir?
26Z: Genelden özele.
27A: Ben burada karenin tanımıyla eşkenar dörtgen çizebilir miyim?
28Z: Hayır.
29A: Eşkenar dörtgen tanımıyla kare çizebilir miyim?
30Z: Evet.
31A: Peki eşkenar dörtgen denildiğinde aklına ne geliyor?
32Z: Tanım olarak kenarları birbirine eşit dörtgen, paralelkenar.
33A: Eklemek istediğin başka bir şey var mı?
34Z: Yok.

Şekil 29. Zeliha'nın İkinci Soruya Ait Çözümü

Bu soru için Zeliha ile yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu okuduktan sonra çözüme yamuk ile başladığı (10Z), yamuğun tanımını kendinden emin bir biçimde yaptığı (16Z), yamuktan paralelkenar (18Z), paralelkenardan dikdörtgen ile eşkenar dörtgen (20Z) nihayetinde dikdörtgen ile eşkenar dörtgenden kareyi (22Z) nasıl elde edebileceğini açıkladığı görülmektedir. İlerleyen süreçte dikdörtgen ile eşkenar dörtgenin birbirini kapsamadığını (24Z), çizdiği şemanın genelden özele doğru olduğunu (26Z, Şekil 29) ve en sonunda eşkenar dörtgenin tanımını yaparak süreci tamamlamıştır (32Z). Öğrencinin çözüm sürecinde herhangi bir dış uyarana ve ipucuna ihtiyaç duymadığı, hızlı ve esnek olduğu, süreç üzerinde tamamen içsel bir kontrol sağladığı, şekilleri çizmeden hayalinde canlandırdığı, tanımları ve özel dörtgenlere ait özellikleri kendinden emin bir şekilde açıkladığı, kısacası özel dörtgenlere ait içselleştirdiği bilgileri kapsüllediği ve kapsüllerinden çıkarıp bu sorunun çözüm sürecine yansıttığı görülmektedir. Dolayısıyla Zehra'nın ikinci soruda APOS teorisine göre "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

4.2.1.2.2. Kontrol grubu öğrencilerinin klinik mülakatın ikinci sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Sevda'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın ikinci sorusu için Sevda ile yaklaşık 12 dakika süren bir klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı ile Sevda arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, S: Sevda):

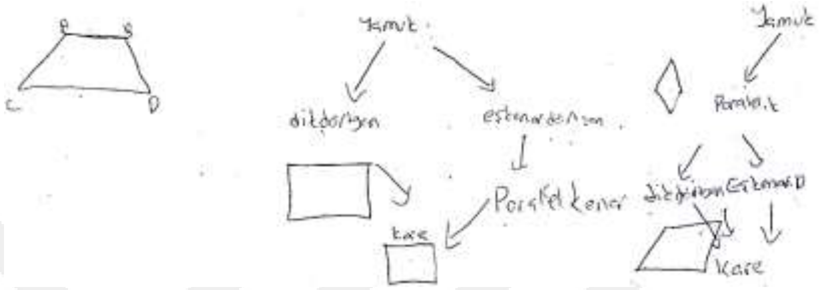
10S: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam ilk yamuk.
11A: Söylediklerini yazabilir misin?
12S: (Yamuktan iki ok çıkararak) sonra dikdörtgen ve eşkenar dörtgen. (Eşkenar dörtgenden bir ok çıkararak) paralelkenar. Kare oluyor ama karenin... (düşünüyor).
13A: Şimdi adım adım gelelim. Yamuğu en başa yazdın. Peki, neden yamuk?
14S: Yani dikdörtgen ve eşkenar dörtgen yamuğun birer özel hali olduğundan dolayı.
15A: Yamuğun tanımını hatırlıyor musun?
16S: Yani hocam karşılıklı kenarları birbirine paraleldi.
17A: Hepsi mi?
18S: Hayır hocam birbirine karşılıklı olan. Mesela isimlendirdiğimizde A, B, C, D dediğimizde [AB] ile [CD] gibi. Yani tüm kenarları birbirine paralel.
19A: İstersen bir yamuk şekli çiz.

20S: (Çizdikten sonra) mesela o zaman [AC] // [BD]
21A: Burada [AC] ile [BD] mi birbirine paralel?
22S: [AB] ile [CD] birbirine paralel oluyor hocam.
23A: (Teyit amaçlı) bu ikisi paralel diyorsun.
24S: Bu ikisi paralel hocam.
25A: Peki tabanları hangileri bu yamuğun?
26S: Hocam bu ([CD]) alt taban bu ([AB]) üst taban.
27A: Peki yan kenarlar paralel olabilir mi?
28S: Yan kenarlar paralel olamaz.
29A: Olursa ne olur?
30S: Olursa dikdörtgen olur.
31A: (Teyit amaçlı) dikdörtgen mi olur diyorsun?
32S: Yani bütün kenarları paralel olursa dikdörtgen olur eğer iç açılarına da bağlı olarak.
33A: O zaman bu yamuğun tanımı olarak şunu söyleyebilir miyiz; tabanları paralel veya iki kenarı paraleldir.
34S: Evet hocam.
35A: Yan kenarların paralel olabileceğini düşünüyor musun?
36S: Yok düşünmüyorum hocam.
37A: Ama o zaman yan kenarlar paralel olmazsa sen burada nasıl dikdörtgen elde edeceksin?
38S: Yani o zaman tüm kenarları paralel oluyor.
39A: O zaman yapılabilir mi diyorsun?
40S: Yani dikdörtgen bulabilmemiz içinse olur.
41A: O zaman yamuk için en az bir kenar çifti paraleldir diyebilir miyiz?
42S: Evet.
43A: Yani ikisi de olabilir ama biride olabilir değil mi?
44S: Evet hocam.
45A: Yamuğun bu şekilde en az bir kenar çifti paralel olduğunu söyledin. (Teyit amaçlı) iki kenar çiftini de veya yan kenarları da paralel yaparsak hangi şekil oluşur?
46S: Yan kenarları paralel yaparsak dikdörtgen oluyor işte hocam.
47A: Dikdörtgenin tanımını hatırlıyor musun?
48S: Hocam… (düşünüyor).
49A: Şuraya bir tane dikdörtgen çizebilir misin?
50S: (Çizdikten sonra) hocam bir iç açısı 90^0'ydi. Hocam tüm iç açısı 360^0. Kenarları birbirine paraleldi.
51A: O zaman şunu sorayım. Sen bundan (yamuktan) bunu (dikdörtgeni) nasıl elde ediyorsun?
52S: Hocam iç açılarını eşitleyerek.
53A: (Teyit amaçlı) iç açılarını 90^0 mi yapıyorsun?
54S: Evet. Bide yan kenarlarını paralel yaparak.
55A: Peki eşkenar dörtgen?
56S: Eşkenar dörtgende de yine paralel yani birbirine paralel yapıp. Burda da yine yani yok eşitlenmiyor. İç açılarını mı eşitliyoruz?
57A: Eşkenar dörtgenin tanımını hatırlıyor musun?
58S: Yok onu tam hatırlamıyorum hocam.
59A: Başka hangi özel dörtgenleri biliyorsun?
60S: Paralelkenar.
61A: Paralelkenar onun yeri neresi sence bu şemada?
62S: Yamuk, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, kare (yazıyor).
63A: Peki paralelkenar nasıl elde ediyorsun?
64S: Eşkenar dörtgenden.
65A: Nasıl?
66S: Hocam bütün iç açılarını eşitleyip kenarlarını paralel yaparak.
67A: Eşitleyip kenarlarını paralel yaparsak diyorsun. Bir tane paralelkenar çizmek ister misin?
68S: Olur hocam (çiziyor).
69A: (Çizdiği şekli göstererek) bütün iç açılarının eşit olduğunu mu düşünüyorsun?
70S: Eşit değil hocam bunla bu bunla bu yani birbirlerine tam eşit değil hocam.
71A: Peki karşılıklı kenarlar paralel midir?
72S: Evet.
73A: Eşit midir?
74S: Evet karşılıklı kenarlar eşittir.
75A: Peki eşkenar dörtgenle aradaki fark ne sence?

76S: Eşkenar dörtgenle? Hocam onun da böyle eşkenar dörtgende de. Hocam hani böyle ya bunla bu bunla bu eşit olduğundan.
77A: Kenar uzunlukları nasıl?
78S: Hepsi birbirine eşit hocam eşkenar dörtgende.
79A: İç açılar?
80S: İç açılar... (düşünüyor).
81A: Hepsi birbirine eşit midir? Yoksa sadece karşılıklı olanlar mı eşit?
82S: Karşılıklı olanlar eşit.
83A: Peki. Biraz önce kareyi de söylemiştin.
84S: Evet kare hocam (yazıyor).
85A: Bu şemayı açıklayabilir misin?
86S: Hocam ilk yamuktan dikdörtgeni elde ederiz sonra eşkenar dörtgen.
87A: Ok çizerek göster istersen.
88S: Sonra paralelkenar. En sonda dikdörtgen ve paralelkenardan kare elde edilir.
89A: Peki dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasında bağlantı ya da bir ilişki var mı?
90S: Yani onun (eşkenar dörtgenin) kenarları paralel dikdörtgeninki de öyle. Yani o var kenarların birbirine paralel olması.
91A: Peki bu yapmış olduğun şema genelden özele midir yoksa özelden genele mi?
92S: Özelden genele.
93A: Özelden genele diyorsun. Bu şemada yamuk mu en özeli yoksa kare midir en özeli?
94S: Bence en özeli yamuk. Çünkü hocam yamuktan dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar ve kareyi elde ettiğimize göre yani en özeli yamuk oluyor.
95A: Burada yamuk mu kareyi kapsar kare mi yamuğu kapsar?
96S: Yamuk kareyi kapsar.
97A: O zaman genel olan bu (yamuk) mudur yoksa bu (kare) mudur?
98S: Yamuk.
99A: (Teyit amaçlı) yamuk en geneli midir?
100S: Evet hocam.
101A: O zaman en özeli hangisidir?
102S: Kare.
103A: O zaman bu nasıl bir şemaymış?
104S: Genelden özele.
105A: Genelden özele diyorsun. Peki, ben yamuğun tanımıyla eşkenar dörtgeni çizebiliyor muyum?
106S: Yamuğun tanımıyla yani kenarları paralel... (düşünüyor).
107A: Yamuktan mı eşkenar dörtgen elde ederim yoksa eşkenar dörtgenden mi yamuk elde ederim?
108S: Yamuktan eşkenar dörtgen elde ederiz.
109A: Peki paralelkenarla dikdörtgen arasında bir ilişki var mı?
110S: Hocam paralelkenarın tüm iç açılarını eşitlersek dikdörtgen elde ederiz.
111A: (Teyit amaçlı) paralelkenarın tüm iç açılarını eşitlersen dikdörtgen elde ettin.
112S: Evet.
113A: O zaman paralelkenardan dikdörtgen mi elde ettin?
114S: Evet.
115A: O zaman paralelkenar mı daha geneldir yoksa dikdörtgen mi?
116S: Paralelkenar.
117A: Ama sen burada (şemada) paralelkenarı daha alt tarafa yazdın.
118S: Hıı.. o zaman buraya paralelkenar yazmam gerekiyordu. Buraya dikdörtgeni yazmam gerekiyordu.
119A: Biraz önce eşkenar dörtgen ile dikdörtgen arasında bir bağlantı ilişki yok dedin.
120S: O zaman yamuk, eşkenar dörtgen, paralelkenar, dikdörtgen ve kare diye giderdi şema.
121A: Yeni bir şema çizip tekrar yazabilirsin söylediklerini.
122S: Yamuk buraya (en üste) hocam. Buraya eşkenar dörtgen. Buraya paralelkenar sonra dikdörtgen sonra kare.
123A: Biraz önce eşkenar dörtgenle paralelkenarın yer değiştirdiğini söyledin.
124S: Evet hocam.
125A: Peki o zaman paralelkenarla eşkenar dörtgen arasında bir ilişki var mı?
126S: Paralelkenarla? Hocam paralelkenarla eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşit birbirine paraleller yani böyle.
127A: Eşkenar dörtgenin tanımıyla paralelkenar çizebilir miyim?

128S: Yani eşkenar dörtgenin karşılıklı kenarları iç açısı dediğinden dolayı belki oradan çizebiliriz.
129A: Sence eşkenar dörtgen mi paralelkenarı kapsar yoksa paralelkenar mı eşkenar dörtgeni kapsar?
130S: Eşkenar dörtgen paralelkenarı kapsar. (Bir süre düşündükten sonra) yok paralelkenar eşkenar dörtgeni kapsar.
131A: (Şemayı göstererek) o zaman paralelkenarı buraya (eşkenar dörtgenin üstüne) mı alacağız?
132S: Evet hocam.
133A: Paralelkenarın dikdörtgeni de kapsadığını söyledin.
134S: Evet hocam paralelkenar dikdörtgeni de kapsar.
135A: O zaman paralelkenar nereye gelecek?
136S: O zaman yamuktan sonra paralelkenar.
137A: Sonra?
138S: Paralelkenar karşısına eşkenar dörtgen.
139A: Ama paralelkenarın eşkenar dörtgeni kapsadığını söyledin.
140S: O zaman eşkenar dörtgen paralelkenarın alt tarafına gelir.
141A: Evet (devam et anlamında).
142S: Eşkenar dörtgen dedik. Paralelkenar dikdörtgeni kapsadığına göre o da alta geliyor.
143A: Nereye geliyor?
144S: ... (düşünüyor).
145A: Eşkenar dörtgenle dikdörtgen arasında bir ilişki var mıydı? Eşkenar dörtgen dikdörtgeni kapsıyor muydu?
146S: Eşkenar dörtgen dikdörtgeni kapsamıyordu hocam.
147A: O zaman altına gelemez eşkenar dörtgenin.
148S: O zaman eşkenar dörtgen yanına gelir (yazıyor).
149A: Şimdi sıra kimde?
150S: Şimdi kare. Kare hepsinin ortağı.
151A: Eşkenar dörtgenle kare arasında bir ilişki var mıydı?
152S: Hocam eşkenar dörtgenin bütün kenarları paralel olduğundan karenin ki de hepsi paralel ama işte açıları birbirine karşılıklı olduğu için olmuyor yani hocam fazla bişey yok.
153A: Karenin bir iç açısı kaç derecedir?
154S: 90
155A: Eşkenar dörtgenin de bir iç açısı 90^0 değil mi?
156S: Değil hocam karşılıklı kenarları eşit o yüzden değil.
157A: Peki bir iç açısını 90^0 yaparsan?
158S: 90^0 yaparsam kare olur.
159A: O zaman eşkenar dörtgenden kare elde edebiliyor muyuz?
160S: Evet edebiliyoruz (kareyi eşkenar dörtgenin altına yazıyor).
161A: Dikdörtgenle kare arasında bir ilişki var mı?
162S: Hocam uzun kenarlarını kısaltıp kısa kenarlarına eşitleyerek elde edebiliriz kareyi.
163A: Tamam o zaman bundan (dikdörtgenden) elde edebiliyoruz diyorsun.
164S: Evet (dikdörtgenden kareye ok çiziyor).
165A: Peki bu şema genelden özele midir yoksa özelden genele mi?
166S: Genelden özele.
167A: Burada en kapsayıcı kimdir?
168S: En kapsayıcı yamuk.
169A: Yamuğun tanımıyla hangi dörtgenleri çizebilirim?
170S: Paralelkenarı.
171A: Başka var mı?
172S: Dikdörtgen.
173A: Başka?
174S: Eşkenar dörtgen ve kareyi.
175A: Kendini çizebilir miyim?
176S: Evet kendini de çizebilirim.
177A: Peki eşkenar dörtgenin tanımıyla kimi çizebilirim?
178S: Eşkenar dörtgenin tanımıyla kareyi çizebilirim.
179A: Başka var mı?
180S: Dikdörtgeni.
181A: Dikdörtgeni çizebilir misin?
182S: Çizemeyiz. Paralelkenarı çizebiliriz hocam.

183A: Ama üst tarafta.
184S: Ama karşılıklı kenarlar birbirine eşit. Paralelkenarda da karşılıklı kenarları birbirine eşit olduğuna göre.
185A: Peki karenin tanımıyla yamuğu çizebilir misin?
186S: Karenin tanımıyla çizemem.
187A: Yamuğun tanımıyla kareyi çizebilir misin?
188S: Çizebilirim.
189A: O zaman eşkenar dörtgenin tanımıyla kareyi çizebilir misin?
190S: Evet.
191A: Karenin tanımıyla eşkenar dörtgeni çizebilir misin?
192S: Yok hayır çizemem.
193A: O zaman eşkenar dörtgenin tanımıyla bir kareyi çiziyosun bir de kendini mi çiziyosun?
194S: Evet hocam.



Şekil 30. Sevda'nın İkinci Soruya Ait Çözümü

Seda ile yapılan ikinci soruya ait mülakat incelendiğinde, öğrencinin sürecin başında şemada en üstte yamuğun olduğunu (10S, 86S, 94S), yamuktan dikdörtgen ve eşkenar dörtgen (12S, 30S, 32S, 46S, 52S, 54S, 56S), eşkenar dörtgenden paralelkenar (64S, 66S), paralelkenar ile dikdörtgenden de kare (88S) elde etmeye çalıştığı ve şemayı buna göre oluşturduğu görülmektedir (62S, 86S, 94S, Şekil 30). İçselleştirmediğinden dolayı özel dörtgenlerden bazılarını (yamuk, eşkenar dörtgen) tanımlayamadığı (16S, 48S, 58S), ancak şeklin çizimini yaptıktan sonra çizime göre istenilen özel dörtgenin özelliklerini söyleyebilmesi öğrencinin özel dörtgenleri zihninde canlandırmadığını göstermektedir. Bu durumların doğal sonucu olarak hiyerarşik sıralamayı başlangıçta hatalı yapmış sonrasında verilen ipuçları, yönlendirici sorular ve öğrencinin yaptığı çizimler (dış uyaranlar) sonrasında şemayı tekrardan doğru bir biçimde oluşturmuştur (Şekil 30). Her ne kadar şemayı doğru bir biçimde oluşturmuş olsa da sürecin sonuna doğru eşkenar dörtgenin tanımıyla paralelkenarı çizeceğinin ifade etmesi (182S) öğrencinin yaptıklarında bilinçli davranmadığını diğer bir ifadeyle özel dörtgenler arasındaki ilişkinin tam anlamıyla farkında olmadığını göstermektedir. Dolayısıyla öğrencinin ikinci soruda APOS teorisine göre "Eylem aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

Nevin'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın ikinci sorusu için Nevin ile yaklaşık 10 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nevin arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, M: Nevin):

10N: (Soruyu sesli okuduktan sonra) özel dörtgenler. ... (düşünüyor).
11A: Özel dörtgen denildiğinde aklına hangileri geliyor?
12N: Dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen.
13A: Başka var mı?
14N: Yamuk.
15A: Paralelkenar olabilir mi?
16N: Aa evet, paralelkenarda var.
17A: Bunları hiyerarşik olarak böyle genelden özele doğru sınıflandırman isteniliyor.
18N: ... (düşünüyor).
19A: Sence en geneli hangisidir?
20N: Dikdörtgen mi?
21A: En genel dediğimiz hani ondan biz diğerlerini elde etmeye çalışacağız.
22N: Ha öylemi. O zaman paralelkenardan başlıyoruz hocam (çiziyor). Zaten şurayı şöyle kestiğimizde buraya yaptığımızda zaten dikdörtgen oluyor.
23A: Burada sen paralelkenardan dikdörtgen mi elde ettin?
24N: Evet (yazıyor).
25A: Şimdi sen paralelkenardan dikdörtgen nasıl ettin?
26N: Kesip yapıştırarak.
27A: Kesmeden başka nasıl elde edersin?
28N: Açılarını dik yaparsak.
29A: (Teyit amaçlı) yani iç açılarını 90^0 yaparsan dikdörtgen mi elde edersin?
30N: Evet.
31A: Peki bu paralelkenardan dikdörtgen elde ettikten sonra ne yapacaksın?
32N: Paralelkenardan kare elde edebiliriz.
33A: Nasıl?
34N: Hocam iç açısını 90^0 yapsak.
35A: Dikdörtgen elde ederken de aynısını yaptın.
36N: Doğru dikdörtgen oluyor o zaman. Eşkenar dörtgen elde edebilir miyim? ... (düşünüyor).
37A: Eşkenar dörtgen denildiğinde aklına ne geliyor?
38N: Kenarları eşit olan.
39A: Paralelkenardan nasıl elde edersin eşkenar dörtgeni?
40N: Bütün kenarlarını eşitleyerek.
41A: (Teyit amaçlı) yani paralelkenarın bütün kenarlarını eşitleyerek eşkenar dörtgen mi elde edersin?
42N: Evet (yazıyor).
43A: Şimdi ne yapacaksın.
44N: Dikdörtgenden hangisini elde edebiliriz? ... (düşünüyor).
45A: Bir dikdörtgen çizebilir misin?
46N: ... (çiziyor).
47A: (Çizdiği şekli göstererek) şimdi buradan ne elde edebilirsin?
48N: (Bir süre düşündükten sonra) hocam yamuk edebilir miyiz?
49A: Nasıl?
50N: Şunları şu iki kenarı kestiğinizde yok, olmuyor. (Bir süre düşündükten sonra) kare elde edebiliriz.
51A: Nasıl?
52N: Ama şöyle bir şey de var. Hani dikdörtgenler 90^0'ydi ya karede 90^0 var. İşte o zaman yapsak yine dikdörtgenle kare eşit olmuyor.
53A: Kare denildiğinde aklına ne geliyor?
54N: İç açıları 90^0 bir de kenarları eşit.
55A: Peki dikdörtgeni nasıl kareye çevirirsin?
56N: Bir şey söyleyeceğim. Ee… hani bu kenarları eşit değil ya. Aynı yapsak öyle olabilir.
57A: Kenarları eşit yapılırsa o zaman kare mi oluyor?
58N: Evet işte kenarları eşitleyerek.

59A: Kare ile eşkenar dörtgen arasında bir ilişki var mı?
60N: Var. Çünkü kenarları birbirine eşit. Karede de eşit.
61A: Peki eşkenar dörtgeni nasıl kareye dönüştürürsün ya da kareyi nasıl eşkenar dörtgene dönüştürsün?
62N: (Bir süre düşündükten sonra) iç açılarını 90^0 yaparak.
63A: (Teyit amaçlı) her bir iç açısını 90^0 mi yaparak?
64N: Evet.
65A: Kimin karenin mi yoksa eşkenar dörtgenin mi?
66N: Eşkenar dörtgenin. Karenin 90^0 zaten.
67A: O zaman burada bu (eşkenar dörtgen) bunu (kare) kapsıyor mu?
68N: Evet (yazıyor).
69A: Dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasında bir ilişki var mı?
70N: Bence bir ilişki var. ... (düşünüyor).
71A: Dikdörtgenden eşkenar dörtgeni nasıl elde edebilirsin veya eşkenar dörtgenden dikdörtgeni elde edebilir misin?
72N: ... (düşünüyor).
73A: Dikdörtgenin kenarlarını eşitlediğinde kare elde ettin. Eşkenar dörtgenin de iç açılarını 90^0 yaptığında yine kare olur diyorsun.
74N: Hıhı.
75A: Peki eşkenar dörtgenin neyini eşitlersen dikdörtgen olur?
76N: İç açıları 90 yaparsak dikdörtgen olabilir.
77A: Ama sen bunu 90^0 yapınca kare oldu.
78N: O zaman kenarlarını eşitleyeceğiz ki dikdörtgene benzesin.
79A: Bak şimdi bunun (eşkenar dörtgenin) zaten kenarları eşittir. Sen açılarını 90^0 yaptığında ortaya kare çıktı. Veya dikdörtgenden eşkenar dörtgen düşünelim. Bunun iç açıları 90^0'dir. Eşkenar olması için kenarları eşitliyorsun bu seferde ortaya yine kare çıkıyor.
80N: Hıhı.
81A: Peki dikdörtgen ile eşkenar dörtgen arasında bir ilişki var mı?
82N: Bir ilişki yok.
83A: Kaldı yamuk. Sence yamuğu bu şema da nereye yazabiliriz?
84N: Eşkenar dörtgenden nasıl yamuk elde edebiliriz... (düşünüyor).
85A: Bir yamuk çizebilir misin?
86N: ... (çiziyor).
87A: Peki sence bu yamuk bu şemada nereye ve neden yazılmalı?
88N: (Bir süre düşündükten sonra) buraya (paralelkenarın altına) yazılabilir mi?
89A: Paralelkenarın tanımı nedir?
90N: Paralelkenar karşılıklı kenarları paralel olan.
91A Bunun (yamuğun) karşılıklı kenarları her zaman paralel değil ama?
92N: Hocam ama bu ikisi paralel.
93A: Ama diğer ikisi paralel değil. Paralel olan bu iki kenarın ismi ne?
94N: Taban.
95A: Peki yan kenarları da paralel yaparsam yani paralel hale getirirsem?
96N: Aynen paralel hale getirsek zaten yamuk oluyor. Ya pardon paralelkenar oluyor.
97A: O zaman sen bundan (yamuk) bunu mu (paralelkenar) elde ettin?
98N: Evet.
99A: O zaman yamuğun bu şemada nerede olması gerekiyor?
100N: ... (düşünüyor).
101A: Bak sen bundan (yamuk) bunu (paralelkenar) elde ettin.
102N: Yamuktan paralelkenar elde ediyoruz. O yüzden paralelkenarın üzerinde yamuk oluyor (yazıyor).
103A: Peki şimdi bu çizdiğimiz şema genelden özele mi yoksa özelden genele midir?
104N: Genelden özele.
105A: Burada yamuğun tanımıyla yamuktan başka paralelkenar çizilebilir mi?
106N: Evet.
107A: Bunu (dikdörtgen) çizebilir miyim?
108N: Evet.
109A: Paralelkenarın tanımıyla yamuk çizebilir miyim?
110N: Hayır.
111A: Eşkenar dörtgenin tanımıyla kareyi çizebilir miyim?
112N: Evet.

113A: Peki eşkenar dörtgenin tanımıyla yamuğu çizebilir miyim?
114N: Hayır.
115A: Peki eklemek istediğin bir şey var mı?
116N: Yok.

Şekil 31. Nevin'in İkinci Soruya Ait Çözümü

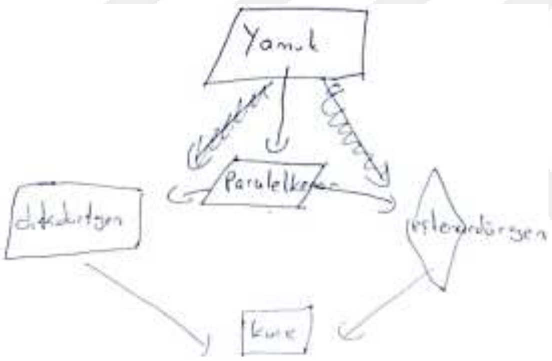
Nevin ile ikinci soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin özel dörtgenleri söylerken yamuk ve paralelkenarı ilk başlarda unuttuğu (12N), verilen ip ucu sonrası hatırladığı (14N, 16N), en genelinin dikdörtgen olabileceğini söylediği (20N) araştırmacının teyit etmek istemesi sonrası paralelkenarın en geneli olduğu ifade ettiği (22N), paralelkenardan farklı biçimlerde dikdörtgen elde ettiği (26N, 28N), sonra paralelkenardan kareyi benzer şekilde elde etmeye çalışmış (32N, 34N) fakat araştırmacının dikdörtgeni de elde ederken aynı yöntemi kullandığını söylemesi üzerine (35A), dikdörtgenden vazgeçip paralelkenardan eşkenar dörtgen elde etmeye çalışmaktadır (40N). Nevin dikdörtgenden yamuk elde edebileceğini ifade etmesine rağmen çizdiği dikdörtgen şekline bakarak bundan yamuk elde edemeyeceğini fark etmiştir (50N). Öte yandan dikdörtgen kare elde edemeyeceğini ifade etmesine (52N) rağmen çizdiği dikdörtgen şekline bakarak elde edebileceğini fark etmiştir (56N, 58N). Daha sonra kare ile eşkenar dörtgeni ilişkilendirerek (60N), eşkenar dörtgenden kare elde etmektedir (62N, 66N). İlerleyen süreçte dikdörtgenle eşkenar dörtgen arasında bir ilişki olduğunu söylediği (70N, 76N, 78N) fakat sonrasında ilişki olmadığını kabullenmektedir (82N). Son olarak eşkenar dörtgenden yamuk elde etmeye çalışmış (84N), yamuk şekli çizdikten sonra bu sefer de şemada paralelkenarın altına yamuk yazılabileceğini ifade etmiş (88N), verilen ipuçları ve yönlendirici sorularla nihayetinde yamuğun paralelkenarın üstüne yazarak şemayı genelden özele doğru oluşturmuştur (Şekil 31). Nevin'in özel dörtgenlerinden bazılarının tanımlarını ve kritik özelliklerini içselleştiremediği (özellikle yamuk) bu yüzden dış uyaran ve ipuçlarına çok ihtiyaç duyduğu, çizim sonrası kritik özellikleri hatırlayabildiği diğer bir ifadeyle hayalinde canlandıramadığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Eylem aşamasında" davranışlar gösterdiği düşünülmektedir.

Nazlı'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın ikinci sorusu için Nazlı ile yaklaşık 5 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nazlı arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nazlı):

10N: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam ilk önce yamuk vardı en başta (çiziyor). Sonrada hocam burada dikdörtgeni çizebiliyorduk hocam (çiziyor).
11A: Nasıl? Yamuktan dikdörtgen mi elde ettin?
12N: Evet hocam iç açısını 90^0 yaparak.
13A: İç açısını 90^0 yaparak. İç açıların her birini mi?
14N: Her birini.
15A: İç açılarını 90^0 yapıp bunu (dikdörtgen) oluşturdun. Sonra?
16N: Sonrada hocam buradan (dikdörtgenden) eşkenar dörtgeni oluşturuyorduk (çiziyor).
17A: Nasıl oluşturdun?
18N: Kenar uzunluklarını eşitleyerek. Sonra buradan da hocam kareyi oluşturuyorduk (çiziyor).
19A: Nasıl oluşturdun dikdörtgenden kareyi?
20N: Buradan kenarlarını eşitleyerek. (Eşkenar dörtgeni göstererek) bundan da kareyi oluşturuyorduk.
21A: Eşkenar dörtgenden kareyi nasıl elde ettin?
22N: İç açılarını eşitleyerek 90^0 yaparak.
23A: Bu kadar mı? Yamuk, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare.
24N: Paralelkenar.
25A: Paralelkenar? O nerde olmalı?
26N: O, yamuğun bir altında olmalı (çiziyor). Paralelkenarın hocam iç açılarını 90^0 yaparsak hocam dikdörtgeni elde ediyorduk. Kenarlarını eşitlersek te eşkenar dörtgeni (ilk okları karalıyor).
27A: Tamam oku çiz oraya istersen o zaman şu (ilk) oklar iptal mi oldu?
28N: Evet.
29A: Peki. Yamuğun tanımını hatırlıyor musun?
30N: Karşılıklı bir kenarı (çifti) paralel oluyordu.
31A: İki kenar (çifti) olabilir mi?
32N: Hayır.
33A: Ama sen burada iki kenarı yaptın yan kenarları paralel yaptın paralelkenar elde ettin.
34N: Evet oluyor.
35A: O zaman en az bir kenar çifti mi?
36N: Evet.
37A: Peki ben yamuğun tanımıyla yamuktan başka hangi özel dörtgenleri çizebilirim?
38N: Yamuktan başka hocam... (düşünüyor).
39A: Paralelkenarı çizebilir miyim?
40N: Evet.
41A: Dikdörtgeni?
42N: Evet.
43A: Eşkenar dörtgeni?
44N: Evet.
45A: Bunu (kareyi)?
46N: Çizebiliriz.
47A: Peki paralelkenarın tanımıyla yamuğu çizebilir miyim?
48N: Hayır.
49A: Neden?
50N: Hocam çünkü aşağıdan yukarıya çizilmiyor. Olmuyor tam.
51A: Peki o zaman bu sıralama genelden özele midir yoksa özelden genele midir?
52N: Genelden özele.
53A: Peki burada yamuk mu diğerlerini kapsar yoksa kare mi hepsini kapsar?
54N: Kare hepsini kapsar. (Bir süre düşündükten sonra) yamuk hepsini kapsar hocam.
55A: Genelden özele ve yamuk hepsini kapsar diyorsun. Peki, ben eşkenar dörtgenin tanımıyla başka kimi çizebilirim?
56N: Kare.
57A: Başka?

58N: Başka? Paralelkenar.
59A: Paralelkenar ama yukarda olduğunu söylemiştin.
60N: Ama yok olmuyor sadece kare.
61A: Dikdörtgeni çizebilir misin?
62N: Hayır birbirinden bağımsızlar.
63A: Niye?
64N: Hocam çünkü hani ne yapsak olmuyor eşitlesek kenarlarını kare oluyor.
65A: Zaten kenarları eşit değil mi?
66N: Evet.
67A: Sadece açılarını eşitlesen ne oluyor?
68N: Dikdörtgen oluyor.
69A: (Teyit amaçlı) dikdörtgen mi oluyor?
70N: Pardon hocam kare oluyor.
71A: Dikdörtgenin neleri eşit olmak zorundaydı?
72N: Açıları.
73A: Kenarları eşitlesem?
74N: Kenarları eşitlesek yine kare oluyor.
75A: Yani ikisini de birbirine dönüştüremiyoruz?
76N: Evet.
77A: Başka eklemek istediğin bir şey var mı?
78N: Yok.



Şekil 32. Nazlı'nın İkinci Soruya Ait Çözümü

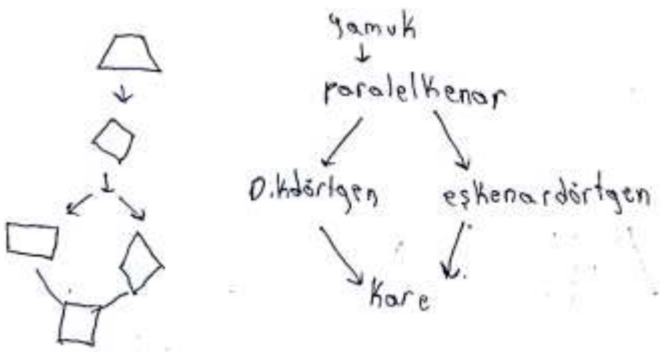
Nazlı ile ikinci soru için yapılan mülakat incelendiğinde, Nazlı'nın çözüme yamuk ile başladığı (10N), heyecandan olsa gerek paralelkenarı unutup dikdörtgen ile eşkenar ile devam ettiği (12N, 16N, 18N) ve en sonunda dikdörtgen ve eşkenar dörtgenden kareyi elde ettiği görülmektedir (20N, 22N). Paralelkenarı hatırladıktan sonra paralelkenarı, yamuğun altına yazarak (Şekil 32), sonrasında paralelkenardan dikdörtgen ile eşkenar dörtgeni (26N) bunlardan da kareyi elde ederek şemayı tekrardan oluşturmuştur. Süreçte yamuğun harici tanımını yaptığı (30N) ancak bu tanım ile oluşturduğu şemanın tutarlı olmadığını sonda sorular sonrası fark etmiştir (34N, 36N). İlerleyen süreçte oluşturduğu şemanın genelden özele doğru olduğunu, eşkenar dörtgen ile dikdörtgenin birbirini kapsamadığını ifade etmesine (62N) rağmen zaman zaman verdiği hatalı cevaplarda bulunmaktadır (58N, 68N). Bu durum öğrencinin özel dörtgenlere ait bilgileri çoğunu özümseyip içselleştirdiğini göstermektedir. Ancak henüz bu bilgilerini bir bütün olarak algılayamamaktadır. Dolayısıyla Nazlı'nın bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

İdris'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakat ikinci sorusu için İdris ile yaklaşık 4 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile İdris arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, İ: İdris):

10İ: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam önce yamuk en kapsamlı olan olduğu için babaya benzetilebilir.
11A: Sonra?
12İ: Sonra hocam paralelkenar.
13A: Dur çok hızlı gitmeyelim. Öncelikle hangi özel dörtgenleri biliyorduk?
14İ: Kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, yamuk.
15A: Peki yamuğun tanımı için ne söyleyebilirsin? Yani yamuğu nasıl tanımlarsın?
16İ: Yamuk en az iki tane paralel oluşturacak şekilde.
17A: (Teyit amaçlı) en az iki kenarı mı paralel olacak?
18İ: Evet.
19A: Bir yamuk çizebilir misin?
20İ: ... (çiziyor).
21A: Yamuğu çizdik. Şimdi sen bu yamukta ne elde edeceksin?
22İ: Paralelkenar.
23A: Paralelkenar nasıl elde ediyorsun?
24İ: Tüm kenarlarını paralel yapacağız.
25A: Yani?
26İ: Yan kenarını da paralel yapacağız.
27A: Paralelkenar dedin. İstersen bir tane paralelkenar çizip şemada yerine yazabilirsin.
28İ: ... (çiziyor).
29A: Peki şimdi paralelkenardan ne elde edeceğiz?
30İ: Dikdörtgen ve eşkenar dörtgen.
31A: Nasıl elde ediyoruz?
32İ: Dikdörtgenin olması için karşılıklı kenarları zaten paralel bunların açıları 90^0 yapacağız.
33A: Açıları 90^0 yapıp dikdörtgen elde ettin. Şimdi sırada hangi özel dörtgen var?
34İ: Eşkenar dörtgen olması gerekiyor.
35A: (Teyit amaçlı) eşkenar dörtgen olduğunu söyledin. Buraya çizebilirsin.
36İ: Eşkenar dörtgen olacak... (çiziyor).
37A: Nasıl olacak?
38İ: Paralelkenardan eşkenar dörtgen bu sefer yapacağım.
39A: Bunu nasıl yapacaksın?
40İ: Hocam tüm kenarlarını eşitliyoruz (çiziyor).
41A: (Teyit amaçlı) tüm kenarlar eşitlenirse eşkenar dörtgen olur diyorsun.
42İ: Evet.
43A: Ne kaldı geriye?
44İ: Bide kare kaldı.
45A: Nasıl kare elde ediyoruz?
46İ: Tüm kenarlarını eşitleyip sonrada 90^0 yapıyoruz (çiziyor).
47A: Dikdörtgenden nasıl elde edersin?
48İ: Dikdörtgenin uzun kenarı yani uzun kenarlarını hocam eşitleyince yandaki kenarları eşkenar dörtgenin de.
49A: Acele etmeden sırasıyla yapalım. Önce dikdörtgenden gelelim. Dikdörtgenin kenarlarını eşitleyerek kare mi elde ettin?
50İ: Evet hocam.
51A: Peki eşkenar dörtgenden kare nasıl elde ediyorsun?
52İ: Onda da açılarını 90^0 yapıyoruz.
53A: Peki İdris senin bu yaptığın şema genelden özele midir yoksa özelden genele midir?
54İ: Genelden özele doğru aşağı gittikçe. Özelden genele doğruda yukarı çıktıkça.
55A: Peki burada en kapsayıcı hangisi?

56İ: Yamuk hepsini kapsar kareyi, paralelkenarı, dikdörtgeni ve eşkenar dörtgeni kapsar.
57A: Yamuk hepsini kapsıyor diyorsun. Peki eklemek istediğin bir şey var mı?
58İ: Yok.



Şekil 33. İdris'in İkinci Soruya Ait Çözümü

Bu soru için İdris ile yapılan görüşme incelendiğinde, İdris'in soruyu okuduktan sonra detaya girmeden hemen cevaplamaya çalıştığı (10İ, 12İ), yamuğu doğru bir şekilde herhangi bir dış uyaran olmadan tanımladığı (16İ), yamuktan paralelkenarı (24İ, 26İ), paralelkenardan dikdörtgen (32İ) ve eşkenar dörtgeni (40İ), dikdörtgen (46İ, 48İ) ve eşkenar dörtgenden de kareyi nasıl elde ettiğini (52İ) en sonunda ise oluşturduğu bu şemanın genelden özele doğru olduğunu ve yamuğun hepsini kapsadığını kendinden emin bir biçimde ifade etmektedir (54İ, 56İ). İdris'in çözüm sürecinde herhangi bir dış uyarana veya ipucuna ihtiyaç duymadığı, çözüm sürecinde hızlı ve esnek olduğu, süreç üzerinde tamamen içsel bir kontrol sağladığı, şekilleri çizmeden önce hayalinde canlandırdığı, tanımları ve özel dörtgenlere ait özellikleri kendinden emin bir şekilde açıkladığı, özetle özel dörtgenlere ait özümseyip içselleştirdiği bilgilerini kapsüllediği ve kapsüllerinden çıkarıp bu sorunun çözüm sürecine yansıttığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin ikinci soruda APOS teorisine göre "Nesne aşamasında" davranışlar gösterdiği söylenebilir.

4.2.1.3. Klinik mülakatın üçüncü sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

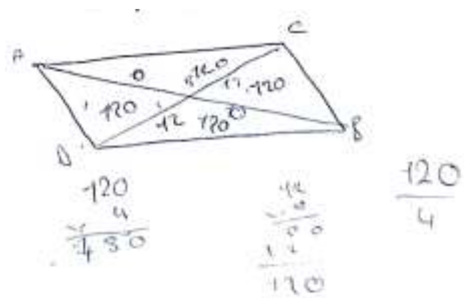
Klinik mülakatın üçüncü sorusunda katılımcıların eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturma süreçlerini APOS teorisi çerçevesinde incelemek amaçlanmıştır. Elde edilen görüşme metinleri ve çalışma kâğıtlarına ait görüntüler aşağıda her bir öğrenci için ayrı ayrı verilmiştir.

4.2.1.3.1. Deney grubu öğrencilerinin klinik mülakatın üçüncü sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Gizem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın üçüncü sorusu için Gizem ile yaklaşık 6 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Gizem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, G: Gizem):

10G: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Alan denildiğinde aklına ne geliyor?
12G: Yani içindeki bölge.
13A: Peki bir tane eşkenar dörtgen çizebilir misin?
14G: Şöyle (çiziyor).
15A: Peki bunun alanını köşegenler yardımıyla nasıl oluşturabilirsin?
16G: ... (köşegenleri çizdikten sonra düşünüyor).
17A: Eşkenar dörtgende köşegenler nasıl kesişir?
18G: Dik.
19A: Dik kesişir diyorsun. Bu eşkenar dörtgenin alanı nasıl hesaplanır?
20G: Hıı şimdi dört bölgeye ayrılıyordu.
21A: Bölge derken hangi şekil kast ediyorsun?
22G: Üçgen. Alanı bu dört bölgenin alanı toplamı. ... (düşünüyor).
23A: Köşegenleri isimlendirebilirsin daha rahat yorum yapabilirsin.
24G: Bu köşe A, bura B olsun (köşeleri isimlendiriyor).
25A: Köşeleri mi isimlendiriyorsun?
26G: Evet.
27A: Peki köşegen hangisidir?
28G: Köşegenler, bu köşeden (D) bu köşeye (C), bu köşeden (A) de bu köşeye (B). DC ve AB köşegeni.
29A: (Köşegenlerin ayırdığı parçaları göstererek) bu parçalar hakkında ne düşünüyorsun?
30G: Ha bu mesela bu parçanın uzunluğu 12 diyelim toplamı 24 oluyor bunların.
31A: Diğer köşegen?
32G: (Her bir parçasını göstererek) buna 10, buna da 10.
33A: (Üçgenlerden birini göstererek) peki bunun alanını nasıl hesaplarsın?
34G: Bununla (12 birim) bunu (10 birim) çarparım, 120. (Her bir üçgenin içine 120 yazdıktan sonra) toplam 120 ile 4'ü çarparım 480.
35A: Burada hangi işlemi yaptığını açıklayabilir misin?
36G: Alanını bulmak için önce mesela bir üçgen alanını buldum. 4 tane üçgen olduğu için bulduğum alanla da 4'ü çarptım.
37A: Köşegenlere değer verip bu şekilde çözdün. Değer vermeden nasıl çözebilirdin?
38G: ... (düşünüyor).
39A: Bu köşegen uzunluğu hangi harf olsun?
40G: "c" olsun.
41A: Bu köşegen uzunluğu?
42G: "b" olsun.
43A: Köşegen uzunluklarına 20'ye 24 değil de bir köşegen uzunluğuna "b" diğerine "c" verildiğinde alan nasıl bulunur?
44G: Onunla (b) onu (c) çarpıyoruz. Yani... (düşünüyor).
45A: Buna "c" dedik, buna "b" dedik. (Üçgeni göstererek) burada ne yaptık?
46G: Burada onunla (12 birim) onu (10 birim) çarptık 120 bulduk. Sonrada 4 ile çarptık.
47A: Üçgenin alanına 120 dedin. Üçgenin alanı, taban çarpı yükseklik midir?
48G: (Kendinden emin bir şekilde) evet.
49A: Peki başka eklemek için bir şey var mı? Söylemek istediğin.
50G: Yok.



Şekil 34. Gizem'in Üçüncü Soruya Ait Çözümü

Bu soruya yönelik Gizem ile yapılan mülakat incelendiğinde, alan kavramını kavramsal olarak ifade etmeye çalıştığı (12G), eşkenar dörtgende köşegenlerin dik kesişme özelliğini ve birbirlerini ortaladıklarını içselleştirmiş olduğu görülmektedir (18G, 30G, 32G). Eşkenar dörtgenin alanını oluşturma sürecinde üçgenlerin alanından hareketle eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturmaya çalışması eşkenar dörtgen ile üçgen arasında ilişkilendirme yaptığı şeklinde ifade edilebilir (22G, 34G, 36G). Ancak sorulan işlemsel soruda üçgenin alanını hesaplarken yanılgıya düşmesi (34G, 46G, 48G) neticesinde eşkenar dörtgenin alanını hatalı hesaplamasına buna bağlı olarak da eşkenar dörtgenin alanı formülünü hatalı bir şekilde ifade etmesine (44G) neden olmuştur. Ancak mülakat süreci bu sorunun amacına yönelik olarak düşünüldüğünde öğrencinin eşkenar dörtgenin alanını köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin alanları toplamından hareketle oluşturmaya çalıştığı görülmektedir. Diğer bir ifadeyle öğrenci aslında burada üçgenlerin alanları toplamının eşkenar dörtgenin alanını verdiğini özümseyip içselleştirmiştir. Elde edilen bu bulgulardan hareketle öğrencinin eşkenar dörtgenin alanını oluşturmaya yönelik kavrama düzeyinin APOS teorisine göre "Süreç aşamasında" olduğu söylenebilir.

Meltem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın üçüncü sorusu için Meltem ile yaklaşık 6 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Meltem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, M: Meltem):

10M: (Soruyu sesli okuyup bir eşkenar dörtgen çizdikten sonra) hocam önce köşegenleri çizelim. Her biri birbirine eşit dört tane üçgen oluştu (oluşan üçgenleri gösteriyor).
11A: Peki Meltem, alan denildiğinde aklına ne geliyor?
12M: Alan deyince şeklin kapladığı bölge.
13A: Eşkenar dörtgen çizdin. Burada köşegenler hangileri?
14M: Hocam bunlar, "e" ile "f" diye adlandırırsak (uzunluklarını kast ediyor).
15A: Tanım olarak köşegeni nasıl ifade edersin?
16M: Komşu olmayan köşeleri birleştiren doğru parçası.
17A: Peki eşkenar dörtgenin alanını köşegen uzunluk lafi verildiği zaman nasıl buluyorduk, formülü neydi hatırlıyor musun?
18M: Hocam "f. e"
19A: Şimdi sen bu köşegen uzunluğuna "e", bu köşegen uzunluğuna da "f" dedin. Daha sonra bu köşegenlerin eşkenar dörtgeni 4 eş üçgene ayırdığını söyledin. Peki, bu köşegenler birbirini nasıl keser?

20M: (Kendinden emin bir şekilde hemen cevap veriyor) dik keser.
21A: Köşegenler birbirini dik kesiyor dedin. Peki, nasıl bulursun bunun (eşkenar dörtgen) alanını?
22M: Hocam işte "e. f" değil mi?
23A: Şöyle bir soru sorsam. Önce bir tane eşkenar dörtgen çizelim. Köşegenlerden biri 6 santim diğeri de 8 santim olsun. Sence bu eşkenar dörtgenin alanı kaç santimetrekaredir?
24M: Hocam "e. f" demiştik. 8 kere 6, 48.
25A: Üçgenlerden gidersek nasıl bulursun?
26M: ... (düşünüyor).
27A: Biraz önce köşegenlerin birbirini dik kestiğini söyledin. Köşegenler birbirini başka nasıl keser?
28M: Birbirini ortalar. Burası 3 burası 3 olur. Diğer tarafla diğer taraf aynı şekilde birbirine eşit olacak. Burayla bura da 4 olur.
29A: Peki şimdi bir tane üçgenin alanını hesaplayabilir misin? Üçgenin alanını nasıl buluyorduk?
30M: Ee.. taban çarpı yükseklik bölü ikidir. O zaman 4 kere 3, 12. Yarısını alacağız 6. Dört üçgen 24 olur.
31A: Köşegenleri çarptığımızda ne olur?
32M: 48.
33A: Ama üçgenlerden gittiğinde 24 birim kare buldun.
34M: O zaman köşegenler çarpımı bölü 2 olur hocam.
35A: (Teyit amaçlı) eşkenar dörtgende alanın köşegenler çarpımının yarısı olduğunu mu düşünüyorsun?
36M: (Kendinden emin bir şekilde) evet.
37A: Peki söylemek istediğim başka bir şey var mı?
38M: Hayır.

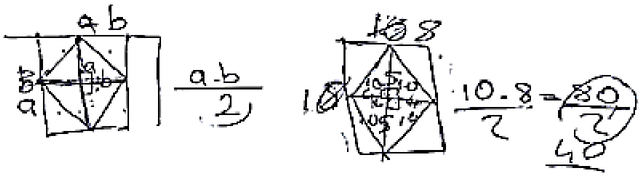
Şekil 35. Meltem'in Üçüncü Soruya Ait Çözümü

Bu soru için Meltem ile yapılan mülakat incelendiğinde, Meltem'in alan kavramını kavramsal olarak ifade ettiği (12M), köşegen kavramını matematiksel olarak tanımladığı (16M), eşkenar dörtgende köşegen özelliklerini açıklayabildiği görülmektedir (20M, 28M). Ancak eşkenar dörtgenin alan formülünde başlangıçta kavram yanılgısı yaşadığı (18M, 22M, 24M), sonrasında eşkenar dörtgeni, üçgen ile ilişkilendirdiği (30M) ve sürecin sonuna doğru yanılgısının farkına varıp düzelterek eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturmuştur (34M). Elde edilen bu bulgulara göre öğrencinin eşkenar dörtgenle ilgili içselleştirmiş olduğu bilgilerini henüz bir bütün olarak algılayamadığı dolayısıyla bu soruda APOS teorisine göre "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

Dilek'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın üçüncü sorusu için Dilek ile yaklaşık 5 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Dilek arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, D: Dilek):

10D: (Soruyu sesli okuduktan sonra) önce köşegenleri çizelim (eşkenar dörtgen ve köşegenlerini çiziyor).
11A: Eşkenar dörtgenin alanı denildiğinde aklına ne geliyor?
12D: Eşkenar dörtgenin kapladığı yer.
13A: Köşegen ile ilgili neler hatırlıyorsun?
14D: Köşeyi iki eşit parçaya bölüyordu (açıortay özelliği). Birbirini dik kesiyordu.
15A: Peki kenar ile köşegen arasındaki fark nedir?
16D: (Bir süre düşündükten sonra) kenar komşu köşeleri birleştiriyordu. Köşegen, komşu olmayan köşeleri.
17A: (Şekli göstererek) şimdi iki köşegen çizdin.
18D: Evet. (Köşegenleri göstererek) buraya "a" versek buraya da "b" versek. "a.b" yapacağız. Bulduğumuzu da ikiye böleceğiz.
19A: (Teyit amaçlı) eşkenar dörtgenin alan formülü bu diyorsun.
20D: Hı hı.
21A: Peki bu formülü nasıl elde edebilirsin? Bunu nasıl gösterirsin?
22D: (Eşkenar dörtgenin dışına) dikdörtgen çizersek. Böyle dikdörtgen çizersek bunun yarısı oluyor (eşkenar dörtgeni kastediyor). Yani burada (dikdörtgen) 8 tane üçgen oluyor, burada (eşkenar dörtgen) 4 tane oluyor. Yani yarısı olduğu için.
23A: Dikdörtgen çizip içinde 8 tane eş üçgen olduğunu söyledin?
24D: Evet.
25A: Ayrıca köşegenlerin birbiriyle dik kesiştiğini de söylemiştin.
26D: Hı hı.
27A: Peki bu çizmiş olduğun dikdörtgenin kenar uzunlukları ne olur?
28D: (Dikdörtgenin kenarlarını göstererek) bura "a" olur bura "b" olur.
29A: Peki bu dikdörtgenin alanını nasıl hesaplarsın?
30D: "a" ile "b" yi çarparak. (Dikdörtgeni göstererek) burada 8 tane üçgen vardı, (eşkenar dörtgeni göstererek) burada da 4 tane var. Yarısına indiği için ikiye bölüyoruz.
31A: Peki mesela şöyle bir soru sorayım: (köşegenlerin eş parçalarından birer tanesini göstererek) şuranın uzunluğu 4 santim, şuranın uzunluğu da 5 santim verilmiş olsun. Bu eşkenar dörtgen alanı kaç santimetrekare olur?
32D: Bura 4 cm ise bura da 4 cm olur. Bura da 5 cm olacak. (Dışına dikdörtgen çizip kenarlarına) bura 10 cm bura 8 cm oldu. Alanı 80 cm^2 oldu. Eşkenar dörtgen de yarısı olduğu için ikiye bölüyorduk. 40 cm^2 olur.
33A: Cevabın 40 cm^2 olduğu buldun. Peki, üçgenlerden gitseydin. Üçgenin alan formülü neydi?
34D: Taban çarpı yükseklik bölü iki. Dört çarpı beş yirmi, bölü ikiden on. (Eşkenar dörtgenin içindeki üçgenleri göstererek) burada on, burada on, burada on. Toplam 40. Aynı sonuç.



Şekil 36. Dilek'in Üçüncü Soruya Ait Çözümü

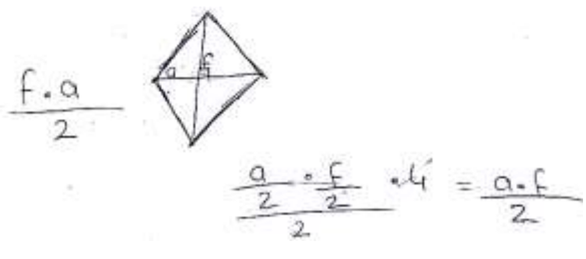
Dilek ile bu soru için yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin alan kavramını işlemselden ziyade kavramsal olarak ifade ettiği (12D), eşkenar dörtgende köşegen özelliklerini açıklayabildiği (14D), kenar ile köşegen arasındaki farkı ifade edebildiği (16D) sonrasında eşkenar dörtgenin köşegenlerini, dikdörtgenin kenarlarıyla ilişkilendirip (28D) dikdörtgenin alanından yola çıkarak eşkenar dörtgenin alan formülünü oluşturduğu (30D) diğer bir ifadeyle matematiksel olarak nesneleştirdiği görülmektedir. Bunun yanı sıra aynı formüle üçgenlerden yola çıkarak da ulaşmıştır

(34D). Dolayısıyla öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği ve eşkenar dörtgenin alan formülünü soyutladığı söylenebilir.

Zeliha'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın üçüncü sorusu için Zeliha ile yaklaşık 3 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Zeliha arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, Z: Zeliha):

10Z: (Soruyu sesli okuduktan sonra) mesela bir köşegen uzunluğuna "f" desek diğerine "a" desek alan $\frac{f.a}{2}$ *olur.*
11A: Şimdi bu formülü nasıl oluşturdun?
12Z: Nasıl yani?
13A: Bir eşkenar dörtgen çizebilir misin?
14Z: (Eşkenar dörtgen çizdikten sonra) hocam üçgenlerden gideriz. (Köşeleri göstererek) buradan ve buradan köşegenleri çiziyoruz.
15A: Köşegen uzunluklarına hangi değerleri vereceksin?
16Z: Bura "f" bura "a" olsun. (Oluşan eş üçgenlerden birini göstererek) şimdi buradan istesek $\frac{\frac{a}{2}.\frac{f}{2}}{2}$ *'den burayı bulabiliriz.*
17A: Köşegenler nasıl kesişiyor?
18Z: (Kendinden emin bir biçimde) dik kesişiyor hocam.
19A: Üçgenlerin alanlarından gideceğini söyledin. Sonra bu üçgenin alanını gösterdin. Doğru mu?
20Z: Evet.
21A: Hesapla bakalım.
22Z: Tamam. $\frac{\frac{a}{2}.\frac{f}{2}}{2}$
23A: Bu neyin alanı?
24Z: Bu bir üçgenin alanı. Sonra da bunu dörtle çarpacağız.
25A: Neden dörtle çarptın?
26Z: Çünkü bu üçgenlerin hepsi birbirine eşittir. (Gerekli sadeleştirmeleri yaptıktan sonra) o zaman $\frac{a.f}{2}$ *olur. Evet, yine aynısı oldu.*
27A: (Formülü göstererek) bu neyi gösteriyor? Yani eşkenar dörtgenin alanı neye eşittir?
28Z: Köşegenler çarpımının yarısına.



Şekil 37. Zeliha'nın Üçüncü Soruya Ait Çözümü

Bu soru için Zeliha ile yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu okuduktan sonra eşkenar dörtgenin alan formülünü matematiksel bir dille hemen ifade ettiği görülmüştür (10Z). Bu formülü ezber mi yoksa matematiksel bir nesne olarak algıladığını anlamak için mülakat süreci devam ettirilmiştir. Öğrencinin eşkenar dörtgenin alanını üçgenlerin alanıyla ilişkilendirerek ifade ettiği (14Z, 24Z, 26Z), süreçte herhangi bir dış uyarana ihtiyaç duymadığı, soru kapsamında içselleştirmiş olduğu eşkenar dörtgenle ilgili özellikleri bir bütün olarak algıladığı ve eşkenar dörtgenin formülünü artık matematiksel bir nesne olarak gördüğü (28Z) söylenebilir. Dolayısıyla Zehra'nın bu soruda APOS teorisine göre "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği ve eşkenar dörtgenin alanı formülünü soyutladığı düşünülmektedir.

4.2.1.3.2. Kontrol grubu öğrencilerinin klinik mülakatın üçüncü sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

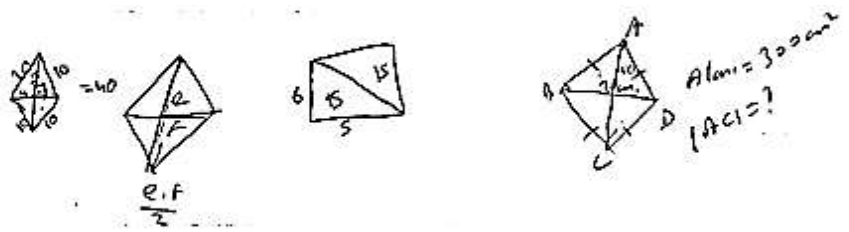
Sevda'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın üçüncü sorusu için Sevda ile yaklaşık 8 dakika süren bir klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı ile Sevda arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, S: Sevda):

10S: (Soruyu sesli okuduktan sonra) alan formülünü köşegenlerden yararlanarak oluşturunuz demiş. Yani şimdi bir tane eşkenar dörtgen çizersek (çiziyor). Alan formülü köşegenlerinden yani o zaman bunları (köşeleri) yani harflendirmemiz gerekmiyor mu hocam?
11A: Olur harflendirelim.
12S: (Köşeleri harflendirdikten sonra) eşkenar dörtgen alan formülünü köşegenlerden yararlanılarak oluşturun demiş. Yani hocam taban çarpı yükseklik olmayacak mı? Yani taban bura mı oluyor o yüzden? ... (düşünüyor).
13A: Alan denildiğinde aklına ne geliyor?
14S: Alan deyince hocam üst tabanla alt tabanı.
15A: Formül olarak değil de anlam olarak. Bu masanın alanı derken neresini kastediyor? Şura mı yoksa bu üst tarafı mı?
16S: Üst tarafını hocam.
17A: O zaman kapladığı bölge mi oluyor?
18S: Evet kapladığı bölge.
19A: Peki. Bir eşkenar dörtgen çizdin. Burada köşegenler demiş. Neresi köşegenler?
20S: Hocam yani şöyle... (köşegenleri çiziyor).
21A: Köşegenlerimizi de çizdin. Peki, bunun (eşkenar dörtgenin) alanını bu köşegenlerden faydalanarak nasıl oluşturabilirsin?
22S: Yani yine üçgenlerden gidip buluruz.
23A: Üçgenlerden gidersek nasıl buluruz?
24S: Hocam yani iç açılardan gidebilir miyiz bunda?
25A: Ama alan diyor. Sen açılardan bahsediyorsun.
26S: O zaman... (düşünüyor).
27A: Burada köşegenler birbirini nasıl keserdi?
28S: Köşegenler açıortaydı. Yani nasıl anlamadım?
29A: Yani köşegenler nasıl kesişiyordu?
30S: Artı şeklinde yani.
31A: Yani mesela burada köşegenlerin aralarındaki açı nedir? Dik midir yoksa otuz derece mi kırk derece midir böyle bir şey var mıdır?
32S: Bu dik açı.
33A: Dik kesiştiğini ve alanını bulmak için üçgenlerden gideceğini söyledin.
34S: Evet.
35A: Üçgenlerden giderek nasıl bulursun?
36S: Hocam dik açı olduğundan dolayı 360 oluyor. Yani iç açısı 360 olduğuna göre burası,
37A: Ama soruda alandan bahsediyor.
38S: Burası 90 olursa hocam?

39A: Açıları boş ver açılarla şu an işimiz yok.
40S: O zaman dik açı olduğuna göre.
41A: Kolaylık açısından köşegen uzunluklarını harflendirebilirsin.
42S: Köşegen uzunluklarını mı? Harf mi rakam mı?
43A: Sen bilirsin ister harf ver ister sayı.
44S: Buna 5 dersek hocam buraya 4 diyelim. Yani hocam ilk bunları (üçgenleri) bulup sonra toplam alanı bulabilirim. Burası 5'se taban çarpı yükseklikten 5'le 4'ü çarparsak 20 (üçgenin alanı). 20 de bura oluyorsa 40 60 80. O zaman alan (eşkenar dörtgenin) 80.
45A: Üçgenin alanı için taban çarpı yükseklik mi diyorsun?
46S: Evet hocam. Yani taban çarpı yükseklikten.
47A: Peki şu iki üçgeni birleştirsen ne ortaya çıkar?
48S: Üçgen.
49A: Bunu (ilk üçgeni) ters çevirip buraya yapıştırdık ne olur?
50S: Şurayı ters çevirip yapıştırdığımızda... (düşünüyor).
51A: Yan çevirip getirip buraya yapıştırırsan?
52S: Eşkenar dörtgen o zaman yamuk mu oluyor paralelkenar mı oluyor hocam?
53A: Buraya bir dikdörtgen çizer misin?
54S: ... (çiziyor).
55A: Kenar uzunlukları ne olsun?
56S: Altıya beş (yazıyor).
57A: Bu dikdörtgenin alanı ne olur?
58S: Otuz.
59A: Peki. Bu dikdörtgende bir köşegen çizebilir misin?
60S: ... (çiziyor).
61A: Peki burası (köşegenin ayırdığı üçgenlerden birinin alanı) ne olur?
62S: On beş.
63A: Peki bu üçgen değil mi?
64S: Evet hocam.
65A: Altı kere beş?
66S: Otuz.
67A: Ama sen burada (eşkenar dörtgendeki üçgen) beş kere dört yirmi dedin. Bu mantığa göre burada otuz bulman gerekiyordu ama on beş oldu.
68S: Aynı iki tane üçgen olduğundan dolayı ikiye bölüyoruz
69A: Burada bölmedin ama.
70S: (Hatasını fark edip düzeltiyor) burası 10 20 30 40.
71A: O zaman üçgenin alan formülü ne oluyor?
72S: Alan, taban çarpı yükseklik.
73A: Taban çarpı yükseklik diyorsun. Bölü iki var mı yok mu?
74S: Var bölü iki.
75A: (Teyit amaçlı) o zaman üçgenin alanı için taban çarpı yükseklik bölü iki mi diyorsun?
76S: Evet hocam.
77A: Peki bunun (eşkenar dörtgen) alanı için ne dedin?
78S: 40.
79A: Söylediklerini şekil üzerinde yerine yazabilir misin?
80S: ... (yazıyor).
81A: Peki köşegen uzunluklarına sayı değil de harf vermiş olsaydık. Mesela bu köşegen uzunluğu e, bu köşegen uzunluğu da f olsun. Bu eşkenar dörtgenin alanı ne olur?
82S: $\frac{e.f}{2}$
83A: Nasıl anladın $\frac{e.f}{2}$ *olduğunu?*
84S: Taban çarpı yükseklikten.
85A: Taban çarpı yükseklik o zaman "e. f" mi olur?
86S: Taban çarpı yükseklik bölü iki.
87A: Bölü iki nasıl oldu?
88S: Nasıl yani hocam?
89A: Köşegenler e ile f verilmiş. Alanının $\frac{e.f}{2}$ *olduğunu söyledin.*
90S: Evet.

91A: Biraz önce üçgenin alanını dikdörtgenden faydalanarak bölü iki olduğunu gösterdin. Eşkenar dörtgenin alanının bu olduğunu nasıl gösterebilirsin (ispatlarsın)?
92S: e çarpı f yani 20 olduğuna göre 20 bölü 2 oluyor.
93A: Peki. Sayı verilmezse eşkenar dörtgenin alanını bulamıyor muyuz?
94S: Yani bulamıyoruz hocam.
95A: Diyelim ki köşegenlerin biri 20 cm diğeri 40 cm uzunluğunda olursa bunun (eşkenar dörtgenin) alanı kaç cm² olur?
96S: Çarparsak 800 oluyor. İkiye bölersek 400.
97A: Peki diyelim ki köşegenlerden bir tanesi 30 cm alanda 300 cm² olan bir eşkenar dörtgen verilmiş olsun.
98S: Tamam hocam.
99A: Diğer köşegen uzunluğu kaç cm olur?
100S: Diğer köşegende 10 cm olur.
101A: 10 cm mi olur?
102S: Evet. Şunu çekersek hocam hani 30'a 300 cm ya hocam 300 cm bölü 30 yaparsak 10 buluruz.
103A: 10 cm yerine yazarsan oluyor mu?
104S: Alanı 30 çarpı 10 bölü 2 yaparsak eğer (zihninden işlem yaptıktan sonra) 150.
105A: Ama alan 300 cm² demiştik.
106S: 20 cm oluyor o zaman hocam.
107A: Sağlamasını yapabilir misin?
108S: 600. 600 bölü 2'den de 300.
109A: Peki bu soruya yaptıklarımız özetlemek ister misin?
110S: Köşegenlere değer versek alanı buluruz. Yani harf versek de deneriz buluruz sonunda. Yani harfle de bulabiliriz.
111A: Harfle nasıl buluyorsun?
112S: Harfle hani yapmıştık ya hocam $\frac{e.f}{2}$'den. Oradan yola çıkıp bulabiliriz.
113A: Peki eşkenar dörtgende alanın $\frac{e.f}{2}$ olduğunu nasıl ispatlarsın?
114S: Köşegenlerin uzunluklarından yararlanarak hani burada vermiş ya hocam.
115A: Şimdi bir eşkenar dörtgen çizdin. Bu köşegenin uzunluğuna "e" dedin bu köşegenin uzunluğuna "f" dedin.
116S: Şöyle yaparım hocam: $\frac{e.f}{2}$'den.
117A: Tamam şimdi ben diyorum ki alanın $\frac{e.f}{2}$ olduğunu nasıl anladın?
118S: Yani hani alan taban çarpı yükseklik bölü iki.
119A: Nasıl ispatladın, neye göre oluşturdun $\frac{e.f}{2}$ olduğunu?
120S: Köşegenlerin uzunluklarından yararlanarak.
121A: Tamam işte ispatı nasıl oluyor?
122S: Yani ispatı... (düşünüyor).
123A: Peki eklemek istediğin bir şey var mı?
124S: Yok hocam.



Şekil 38. Sevda'nın Üçüncü Soruya Ait Çözümü

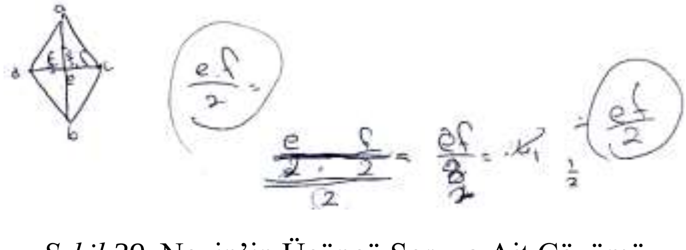
Bu soru için Sevda ile yapılan mülakat incelendiğinde, alan kavramının öğrencide işlemsel anlamda çağrışım yaptığı (14S, 16S), verilen ipucu (17A) sonrası kavramsal anlamını onayladığı görülmektedir (18S). Bu soru kapsamında eşkenar dörtgene ait özellikleri (köşegenlerin kesişmesi gibi) henüz tam anlamıyla içselleştiremediği (28S, 30S), eşkenar dörtgenin alanını üçgenlerin iç açılar toplamıyla ilişkilendirmeye çalıştığı (24S, 36S), araştırmacının yönlendirmesi sonrası üçgenin iç açılar toplamıyla değil de alanı ile ilişkilendirdiği gözlenmektedir (44S). Ancak üçgenin alanı ile ilgili yaşadığı yanılgı (44S, 46S) sonrası sorulan işlemsel soruya hatalı cevaplamış sonrasında araştırmacının üçgenin alanını dikdörtgenin alanı ile ilişkilendirmesi sonucu hatasının farkına vararak işlemsel soruyu bu sefer doğru çözmüştür (70S). Öğrencinin mülakat sürecinde dış uyaranlara ve ipuçlarına çoğu zaman ihtiyaç duyduğu, formülü matematiksel bir nesne olarak değil de işlemsel bir süreç olarak gördüğü ve ezberlediği, formülü diğer şekillerden yararlanarak oluşturamadığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgulara göre öğrencinin eşkenar dörtgenin alanını oluşturma sürecinde APOS teorisine göre "Eylem aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Nevin'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın üçüncü sorusu için Nevin ile yaklaşık 6 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nevin arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nevin):

10N: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hımmm eşkenar dörtgenin alan formülü, eşkenar dörtgen. Ben çizimini unuttum, şöyleydi sanki (çiziyor). Buydu galiba.
11A: Alan deyince aklına ne geliyor?
12N: Alan taban çarpı yükseklik.
13A: Hesaplama olarak değil de mesela bu şeklin alanı denildiğinde anlam olarak neyi ifade ediyor? Mesela kâğıdın alanı denildiğinde neresi soruluyor?
14N: ... (düşünüyor).
15A: Yani etrafı mı yoksa şu iç bölgesi olan beyaz bölgesi mi?
16N: İç bölgesini.
17A: O zaman kapladığı yer diyorsun.
18N: Evet kapladığı yer.
19A: Şimdi bir tane eşkenar dörtgen çizdin. Köşegenlerini de çizelim.
20N: ... (çiziyor).
21A: (Eşkenar dörtgeni göstererek) bunun alanını köşegenlerinden yararlanarak nasıl oluşturabilirsin?
22N: Hocam bunun alanını köşegenlerinden yararlanacak olursak... (bir süre düşündükten sonra) bir üçgenin alanı, yükseklik çarpı taban bölü iki yapıp sonra dört ile çarparız. Çünkü dört tane üçgen olduğu için.
23A: (Teyit amaçlı) burada dört tane üçgen olduğunu ve bir üçgenin alanı bulduktan sonra onu da dört ile çarparak eşkenar dörtgenin alanını bulacağını söyledin. Üçgenin alanı için de taban çarpı yükseklik bölü iki dedin. Doğru mu?
24N: Hıhı.
25A: Şimdi buranın yükseklik olduğunu nasıl anladın?
26N: Köşegenler dik kesişir.
27A: Peki. İstersen kolaylık olması bakımından köşegenleri isimlendirip uzunluklarına istediğin değerleri verebilirsin.
28N: ... (düşünüyor).
29A: Örneğin bu köşegen uzunluğu ne olsun?
30N: Beş.

31A: Sayı olarak değil de bir harf versek.
32N: Bir harf versek "e".
33 A: Diğer köşegen ne olsun?
34N: "f".
35A: Bu eşkenar dörtgenin alanı "e" ve "f" cinsinden ne olur?
36N: $\frac{e.f}{2}$
37A: Bulduğun bu değer eşkenar dörtgenin toplam alanı mı?
38N: ($\frac{e.f}{2}$ *göstererek) evet bu eşkenar dörtgenin alanı oluyor.*
39A: Üçgenin alanından yararlanarak eşkenar dörtgenin alanı oluşturabileceğini söyledin değil mi?
40N: Hıhı.
41A: Bu üçgenin alanını nasıl buluruz?
42N: Üçgenin alanı taban çarpı yükseklik bölü iki yapıyorduk. Yani e çarpı f ... (düşünüyor).
43A: Ama köşegenin tamamına "e" demiştin.
44N: Ortadan ikiye böleceğiz.
45A: Ortadan ikiye bölersek her bir parça ne olur?
46N: $\frac{e}{2}$ *(yazıyor).*
47A: Aynısını diğer köşegen için yapalım. Tamamına "f" demişsin. O zaman her bir parçası ne olur?
48N: $\frac{f}{2}$ *(yazıyor).*
49A: Şimdi bu üçgenin alanını hesapla bakalım.
50N: $\frac{e}{2}.\frac{f}{2}$
51A: Bir daha bölü 2 var mı?
52N: Nasıl yani?
53A: Hani dedin ya böyle taban çarpı yükseklik bölü iki.
54N: Hıhı şöyle (yazıyor).
55A: e ile f'yi çarparsan?
56N: e.f olur. (Paydaları çarpıyor) bölü 4.
57A: Bir de bölü ikisi var. Ters çevirip çarparsak ne olur?
58N: (Araştırmacının yardımıyla) $\frac{e.f}{8}$ *oluyor.*
59A: Bu bulduğun neyin alanı?
60N: Bir üçgenin alanı. Bu üçgenden dört tane vardır. Dörtle çarpıyoruz.
61A: Çarpınca ne olur?
62N: (Araştırmacının desteğiyle) şöyle $\frac{e.f}{2}$
63A: Aynı sonucu mu elde ettin?
64N: Evet. Eşit oluyor.
65A: Peki eklemek istediğin bir şey var mı?
66N: Yok teşekkürler.



Şekil 39. Nevin'in Üçüncü Soruya Ait Çözümü

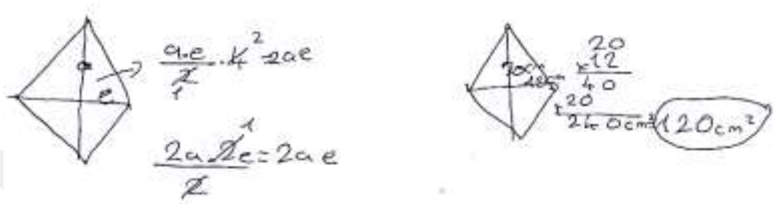
Nevin ile bu soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, eşkenar dörtgen için yaptığı çizimde tereddüt yaşadığı (10N), alan kavramının öğrencide işlemsel anlamda çağrışım yaptığı (12N), verilen ipucu (13A) ve yönlendirme sorusu (15A) sonrası kavramsal olarak açıkladığı görülmektedir (16N). İlerleyen süreçte öğrencinin eşkenar dörtgen ile üçgeni ilişkilendirerek (22N, 60N) eşkenar dörtgenin alanını yapılandırdığı görülmektedir (36N, 62N). Öğrencinin çözüm sürecinde içsel bir kontrole sahip olduğu, eşkenar dörtgene ait özümseyip içselleştirmiş olduğu bilgilerini henüz bir bütün olarak algılayıp kapsülleyediği düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

Nazlı'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Üçüncü klinik mülakat sorusu için Nazlı ile yaklaşık 4 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nazlı arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nazlı):

10N: ... (soruyu sesli okuduktan sonra eşkenar dörtgen çiziyor).
11A: Ne çizdin?
12N: Burada bir eşkenar dörtgen ve köşegenlerini çizdim.
13A: Evet (devam edelim anlamında).
14N: (Köşegenleri göstererek) buraya hocam değer veriyim mi?
15A: Sen bilirsin.
16N: Hocam burada mesela a ve e'yi (köşegen uzunluklarının yarısı) çarpıp ikiye bölüyoruz. Bu bir üçgenin alanı oluyor. Bunu da dörtle çarparsak (işlem yapıyor).
17A: Bu ($\frac{a.e}{2}$) bulduğun neyin alanı?
18N: Bu bir üçgenin alanı.
19A: Üçgenin alanı nasıl bulunuyor?
20N: Taban çarpı yükseklik bölü iki.
21A: (Köşegenlerin kesişim noktasını göstererek) peki buranın 90^0 olduğunu nasıl anladın? Yani bunun yükseklik olduğuna nasıl karar verdin?
22N: Dik hocam.
23A: (Teyit amaçlı) dik mi kesişiyor?
24N: Evet.
25A: Peki bundan (üçgen) kaç tane var dedin?
26N: Dört.
27A: Niye bunlar (üçgen) hep eş midir birbirine?
28N: Evet.
29A: Bu yüzden bunu da ($\frac{a.e}{2}$) dörtle çarptın değil mi?
30N: Evet hocam.
31A: Gerekli sadeleştirmeleri yapınca sonuç ne oluyor?
32N: (Sadeleştirmelerden sonra) $2ae$
33A: Buraya "a" dedin. Burası (diğer yarısı) ne olur?
34N: Bura da "a".
35A: Burası e ise burası (diğer yarısı) ne olur?
36N: Bura da "e".
37A: O zaman ne oldu bu?
38N: Hocam yükseklik ve taban.
39A: Hani burası (köşegen uzunluğu) $2a$ olduğunu söyledin. (Diğer köşegeni göstererek) bu da $2e$.

40N: Evet.
41A: Sonuç ne oldu?
42N: Sonuç bu eşkenar dörtgenin toplam alanı 2ae oldu.
43A: Burada sen üçgenlerden gittin. Üçgenlerin eş olduğunu söyledin ve bir üçgenin alanını bulup sonra dörtle çarptın.
44N: Evet.
45A: Peki. Mesela köşegen uzunluğunun bir tanesi 20 cm diğeri 12 cm olsun. Bunun alanını (eşkenar dörtgen) nasıl bulursun?
46N: (Kendinden emin bir biçimde) 20'yle 12'yi çarparım ikiye bölerim. (İşlem yaptıktan sonra) 120 cm^2.
47A: Şimdi ne yaptın köşegenleri çarpıp yarısını mı aldın?
48N: Evet.
49A: Eklemek istediğin bir şey var mı?
50N: Yok.



Şekil 40. Nazlı'nın Üçüncü Soruya Ait Çözümü

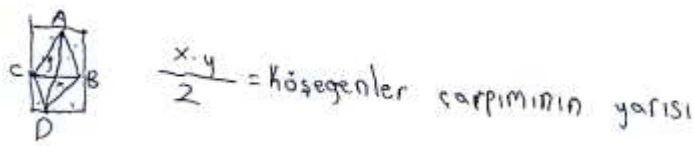
Bu soru için Nazlı ile yapılan mülakat incelendiğinde, Nazlı'nın eşkenar dörtgenin alanını üçgenin alanı ile ilişkilendirip oluşturduğu diğer bir ifadeyle sentezlediği görülmektedir (16N, 18N, 32N). Süreç üzerinde içsel bir kontrole sahip olan öğrencinin süreç boyunca hızlı ve esnek olduğu, eşkenar dörtgene ait içselleştirmiş olduğu bilgilerini bir bütün olarak algılayıp kapsüllediği ve bu soruda kapsüllünden çıkarıp kullandığı görülmektedir. Nazlı'nın eşkenar dörtgenin alan formülünü matematiksel bir nesneye dönüştürdüğü dolayısıyla öğrencinin bu soruda APOS teorisine göre "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

İdris'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın üçüncü sorusu için İdris ile yaklaşık 5 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile İdris arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, İ: İdris):

10İ: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirini dik kestiği için yükseklik çarpı taban şeklinde yapıp ikiye böleceğiz (eşkenar dörtgen çiziyor).
11A: Yani dedin ki burada (eşkenar dörtgende) köşegenler dik kesişiyor?
12İ: Evet.
13A: Alanını nasıl oluşturursun?
14İ: Üçgenlerden.
15A: Üçgenlerden mi gitmek istiyorsun?
16İ: Evet.
17A: Burada üçgenler eş midir?
18İ: Evet.
19A: Peki, devam edelim.
20İ: Bir üçgeni bulmak için dışında da bir tane daha kat yani bununla aynı bir tane daha üçgen oluşuyor eğer dışına bir dikdörtgen çizdiğimizde.

21A: Dur şimdi. Önce şunu sorayım: alan denildiğinde aklına ne geliyor?
22İ: Alan deyince bir tane ilk... (heyecanlandı).
23A: Rahat ol derin bir nefes al istersen.
24İ: Bir tane cismin kapladığı yer.
25A: Kapladığı yer. Burada bir eşkenar dörtgeni çizdin.
26İ: Evet.
27A: Soruda köşegenler demiş. Köşegenler hangileri?
28İ: Bunlar (doğru gösterim). Köşegenler birbirine komşu olmayan iki tane köşeyi birleştiriyor.
29A: İstersen köşeleri harflendirebilirsin veya köşegen uzunluğuna bir değer verebilirsin.
30İ: Bu (köşegen uzunluğu) x olsun bu da y olsun. Şunlarda (köşeler) A, B, C, D olsun.
31A: Nasıl oluşturacaksın bunun (eşkenar dörtgenin) alanını?
32İ: Şimdi hocam bu x köşegeniyle y köşegenini çarpacağız ondan sonra da ikiye böleceğiz.
33A: Tamam alanın bu şekilde bulunduğunun ispatını nasıl yaparsın? Yani neden ikiye bölüyoruz veya niye çarpıyoruz?
34İ: Çünkü hocam etrafını böyle dikdörtgen şeklinde kaplarsak hocam (dikdörtgen çiziyor).
35A: Dikdörtgen?
36İ: Evet. Katladığımızda burada hocam bu üçgenle bu üçgen aynı oluyor. Bu üçgenle bu üçgen de aynı oluyor. Ondan sonra bu üçgenle bu üçgen bu üçgenle de bu üçgen eşit oluyor. O yüzden de eğer çarparsak ta bu ikisini yükseklik çarpı tabanı. O zaman tüm bu dikdörtgenin alanına eşit olur.
37A: Evet (devam et anlamında kullanılmıştır).
38İ: Ama yarısı olduğu için dikdörtgenin orda kalan üçgenlerini çıkartacağız.
39A: Yani şunu mu söylemek istiyorsun ya da yanlış mı anladım? Eşkenar dörtgenin alanını bulmak için dikdörtgenin alanından yararlandın. Yani eşkenar dörtgeni dikdörtgene çevirdin. Burada (dikdörtgende) 8 tane eş üçgen var. Dikdörtgenin alanı da taban çarpı yükseklik olduğu için x ile y'nin çarpımı dikdörtgenin alanını gösterir dedin. Eşkenar dörtgende 4 üçgen bulunduğu için yarısını aldın. O yüzden ikiye böldük dedin.
40İ: Evet.
41A: Burada (formülde) x ve y köşegen uzunluklarını gösteriyor değil mi?
42İ: Evet.
43A: Başka eklemek istediğin bir şey var mı?
44İ: Yok.
45A: Peki işlemsel bir soru sorsam. Desem ki köşegenlerden bir tanesinin uzunluğu 20 cm, diğerinin uzunluğu 10 cm olan eşkenar dörtgenin alanı kaç cm^2'dir?
46İ: 20'yle 10'u çarparım 200. Sonrada ikiye bölerim 100.
47A: 100 cm^2 mi?
48İ: Evet.
49A: Köşegenlerden bir tanesinin uzunluğu 30 cm verilmiş, alanda 150 cm^2 verilmiş ise diğer köşegenin uzunluğu kaç cm olur?
50İ: Önce 30'a bölerim 5. Diğer uzunluk da 10.
51A: 10 cm mi oluyor?
52İ: Evet.
53A: Eklemek istediğin bir şey var mı?
54İ: Yok.



Şekil 41. İdris'in Üçüncü Soruya Ait Çözümü

Bu soru için İdris ile yapılan mülakat incelendiğinde, İdris'in sorunun cevabını gerekçesiyle birlikte kendinden emin bir şekilde açıkladığı, eşkenar dörtgenin alanını dikdörtgenin alanıyla ilişkilendirerek (20İ, 34İ, 36İ, 38İ) sahip olduğu üçgen sayılarından hareketle eşkenar dörtgenin alanına rahatça ulaştığı, süreç üzerinde hızlı ve esnek aynı şekilde içsel bir kontrol sağladığı görülmektedir. Elde edilen bu bulgulara göre öğrencinin eşkenar dörtgenin alanı ile ilgili bilgilerini bütün olarak algılayıp kapsüllediği ve bu soruda kapsülünden çıkarıp kullandığı söylenebilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği ve eşkenar dörtgenin alan formülünü matematiksel bir nesne olarak algıladığı düşünülmektedir.

4.2.1.4. Klinik mülakatın dördüncü sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

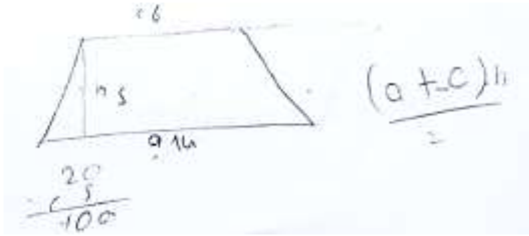
Klinik mülakatın dördüncü sorusunda katılımcıların yamuğun alan formülünü oluşturma süreçleri APOS teorisi çerçevesinde incelemek amaçlanmıştır. Elde edilen görüşme metinleri ve çalışma kâğıtlarına ait görüntüler aşağıda her bir öğrenci için ayrı ayrı verilmiştir.

4.2.1.4.1. Deney grubu öğrencilerinin klinik mülakatın dördüncü sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Gizem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın dördüncü sorusu için Gizem ile yaklaşık 4 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Gizem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, G: Gizem):

10G: (Soruyu sesli okuyup bir süre düşündükten sonra) geometrik şekil. Alan. Şöyle bir yamuk çizeyim. Bunun formülünü mü vereceğim? Mesela diyelim buraya "a" buraya "c" buraya da böyle "h" diyelim.
11A: "h" neyi gösteriyor?
12G: Yüksekliği. Alt taban "a" ile üst taban "c"'yi toplarım. (Yüksekliği göstererek) bunla çarparım çarpı "h" oluyor sonra da ikiye bölerim.
13A: Peki yamuğun alanının böyle hesaplandığını nasıl anladın? Yani yamuğun alanını veren formülün bu olduğunu nasıl gösterirsin?
14G: Hepsinin toplamını... (düşünüyor).
15A: Bunları nasıl buldun? Neden böyle bir formül çıktı?
16G: ... (düşünüyor).
17A: Soruda bize bu formülü nasıl oluşturduğumuz soruluyor?
18G: Sağlamasını yapsak.
19A: Sağlamasını nasıl yaparsın?
20G: Mesela sayı verirsem. Diyelim buna (alt taban) 14, buna (üst taban) 6, buna da (yükseklik) 5 diyelim. On dört ile altıyı toplarım 20. 5 ile çarparsam 100. Yüzün yarısı da 50.
21A: Bu yamuğun alanı 50 mi?
22G: Evet.
23A: Peki. Bu formülü nasıl oluşturabilirsin? Neden tabanları toplayıp yükseklik ile çarpıp çıkan sonucu ikiye bölüyoruz?
24G: Mesela bu yamuğun burasını kesip buraya yapıştırdığımızda böyle eş böyle birbirine paralel olur.
25A: Yani bu tarafı kesip ters çevirip buraya mı yapıştırdın?
26G: Evet.
27A: Ama bunun ikizkenar yamuk olduğu verilmemiş ki. Yani yan kenarlar eşit olduğunu bilmiyoruz. Eğer eşit olsaydı tamam dediğin olurdu. Ya eşit değilse?
28G: Eşit verilmemişse mesela... yani bize bu formülün nasıl oluşturulduğu mu soruluyor?
29A: Evet. Bildiğin diğer geometrik şekilleri kullanabilirsin.
30G: Bu soruyu geçebilir miyiz?
31A: Peki diğer soruya geçelim.



Şekil 42. Gizem'in Dördüncü Soruya Ait Çözümü

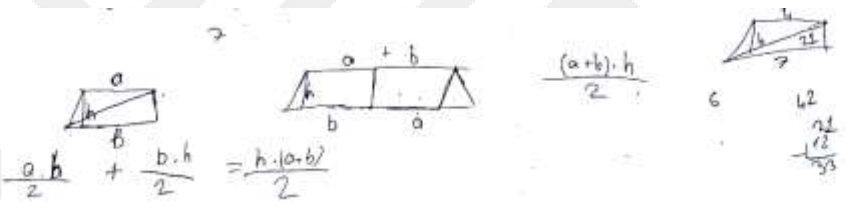
Gizem ile dördüncü soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde öğrencinin yamuğun alanına ait çok işlemsel soru çözdüğü bunun doğal sonucu olarak da formülü ezberleyip içselleştirdiği karşılaştığı işlemsel sorulara (20G) yansıtıp sonuca çok rahat bir şekilde ulaştığı ancak öğrencinin yamuğun alanını veren formülü diğer şekillerin alanlarından yararlanarak oluşturamadığı diğer bir ifadeyle inşa edemediği görülmektedir. Öğrencinin formülü ezbere söylemesi "Eylem aşamasında", olabileceği şeklinde yorumlansa da bu formülü karşılaştığı işlemsel soruya herhangi bir dış uyarana gereksinim duymadan kendinden emin ve hızlı bir biçimde yansıtması ise "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediğini düşündürtmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" olabileceği söylenebilir.

Meltem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın dördüncü sorusu için Meltem ile yaklaşık 5 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Meltem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, M: Meltem):

10M: (Sesli okuyup bir süre düşündükten sonra) hocam bir yamuk çizip ters çevirip tekrar oluşturulup kenarları üzerinden birbirine şey yaparsak birleştirirsek (çiziyor). Hocam böyle oluyor. Buraya "a", buraya "b" dersek burası "a" burası "b" olur (yazıyor). Taban buraya geldiği için "a+b" dir. Yüksekliği "h" dersek.
11A: Yamukların birleşiminden oluşan bu şekil hangisidir?
12M: Paralelkenar.
13A: Paralelkenar. Peki, paralelkenarın alanı nasıl bulunuyordu?
14M: Ee… paralelkenarın alanı hocam bir üçgeni kesip diğer tarafa yapıştırsak dikdörtgen elde ediyorduk. Alanı da taban çarpı yükseklik oluyordu.
15A: Evet (devam et anlamında).
16M: Ee… hocam burada iki tane yamuk oluşturduğumuz için alan $\frac{(a+b).h}{2}$ *olur. Çünkü iki tane yamuk kullandık.*
17A: Peki başka nasıl yapabilirsin?
18M: ... (düşünüyor).
19A: Diyelim ki elinde bir tane yamuk var. Bu yamuğun alan formülünü başka nasıl oluşturabilirsin?
20M: ... (düşünüyor).
21A: Bir tane yamuk çizebilir misin?
22M: ... (çiziyor).
23A: Tabanlarını ve yüksekliğini biraz önceki gibi isimlendirirsen daha rahat yorum yaparsın. Biraz önceki aynı harfleri kullanabilirsin.
24M: ... (isimlendiriyor).

25A: Biraz önce sen bunun (yamuğun) alan formülünü paralelkenardan yaralanarak oluşturdun. Başka nasıl oluşturabilirsin?
26M: (Bir süre düşündükten sonra) hocam köşegen çizersek iki tane üçgen elde ederiz (köşegen çiziyor).
27A: İki üçgen oluştuğunu söyledin.
28M: Evet. Bu üçgenin alanını taban çarpı yükseklik bölü ikiden bulurum ($\frac{a.h}{2}$ yazıyor).
29A: Peki diğer üçgenin alanını nasıl hesaplarsın?
30M: Hocam onunkini de taban çarpı yükseklik bölü ikiden bulurum ($\frac{b.h}{2}$ yazıyor).
31A: Evet (devam et anlamında).
32M: Bunların toplamı yamuğun alanını verir. (Gerekli işlemleri yaptıktan sonra $\frac{h.(a+b)}{2}$ sonucuna ulaştı).
33A: Aynı sonucu mu elde ettik?
34M: Evet.
35A: Peki şöyle bir soru sorsam. Tabanlarından biri dört, diğeri yedi santim yüksekliği altı santim olan bir yamuk verilmiş olsun. Onun alanı nasıl hesaplarsın?
36M: (Yamuk ve içine bir köşegen çizerek) hocam taban çarpı yükseklik bölü ikiden altı kere yedi kırk iki. Bölü ikiden yirmi bir. Hocam şurası yirmi bir. Hocam aynısını burada da yaparız. Taban çarpı yükseklik altı ile dördü çarparız yirmi dört. İkiye bölersek on iki. Toplam otuz iki.
37A: Başka söylemek istediğin bir şey var mı?
38M: Yok.



Şekil 43. Meltem'in Dördüncü Soruya Ait Çözümü

Dördüncü soruya yönelik olarak Meltem ile yapılan mülakat incelendiğinde öğrencinin başlangıçta yamuğun alan formülünü, paralelkenar ile ilişkilendirerek oluşturduğu (10M, 12M, 14M, 16M), sonrasında ise üçgenin alanı ile ilişkilendirerek yine aynı sonuca ulaştığı görülmektedir (26M, 32M). Öğrenci çözüm sürecinde içsel kontrol sağlamış, neyi niçin yaptığını açıklayabilmiş, süreçte herhangi bir dış uyaran ya da ipucuna ihtiyaç duymamış, özümseyip içselleştirdiği bilgilerini bir bütün olarak algılayıp kapsüllemiştir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği ve yamuğun alanını veren formülü matematiksel bir nesne olarak algıladığı söylenebilir.

Dilek'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın dördüncü sorusu için Dilek ile yaklaşık 4 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Dilek arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, D: Dilek):

10D: (Soruyu sesli okuyup kâğıda yamuk şekli çizdikten sonra) yamuğun alan formülü: $\frac{(Alt\,taban + Üst\,taban).Yükseklik}{2}$*. (Taban ve yüksekliği isimlendirdikten sonra) yani* $\frac{(a+b).h}{2}$

11A: Evet (devam et anlamında).

12D: Bu formülü paralelkenardan yapıyorduk böyle. Ters çeviriyorduk. Böyle ters çevirdiğimizde burası "a" oluyor. Bura "b" oluyor.

13A: (Yamuğu göstererek) bu üst taban uzunluğuna "a" dedin, alt taban uzunluğuna "b" dedin.

14D: Evet.

15A: Paralelkenar elde etmek için eş bir yamuk oluşturup bu yamuğa ters çevirip yapıştırdın.

16D: Evet.

17A: Peki bunun (paralelkenarın) alanı nasıl bulunuyordu?

18D: Taban çarpı yükseklik. Yani tabanı (a + b)'yi yükseklikle çarpacağız. (Paralelkenar şeklini göstererek) sonra burada iki tane yamuk olduğu için biz bunu ikiye böleceğiz.

19A: Peki bu alan formülünü daha farklı bir şekilde oluşturabilir misin? Yani bu yamuğun alan formülünü başka hangi şekilden ya da hangi şekillerden faydalanarak nasıl oluşturabilirsin?

20D: (Bir süre düşündükten sonra) şey üçgenden. ... (yamuğun bir köşegenini çizerek yamuğu üçgenlere ayırdı).

21A: Şu an ne yaptın?

22D: Köşegen çizdim. İki tane üçgen oluştu burada. Üçgenin alanını $\frac{Taban.Yükseklik}{2}$ *den buluyorduk.*

23A: Harflendirsen daha mı kolay olur?

24D: Tamam. Bu üçgenin alanı $\frac{a.h}{2}$*, bu üçgenin alanı* $\frac{b.h}{2}$ *oluyor. Sonra bunları topluyoruz. (Gerekli işlemleri yaptıktan sonra) böyle.*

25A: Paralelkenardan yararlanarak oluşturduğun sonuçla aynı mı?

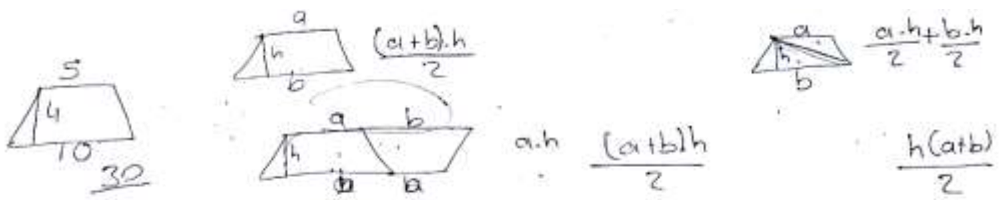
26D: Evet ama üçgenlerden daha kolay oldu bence.

27A: (Üçgenlerin alanlarını göstererek) peki burada neden topladık?

28D: Çünkü ikisinin yani ikisini birleştirirsek yamuk elde edilir o yüzden.

29A: Peki şöyle bir soru sorsam: yamuğumuzun tabanlarından biri 5 santim olsun. Diğeri 10 santim olsun, yükseklikte 4 santim olsun. Bu yamuğun alanın kaç santimetrekaredir? Yamuğu çizip çözebilirsin.

30D: Tabanları toplayacağız on beş. Çarpı dört altmış. Altmış bölü ikiden otuz (sonucu yazıyor).



Şekil 44. Dilek'in dördüncü soruya ait çözümü

Dilek ile dördüncü soruya yönelik mülakat incelendiğinde, öğrencinin yamuk şeklini çizip taban ve yükseklik gibi temel elemanlarını şekil üzerinde gösterdiği, yamuğun alanı formülünü paralelkenar (12D, 18D) ya da üçgenler (20D, 24D, 28D) ile ilişkilendirerek oluşturduğu diğer bir ifadeyle sentezlediği ve matematiksel bir nesneye dönüştürdüğü görülmektedir. Sonrasında sorulan işlemsel soruda nesneleştirmiş olduğu bu formülü kapsülünden çıkarıp kullanarak hızlı bir biçimde zihninden işlem yaparak nihai sonuca ulaşmıştır (30D). Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği ve yamuğun alanını veren genel ifadeyi (formülü) soyutladığı söylenebilir.

Zeliha'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın dördüncü sorusu için Zeliha ile yaklaşık 3 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Zeliha arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, Z: Zeliha):

10Z: (Soruyu sesli okuduktan sonra) dik yamuk mu normal mi çizeyim?

11A: İstediğin yamuğu çizebilirsin.

12Z: Dik yamuk çizeceğim. (Dik yamuk çizdikten sonra) şimdi burası dik olduğu için buraya (yüksekliğe) h diyebiliriz. Buraya (üst taban) "b", buraya (alt taban) "a" diyelim.

13A: (Alt ve üst tabanı göstererek) peki bunlar neyi gösteriyor?

14Z: Tabanları gösteriyor.

15A: Devam edelim.

16Z: Şimdi bunlara göre yamuğun alanı $\frac{(a+b).h}{2}$ *olur. Bunun sebebi aynı yamuktan buraya bir tane daha çizip ters çevirip buraya getirdiğimizde dikdörtgen oluşuyor. Buraya "b" geliyor buraya da "a" geliyor ters çevirdiğimiz için. Şimdi dikdörtgenin alanını bulmak için burayla (en) burayı (boy) çarpıyorduk.*

17A: Evet (devam et anlamında).

18Z: Burayla (a) burayı (b) toplayıp burayla (h) çarpıyoruz ama bizden yamuğu istediği için ikiye bölüyoruz.

19A: Peki. Bu yamuğun alanını başka nasıl oluşturabilirsin?

20Z: (Şekle bakarak kısa bir süre düşündükten sonra) üçgenlerden.

21A: Üçgenlerden derken. Çizerek gösterebilir misin?

22Z: (Yamuk çizip içine bir köşegen çizdikten sonra) hocam bu şekilde bölüyoruz.

23A: (Çizdiği köşegeni göstererek) bu hangi eleman?

24Z: Köşegen. Sonra buradan yüksekliği çizelim.

25A: Evet (devam et anlamında).

26Z: (Tabanları göstererek) şimdi burada şurası (üst taban uzunluğu) "a" şurası (alt taban uzunluğu) "b" olsun.

27A: Evet (devam et anlamında).

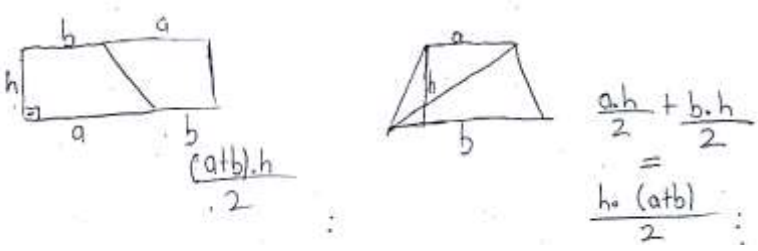
28Z: Burası $\frac{a.h}{2}$

29A: (Teyit amaçlı) bu üçgenin alanı değil mi?

30Z: Evet. (Diğer üçgeni göstererek) burası $\frac{b.h}{2}$ *(yazıyor). Bunların toplamı da yamuğun alanını veriyor hocam.*

31A: Evet (devam edelim anlamında).

32Z: (Gereken sadeleştirme işlemlerini yaptıktan sonra) yine aynı sonuca ulaştık.



Şekil 45. Zeliha'nın Dördüncü Soruya Ait Çözümü

Zeliha ile dördüncü soruya yönelik yapılan mülakatta, öğrencinin çözüm sürecinde içsel kontrole sahip olduğu, neyi niçin yaptığını açıklayabildiği, herhangi bir dış uyarana veya ipucuna ihtiyaç duymadığı, yamuğun alanını hem dikdörtgen hem de üçgenle ilişkilendirerek oluşturduğu (16Z, 18Z, 20Z, 22Z, 28Z, 30Z) ve oluşturduğu bu formülü hem sözel bir dille hem de matematiksel bir dille ifade ettiği görülmektedir (16Z, 18Z, 30Z). Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği ve yamuğun alanını soyutladığı söylenebilir.

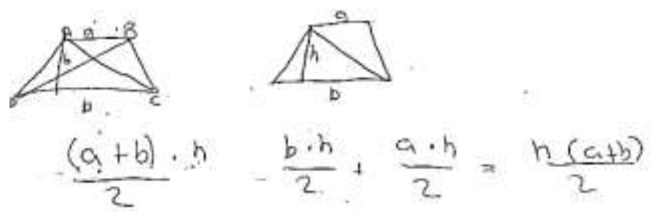
4.2.1.4.2. Kontrol grubu öğrencilerinin klinik mülakatın dördüncü sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Sevda'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın dördüncü sorusu için Sevda ile yaklaşık 6 dakika süren bir klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı ile Sevda arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, S: Sevda):

10S: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam şimdi yamuğunkini dikdörtgenden yapabilir miyiz?
11A: Nasıl yapabiliriz?
12S: (Bir yamuk çizdikten sonra) böyle yaparsak köşegenleri birleştiririz. Köşegen birleştirirsek dört tane üçgen çıkıyor. Üçgenlerden belki gidersek yapabiliriz hocam.
13A: Dört tane üçgen olduğunu söyledin değil mi?
14S: Evet.
15A: Üçgenin alanlarından gidelim diyorsun. Ama bu üçgenlerin yüksekliklerini bilmiyorsun.
16S: Yüksekliklerini bilmiyorsak eğer yükseklik ama hocam burayı kesip buraya yapıştırırsak dikdörtgen oluşur.
17A: Yani emin misin buranın (yan kenar) buraya (yan kenar) eşit olduğundan? Dikdörtgen olması için birbirine yan kenarların birbirine eşit olması gerekiyor. Ama eşit olup olmadıklarını bilmiyoruz.
18S: O zaman paralelkenar mı oluyor birbirine eşit olmadığından dolayı? ... (düşünüyor).
19A: Kenar uzunluklarına istersen değer ya da harf verebilirsin.
20S: Nasıl yani?
21A: Taban uzunluğu ne olsun?
22S: Alt tabana "b" diyeyim hocam üst taban "a".
23A: Yüksekliğe?
24S: Yüksekliğe de "h".
25A: Tamam şimdi yamuğun alan formülünü hatırlıyor musun?
26S: Taban artı yükseklik çarpı. Yok, hocam pardon hocam $\frac{(a+b).h}{2}$
27A: Söylediğini yaz istersen.
28S: ... (yazıyor).
29A: Bunu (alan formülünü) nasıl oluşturabilirsin? Yani yamuğun alanını veren genel ifadenin bu olduğunu nasıl ispatlarsın?
30S: Nasıl ispatlarım hocam. Alanı bulmak için hocam üst tabanla alt tabanı toplayıp yükseklikle çarptım. Sonra da ikiye böldüm.
31A: Neden topladın?
32S: Alanını bulmak için.
33A: Neden çarpmadın?
34S: Hocam çünkü alan yükseklik çarpı üst taban artı alt taban toplayıp.
35A: İşte niye topladık burada.
36S: ... (düşünüyor).
37A: Diğer geometrik şekillerden faydalanabilirsin. Örneğin, üçgenden faydalanabilirsin paralelkenardan işte dikdörtgenden veya kareden. Bunları kullanabilirsin. Bunlardan faydalanarak bu yamuğun alanını nasıl oluşturabilirsin?
38S: ... (düşünüyor).
39A: Mesela üçgenin alanını oluşturmak için dikdörtgeni kullandık. Dikdörtgeni böldük iki tane üçgen oluştu. O yüzden bölü iki oldu. Senden burada farklı şekillerden yararlanarak yamuğun alanını nasıl oluşturabileceğin soruluyor.
40S: Nasıl yani farklı şekiller hocam?
41A: Mesela bir tane yamuk çiz.
42S: ... (çiziyor).
43A: Yüksekliğini de çiz ve taban uzunluklarını harflendir.

44S: Tamam hocam.
45A: Şimdi bunu (yamuğu), alanlarını bildiğin şekillere bölebilirsin.
46S: Yani bildiğim şekillerse eğer bunu yani kes yapıştır yaparsak hocam buraya.
47A: O zaman bunların (yan kenarların) eşit olması gerekiyor. Biliyor muyuz eşit olduklarını?
48S: Eşit olduğunu bilemediğimizden dolayı üçgenden yola çıksak. Çok karışık bir soru hocam. Yani yukardaki dikdörtgende yaptığımız gibi böyle ikiye bölsek.
49A: Nasıl bölsek?
50S: Yani köşegenlerinden (köşegen çiziyor). Şimdi iki tane üçgen oldu.
51A: Üçgenin alanını nasıl bulursun?
52S: Taban çarpı yükseklik bölü iki.
53A: (Üçgeni göstererek) bunun tabanı hangisidir?
54S: Taban? Bununki "b".
55A: Yüksekliğe "h" dedin.
56S: Evet hocam çarpı yükseklik.
57A: Bu üçgenin alanı değil mi?
58S: Evet.
59A: Taban çarpı yükseklik. Bölü ikisi var mı yok mu?
60S: Vardı hocam ($\frac{b.h}{2}$ ifadesini yazıyor).
61A: Şimdi ne yapacağız?
62S: Şimdi bu (diğer) üçgenin alanını buluyoruz.
63A: Bu üçgenin alanı nedir?
64S: O da hocam yine $\frac{a.h}{2}$. Bunların toplamı toplam alanı veriyor.
65A: Evet (devam edelim anlamında).
66S: (Araştırmacının desteğiyle gerekli işlemleri yaptıktan sonra) $\frac{h.(a+b)}{2}$
67A: Aynı sonuca mı ulaştık?
68S: Evet hocam.
69A: Peki. Bu soruda bunun (yamuğun) alanını nasıl buldun? Özetlemek ister misin?
70S: Hocam alanını bulmak için taban çarpı yükseklik bölü ikiden yola çıkarak hocam yamuktan iki üçgen elde edip topladık.
71A: Üçgenlerden gittik diyorsun?
72S: Evet üçgenlerden gittik
73A: Eklemek istediğin bir şey var mı?
74S: Yok.



Şekil 46. Sevda'nın Dördüncü Soruya Ait Çözümü

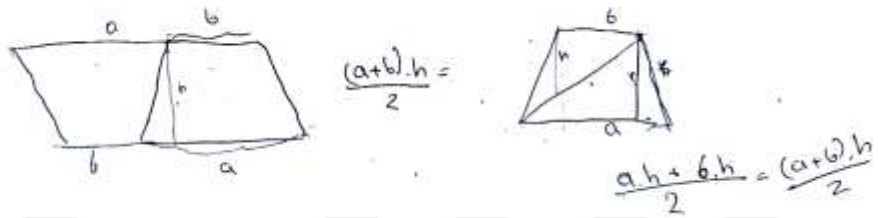
Seda ile dördüncü soruya yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin başlangıçta söylediklerinde çok emin olmadığı genellikle araştırmacıdan onay beklediği (10S, 12S, 18S), sonrasında yamuğu dikdörtgenle ilişkilendirerek alanını oluşturmayı düşündüğü (16S) ancak araştırmacının yönlendirici sorularıyla (17A) bu durumun her zaman geçerli olmayacağını fark ettiği görülmektedir (48S). Sonrasında Seda'nın yamuğun formülünü hem sözel hem de matematiksel bir dille ifade ettiği (26S) ancak bu formülü ezber mi yoksa matematiksel bir nesne olarak algılayıp algılamadığı anlamak için görüşme devam etmiş, öğrenciden bu formüle nasıl ulaşabileceği sorgulanmıştır (29A). Bunun üzerine öğrenci yamuğu üçgenle ilişkilendirerek (48S, 50S) üçgenlerin alanları toplamından hareketle yamuğun alan formülünü oluşturmuş (64S, 66S) ve süreci kendinden emin bir şekilde açıklamıştır (70S). Elde edilen bu bulgulara göre öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

Nevin'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın dördüncü sorusu için Nevin ile yaklaşık 5 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nevin arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nevin):

10N: (Soruyu sesli okuduktan sonra) yamuğun alan formülü hocam şöyleydi (yamuk çiziyor). Hocam şuradan yükseklik indiriyorduk. Yüksekliğe "h" diyorduk ve burası da taban oluyordu. Alt tabana "a" diyelim üst tabana "b".
11A: Evet (devam et anlamında).
12N: Ee… "(a+b).h" yani üst tabanla alt taban toplamı çarpı h olur. Burada yamuğun alanını buluyoruz.
13A: (Teyit amaçlı) yamuğun alanı, tabanlar toplamı çarpı yükseklik olduğunu mu düşünüyorsun?
14N: Hıhı.
15A: Peki bu formülü nasıl oluşturabilirsin?
16N: (Bir süre düşündükten sonra) şöyle oluşturabiliriz. Hocam yanına bir tane daha yamuk ekliyoruz şuraya ters çevirip (çiziyor).
17A: Evet (devam et anlamında).
18N: Burası "b" oluyor burası "a" oluyor yine aynısı. Ama burada ikiye bölüyoruz. Çünkü 2 tane olduğu için. Yine aynısı ama bölü iki yapıyoruz.
19A: Şimdi alan $\frac{(a+b).h}{2}$ *mi yoksa (a+b).h mı? Bu ikisinden hangisidir? Bunu netleştirmemiz gerekiyor.*
20N: ... (düşünüyor).
21A: Burada aynı yamuktan bir tane daha ters çevirip yapıştırdın. Ortaya hangi şekil çıktı?
22N: Paralelkenar.
23A: Peki paralelkenarın alanı nasıl bulunuyordu?
24N: Yükseklik çarpı taban.
25A: O yüzden bu iki yamuğun alanı toplamı ne oldu?
26N: (a+b).h
27A: Burada "a+b" neyi gösteriyor?
28N: Paralelkenarın tabanını. Ama burada iki tane yamuk olduğu için ikiye böldüm.
29A: O zaman yamuğun alanını nasıl buluyoruz?
30N: $\frac{(a+b).h}{2}$
31A: Peki bu formülü başka nasıl oluşturabilirsin?
32N: İki tane yamuktan mı yoksa bir tane yamuktan mı?
33A: Bir tane yamuğun alanını bildiğin diğer şekillerin alanlarından yararlanarak nasıl oluşturabilirsin?
34N: ... (düşünüyor).
35A: Mesela üçgenlerden yararlanabilirsin ya da dikdörtgen ya da kare.
36N: Köşegen yaparak bulabilir miyiz?
37A: Nasıl?
38N: Mesela köşegen yaparak yamuktan iki tane üçgen yapsak. Üçgenlerin alanını bulduktan sonra... (düşünüyor).
39A: Söylediğini şekil üzerinde gösterebilir misin?
40N: Önce bir yamuk çizeyim (çiziyor). Köşegen çizip iki tane üçgen çıkıyor bu şekilde. Şimdi bunların alanlarını bulacağım.
41A: Üçgenin alanı nasıl bulunuyordu?

42N: Üçgenin alanı taban çarpı yükseklik bölü iki. Bunun alanı oluyor. Buraya (alt taban) "a", buraya (üst taban) "b" diyelim burası da "h" olsun. O yüzden taban çarpı yükseklik bölü iki, burada da $\frac{a.h}{2}$ *oluyor.*
43A: (Diğer üçgeni göstererek) bunun alanı?
44N: Bunun alanı da $\frac{b.h}{2}$ *olur. Bunların toplamı yamuğun alanını eşit oluyor. (Gerekli işlemleri araştırmacının desteğiyle yaptıktan sonra* $\frac{(a+b).h}{2}$ *sonucuna ulaşıyor).*
45A: (Bulduğu sonucu göstererek) aynı sonuca mı ulaştın?
46N: Evet aynı.



Şekil 47. Nevin'in Dördüncü Soruya Ait Çözümü

Nevin ile dördüncü soruya ait yapılan mülakat incelendiğinde, soruyu okuduktan sonra formülü yanlış ifade ettiği görülmektedir (12N). Ancak sonrasında öğrenci yamuğun alanını hem paralelkenar hem de üçgen ile ayrı ayrı ilişkilendirerek (16N, 18N, 22N, 28N, 38N, 40N, 42N, 44N) oluşturmakta (18N, 44N) ve başlangıçtaki hatasını düzeltmektedir (30N). Süreçte öğrencinin içsel kontrol sağlayarak dış uyaran ya da ipuçlarına ihtiyaç duymamaktadır. Yamuk şeklini ise formülü oluşturma sürecini açıklamak için çizmektedir (Şekil 47). Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği ve yamuğun alanını veren genel ifadeyi (formülü) soyutladığı söylenebilir.

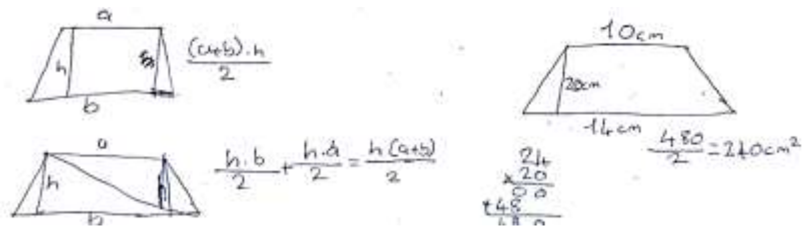
Nazlı'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın dördüncü sorusu için Nazlı ile yaklaşık 7 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nazlı arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nazlı):

10N: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam üst tabanla alt tabanı toplayıp yüksekliğe çarpıp ikiye bölüyorduk (bir tane yamuk çiziyor).
11A: (Kenarları göstererek) istersen uzunluklarına değer olarak harf verebilirsin?
12N: ... (harflendirip formülü bu değerlere göre yazıyor).
13A: (Yan kenarları gösterip) yükseklik burası mıdır?
14N: Yok hayır.
15A: Peki burada bunlara (kenarlar) hangi isimler veriliyor?
16N: Burayı hocam kesip buraya yapıştırma.
17A: Yan kenarlar değil mi?
18N: Evet.
19A: Yamuğun alan formülünün böyle [$\frac{(a+b).h}{2}$*] olduğunu yazdın. Bu formülü nasıl oluşturabilirsin? Yani bu formüle nasıl ulaşabilirsin?*

20N: Hocam burayı kesip buraya yapıştırınca paralelkenar oluyor (heyecanlanıyor).
21A: Rahat ol derin bir nefes al sıkıntı yok. Bildiğin diğer şekillerden yararlanacaksın. (Bir önceki soruyu göstererek) mesela burada üçgenleri biliyordun üçgenlerden gittin.
22N: Hocam dikdörtgende hocam uzun kenarla kısa kenarı çarpıyorduk yani yükseklikle tabanı. Bunu da (paralelkenarı) öyle yaptık.
23A: Evet (devam et anlamında).
24N: Hocam burayı yükseklikten kesip buraya yapıştırıyorum paralelkenar oluyor. Paralelkenarın alanını da öyle buluyorduk yani böyle.
25A: Ama sen burayı kesip buraya yapıştırırsan bak buradan kestin ya bu dik oluyor.
26N: O zaman dikdörtgen oluyor.
27A: Dikdörtgen? Ama buranın (yan kenar) buraya (yan kenar) eşit olduğunu nerden biliyorsun? Dikdörtgen olması için eşit olması gerekiyor bu yan kenarların. O ikizkenar yamukta var sadece.
28N: O yüzden zaten herhalde ikiye bölüyorduk.
29A: Başka nasıl oluşturabilirsin? Paralelkenar, dikdörtgen, kare ya da üçgenlerden yararlanabilir misin? İstersen şuraya bir tane daha yamuk çiz.
30N: ... (çizdikten sonra düşünüyor).
31A: Yüksekliği de çiz ve isimlendir. Tabanları da isimlendir.
32N: ... (isimlendirdikten sonra düşünüyor).
33A: Bunu (yamuğu) hangi şekle dönüştürüp alanını bulursun?
34N: Bunu kesip buraya yapıştırırsam hocam dikdörtgen oluyor.
35A: Ama bu parça ile şu parça sence eşit mi? Burası daha büyük sanki. Çünkü yan kenar uzunlukları farklı. Bundan başka bir yöntem aklına geliyor mu?
36N: Yok gelmiyor.
37A: Peki bir önceki soruda olduğu gibi yine üçgenlerden faydalanabilir misin?
38N: ... (düşünüyor).
39A: Üçgen oluşturabilir misin?
40N: Burada bir üçgen var zaten hocam.
41A: Normal o yüksekliği göstermek için oluşturmuştun. Bunu (yamuğu) üçgenlere bölmek için ne yaparsın?
42N: Köşegenini çizerim hocam.
43A: Bir tane köşegen çiz bakalım.
44N: ... (farkında olmadan yükseklik çiziyor).
45A: Köşegen nerden çizilecek?
46N: Köşeden köşeye (hatasını fark edip doğrusunu çiziyor).
47A: Peki üçgenler oluştu mu?
48N: Evet.
49A: Bu üçgenlerin alanlarını bulabilir misin? Üçgenin alanını nasıl buluyorduk?
50N: Yükseklikle tabanın çarpımıydı.
51A: Yükseklik çarpı taban mı?
52N: Bölü iki.
53A: (Teyit amaçlı) bölü ikide mi var diyorsun?
54N: Evet.
55A: Peki şu birinci üçgenin alanını nasıl bulursun?
56N: h ile b'yi çarpar ikiye bölerim.
57A: Yaz bakalım.
58N: ... ($\frac{h.b}{2}$ ifadesini yazıyor).
59A: Peki bu üçgenin (diğerinin) alanını nasıl bulursun?
60A: Burada yine $\frac{h.a}{2}$ olur.
61A: Burada "a" neyi gösteriyor?
62N: "a" üst tabanı.
63A: Yüksekliği nedir?
64N: Yüksekliği h.
65A: Bu üçgenlerin alanını buldun. Şimdi ne yapacaksın?
66N: Toplarım.
67A: Evet (devam et anlamında).
68N: (Gerekli işlemleri araştırmacının desteğiyle yaptıktan sonra) $\frac{h.(a+b)}{2}$

69A: Aynı sonuca mı ulaştın?
70N: Evet.
71A: Bir tane yamuk çizebilir misin?
72N: ... (çiziyor).
73A: Bunun (yamuğun) üst tabanı 10 cm alt tabanı 14 cm yüksekliği de 20 cm olsun. Bunun (yamuğun) alanı kaç cm^2'dir?
74N: 10' la 14'ü toplarsam 24 cm, 20'yle çarpıp ikiye bölerim. (İşlem yaptıktan sonra) 240 cm^2 ediyor.



Şekil 48. Nazlı'nın Dördüncü Soruya Ait Çözümü

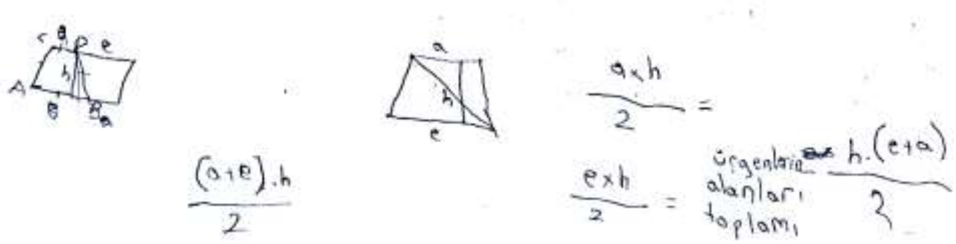
Nazlı ile dördüncü soruya yönelik yapılan görüşme incelendiğinde, öğrencinin soruyu okuduktan sonra hemen formülü sözel bir dille ifade ettiği (10N), yamuğu dış uyaranlar olmadan çizebildiği ve bu çizimi çözümünü açıklamak için kullandığı (Şekil 48), yükseklik ile yan kenarları ayırt ettiği (14N) görülmektedir. Paralelkenarın alan formülünü, paralelkenar ile dikdörtgen ilişkilendirerek oluşturma sürecini yamuğun alan formülüne genellemeye çalışmış (22N, 24N, 34N), sonrasında yamuğu dikdörtgen ile ilişkilendirme konusunda ısrar etmekte (34N) ancak araştırmacının bu durumun sadece ikizkenar yamukta geçerli olacağını söylemesi (27A, 35A) sonrası bu ısrarından vazgeçmiştir. Sürecin devam etmesi amacıyla verilen ipuçları (37A, 39A) ve yönlendirici sorular (29A) sonrası üçgenlerin alanlarından hareketle (58N, 60A) yamuğun alanını kendi başına oluşturduğu (68N) ve sonrasında sorulan işlemsel soruya başarılı bir şekilde yansıttığı görülmektedir (74N). İşlemsel soruyu çözerken üçgenlerden değil de mülakatın başında sözel bir dille ifade ettiği alan formülünü hızlı ve esnek biçimde tereddüt etmeden kullanması öğrencinin bu formülü aslında matematiksel bir nesne halinde algıladığını ve karşılaştığı bu soru karşısında kendini (formülü) oluşturan süreçlere geri kapsüllemiş olabileceğini düşündürtmektedir. Dolayısıyla bu soruda öğrencinin en az "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

İdris'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın dördüncü sorusu için İdris ile yaklaşık 6 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile İdris arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, İ: İdris):

10İ: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam bir tane yamuğumuz var. Hocam onun yanına bir tane daha ona eşit bir yamuk çizersek bu bir eşkenar dörtgen olacağı için,
11A: Eşkenar dörtgen mi?

12İ: ... (düşünüyor).
13A: Bir yamuk çizip isimlendirebilir misin?
14İ: ... (çiziyor).
15A: Burada (yamuk) tabanlar hangileriydi?
16İ: Hocam taban burayla bura.
17A: Yapacağın işlemler daha kolay olsun diye taban uzunluklarına herhangi bir değer verebilirsin. Peki, yükseklik neresi?
18İ: Yükseklikte hocam şurada (yan kenar).
19A: (Teyit amaçlı) o yükseklik mi?
20İ: Yok şurası yükseklik oluyor.
21A: Dik indirdiğimiz değil mi?
22İ: Evet.
23A: Peki şimdi bunun (yamuğun) alanı nasıl bulunuyor? Buranın uzunluğuna (üst taban) "a", buraya (alt taban) "e" yüksekliğe de "h" dedin.
24İ: Evet. (Yamuğun yanına başka bir yamuğu ters çevirip yapıştırdıktan sonra) hocam bu a'nın yanına "e" gelecekti.
25A: Bunu (yamuğu) ters çevirip yapıştırdın mı?
26İ: Evet.
27A: Buna "a" dedin buna "e" dedin. Burası ne oluyor?
28İ: "a" oluyor. Sonra a'yla e'yi toplayacağız.
29A: Neden topluyoruz?
30İ: Çünkü oranın (taban) tamamının uzunluğu.
31A: Sonra?
32İ: Sonra bunu yükseklikle çarpıp, ikiye böleceğiz. Çünkü burada iki tane yamuk olduğu için. Bize bir tanesi gerekiyor.
33A: Burada "a" ile "e" tabanları mı gösteriyor?
34İ: Evet.
35A: (Teyit amaçlı) o zaman sen yamuğun alanı formülünü nasıl bulmuş oldun?
36İ: Tabanların toplamını buldum. Hocam sonra yükseklikle çarptım ikiye böldüm.
37A: Peki aynı ifadeyi yani yamuğun alan formülünü bu yöntemden farklı bir yolla bulabilir misin?
38İ: Evet.
39A: Nasıl?
40İ: Üçgenden.
41A: Üçgenden nasıl buluyorsun?
42İ: Hocam bir tane köşegeni çizdiğimizde iki üçgen oluşuyor (çiziyor).
43A: Evet (devam et anlamında). Taban uzunluklarına istersen yine değer ver?
44İ: Bura "e" ve bura "a" (yazıyor). ... (yüksekliği çizip h değerini veriyor). Hocam öncelikle bir tane üçgenin alanını bulmak için hocam a'yla hocam şu h'ı çarpacağım. Hocam sonra da onun yarısını alacağım.
45A: (Teyit amaçlı) üçgenin alanını bulmak için tabanla yüksekliği çarpıp ikiye mi böldün?
46İ: Evet hocam taban çarpı yükseklik bölü iki ($\frac{a\,x\,h}{2}$ ifadesini yazıyor).
47A: Diğer üçgenin alanı?
48İ: Diğer üçgeninki de $\frac{e\,x\,h}{2}$
49A: Şimdi ne yapacaksın?
50İ: Sonra çıkan bu sonuçları hocam toplayacağız.
51A: Şurada (çalışma kâğıdında) topla bakalım.
52İ: Hocam ortak çarpan parantezine alsak?
53A: Olur.
54İ: (Gerekli işlemlerden sonra) $\frac{h.\,(e+a)}{2}$
55A: Peki şöyle bir soru sorsam; burası (alt taban) 10 cm burası da 20 cm yükseklikte 10 cm verilmiş olsun. Bunun (yamuğun) alanı kaç cm^2 olur?
56İ: 150.
57A: Peki eklemek istediğin başka bir şey var mı?
58İ: Yok.



Şekil 49. İdris'in Dördüncü Soruya Ait Çözümü

İdris ile yapılan dördüncü soruya yönelik incelendiğinde, öğrencinin yamuk şeklini çizip taban ve yükseklik gibi temel elemanlarını şekil üzerinde gösterdiği (16İ, 20İ, Şekil 49), yamuğun alan formülünü paralelkenar (32İ, 36İ) ya da üçgenler (40İ, 42İ, 44İ, 46İ, 48İ, 50İ, 54İ) ile ilişkilendirerek oluşturduğu diğer bir ifadeyle sentezlediği ve matematiksel bir nesneye dönüştürdüğü görülmektedir. Sonrasında sorulan işlemsel soruda nesneleştirmiş olduğu bu formülü kapsülünden çıkarıp kullanarak hızlı bir biçimde zihninden işlem yaparak nihai sonuca ulaşmıştır (56İ). Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği ve yamuğun alanını veren genel ifadeyi (formülü) soyutladığı söylenebilir.

4.2.1.5. Klinik mülakatın beşinci sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Klinik mülakatın beşinci sorusunda katılımcıların, aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin alanları ile kenar uzunluklarını ilişkilendirme sürecindeki davranışları APOS teorisine göre incelemek amaçlanmıştır. Elde edilen görüşme metinleri ve çalışma kâğıtlarına ait görüntüler aşağıda her bir öğrenci için ayrı ayrı verilmiştir.

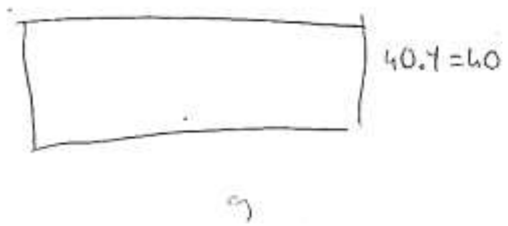
4.2.1.5.1. Deney grubu öğrencilerinin klinik mülakatın beşinci sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Gizem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın beşinci sorusu için Gizem ile yaklaşık 5 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Gizem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, G: Gizem):

10G: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor). Dikdörtgen çiziyim. 4 oğluna eşit şekilde... (düşünüyor).
11A: Dört oğluna eşit uzunlukta birer ip veriyor. Burada ipin uzunluğu neyi gösteriyor sence?
12G: Çevresini.
13A: Peki bu soruda ne yapmayı düşünüyorsun?
14G: ... (düşünüyor).
15A: Soruyu aynı çevre uzunluk değerine sahip en büyük alanlı dikdörtgeni bulmak şeklinde düşünebilirsin.
16G: Evet. Mesela çevresi 40 desek, kenarları 1'e 40 olacak.
17A: Kenar uzunlukları 1'e 40 olursa çevresi kaç olur?

18G: 80 ile 2'yi toplarız 82.
19A: (Şekli göstererek) Bunun çevresinin 40 olduğunu söyledin. Yani bu dört kenarın toplamı 40 olacak. Bu durumda kenar uzunlukları kaç birim olabilir?
20G: Kenar uzunlukları. ... (düşünüyor).
21A: Örneğin bu kenara 5 birim desem, burada 5 olur. Toplam 10 birim oldu. 40'tan çıkarırsam 30 kalır. Yarısı buranın yarısı buranın. Yani diğer kenar 15 olur. Alanı soruyor, 5 ile 15'i çarparsam 75 olur.
22G: Evet.
23A: Bu alanlardan en büyük olanını nasıl bulabiliriz?
24G: Mesela diyelim ki onlardan kaçla kaçı çarparsam 40 oluyor. 1 ile 40.
25A: O alan oluyor. Şu an alan ile çevreyi karıştırdın.
26G: Diyelim burada çevresi 82 olsun. Bunların hepsinin toplamı 82 olacak. Bunların en büyük kaçla 82 yapabiliriz.
27A: Dikkat et alanı isteniliyor. Diyelim çevresi 12 santimse kenar uzunlukları kaça kaç olabilir?
28G: Ee… 12 santimse her birine eşit şekilde 3 santim olur.
29A: Alan ne olur?
30G: Ee… 3 ile 3 ü çarparız 9 olur.
31A: Çevresi 40 santimse her bir kenarı kaç kaç olabilir?
32G: 10 santim olur.
33A: Alanı?
34G: 100.
35A: O zaman en büyük alana sahip olanı bulmak için ne yapmalıyız?
36G: Kenarları eşitlemeliyiz. Dörde böleriz.
37A: Değer vermeseydin bulabilir miydin?
38G: Bulamazdım.
39A: Yani çevrenin değeri verildiğinde mi bulunabilir en büyük alan değeri?
40G: Evet.
41A: Mesela çevresi 20 santim olursa alanı en fazla kaç olur?
42G: Her bir kenarı 5, alan 25 olur.
43A: Peki söylemek istediğin başka bir şey var mı?
44G: Hayır.



Şekil 50. Gizem'in Beşinci Soruya Ait Çözümü

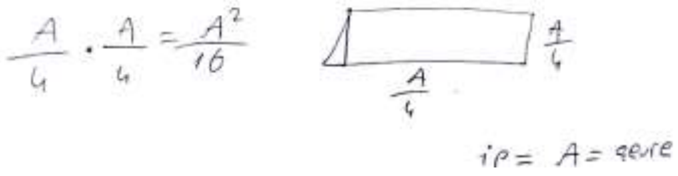
Gizem ile beşinci soruya yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin ipin uzunluğu ile çevre uzunluğunu ilişkilendirdiği (12G) ancak alan ile çevre hesabını birbirine karıştırdığı (16G, 24G), sürecin devam etmesi amacıyla örnek verildiği (21A), buna rağmen öğrencinin kenar uzunlukları ile alanı ilişkilendiremediği görülmektedir. Ayrıca Gizem'in çözüm sürecinde dış uyaranlara çok fazla ihtiyaç duyması ve sürecin sonuna doğru herhangi bir değer verilmediğinde sonucu bulamayacağını ifade etmesi (38G) herhangi bir içselleştirmenin gerçekleşmediğini kanıtlamaktadır. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Eylem aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Meltem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın beşinci sorusu için Meltem ile yaklaşık 7 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Meltem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, M: Meltem):

10M: (Soruyu sesli okuduktan sonra) en büyük alan?
11A: Evet.
12M: ... (düşünüyor).
13A: Sence burada ipin uzunluğu neye eşittir?
14M: Ee... Her oğluna verdiği ipin mi?
15A: Evet. Yani her oğlu aynı miktarda ip veriyor. O ipin uzunluğu bu dikdörtgenin neyine eşit olur?
16M: (Kendinden emin bir biçimde) çevresine.
17A: (Teyit amaçlı) ipin uzunluğunun dikdörtgenin çevresine eşit olduğunu mu düşünüyorsun?
18M: Evet.
19A: Peki. Bizden en büyük alanı sormuş. Ne düşünüyorsun? Nasıl bulabiliriz?
20M: ... (düşünüyor).
21A: Şöyle düşün: aynı çevreye sahip dört tane dikdörtgenimiz var.
22M: Yani anlamadım. Dört tane dikdörtgenimiz var. En büyük hangisinin alanı. ... (düşünüyor).
23A: Biraz önce iplerin aynı uzunlukta ve ipin uzunluğunun da dikdörtgenin çevresine eşit olduğunu söyledin. Doğru mu?
24M: Evet.
25A: O zaman bu dikdörtgenin alanının en büyük olması için ne yaparız? En büyük alana sahip dikdörtgeni nasıl belirleriz?
26M: Çevreye bir değer vermemiz gerekiyor. (Bir dikdörtgen çizdikten sonra kenarları göstererek) hocam bu ikisinin çarpımı eşit olmalı.
27A: Çevreye ve ipin uzunluğuna istersen bir değer ver.
28M: Hocam siz verseniz.
29A: İstediğin değeri verebilirsin. İster değer ister harf.
30M: O zaman "A" çevresi oluyor.
31A: Evet (devam et anlamında kullanılmıştır).
32M: (Dikdörtgenin eni ile boyunu göstererek) hocam o zaman ipin bu kısmı ile bu kısmının çarpımı alana eşittir. Alanın en büyük olması için birbirine en yakın olması gerekir.
33A: (Teyit amaçlı) yani alanın büyük olması için kenar uzunluk değerleri birbirine yakın mı olmalı?
34M: Evet.
35A: O zaman kenarlar arasındaki ilişkiyi: "Alanın en büyük değeri alabilmesi için kenar uzunluklarının olabildiğince birbirine yakın olması gerekiyor" şeklinde ifade edebilir miyiz?
36M: Evet.
37A: Peki kenarların birbirine en yakın olması demek derken birbirlerine eşit olabilir mi?
38M: Evet. Dikdörtgende kenarları birbirine eşit olabilir.
39A: Peki o zaman çevresi "A" olursa her bir kenarı "A" cinsinden ne olur?
40M: ... (düşünüyor).
41A: Örneğin bu dikdörtgenin çevresi diyelim 40 cm. Alanı en büyük olması için her bir kenar uzunluğu kaç santim olur?
42M: Bu dikdörtgenin çevresi 40 cm olursa her biri 10 cm olur.
43A: Nasıl buldun?
44M: Çünkü hocam birbirine eşittir. Bir tanesini bulmak için dörde böldüm.
45A: Çevresi A olursa alanının en büyük olması için her bir kenar uzunluğu ne olur?
46M: Her biri $\frac{A}{4}$
47A: (Öğrencinin çizdiği dikdörtgeni göstererek) peki bunun alanı A cinsinden ne olur?
48M: Onun alanı da ikisinin çarpımı olur. $\frac{A}{4}.\frac{A}{4}=\frac{A^2}{16}$
49A: Peki şöyle bir soru sorsam. Çevresi 40 santim olursa alanı en fazla ne olur?
50M: Dörtte biri on santim olur. On kere on yüz olur.
51A: Eklemek istediğin veya söylemek istediğin herhangi bir şey var mı?

52M: Hayır.



Şekil 51. Meltem'in Beşinci Soruya Ait Çözümü

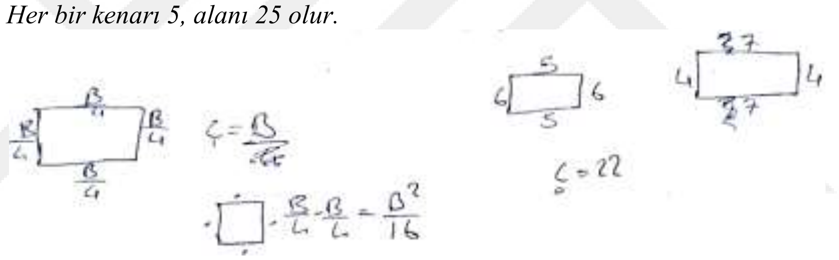
Meltem ile beşinci soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin ipin uzunluğu ile çevreyi ilişkilendirdiği (16M) ancak soruyu tam olarak anlamlandıramadığı (22M), süreç içerisinde kenar uzunlukları ile alan arasındaki ilişkilendirmeyi yaptığı görülmektedir (32M). Bunun yanı sıra yaptığı ilişkilendirmeyi işlemsel sorulara yansıtması içselleştirmenin gerçekleştiğini göstermektedir (42M, 46M, 50M). Ancak sürecin geneline bakıldığında ilişkilendirmenin henüz kapsüllenmediği diğer bir ifadeyle matematiksel bir nesne olarak algılanmadığı söylenebilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Dilek'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın beşinci sorusu için Dilek ile yaklaşık 5 dakika süren bir mülakat gerçekleştirilmiştir. Mülakat esnasında araştırmacı ile Dilek arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, D: Dilek):

10D: (Soruyu sesli okuduktan sonra) dikdörtgen tamam. Bunun en büyük alanı falan mı? Onu anlamadım.
11A: Burada ipin uzunluğu neyi gösteriyor ya da ipin uzunluğu neye eşittir?
12D: Çevre, çevresine eşittir.
13A: O zaman bunların (dikdörtgenlerin) çevresi birbirine mi eşit olacak?
14D: Hı hı.
15A: Yani çevresi eşit olan dikdörtgenlerden en büyük alana sahip olanı mı istiyoruz?
16D: ... (evet, anlamında kafasını sallıyor). Çevresi büyük olan aynı çevreye sahip dört tane dikdörtgen var en büyük olan bunların içinde bulunur mu burada? ... (düşünüyor).
17A: İstersen değer verebilirsin?
18D: (Bir dikdörtgen çizip) bura 5 olsa bura 6 olsa, çevresi 22 olur.
19A: Peki aynı çevreye sahip başka bir dikdörtgen çizebilir misin?
20D: Evet. 4'e 8 olsa. (Topladıktan sonra) olmaz. Bunun çevresi 24 olur. Buraya 4 versem burası da 4 olur. Dört dört daha sekiz. 22'den çıkarırsak 14. (Dikdörtgenin diğer kenarını göstererek) o zaman burası 7'dir.
21A: Peki bu dikdörtgenlerin alanı kaç santimetrekaredir?
22D: (Kendinden emin bir şekilde hemen cevap veriyor) bunun alanı 30, bunun ki 28. (Bu iki dikdörtgenin alanını inceledikten sonra birden) ha… kenarları birbirine yakın olduğu için kenar uzunlukları birbirine yakın olunca daha büyük oluyor alan.
23A: Kenar uzunluklarının birbirine yakın olması aradığımız ilişkiyi midir?
24D: Evet kenar uzunlukları yakın olursa alan daha büyük oluyor.
25A: Şimdi alanı ipin cinsinden bulmamız isteniliyor. İpin uzunluğu neyi gösteriyordu?
26D: (Kendinden emin bir şekilde) çevreyi.
27A: İpin uzunluğuna istersen bir harf verelim.
28D: "B" olsun.
29A: Bu dikdörtgenin çevre uzunluğuna "B" dedin. Peki, her bir kenar uzunluğu ne olabilir?
30D: Her bir kenar uzunluğu... (düşünüyor)

31A: Birbirine yakın olduğunu söyledin. Kenar uzunlukları birbirine eşit olabilir mi?
32D: Dikdörtgen de karşılıklı kenarlar birbirine eşit olurdu.
33A: Dikdörtgen de bütün kenar uzunlukları birbirine eşit olabilir mi?
34D: Karede olurdu. Dikdörtgende kareyi kapsardı.
35A: O zaman dikdörtgende kenar uzunlukları eşit olabilir mi?
36D: Evet.
37A: Peki bu durumda her bir kenar uzunluğu ne olur "B" cinsinden?
38D: Toplam B dedik. ...(düşünüyor)
39A: Diyelim ki çevresi 40 cm olan bir dikdörtgenin alanı en fazla kaç cm^2 *olur?*
40D: Alanı en fazla? ... (düşünüyor).
41A: Çevre 40 cm alanı en fazla olması için kenar uzunlukları arasında nasıl bir ilişki olmalıydı?
42D: Yakın olmalıydı. O zaman dört kenar olduğu için 40'ı dörde bölersek her bir kenar 10 santim olur. Alanda 10 çarpı 10'dan 100 olur.
43A: Peki çevre "B" olursa her bir kenar uzunluğu ne olur?
44D: Dörde bölersek $\frac{B}{4}$ *olur (yazıyor).*
45A: Alanı ne olur bu durumda?
46D: $\frac{B}{4}$ *ile* $\frac{B}{4}$ *çarparız. (Araştırmacının desteğiyle)* $\frac{B^2}{16}$ *olur.*
47A: Bu soruda yaptıklarımızı kısaca anlatabilir misin?
48D: Çevresine B dedik. Alanı en fazla olması için kenarları birbirine eşit oldu. Dört kenarı olduğu için $\frac{B}{4}$ *bir tanesinin değeri. İkisini çarptık* $\frac{B^2}{16}$ *bu en büyük alan.*
49A: Çevre 20 cm olursa alanı en fazla kaç cm^2 *olur?*
50D: Her bir kenarı 5, alanı 25 olur.



Şekil 52. Dilek'in Beşinci Soruya Ait Çözümü

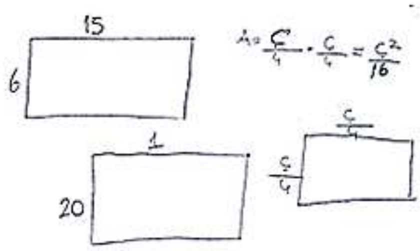
Dilek ile beşinci soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin ipin uzunluğunun çevre uzunluğuna eşit olduğunu fark ettiği (12D), kenarlar ile alanı ilişkilendirip kenar uzunlukları arasındaki fark azaldıkça alanın değerinin arttığını ifade ettiği (22D, 24D, 42D, 50D), soru kapsamında sorulan işlemsel sorulara hemen cevap verdiği (42D, 50D), çözüm sürecinde içsel bir kontrole sahip olduğu içselleştirip özümsediği bilgilerini bu soruya yansıttığı görülmektedir. Diğer taraftan öğrenci soruyu okuduktan hemen sonra doğrudan herhangi bir yönlendirme sorusuna maruz kalmadan sonuca ulaşamamış oluşu ve sorunun amacına yönelik ilişkilendirmeyi örneklerden hareketle oluşturmuş olması öğrencinin kenar uzunlukları arasındaki fark azaldıkça alan değerinin arttığı bilgisini henüz bir bütün olarak algılayıp kapsüllemediği diğer bir ifadeyle matematiksel bir nesne olarak düşünmediği şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Zeliha'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın beşinci sorusu için Zeliha ile yaklaşık 5 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Zeliha arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, Z: Zeliha):

10Z: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Acele etmeden soruyu anlamaya çalış.
12Z: Alanın en büyüğünü istiyor. O zaman en büyüğünü yapmak için kenar uzunluklarını birbirine yakın tutacağız.
13A: Burada ipin uzunluğu bize neyi gösteriyor?
14Z: Dikdörtgenin çevresini.
15A: Yani buradaki ipin uzunluğu dikdörtgenin çevresi oluyor doğru mu?
16Z: Evet. O zaman değer olarak mesela 20 santim desek diğeri de 1 santim olsa.
17A: Söylediklerini çizip gösterebilir misin?
18Z: (Bir dikdörtgen çizdikten sonra) en büyüğün bulmak için buraya mesela 20 cm buraya da 1 cm desek. (Karşı kenarlarını göstererek) burası 20, burası da 1 santim olur. (Kenarları topluyor) yirmi yirmi kırk, kırk iki olur (çevresi).
19A: Bu şeklin çevresi kaç santimdir?
20Z: 42.
21A: Peki alanı kaç cm²?
22Z: (Kendinden emin bir biçimde hemen cevaplıyor) 20.
23A: Çevresi 42 cm olan başka bir dikdörtgen var mı? Varsa çizebilir misin?
24Z: (Dikdörtgen çizdikten sonra) çevresi yine 42 cm olacak. Buraya 15 versem 15 15 otuz olur geriye 12 kalır bura 6 olur.
25A: Alan kaç cm² olur?
26Z: 15 çarpı 6'dan 90. Alan değişti.
27A: Hangi alan daha büyük?
28Z: (Son çizdiği dikdörtgeni göstererek) bunun daha büyük.
29A: Herhangi bir ilişki yakalayabildin mi?
30Z: Kenar uzunlukları birbirine yakın olursa alan büyük, birbirinden uzak olursa alan küçük olur.
31A: (Teyit amaçlı) yani aynı çevreye sahip iki dikdörtgen de kenar uzunlukları birbirine yaklaştıkça alan büyür birbirinden uzaklaştıkça alan küçülür dedin. Doğru mu?
32Z: Evet.
33A: Peki. Şimdi böyle sayısal değer vermeden nasıl bulabiliriz? Yani herhangi bir dikdörtgen verilmiş. Bu dikdörtgenin en büyük alanını ipin uzunluğu cinsinden nasıl ifade edebiliriz?
34Z: En büyük alanını?
35A: Evet. İstersen bir dikdörtgen çiz.
36Z: ... (çiziyor).
37A: Çevresini bilmiyoruz, ne olsun çevresi?
38Z: Biz mi söyleyeceğiz?
39A: Evet.
40Z: Tamam, o zaman çevresi "Ç" olsun.
41A: Kenar uzunlukları birbirine yakın olursa bunun alanı büyük olur dedin. O zaman bunun alanının en büyük olması için her bir kenar uzunluğu ne olabilir?
42Z: Kenar uzunlukları birbirine en yakın olması için birbirlerine eşit olabilir.
43A: Eğer eşit olursa her bir ne olur?
44Z: (Biraz düşündükten sonra) dört kenar olduğu için dörde böleriz.
45A: O zaman çevresi Ç ise her bir kenarı olur?
46Z: $\frac{Ç}{4}$ *olur (şeklin üzerine yazıyor).*
47A: Alanı ne olur?
48Z: $\frac{Ç}{4}.\frac{Ç}{4}$ *olur (işlemini yapıyor).*
49A: Peki diyelim çevresi 40 cm ise alanı en fazla kaç cm² olur?
50Z: Her bir kenarı 10 cm alanı da 100 cm² olur.
51A: Toparlamak gerekirsek nasıl bir sonuca ulaştık?

52Z: Çevresi verilen dikdörtgenin alanının en büyük olması için kenar uzunlukları birbirine yakın olmalıdır.
53A: Eklemek istediğin bir şey var mı?
54Z: Yok.



Şekil 53. Zeliha'nın Beşinci Soruya Ait Çözümü

Zeliha ile beşinci soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde öğrencinin soruyu okuduktan sonra ayrıntılara girmeden hemen cevap verdiği (12Z), ipin uzunluğu ile dikdörtgenin çevresini ilişkilendirdiği (14Z), soru kapsamındaki işlemsel sorularda sonuca hızlı bir şekilde ulaştığı (22Z, 26Z, 50Z), çözüm sürecinde içsel kontrol sağladığı herhangi bir dış uyarana ya da ipucuna ihtiyaç duymadığı ve kenar uzunluklarını alanla ilişkilendirerek istenilen nihai sonuca ulaştığı görülmektedir (30Z, 52Z). Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği ve kenar uzunlukları arasındaki fark azaldıkça alan değerinin arttığı bilgisini bir bütün olarak kapsülleyip nesne haline getirdiği diğer bir ifadeyle bu bilgiyi matematiksel bir nesne olarak algıladığı söylenebilir.

4.2.1.5.2. Kontrol grubu öğrencilerinin klinik mülakatın beşinci sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Sevda'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın beşinci sorusu için Sevda ile yaklaşık 9 dakika süren bir klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı ile Sevda arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, S: Sevda):

10S: (Soruyu sesli okuduktan sonra) dikdörtgen şeklinde. O zaman bir tane dikdörtgen çiziyorum.
11A: Bu soruda ne anladın?
12S: Dört oğluna ip verecekmiş. Hocam en büyük alanı çevirmelerini istiyor. Siz olsaydınız çevirirken en büyük alan nasıl belirlerdiniz. Yani hocam dikdörtgen olduğu için uzun kenarla kısa kenarlarından gidebilirdik.
13A: Burada ipin uzunluğu bize neyi gösteriyor?
14S: Efendim hocam?
15A: İpin uzunluğu neyi gösteriyor?
16S: ... (düşünüyor)
17A: Elimde bir ip var. O ipten dikdörtgen oluşturacaksın. Bu ipin uzunluğu dikdörtgenin neyine eşittir?
18S: Çevresi.
19A: Çevresi? (Teyit amaçlı) aynı ipi kullandığımız için bu dikdörtgenlerin neleri eşittir?
20S: Yani ipin uzunluğu çevre olduğuna göre çevresi eşit.
21A: Çevresi eşit olan dikdörtgenlerden en büyük alanı sormuş değil mi?
22S: Evet.

23A: Peki dikdörtgenin alanı nasıl bulunuyor?
24S: Hocam kısa kenarla uzun kenarın çarpımı.
25A: Peki. Çevre ne anlama geliyor?
26S: Çevre yani etrafını dolanmak.
27A: Şeklin etrafını dolanmak. Çevreler eşit olacakmış. En büyük alan nasıl bulunuyordu? Nasıl yapıyorduk?
28S: Bunda zaten nasıl yapıyorduk? Hocam yine o şey olmuyor muydu? Hocam hani şu taban çarpı yükseklik bölü ikiden gitmiyor muyduk?
29A: İpin uzunluğunu biliyor musun?
30S: Yok ipin uzunluğunu bilmiyoruz.
31A: Çevresi kaç cm olsun? İstersen bir değer veya değer vermeden gidebilirsin. Sana kalmış bir şey.
32S: Çevresi 20 cm olsun.
33A: Peki çevresi 20 cm olan hangi dikdörtgenleri çizebilirsin?
34S: 20 cm olan hangi dikdörtgenleri çizeriz? Hocam yani şu bizim hani 5'e 4 onlardan mı?
35A: Çevresi 20 cm olacak. Yani kenar uzunluklarının toplamı 20 cm olacak.
36S: 5'e 4 var hocam.
37A: 5'e 4 olsa çevresi kaç cm olur?
38S: 18 olur. O zaman hocam 10'a 2 var.
39A: Dört kenarın toplamı 20 olacak.
40S: Dört kenarın toplamı 20 olursa her biri 5 olur.
41A: Alan ne olur?
42S: Alanda 25 olur.
43A: Peki başka hangi dikdörtgen olabilir?
44S: Hocam 5 5 5 5 olduysa hocam 6'ya 4
45A: Bu dikdörtgenin alanı ne olur?
46S: 24 (çiziyor).
47A: Peki çevre gitgide ne oluyor?
48S: Azalıyor.
49A: Kenar uzunluklarını 5'e 5 ve 6'ya 4 verdin. Kenar uzunlukları başka ne olabilir?
50S: 8'e 2
51A: Alan ne olur?
52S: 16 (çiziyor).
53A: Peki nasıl bir ilişki görüyorsun?
54S: Hocam alan gittikçe azalıyor.
55A: Kenarlar arasında bir ilişki görebiliyor musun?
56S: Hocam kenarlar arası genişledikçe alanlar azalıyor.
57A: O zaman aradaki kenarlar arasındaki fark büyüdükçe alan küçülüyor mu?
58S: Evet hocam.
59A: Peki bu en büyük alanı çevre cinsinden nasıl ifade edersin?
60S: Nasıl yani hocam?
61A: Çevre 20 cm verilmiş.
62S: Evet.
63A: En büyük alanı 25 cm^2 buldun.
64S: Evet hocam.
65A: Mesela çevresi 36 cm olsaydı alanın olası en büyük değeri ne olurdu?
66S: Çevresi 36 olsaydı 36 bölü 4'ten 9 oluyor. 9 kere 9'dan 81.
67A: Kenarları eşit olduğunu düşündüğün için dörde mi böldün?
68S: Evet kenarları eşit hocam.
69A: Peki çevresi "Ç" olan bir dikdörtgen verilmiş olsun. Bunun alanının olası en büyük değeri alması için kenar uzunluğu "Ç" cinsinden ne olur?
70S: Nasıl yani hocam?
71A: Burada çevresi 20 cm verildi. Alanın en büyük olması için hemen dörde böldün. Kenar uzunluklarına 5'e 5 dedin.
72S: Evet hocam.
73A: Burada da çevresi 20 cm değil de "Ç" olsun.
74S: Ç olursa yine 4'e böleriz en büyük alanı bulmak için.
75A: Bir dikdörtgen çizip üzerinde gösterebilir misin?
76S: (Bir dikdörtgen çizdikten sonra) $\frac{Ç}{4}$

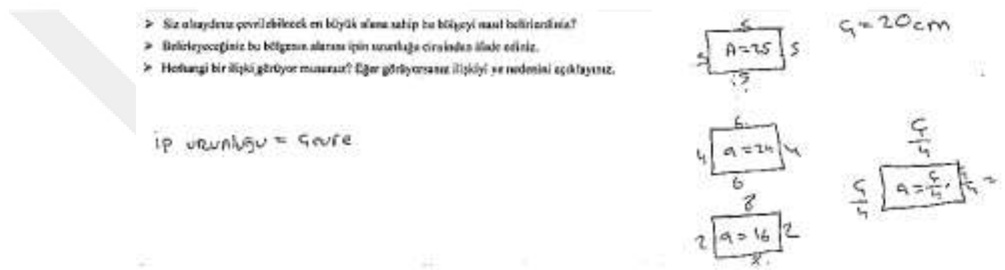
77A: Burası (diğer kenar) ne olur?

78S: Orada $\frac{Ç}{4}$

79A: Bu dikdörtgenin alanı ne olur?

80S: A= $\frac{Ç}{4} \cdot \frac{Ç}{4}$

81A: Diyelim çevresi 40 cm verilmiş.
82S: Tamam hocam.
83A: Alanın olası en büyük değeri ne olur?
84S: (Kendinden emin bir biçimde) en büyük alan 100 olur.
85A: Peki çevresi 22 cm verilmiş olsa?
86S: 22 verdiyse hocam o zaman... (düşünüyor)
87A: 22'yi 4'e bölüp 5 buçuk buldun değil mi?
88S: Evet hocam öyle oluyor.
89A: Kenar uzunlukları tam sayı demişse?
90S: (Bir süre düşündükten sonra) 5'e 6 oluyor. Alanda 30 olur.
91A: Peki. Eklemek istediğin bir şey var mı?
92S: Hayır hocam.



Şekil 54. Sevda'nın Beşinci Soruya Ait Çözümü

Sevda ile beşinci soruya ait yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu okuduktan sonra ipin uzunluğu ile çevre uzunluğunu ilişkilendirmesine (18S, 20S) rağmen ne yapacağının farkında olmadığı (28S), alan ile çevre hesabını birbirine karıştırdığı görülmektedir (34S, 36S, 38S). İlerleyen süreçte alan ile çevreyi artık karışmamış, kenar uzunlukları arasındaki fark büyüdükçe alanın azaldığını ifade etmekte (56S) ve sonrasında soru kapsamında sorulan işlemsel sorulara hızlı ve kendinden emin bir biçimde cevap vermektedir (66S, 68S, 82S, 86S, 92S). Ancak Sevda'nın kenar uzunlukları arasındaki fark azaldıkça alan değerinin arttığı bilgisini bir bütün olarak kapsülleyip nesne haline getiremediği diğer bir ifadeyle bu bilgiyi matematiksel bir nesne olarak algılayamadığı düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" olduğu ve bu aşamada davranışlar sergilediği söylenebilir.

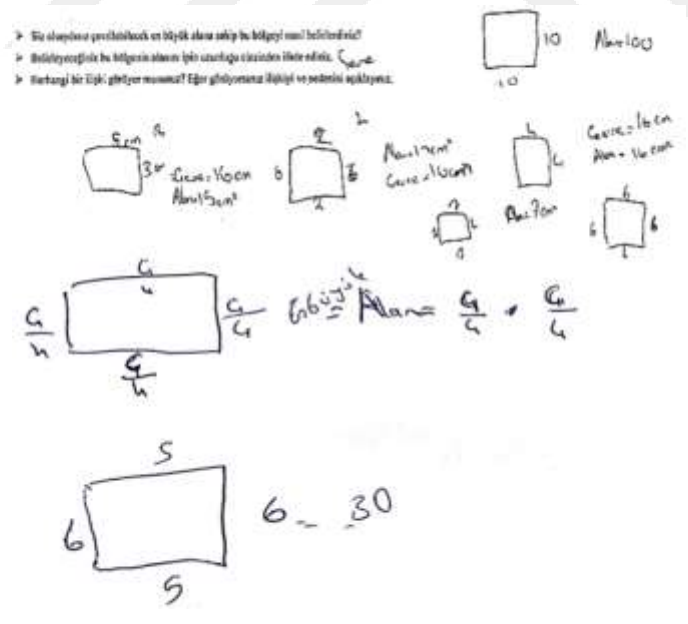
Nevin'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın beşinci sorusu için Nevin ile yaklaşık 11 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nevin arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nevin):

10N: ... (sorunun tamamını sesli okuduktan sonra düşünüyor).

11A: Ne isteniliyor bu soruda?
12N: ... (düşünüyor).
13A: Burada şöyle düşün. Babası oğullarına eşit miktarda ip vermiş. Bu iplerle gidip en büyük alana sahip bir dikdörtgensel bölge çevirmelerini istemiş. “Sen olsaydın o en büyük alana sahip tarlayı nasıl belirlersin?” diyor. İlk olarak şunu sorsam; bu ipin uzunluğu sence neye eşittir veya neyi gösteriyor?
14N: Çevresini.
15A: (Teyit amaçlı) o zaman ipin uzunluğu bize neyi gösteriyormuş?
16N: Çevre (yazıyor).
17A: Şu hâlde bu soruda dikdörtgenlerin neleri eşit olacakmış?
18N: Çevreleri.
19A: O zaman bu soruda bizden istenilen, eşit çevreye sahip olan dikdörtgenlerden en büyük alana sahip olanı değil mi?
20N: Evet. Mesela buraya beşe üç verelim. Çevreleri zaten eşit olacak. Bunlara santim desem burada çevre 16 cm oluyor. O zaman hepsi 16 cm olacak çevreleri.
21A: Alanı ne olur?
22N: Alanı 15 cm² olur.
23A: Şimdi bu dikdörtgeni çizdin. Kenar uzunlarına 5 santime 3 santim verdin. Çevresine 16 santim dedin değil mi?
24N: Hıhı.
25A: Alanını da 5 ile 3 santimi çarpıp 15 santimetrekare olarak ifade ettin.
26N: Evet.
27A: Peki aynı çevre uzunluğuna sahip başka dikdörtgen var mı?
28N: Bir kenarına 3 cm veririz. 3 cm verdikten sonra diğeri 5 cm yok yine aynısı oluyor. Hı iki iki (karşılıklı kenarlara) versek dört kalan on ikiden altı (diğer kenar). Alan 12 cm².
29A: Beşe üçü verdin, altıya iki verdin. Peki, başka hangi değerleri verebilirsin veya var mı?
30N: ... (düşünüyor).
31A: Çevresi on altı santim olan başka bir dikdörtgen var mı?
32N: Evet. Dörde dört versek sekiz. O zaman diğer kenarlar da dört olur. Çevre 16 cm, alan da 16 cm² oluyor.
33A: Başka var mı?
34N: Yok bence.
35A: Peki kısa kenar 1 cm olabilir mi?
36N: Nasıl yani şöyle mi? Buraya bir bir iki, geriye on dört o da yedi yedi olur aynen. Burada çevre 16 cm, alan 7 cm² oluyor.
37A: Peki. Bu çizdiğin dört farklı dikdörtgenin aynı çevreye sahip olduğunu gördük. Alanlarını farklı olduklarını buldun. En büyük alana sahip olan dikdörtgenin böyle kenarı arasında bir ilişki görebiliyor musun?
38N: Nasıl yani?
39A: Mesela bunun kenar uzunlukları bire yedi. Alanı 7 cm² olmuş.
40N: Kenar uzunluları arasındaki mesafe uzaklaştıkça artıyor.
41A: Uzaklaştıkça artıyor mu?
42N: Mesela şurada dört var alan on altı. Pardon azalıyor arasındaki mesafe. Mesela beşte üçü çıkardığımızda iki kalıyor. Burada alan 15 cm². Burada 4 çıkıyor alanı 12 cm². Üçüncüsünde ise aradaki fark sıfır alan 16 cm². Bence kenarlar birbirine yaklaştıkça alan artıyor.
43A: O zaman, kenarlar arasında bir ilişki vardır diyorsun.
44N: Evet.
45A: Kenarlar birbirine yaklaştıkça ne oluyor?
46N: Alan artıyor. Çevreleri eşit olan dörtgenlerin kenarlarının uzunlukları birbirine yaklaştıkça alanları artıyor.
47A: Peki diyelim ki dikdörtgenin çevresi 40 cm olsaydı bu dikdörtgenin alanı en fazla kaç cm² olurdu?
48N: Çevresi 40 olmuş olsaydı alan en fazla ne olurdu? Her tarafa 10 verdik mi 100 olurdu alan.
49A: Çevresi 24 cm olsaydı alan en fazla kaç cm² olurdu?
50N: Çevre 24, her kenara 6 versek alan 36.
51A: Peki tersten sorayım Nevin. Alanın olası en büyük değeri 81 cm² olan bir dikdörtgenin çevresi kaç cm’dir?
52N: Şey demek ki 9’a 9 vermiş. Çevresi 36 olur.
53A: Bize bu şekilde bir sayısal değer değil de çevresi “Ç” verilmiş olsaydı alanın en büyük değeri “Ç” cinsinden ne olurdu?

54N: ... (düşünüyor).
55A: İstersen buraya bir tane dikdörtgen çizip çevresine Ç yaz.
56N: ... (istenileni yapıyor).
57A: Bu dikdörtgenin alanının en büyük değeri alması için her bir kenar ne olmalı?
58N: Her bir kenarın eşit olması için dörde bölüyoruz.
59A: Yani $\frac{Ç}{4}$ *mü?*
60N: Evet $\frac{Ç}{4}$ *yani şöyle (yazıyor).*
61A: Alan nasıl bulunuyordu?
62N: Taban çarpı yükseklik.
63A: O zaman bunun alanı nasıl bulunur?
64N: $\frac{Ç}{4} \cdot \frac{Ç}{4}$
65A: Bu dikdörtgenin olası en büyük değeri bu değil mi?
66N: Evet.
67A: Bu soruda yaptıklarımızı özetlemek ister misin? Yani biz ne yaptık hangi sonucu çıkardık bu soruda?
68N: Çıkardığım sonuç şöyle: çevre uzunluğu eşit olan dikdörtgenlerde kenar uzunlukları birbirine yaklaştıkça alan artıyor.
69A: Peki bir soru daha sorayım. Mesela burada hep biz eşit dörde bölünen değerlere yer verdik. O yüzden hemen dörde böldün. Diyelim ki çevresi 22 cm olsaydı alan en fazla ne olurdu?
70N: Çevresi 22 cm. Alanın en büyük olması için kenarları yakın tutmak gerekiyor. Beşe beş versem on. Geriye on iki kaldı. Altı altı diğerleri olur otuz o zaman alan. Alanı 30.
71A: Daha büyük bir değer bulabilir misin?
72N: Hayır. Yirmi iki dörde bölününce tam sayı olmuyor.
73A: Peki eklemek istediğin var mı?
74N: Hayır.



Şekil 55. Nevin'in Beşinci Soruya Ait Çözümü

Nevin ile beşinci soruya yönelik yapılan görüşme incelendiğinde, öğrencinin soruyu okuduktan sonra ip uzunluğunun çevreye eşit olduğunu fark ettiği (14N, 16N, 18N), süreç içerisindeki işlemsel soruları (47A, 49A, 69A) kendi başına herhangi bir dış uyaran olmadan ulaştığı görülmektedir (48N, 50N, 70N). Bunun yanı sıra alanın olası en büyük değeri verildiğinde çevre uzunluğunu bulması öğrencinin tersine çevirme mekanizmasını kullandığını göstermektedir (52S). Öğrencinin süreç içerisinde kenarlar ile alanı ilişkilendirmiş olsa da (46N, 68N) bu ilişkilendirmeyi örneklerden hareketle yapması bu ilişkiyi henüz bir bütün olarak kapsülleyemediği diğer bir ifadeyle matematiksel bir nesne olarak algılayamadığı şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" kaldığı ve bu aşamada davranışlar sergilediği söylenebilir.

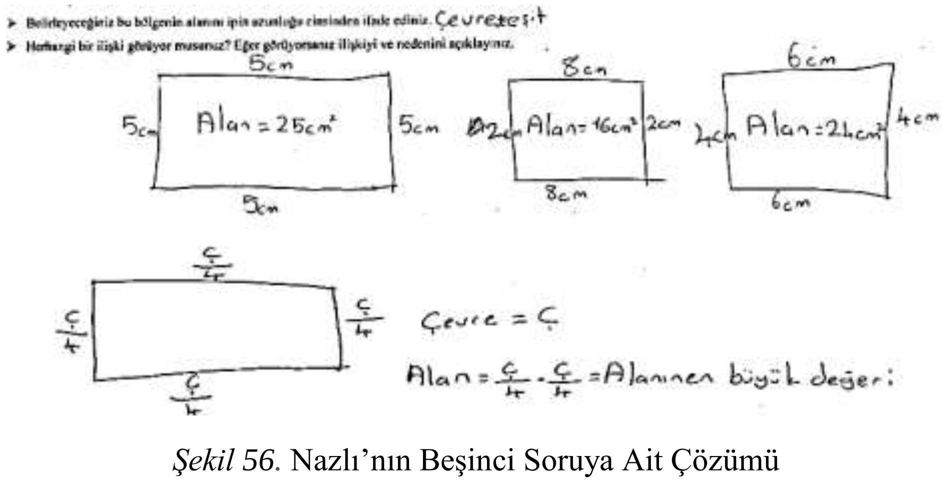
Nazlı'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın beşinci sorusu için Nazlı ile yaklaşık 14 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nazlı arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nazlı):

10N: ... (soruyu sesli okuduktan sonra heyecanlanıyor).
11A: Tamam şimdi sakin ol. Derin bir nefes al. Şimdi soru kısmına baktığımızda bir baba bahçesinin dikdörtgen şeklindeki bir bölümüne sebze ekecekmiş. Bunun için dört oğluna aynı uzunluğa sahip birer ip vererek en büyük alanı çevirmelerini istemiş. Siz olsaydınız çevrilecek en büyük alana sahip bu bölgeyi nasıl belirlerdiniz, belirleyeceğiniz bu bölgenin alanını ipin uzunluğu cinsinden ifade ediniz. Bu belirlediğiniz bölgede herhangi bir ilişki görüyor musunuz? Onu sana sormuş.
12N: Evet hocam.
13A: İlk sorumuz şu olsun; sence burada ipin uzunluğu neyi gösteriyor bize?
14N: Çevresini.
15A: (Teyit amaçlı) çevresini mi?
16N: Evet.
17A: Şuraya (ifadenin yanına) istersen çevreye eşit yaz. Şimdi soruyu anladık değil mi?
18N: Hı hı.
19A: Bize o zaman eşit çevre uzunluğuna sahip farklı alanlar mı soruluyor?
20N: Evet.
21A: Hadi bakalım başlayalım.
22N: O zaman, ilk önce ben dikdörtgen alanını yok ... (düşünüyor).
23A: Çevrenin ne anlama geldiğini biliyor musun?
24N: Evet. Etrafını dolaşmak.
25A: Peki burada çevre uzunluğunun ne kadar olduğunu biliyor musun?
26N: İpin uzunluğuna eşit.
27A: İpin uzunluğuna eşit diyorsun. Aynı çevreye sahip farklı dikdörtgenler verilmiş.
28N: Hı hı.
29A: Bunlar içinde en büyük alana sahip olanını sana soruyor. İşin daha kolay olsun diye istersen değer verebilirsin.
30N: Yok hocam. Anlamadım ben ya.
31A: Çevreden gideceğimiz için çevreye istediğin bir değer verebilirsin.
32N: Hı hı. 20 cm olsun hocam.
33A: 20 cm. O zaman her bir kenar uzunluğunu nasıl bulabilirsin? Yani çevresi 20 cm olan hangi dikdörtgenler var? Çizebilir misin?
34N: Çevresi 20 cm olan ... (düşünüyor).
35A: Çevre için verilen şeklin etrafını gezmek dedin.
36N: Hı hı.
37A: Yani o zaman bu dört kenarın toplamı 20 cm'ye mi eşit olacak?
38N: Evet.
39A: Peki dört kenarının toplamı 20 cm olan hangi dikdörtgenimiz var?
40N: Beş beş olsa hani kare olur.
41A: Kare dikdörtgen miydi?
42N: Evet özel (çizip değerlerini yerine yazıyor).

43A: Alan ne olur?
44N:25.
45A: Bulduğun değeri şeklin içine yazabilirsin. Peki, çevresi 20 cm olan başka hangi dikdörtgenimiz var?
46N: Bir süre düşündükten sonra) hocam 8'e 2 olsa.
47A: (Teyit amaçlı) sekize iki?
48N: Evet.
49A: Alanı kaç cm² olur?
50N:16.
51A: Başka dikdörtgen var mı?
52N: Başka 6'ya 3 olsa yok 6'ya 3 olmaz. 6'ya 4 olsa çevresi 20 alanı 24 olur.
53A: (Teyit amaçlı) alanı 24 cm² diyorsun.
54N: Evet.
55A: Peki, başka var mı?
56N: Başka yok
57A: Peki buradaki en büyük alan hangisi oluyor?
58N:5'e 5
59A: Peki alanlar git gide azalıyor mu?
60N: Evet.
61A: Peki, alanın en büyük olması için kenarlar arası bir ilişki görüyor musun?
62N: Yükseklik ve taban arasındaki fark ne kadar kısalırsa (az olursa) alan o kadar küçük.
63A: (Teyit amaçlı) fark az olursa alan o kadar küçük mü olur diyorsun?
64N: Evet.
65A: Ama burada kenar uzunlukları arasındaki fark 0, alan 25 cm². Buradaki fark 6 cm, alan ise 16 cm²'dir. Kenar uzunlukları arasındaki fark azaldıkça alan azalır mı yoksa artar mı?
66N: Artar.
67A: O zaman ne oluyormuş?
68N: Tabanla yükseklik arasında fark ne kadar artarsa alan o kadar küçük olur.
69A: Peki, kenar uzunlukları 7'ye 3 cm olabilir miydi?
70N: Evet.
71A: Alan ne olur?
72N:21.
73A: Kenar uzunlukları 9'a 1 cm olabilir mi?
74N: Olur.
75A: Peki. Diyelim ki çevre 40 cm olsun. En büyük alanı ne olur?
76N: En büyük alanı? Alan ne kadar büyükse çevre o kadar küçük olacaksa... (düşünüyor).
77A: Çevresi 40 cm verilmiş. En büyük alan bulmak için ne yapıyorduk?
78N: Yani tabanla yüksekliğin arasındaki fark o kadar küçükse alan o kadar büyük. 40'a 1 mi? O zaman çok büyük oluyor.
79A: Burada çevreyi 20 cm verdik. En büyük alana sahip dikdörtgenin kenar uzunlukları 5'e 5 oldu.
80N: Evet.
81A: Alanı ise 25 cm² olduğunu söyledin.
82N: Evet.
83A: Çevre 40 cm olursa en büyük alan olması için kenar uzunluklarına hangi değerleri verirsin?
84N:8'e 5
85A: Bu dikdörtgenin çevresi ne olur?
86N: (Bir süre düşündükten sonra) o alan oluyor.
87A: Çevre yani dikdörtgenin dört kenarının toplamına eşitti.
88N:10'a 4'mü oluyor. Yok. ... (düşünüyor).
89A: Kenar uzunluklarını eşit düşünsek her bir kenar uzunluğu ne olur?
90N:40'ı 4 bölersek 10 eder.
91A: Alan ne olur?
92N:10 kere 10, 100 eder.
93A: Peki çevreyi 24 cm verdik. Her bir kenar uzunluğu ne olur?
94N: 6'ya 4 olur.
95A: Çevre 24 cm verilmiş.
96N:O zaman her bir kenar 6 olur.
97A: Alan ne olur?
98N: 6 kere 6, 36 eder.

99A: Çevre diyelim ki 12 cm. En büyük alan için her bir kenarın uzunluğu ne olur?
100N: 3
101A: Alan ne olur?
102N: 9
103A: Çevre diyelim ki 36 cm olsun. En büyük alan için her bir kenarın uzunluğu ne olur?
104N:36’yı 4 bölsek 9 olur.
105A: Alan ne olur?
106N: 81
107A: Peki çevre Ç olsun. En büyük alan için her bir kenarın uzunluğu ne olur?
108N: Ç’yi 4 böleriz.
109A: Şekil çizip üzerinde gösterebilir misin?
110N: ... (çiziyor).
111A: Peki alanı ne olur?
112N: $\frac{Ç}{4}$ *ile* $\frac{Ç}{4}$*’ü çarparız (yazıyor).*
113A: Bu soruda ne anladığını özetler misin? Bir de nasıl bir sonuca ulaştık?
114N: Burada hocam çevreyi bulmak için yani çevre verilmişse yükseklik ile taban arasındaki fark ne kadar kısa (az) olursa alan o kadar büyük, ne kadar büyük olursa alan o kadar küçük oluyor.
115A: Evet (devam et anlamında).
116N: Ondan sonra hocam bu kadar yani.
117A: Peki diyelim ki çevre 14 cm verilmiş olsun.
118N: Hı hı.
119A: Alanın en büyük değeri ne olur? Kenar uzunluğu tam sayı olacak.
120N: ... (düşünüyor).
121A: Ne yapacaksın?
122N: ... (düşünüyor).
123A: 14 cm’yi muhtemelen 4’e mi bölecektin.
124N: Evet.
125A: 3,5 cm olur.
126N:3,5 tam sayı olmuyor. ... (düşünüyor).
127A: Birbirine yakın olacak dedin.
128N: Evet.
129A: Burada kenar uzunlukları birbirine eşit olamıyor değil mi?
130N: Evet
131A:O zaman aradaki fark 1 cm olması için kenar uzunluklarını kaça kaç verirsin?
132N:14’e 1.
133A: Alanı değil çevresi 14 cm verilmiş dikkat et.
134N: (Bir süre düşündükten sonra) şu hocam 3’e 4 mü olur?
135A: Alanı kaç cm² olur?
136N:12 olur.



Şekil 56. Nazlı’nın Beşinci Soruya Ait Çözümü

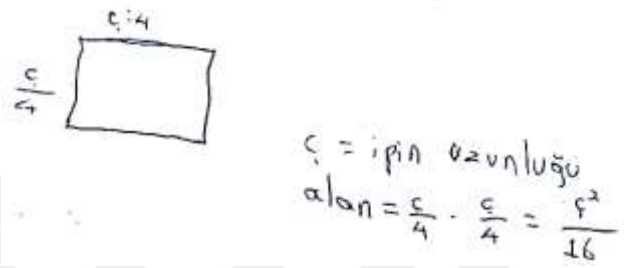
Nazlı ile beşinci soruya yapılan mülakat incelendiğinde, sürecin başında öğrencinin heyecandan olsa gerek soruyu anlamamasına rağmen (10N, 30N) ipin uzunluğu ile çevre uzunluğunu ilişkilendirdiği (14N, 26N), süreçte genellikle alan ile çevre hesabını birbirine karıştırdığı görülmektedir (78N, 84N, 94N, 132N). Verilen ipuçları gibi dış uyaranlar ve yönlendirici sorular sonrası kenarlar ile alan arasındaki ilişkilendirmeyi başlangıçta hatalı yapmasına (62N) karşın sürecin sonuna doğru hatasını düzelterek nihai sonuca ulaşmıştır (114N). Ancak bu soruda kenar uzunlukları arasındaki fark azaldıkça alan değerinin arttığı bilgisini her ne kadar ifade etmiş olsa da bu bilgiyi içselleştirip zihninde canlandıramadığı ve bu sonuca dış uyaranlar olmadan tek başına ulaşamayacağı düşünülmektedir. Dolayısıyla Nazlı'nın bu soruda "Eylem aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

İdris'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın beşinci sorusu için İdris ile yaklaşık 6 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile İdris arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, İ: İdris):

10İ: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam birbirine yakın değerler verirdim.
11A: Soruda bize ne verilmiş?
12İ: Bir bahçeye dikdörtgen şeklinde bölümler şeklinde sebze ekiliyormuş. Her bir oğluna ip vermiş bölümleri çevirmelerini istiyormuş.
13A: Peki bu ip neyi gösteriyor? Neyi temsil ediyor?
14İ: Çevreyi.
15A: O zaman ipin uzunluğu neye eşit olur?
16İ: İpin uzunluğu çevresine eşit olur.
17A: Peki. Bu soruda ne yapmayı düşünüyorsun?
18İ: (Soruyu sesli bir şekilde tekrar okuduktan sonra) hocam öncelikle bahçesinin bir bölümünü ekleyeceksek... (düşünüyor).
19A: Bahçe burası olsun, ekeceği bölüm burası olsun.
20İ: Tamam hocam.
21A: Bu bölgenin en büyük alana sahip olması için ne yaparsın?
22İ: Hocam en büyük olması için daha fazla olması için birbirine yakın değerler veririm.
23A: (Teyit amaçlı) yani en büyük alana sahip olması için kenar uzunluk değerlerini birbirine yakın mı verirsin?
24İ: Evet.
25A: Tamam mesela ipin uzunluğuna bir değer verelim? Ne olsun mesela?
26İ: 20 m olsun
27A: 20 m olursa alanın en büyük olması için kenar uzunlukları ne olur?
28İ: Hocam her tarafını 5'e 5 diye veririm.
29A: Alan kaç m^2 olur?
30İ: 25
31A: Peki ipin uzunluğu 40 m verilsin.
32İ: O zaman 10'a 10 dersem 100 eder.
33A: İpin uzunluğu böyle sayı değil de "Ç" gibi bir harf olsun. En büyük alana sahip bu bölgenin her bir kenar uzunluğunu "Ç" cinsinden nasıl bulursun?
34İ: Ç'yi hocam dörde bölerek.
35A: Peki bu bölgenin alanını nasıl bulursun?
36İ: Hocam $\frac{Ç}{4}$ *ile* $\frac{Ç}{4}$ *çarpacağım (yazıyor).*
37A: (Teyit amaçlı) en büyük alanı bulmak için $\frac{Ç}{4}$ *ile* $\frac{Ç}{4}$ *çarpıyorsun değil mi?*

38İ: Evet. (Gerekli işlemlerden sonra) $\frac{Ç^2}{16}$
39A: Diyelim ki çevresi 24 m verilmiş. Alanı en fazla ne olur?
40İ: Çevresi 24'se 6 yani bir tane kenarı. 6 çarpı 6'dan da 36 alanı.
41A: Diyelim ki çevreyi 18 m vermiş.
42İ: Çevreyi 18 verdiyse 4,5 her bir kenarı.
43A: Kenar uzunlukları tam sayı olacak denilmiş.
44İ: (Bir süre düşündükten sonra) dörde beş.
45A: Alan?
46İ: O zaman alanda 20.
47A: Burada herhangi bir ilişki görüyor musun?
48İ: Evet. Hocam kenarlar ne kadar yakınsa birbirine o zaman alanda büyüyor.
49A: (Teyit amaçlı) yani kenar uzunlukları birbirine yaklaştıkça alan büyüyor mu?
50İ: (Kendinden emin bir şekilde) yaklaştıkça büyüyor.
51A: Peki eklemek istediğin başka bir şey var mı?
52İ: Yok hocam.



Şekil 57. İdris'in Beşinci Soruya Ait Çözümü

Beşinci soruya yönelik İdris'le yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu okuduktan sonra ayrıntılara girmeden hemen cevap vermiş (10İ), sonrasında ipin uzunluğunun dikdörtgenin çevresini temsil ettiğini ifade etmektedir (14İ). Bunun yanı sıra süreçte karşılaştığı işlemsel sorularda (27A, 31A, 39A, 41A), herhangi bir çizim yapmadan zihninde canlandırıp sonuca herhangi bir dış uyaran olmadan ulaştığı (28İ, 30İ, 32İ, 36İ, 40İ, 42İ) ve sürecin sonunda sürecin başında olduğu gibi kenar uzunluklarını alanla ilişkilendirdiği görülmektedir (22İ, 48İ). Bu durum ise öğrencinin içselleştirdiği bilgilerini bir bütün olarak algıladığı şeklinde değerlendirilebilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

4.2.1.6. Klinik mülakatın altıncı sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Klinik mülakatın altıncı sorusunda katılımcıların, aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin çevre uzunlukları ile kenar uzunluklarını ilişkilendirme sürecindeki davranışları APOS teorisine göre incelemek amaçlanmıştır. Elde edilen görüşme metinleri ve çalışma kâğıtlarına ait görüntüler aşağıda her bir öğrenci için ayrı ayrı verilmiştir.

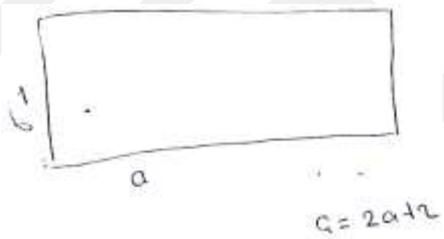
4.2.1.6.1. Deney grubu öğrencilerinin klinik mülakatın altıncı sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Gizem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın altıncı sorusu için Gizem ile yaklaşık 7 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Gizem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, G: Gizem):

10G: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Mesela burada düzlemde eşit miktarda yer kaplayan demiş? Burada kapladığı yer neyi gösteriyor?
12G: Alan.
13A: Bu soruda ne yapmayı düşünüyorsun?
14G: ... (düşünüyor).
15A: Bu soruda alanları eşit olan dikdörtgenlerden en büyük çevre uzunluğunu mu sormuş?
16G: Evet.
17A: Şimdi nasıl hesaplıyoruz dikdörtgenin alanını?
18G: ... (düşünüyor).
19A: Diyelim ki alanı 40 santimetrekare olsun. Kenar uzunlukları kaça kaç olabilir?
20G: Ona on.
21A: (Teyit amaçlı) ona on mu?
22G: Evet.
23A: Ona on olsa alanı kaç cm^2 olur?
24G: Yüz yapar. Ha yok ona on olmuyor. 20 kere 20 o da olmuyor.
25A: Alanı bulmak için ne yapıyoruz?
26G: Alanı bulmak için mesela yeni yaptığımız gibi böyle.
27A: (Çizdiği şekli göstererek) diyelim ki bura 10 santim burası da 4 santim olsun. Bunun alanı kaç cm^2 olur?
28G: 40.
29A: Burası 5 santim burası 2 santim. Alanı kaç cm^2 olur?
30G: 10.
31A: Burası 4 santim burası 3 santim. Alanı kaç cm^2 olur?
32G: 12.
33A: Peki şimdi tersten gidelim. Alanı 40 cm^2 ise kenarları kaça kaç olabilir?
34G: 40 yapmak için mi?
35A: Evet.
36G: Ee… ikiye yirmi olabilir. Kırka bir olabilir. Birde sekize beş olabilir.
37A: Şimdi aynı alana sahip dikdörtgenlerden en büyük çevre uzunluğuna sahip olanı hangisidir?
38G: Kırka bir. Çünkü o da seksen, seksen iki oluyor. Eğer yirmiye iki yapsaydık kırk dört olacaktı. En büyük seksen iki yani kırka bir olacak.
39A: Mesela diyelim bunun alanı 50 cm^2 olsun. Çevresi en fazla kaç santim olur?
40G: Hıı mesela elli elli daha yüz iki daha yüz iki oluyor.
41A: Alanı 100 cm^2 olduğunda çevresi en fazla kaç santim olur?
42G: Elliye iki, yüze bir olabilir.
43A: Çevresi en fazla kaç santim olabilir?
44G: Ee… onları topladığımızda en fazla yüz, iki yüz, iki yüz iki.
45A: Peki? Alanı 30 cm^2 çevresi en fazla kaç santim olur?
46G: On beşle ikiyi çarparsak.
47A: Başka var mı?
48G: Otuza bir olabilir.
49A: Çevresi en fazla kaç santim olabilir?
50G: Altmış iki oluyor.
51A: (Teyit amaçlı) altmış iki mi oluyor?
52G: Evet.
53A: (Alan ile çevre değerini göstererek) bu değerler arasında bir bağıntı gördün mü?
54G: (Verilen değerleri bir süre inceledikten sonra) iki katının iki fazlası.
55A: Yani diyorsun ki çevrenin olası en büyük değeri alanın 2 katının 2 fazlası oluyor.

56G: Evet iki katının iki fazlası.
57A: Peki Gizem. Alanın değeri sayı olarak verilmeseydi bu dikdörtgenin çevresinin olası en büyük değerini bulabilir misin?
58G: ... (düşünüyor).
59A: Diyelim ki bunun alanı "A" olarak verilmiş. Çevresinin alabileceği olası en büyük değeri "A" cinsinden ne olabilir?
60G: En büyük... (düşünüyor).
61A: Çevrenin alabileceği en büyük değeri nasıl buluyorduk? Mesela bu dikdörtgenin alanına 40 cm² dedik. Çevresinin en büyük değerine kaç dedin?
62G: 82.
63A: Kenar uzunluklarını kaç kaç vermiştin?
64G: Kırka bir verdim.
65A: Alanı A olursa en büyük çevre değeri için kenar uzunluklarını kaça kaç verirsin?
66G: Ee… şimdi orda kırka bir verdik. Bunda da A ya A mı?
67A: Bak kırka bir verdin.
68G: Hıhı.
69A: Peki alanı 30 cm² olursa en büyük çevre değeri için kenar uzunluklarını kaça kaç vermen gerekiyor?
70G: Otuza bir.
71A: Alanı yirmi olursa?
72G: Yirmiye bir.
73A: Alanı A olursa?
74G: En büyük olması için a'ya bir olur.
75A: (Teyit amaçlı) kenarlarından biri a diğeri kaç birim oluyormuş?
76G: Bir.
77A: Peki bu dikdörtgenin çevresini alabileceği en büyük değer ne olur?
78G: Ee… a ile a'yı toplarım 2a olur. Onunla da ikiyi toplarsam 2a+2 olur.



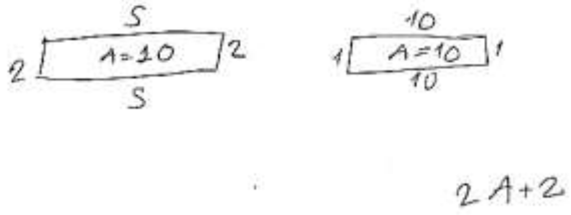
Şekil 58. Gizem'in Altıncı Soruya Ait Çözümü

Gizem ile altıncı soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde öğrencinin, alanları eşit olan dikdörtgenler verildiğini (12G) ve olası en büyük çevre uzunluk değerinin istenildiğini fark ettiği ancak sürecin başında çevre ile alan hesabını birbirine karıştırdığı görülmektedir. Araştırmacı, alan bulmaya yönelik işlemsel sorular sorarak sürecin devam etmesini sağlamaya çalışmıştır (27A, 29A, 31A). Bundan sonra ki süreçte öğrenci alanı verilen dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını herhangi bir çizim yapmadan zihninde canlandırıp (36G, 46G, 48G) olası çevre uzunluklarını hesaplayarak ve bunları kendi aralarında karşılaştırarak olası en büyük çevre uzunluğunu bulmaya çalışmıştır (38G, 40G, 42G, 44G, 50G). Bu işlemsel süreçten sonra öğrencinin çevre uzunluğunun olası en büyük değerini dikdörtgenin alanı ile ilişkilendirdiği görülmektedir (54G, 56G, 78G, Şekil 58). Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Meltem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın altıncı sorusu için Meltem ile yaklaşık 4 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Meltem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, M: Meltem):

10M: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor). Şimdi burada eşit iki dikdörtgen mi var?
11A: Ne anladın bu soruda?
12M: Eşit iki dikdörtgen çizip alanı en büyük olanını bulmamız isteniliyor.
13A: Eşit iki dikdörtgen derken neyi kastediyorsun?
14M: Yani eşit miktarda yer kaplayan alanları eşit olan iki dikdörtgenden bahsediyor. Alanları aynı olacakmış (iki dikdörtgen çiziyor).
15A: Bizden ne isteniliyor?
16M: En büyük çevre uzunluğuna sahip olanı.
17A: (Bir önceki soruyu göstererek) burada ne yapmıştık,
18M: Çevre vermişti en büyük alanı bulmuştuk.
19A: Hadi bakalım.
20M: Hocam alanı tekrar o şekil yapsak?
21A: Tabi ki. Alan nasıl hesaplanıyordu?
22M: Tabanla yüksekliği çarparak.
22M: Tabanla yüksekliği çarparak.
23A: Peki en büyük çevre uzunluğunu nasıl bulursun?
24M: ... (düşünüyor).
25A: Kenar uzunlukları hangi değerler olabilir?
26M: Sayı verebilir miyim?
27A: Verebilirsin.
28M: Alanı 10 olsun.
29A: O zaman kenar uzunlukları kaça kaça olur?
30M: 5'e 2 olur. Sonra 10'a 1.
31A: Başka var mı?
32M: Başka yok.
33A: Peki çevrelerini nasıl bulursun?
34M: (Çizdiği ilk dikdörtgeni göstererek) hocam eğer bu 5 olursa burası da 5 olur. Bu 2 olursa burada 2 olur. 14 (çevreyi kastediyor).
35A: Diğer dikdörtgenin çevresi?
36M: Hocam buna da şey desek. (Zihninden toplama işlemini yaptıktan sonra) bu yirmi iki olur. Şey çevresi daha büyüktür, yani kenarları birbirlerine uzak.
37A: Bunun daha büyük olduğunu söyledin. Peki kenarlar arasında herhangi bir ilişki olduğunu düşünüyor musun?
38M: Evet kenarları birbirine uzak oldukça çevre büyük oluyor.
39A: Alanı 10 birim kare olan bir dikdörtgen için en büyük çevre değerini 22 birim buldun. Burada 10 değil de A verseydik en büyük çevre değeri ne olurdu?
40M: (Dikdörtgen üzerinde göstererek) hocam burası A olurdu burası da 1 olurdu.
41A: Tamam çevresi ne olur o zaman?
42M: (Bir süre düşündükten sonra) o zaman 2A + 2.
43A: (Teyit amaçlı) Alanına "A" dedin. Çevresinin en büyük değeri "2A+2" oldu değil mi?
44M: Evet.
45A: Peki. Bu soru için eklemek istediğin başka bir şey var mı?
46M: Hayır



Şekil 59. Meltem’in Altıncı Soruya Ait Çözümü

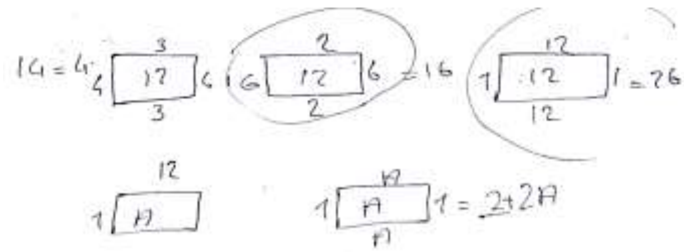
Meltem ile altıncı soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin alanları eşit olan dikdörtgenler verildiğini (14M) ve olası en büyük çevre uzunluk değerinin istenildiğini fark ettiği (16M), verdiği örnekte (28M) olası çevre uzunluk değerlerini herhangi bir dış uyaran olmadan hesaplayabildiği (30M, 34M), bu örneği genelleyerek çevre uzunluğu ile kenar uzunluklarını ilişkilendirdiği (36M, 38M) ve olası en büyük çevre uzunluk değerini alan cinsinden ifade ettiği görülmektedir (42M). Ancak sürecin tamamı ele alındığından öğrencinin çevre ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkilendirmeyi matematiksel bir nesne olarak algılayamadığı daha çok işlemsel olarak gördüğü düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda “Süreç aşamasında” davranışlar sergilediği söylenebilir.

Dilek’in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın altıncı sorusu için Dilek ile yaklaşık 7 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Dilek arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, D: Dilek):

10D: (Soruyu sesli okuduktan sonra) düzlemde eşit miktarda yer kaplayan... (düşünüyor). Bir tane dikdörtgen çizeyim. Kenarları birer tamsayıymış. Buna 3 buna da 4 diyeyim. En büyük çevre uzunluğuna sahip olanı belirleyin. ... (düşünüyor).
11A: Eşit miktarda yer kaplaması ne anlama geliyor sence?
12D: Şey eşit miktarda yer kaplaması bence alan. En büyük çevre için kenarların birbirine uzak olması lazım.
13A: (Teyit amaçlı) en büyük çevre uzunluğunu bulmak için kenar uzunluklarının birine uzak olması gerek diyorsun.
14D: Evet. En büyük alanı bulmak için de birbirine yakın olması gerekiyor.
15A: (Çizdiği dikdörtgeni göstererek) bunun alanı kaçtır?
16D: 12.
17A: Peki alanı 12 olan başka bir dikdörtgen çizip çevrelerini hesaplayabilir misin?
18D: (Boyu 6, eni 2 santim olan bir dikdörtgen çizdikten sonra) bunun ki 16 olur. (İlk çizdiği dikdörtgeni göstererek) bununki de 4 vermişim 3 vermişim çevresi 14 olur.
19A: (Öğrencinin çizdiği iki dikdörtgeni göstererek) hangisinin çevresi daha büyük?
20D: (İkinci çizdiği dikdörtgeni göstererek) bunun. O zaman kenar uzunlukları birbirine uzak olan işte birbirinden uzak olan çevresi daha büyük oluyor.
21A: O zaman nasıl bir ilişki kurulabiliyor kenar uzunlukları ile çevre arasında?
22D: Şey alanda kenarları birbirine yakın sayı olursa en büyüğü oluyor, çevrede de birbirine uzak olursa.
23A: Peki. Soruda diyor ki, bu dikdörtgenin çevre uzunluğunu kenar uzunlukları cinsinden nasıl ifade edebilirsiniz?
24D: ... (düşünüyor).

25A: Mesela alanına burada "A" desen. Bunun olası en büyük çevre uzunluğunu "A" cinsinden nasıl bulabiliriz?
26D: Kenarları birbirine uzak vereceğiz. ... (düşünüyor).
27A: (Çizdiği dikdörtgenleri göstererek) mesela burada 2'ye 6 ve 3'e 4 verdin. Alanı 12 olması için başka hangi değerleri verebiliriz?
28D: (Bir süre düşündükten sonra) 12'ye 1 de olabilir. (Yeni bir dikdörtgen çizdikten sonra) o zaman buraya 1 buraya 12 vereceğim.
29A: Çevresi kaç birim olur?
30D: Çevresi on iki on iki yirmi dört yirmi altı.
31A: En büyük çevreye sahip dikdörtgen hangisi oldu?
32D: (En son çizdiği dikdörtgeni göstererek) bu.
33A: Tamam, şimdi en büyük çevre için kenarlarına hangileri değer veriyorsun?
34D: (En büyük çevreyi inceledikten sonra) kısa kenarına 1 vereceğiz.
35A: Peki alanı "A" birim kare olursa en büyük çevresi kaç birim olur?
36D: Alanı "A" olursa en büyük çevresi ... (düşünüyor).
37A: Alanın 12 birim kare dediğimizde çevresi en büyük 26 birim oluyor. Eğer alanına sayı değil de bir harf versek çevresinin en büyük değeri bu harf cinsinden ne olur?
38D: Alana "A" harfi verirsek... (düşünüyor).
39A: Bu "A" neye eşittir?
40D: (Dikdörtgenin kenarlarını göstererek) bununla bunun çarpımına.
41A: Peki bu dikdörtgenin çevresinin en büyük olması için kısa kenar uzunluğu kaç birim olmalı?
42D: Kısa kenar bir 1 vermiştik. Eğer sayı verirsek o zaman bura da 1 olmalı.
43A: Peki uzun kenar ne olur?
44D: ... (düşünüyor).
45A: Alanı 20 br² olan bir dikdörtgenin kısa kenar 4 birim olursa uzun kenarı kaç birim olur?
46D: 5 birim.
47A: Nasıl buldun?
48D: 20'yi 4'e böldüm.
49A: Burada da alanı A birimkare verilmiş. Kısa kenarı 1 birim olursa uzun kenarı kaç birim olur?
50D: (Şaşkınlık ifadesi içerisinde) ha… tamam. A'yı 1'e böleceğim yine A olur (yazıyor).
51A: Peki çevresi ne olur?
52D: (Dikdörtgenin diğer kenarını göstererek) şey çevresi buraya da A yapacağız buraya 1 versek (yazıyor). Çevresi A ile A'yı topladım 2A oldu. Bununla buda 2 olur. 2 artı 2A olur böyle.



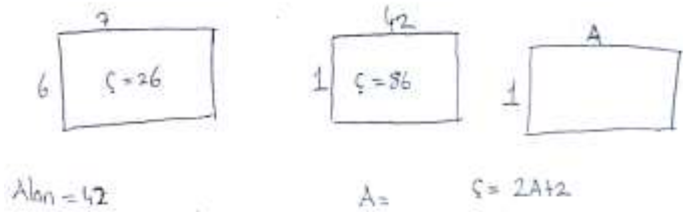
Şekil 60. Dilek'in Altıncı Soruya Ait Çözümü

Dilek ile altıncı soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde öğrencinin, alanları eşit olan dikdörtgenler verildiğini ve olası en büyük çevre uzunluk değerinin istenildiğini farkında olduğu ve çevre ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi hemen söylediği (12D) sürecin devamında da zaman zaman ifade ettiği görülmektedir (14D, 20D, 22D, 26D). Bu ilişkiyi ezberden mi söylediğini anlamak için süreç devam ettirilmiştir. Dilek verdiği örnekte kendi başına herhangi bir dış uyaran olmadan olası çevre uzunluklarını hesaplayarak (18D, 28D, 30D) bunlar arasında olası en büyük çevre uzunluğunu belirlemiş (32D) ve olası en büyük çevre uzunluk değerini alan cinsinden ifade etmiştir (52D). Ancak dikdörtgenin alanına sayısal bir değer değil de harf verildiğinde çok zorlanması ve dış uyaranlara ihtiyaç duyması öğrencinin özümseyip içselleştirmiş olduğu çevre ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi bir bütün olarak algılayıp nesneleştiremediğini düşündürtmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

Zeliha'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın altıncı sorusu için Zeliha ile yaklaşık 3 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Zeliha arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, Z: Zeliha):

10Z: (Soruyu sesli okuduktan sonra) alanlar eşitmiş. O zaman birbirine en uzak sayıları seçeceğiz.
11A: (Teyit amaçlı) yani burada eşit miktarda yer kaplayan derken alanları mı kastediyor?
12Z: Evet.
13A: Peki alan nasıl bulunuyordu?
14Z: Genellikle kısa kenarla uzun kenarı çarpılıyordu.
15A: Çevre nasıl bulunuyor?
16Z: Çevrede ise bütün kenarları toplayacağız.
17A: En büyük çevre uzunluğu derken aklına ne geliyor?
18Z: Kenarlar birbirine uzak olacak.
19A: (Teyit amaçlı) verilen kenar uzunluk değerleri birbirine uzak olacak mı diyorsun?
20Z: Evet. (Bir dikdörtgen çizdikten sonra) değer verebiliyor muyuz?
21A: Örnek değerler verip onu genelleyebilirsin.
22Z: (Bir önceki soruda verdiği değeri göstererek) mesela burda çevreye 42 demiştik. Burda da alana 42 diyelim. Kenar uzunlukları 6 cm ile 7 cm olsun. Ama bu en küçük çevresi.
23A: Kaç cm olur çevresi?
24Z: Çevresi altı altı on iki. Yedi yedi on dörtten 26 olur (yazıyor).
25A: Başka 42 cm^2 lik alana sahip bir dikdörtgen daha çizebilir misin?
26Z: En büyüğü de 42'ye 1 olacak (kenar uzunlukları). Mesela burası 42 burası 1. Kırk iki kırk iki seksen dört, 86 yapıyor çevresi. (Bulduğu değeri göstererek) bu da en büyük değerdir.
27A: Yani çevrenin en büyük değeri alması için kenar uzunlukları birbirine en uzak değerleri alması gerekiyor.
28Z: Evet.
29A: Peki alanına sayısal bir değer yerine "A" desek. Bu dikdörtgenin çevresinin en büyük değeri "A" cinsinden ne olur?
30Z: (Bir dikdörtgen çizerek) şey yapacağız burada alanın en büyük değerini bulmak için A ile 2'yi çarpıp üstüne 2 ekleyeceğiz.
31A: Neden iki ile çarpıp iki ekledin?
32Z: Çünkü zaten aynı değerde alacağımız için iki tane aynı eşit kenarlar olacak. Birde kısa kenarı 1 diye alacağız.
33A: Söylediklerini şekil üzerinde yazarak gösterebilir misin?
34Z: Tamam. Buraya "1" diyoruz, bura A olur.
35A: Çevresi ne olur?
36Z: Çevresi 2A+2.
37A: Özetleyecek olursak verilen dikdörtgenin alanı A olursa en büyük çevre değeri ne olurmuş?
38Z: Alanının iki katının iki fazlası.
39A: Bu soru ilgili başkan eklemek istediğin bir şey var mı?
40Z: Yok.



Şekil 61. Zeliha'nın Altıncı Soruya Ait Çözümü

Zeliha ile altıncı soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu okuduktan hemen sonra dikdörtgenlerin alanlarının eşit olduğunu ifade ettiği ve ayrıntıya girmeden kenar uzunlukları ile çevre uzunluğunu ilişkilendirdiği görülmektedir (10Z). Yaptığı ilişkilendirmenin ezber mi yoksa matematiksel bir nesne olarak algılayıp kapsülünden çıkarıp bu soruya yansıttığını anlamak için devam ettirilen mülakatta öğrencinin süreçte bu ilişkilendirmeyi yerine göre bilinçli bir şekilde ifade ettiği (18Z), olası en büyük çevre değerini bulurken kullandığı mantığı net bir biçimde açıklayabilmektedir (22Z, 26Z, 30Z, 38Z). Zeliha'nın çözüm sürecinde herhangi bir dış uyarana gereksinim duymadığı, kendinden emin bir biçimde hızlı ve esnek cevaplar verdiği görülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği ve aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin çevre uzunluklarıyla kenar uzunlukları arasındaki ilişkilendirmeyi matematiksel bir nesne olarak algıladığı söylenebilir.

4.2.1.6.2. Kontrol grubu öğrencilerinin klinik mülakatın altıncı sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

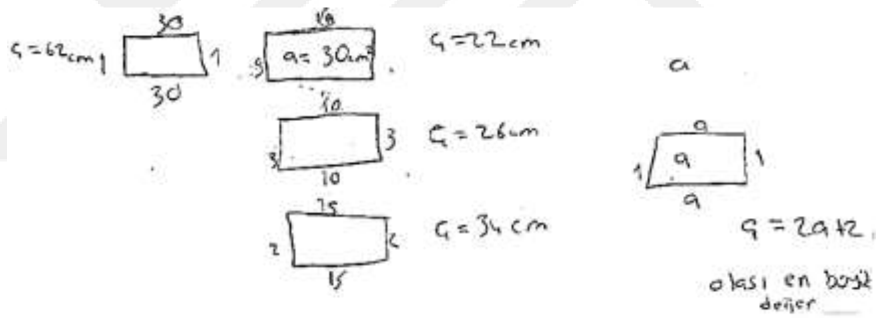
Sevda'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın altıncı sorusu için Sevda ile yaklaşık 9 dakika süren bir klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı ile Sevda arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, S: Sevda):

10S: (Soruyu sesli okuyup bir süre düşündükten sonra) o zaman bir tane dikdörtgen çizeceğim yine.
11A: Bu soruda ne anladın? İlk olarak ona bakalım. Dikdörtgenlerin neleri eşittir?
12S: Nasıl yani. Kenarları birbirine eşit.
13A: Eşit miktarda yer kaplayan demiş.
14S: Alanları.
15A: (Teyit amaçlı) alanları eşit diyorsun.
16S: Evet. En büyük çevre uzunluğuna sahip olanı belirleyip bu dikdörtgenin ha… yani burada bize alanı vermiş çevresini bulacağız. Yani öyle oluyor.
17A: Yani aynı alana sahip dikdörtgenlerden mi bahsetmiş?
18S: Evet. O zaman ben de burada bir dikdörtgen çizip önce alanı verip sonra çevreyi bulurum.
19A: Evet (devam et anlamında).
20S: (Bir dikdörtgen çizdikten sonra) tamam hocam şimdi bunun alanına bir sayı verirsek, çevresini kolaylıkla bulabiliyoruz.
21A: Hangi sayıyı vereceksin?

22S: Alanına 30 versek.
23A: Alanı 30 cm^2 olan dikdörtgenin kenar uzunlukları kaça kaç olur?
24S: Alanına 30 dersek her biri kaç olur? O zaman ona beş oluyor. Yani buralar 10 santim.
25A: Dikdörtgenin alanı nasıl hesaplanır?
26S: Dikdörtgenin alanı taban çarpı ee... Taban artı yükseklik. Hocam alt tabanla üst tabanı toplayıp yükseklikle çarpıyorduk. Sonra bölü iki.
27A: (Bir önceki sorudaki dikdörtgenleri göstererek) onların alanını nasıl hesaplıyordun?
28S: Alanlarını kenarlarını çarparak. Uzun kenar ile kısa kenarı çarparak.
29A: Burada alt taban ile üst taban diyorsun.
30S: Ya işte o zaman yanlış oldu. O zaman buraya değer verirsek 10 ile 5 verdik. Çarparsak?
31A: 50 yapar.
32S: Hıı. 30 vermişse burası 6 burası 5 olur. 6'ya 5.
33A: Çevresi kaç cm olur?
34S: (Zihinden işlem yaptıktan sonra) çevresi 22 cm.
35A: Alanı 30 cm^2 olan başka dikdörtgen var mı?
36S: Alanı 30 olan başka hangi dikdörtgen (düşünüyor). 8 versek bura 11.
37A: Alanı için bu ikisinin çarpımı demiştin.
38S: Ya evet işte yok. O zaman ben çevreden gittim. Alanı bulacağımız için hocam o zaman burası 10 dersek buranın 3 olması lazım.
39A: Çevresi ne olur?
40S: Yirmi altı.
41A: Alanı 30 cm^2 olan başka dikdörtgen var mı?
42S: Alan 30 olan. Hocam 6'ya 5 var, 10'a 3 var. 15'e 2 var (çiziyor).
43A: (En son söylediği dikdörtgeni göstererek) bunun çevresi kaç santim olur?
44S: 34. Evet 34.
45A: Başka var mı?
46S: Yok hatırlamıyorum ama yine de deneyeceğim (gülüyor). 8 versek bir kenarına. Sekiz sekiz on altı olmaz çünkü olmayacak. ... (düşünüyor).
47A: Hangi iki sayının çarpımı 30 şeklinde düşündün değil mi?
48S: Evet öyleydi.
49A: Buradan 5 ile 6 var, 10'a 3 var bir de 2'ye 15 olduğunu söyledin. Başka hangi iki sayıyı çarparsan 30 yapar?
50S: Yok ki hocam hatırlamıyorum. Tamam bu kadar hocam.
51A: Alanı 6 olan hangi dikdörtgenler var?
52S: Alanı 6 olan 2 ile 3.
53A: Başka var mı?
54S: Altıya bir var.
55A: Kenarları 6 santime 1 santim?
56S: Evet. O zaman 30 çarpı 1 var (çiziyor).
57A: Çevresi kaç cm olur bu dikdörtgenin?
58S: 62 santim (yazıyor).
59A: Alanı 30 cm^2 olan 4 tane dikdörtgen çizip çevrelerini 22 cm, 26 cm, 34 cm ve 62 cm olarak hesapladın.
60S: Evet.
61A: Burada en büyük çevre hangisi?
62S: 62 santim.
63A: Peki aynı alana sahip dikdörtgenlerden çevre değerinin en büyük olması için kenarlar arasında nasıl bir ilişki olmalı?
64S: Kenarlar arasında hocam. Şey kenarlar birbirinden uzaklaştıkça çevresi büyüyor gibi bir şey. Yani kenarlar arasındaki fark artıkça çevre büyüyor.
65A: (Teyit amaçlı) öyle olduğunu mu düşünüyorsun?
66S: Evet.
67A: Alanı 40 cm^2 olsaydı çevresi en fazla kaç cm olurdu?
68S: Çevresi en fazla kırka ikiden 80 olurdu.
69A: 40'a 2 versen alanı 80 cm^2 yapar. Ama alanını 40 cm^2 olarak vermiştik.
70S: Alanı 40'sa o zaman 20'ye 2. Çevresi 44 cm olur.
71A: Çevresinin alabileceği başka bir değer var mı?
72S: Alan 40, başka değer. İşte hocam 10'a 4 veririz. Çevre 28 cm olur.
73A: Başka var mı?
74S: Ondan sonra 40'a 1 var.

75A: Çevresi kaç cm olur?
76S: 82 olur.
77A: O zaman en büyük değer 82 santim mi oluyor?
78S: Evet.
79A: Alanı 50 verseydim olası en büyük çevre değeri ne olurdu?
80S: 50 verseydiniz hocam yirmi beşe ikiden gidersek çevre 54 olurdu. Elliye bir verseydik 102 olurdu.
81A: (Teyit amaçlı) en büyük 102 mi oluyor?
82S: Evet hocam.
83A: Peki diyelim ki alan 25 olsun.
84S: Alan 25. O zaman bu verdiğimiz kenarları verdiğimiz şey yanında da işte buçuklu sayı alıyor. ... (bir süre düşündükten sonra) 5 kere 5 verirsek çevre 20 olur. Hocam yirmi beşe bir var. Çevresi 52 oluyor.
85A: Alan 20 cm^2 olursa çevre en fazla kaç cm olur?
86S: 10 çarpı 2'den ya da 20 çarpı 1'den 42 oluyor.
87A: Peki alanına sayısal bir değer değil de "a" diyelim. Olası en büyük çevre değeri "a" cinsinden ne olur?
88S: Alanı "a" verdiniz. Çevrenin en büyük olması için kenar uzunlukları "a" çarpı bir.
89A: Bir dikdörtgen çizip üzerinde gösterebilir misin?
90S: ... (çiziyor).
91A: Çevresi en fazla ne olur?
92S: Çevresi 2a+2 oluyor.
93A: Bu değer çevrenin olası en büyük değeri mi?
94S: Evet hocam.
95A: Eklemek istediğin bir şey var mı?
96S: Hayır hocam.



Şekil 62. Sevda'nın Altıncı Soruya Ait Çözümü

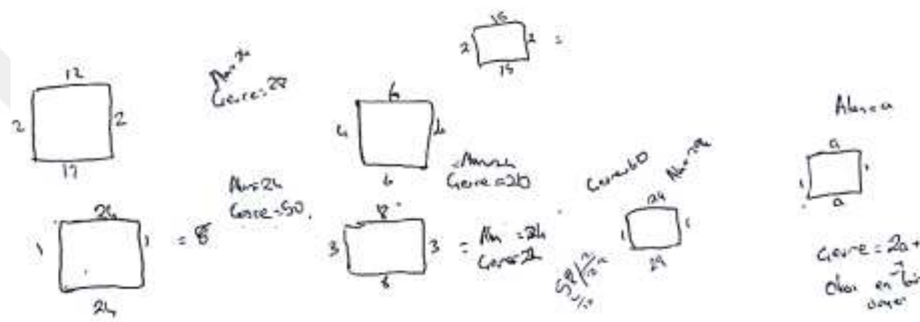
Altıncı soruya yönelik Sevda ile yapılan görüşme incelendiğinde, öğrencinin alanları eşit olan dikdörtgenler verildiğini (14S) ve soruyu anlamlandırdığı diğer bir ifadeyle çevrenin olası en büyük değerinin istendiğini fark ettiği (16S, 18S), süreçte genellikle içsel kontrol sağladığı, yamuğun alan formülünü dikdörtgenin alanına genellediği (26S) sonrasında dikdörtgenin kendi alan formülünden hareket ettiği (28S), zaman zaman çevre ile alanı birbirine karıştırdığı (36S, 46S, 68S, 84S) araştırmacının yönledirici soruları sonrası farkına varıp düzelttiği (38S, 70S, 84S), sayısal verilerden hareketle kenar uzunlukları ile çevreyi ilişkilendirdiği (64S), olası en büyük çevre uzunluk değerini alan cinsinden ifade ettiği görülmektedir (88S, 92S). Sürecin tamamı ele alındığında Sevda'nın ilişkilendirmeyi henüz bir bütün olarak algılayamadığı dolayısıyla bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

Nevin'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın altıncı sorusu için Nevin ile yaklaşık 8 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nevin arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nevin):

10N: (Soruyu sesli okuduktan sonra) düzlemde eşit miktarda yer kaplayan kenarları birer tam sayı olacak. ... (düşünüyor).
11A: Düzlemde eşit miktarda yeri kaplayan derken neyi kastediyor?
12N: Hepsi eşit.
13A: Eşit olan ne burada?
14N: Alanı.
15A: (Teyit amaçlı) alanları mı eşit?
16N: Evet.
17A: O zaman burada ne yapacağız?
18N: Alanlar burada eşit. Yani alanları eşit olan dikdörtgenlerden en büyük çevre uzunluğuna sahip olanı belirleyeceğiz. Alanlar eşit. Mesela 12'ye 2 olsa alan 24 oluyor.
19A: Alan 24 mü?
20N: Evet alan 24. En büyük çevre uzunluğuna sahip olanı belirleyelim. Kaç oluyor? 24 4 daha 28. Çevre 28 oluyor.
21A: Nasıl hesapladın çevreyi?
22N: Çünkü 12 buraya da (karşı kenarına) 12 geliyor. 24, dörtte bura 28 olur.
23A: Başka dikdörtgen var mı bu alana sahip?
24N: (Kenar uzunluklarına) 24'e 1 versek. (Toplama işlemi yaptıktan sonra) 50. Çevre 50.
25A: Evet (devam et anlamında).
26N: Alan 24 olması için 6 çarpı 4 (yazıyor). (Toplama işlemi yaptıktan sonra) çevre 20 oluyor. Başka var mı ki?
27A: Alanı 24 dedin.
28N: Hocam burada çevresi en büyük (50 birim) olan bu oluyor.
29A: Peki kenar uzunlukları 8'e 3 olabilir mi?
30N: Evet aynen. 8 kere 3 alan 24. (Toplama işlemi yaptıktan sonra) çevresi 22. Bakayım ki o zaman en büyük çevresi (50 birim) yine bu.
31A: Peki buradan nasıl bir sonuç elde ettin yani ne fark ettin?
32N: Burada tam tersi.
33A: Nasıl?
34N: Burada mesela çevreleri eşit oldu mu, kenarlar yakınlaştıkça alan artıyordu. Eşit alanlara sahip dikdörtgenlerde ise kenarları birbirinden uzaklaştıkça çevre artıyor.
35A: Çevreleri mi artıyor?
36N: Evet.
37A: (Teyit amaçlı) o zaman şunu mu demek istiyorsun: alanları eşit olan dikdörtgenlerde kenar uzunlukları arasındaki fark arttıkça çevreleri artar.
38N: Evet.
39A: Kenar uzunlukları birbirine yaklaştıkça ne oluyor?
40N: Çevre azalıyor. Mesela buradaki gibi.
41A: Diyelim ki alanı 30 br^2 verilmiş olsun.
42N: Hıhı. Tamam.
43A: Bunun çevre değerinin olası en büyük değeri kaç birim olur?
44N: Alanı 30 br^2? O zaman kaç oluyor? (Kısa bir süre düşündükten sonra) 62.
45A: Diyelim ki alanı 40 br^2 verilmiş olsun. Çevre değerinin olası en büyük değeri kaç birim olur?
46N: 82.
47A: Diyelim ki alanı 25 br^2 verilse? Çevre değerinin olası en büyük değeri ne olur?
48N: 52.
49A: Peki tersten sorayım. Çevrenin olası en büyük değeri 60 birim verilsin. O zaman alanı ne olur?
50N: Hımm. 58 oluyor, yok yani yanlarına. Mesela şöyle diyelim, 58 yanlardan bir versek. 58 de ikiye bölsek 29 oluyor. Çarpsak alanda 29 oluyor.
51A: Alan 29 mu oluyor?
52N: Hıhı.
53A: Peki alanı böyle sayısal bir değer değil de "a" gibi bilinmeyen bir değer versek.

54N: Hıhı.
55A: Alanı "a" olan bir dikdörtgenin çevresinin alabileceği olası en büyük değer "a" cinsinden nedir diye sorulsa.
56N: Hımm. ... (düşünüyor).
57A: Alanı 20 olursa çevresinin en büyük değeri ne oluyordu?
58N: Çevresi 42.
59A: Alanı 30 olursa çevresinin en büyük değeri ne oluyordu?
60N: Alanı 30 verilirse otuza biri çarparak 30 yapabiliriz. Çevresi 62.
61A: Peki alana "a" dersek. Olası en büyük çevre değeri için kenar uzunlukları kaça kaça olur?
62N: 1'e "a" olur. Yani şöyle buraya "a" diyelim buraya da "1" diyeceğiz.
63A: Çevrenin olası en büyük değeri ne olur?
64N: Çevre? 2a desek toplarsak 2a + 2 olası en büyük değeri (yazıyor).
65A: Peki özetlemek ister misin?
66N: Alanları eşit olan dikdörtgenlerin çevrelerinin olası en büyük değerini bulmak için kendisiyle biri çarpıp en büyük değeri bulabiliriz. Ya da kenar uzunlukları birbirine yaklaştıkça çevre azalıyor, uzaklaştıkça artıyor.
67A: Başka eklemek istediğin herhangi bir şey var mı?
68N: Yok.



Şekil 63. Nevin'in Altıncı Soruya Ait Çözümü

Nevin ile altıncı soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin alanları eşit olan dikdörtgenler verildiğini bilincinde olup olası en büyük çevre uzunluk değerinin istenildiğini fark ettiği (14N, 18N), verdiği örnekte çevre uzunluk değerlerine herhangi bir dış uyaran olmadan ulaştığı (20N, 22N, 24N, 26N, 30N) sonrasında bu örneğe bakarak kenar uzunlukları ile çevreyi ilişkilendirdiği yaptığı ve süreçte kullandığı (34N, 40N, 66N) sonrasında bu soru kapsamında sorulan işlemsel sorulara (41A, 45A, 47A) herhangi bir çizim yapmadan zihninde hayal ederek kendinden emin bir biçimde olası en büyük çevre uzunluk değerini alan cinsinden ifade ettiği görülmektedir (64N). Bunun yanı sıra soru kapsamında tersine çevirme mekanizmasını başarılı bir şekilde kullanabildiği gözlemlenmiştir (50N). Ancak soruyu okuduktan sonra hemen ilişkilendirmeyi ifade edemeyişi veremeyişi süreçte zaman zaman düşünmesi ilişkilendirmeye işlemsel süreçlerden sonra ulaşması öğrencinin bilgilerini bir bütün olarak algılayamadığını düşündürtmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

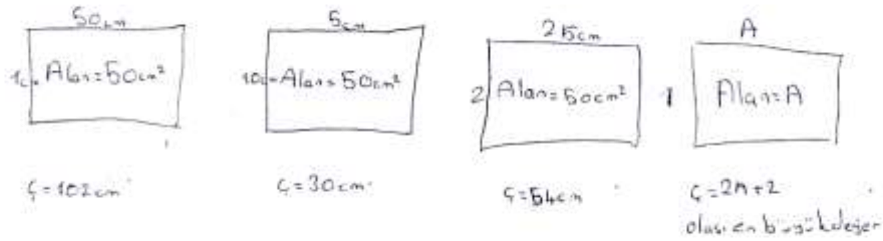
Nazlı'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın altıncı sorusu için Nazlı ile yaklaşık 10 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nazlı arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nazlı):

10N: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Sorudan ne anladın?
12N: Hocam burada birkaç dikdörtgen çizeceğiz. Çevre uzunluğu en büyük olanı belirleyip kenarları cinsinden ifade edeceğiz.
13A: Şimdi burada eşit miktarda yer kaplayan demiş. Ne anlama geliyor?
14N: Yani alanları eşit olan.
15A: O zaman alanları eşit olan dikdörtgenlerden en büyük çevre uzunluğuna sahip olanı mı soruyor?
16N: Evet. Bunların hocam alanları eşitmiş. Buna hocam değer vererek gitsem olur mu?
17A: Olur.
18N: ... (alan = 50 cm^2 yazıyor).
19A: Alana 50 cm^2 verdin.
20N: Evet.
21A: İstersen sesli düşün.
22N: Hocam şimdi kenarlarını birer tam sayı olarak vermemizi istemiş. O yüzden 50'yi dörde bölemediğim için değer vermeyi düşünüyorum.
23A: Ama bak alan verilmiş. Biz dikdörtgenin alanını nasıl hesaplıyorduk?
24N: Taban çarpı yükseklik.
25A: Taban çarpı yükseklik. O zaman bu ikisinin çarpımı 50'ye mi eşit olacak?
26N: Evet.
27A: Peki hangi iki sayının çarpımı 50'dir?
28N: 5'le 10 (yazıyor).
29A: Başka hangi iki sayının çarpımı 50'dir?
30N: Hocam 50'ye 1
31A: 50'ye 1. Başka var mı aklına gelen?
32N: Yok.
33A: Mesela 50 sayısı çift bir sayı ikiye bölünür mü?
34N: O zaman 25 kere 2'de olur.
35A: 25'e 2. Peki bunun (kenar uzunlukları 50 cm ile 1 cm olan dikdörtgen) çevresi kaç cm'dir?
36N: 102 (Ç = 102 cm yazıyor).
37A: Bu ikincisinin çevresi kaç cm'dir?
38N: 110.
39A: Nasıl anladın?
40N: İki tabanla topladım ve çıktıkları topladım 2'yle ...
41A: Ama kenar uzunlukları 5 cm'ye 10 cm.
42N: Çarptım ben bir dakika hocam. ... (işlem yaptıktan sonra Ç = 30 cm yazıyor.)
43A: Diğerinin çevresi kaç cm'dir?
44N: 54 (Ç = 54 cm yazıyor).
45A: Şimdi bu üç tane çizdiğin dikdörtgene bir bakalım. Aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerdir.
46N: Evet hocam.
47A: Şimdi bizden en büyük çevre uzunluğunu istemiş. O zaman hangisi olur?
48N: 102
49A: Peki bunun kenarları arasında herhangi bir ilişki gördün mü?
50N: Hocam tabanla yükseklik arasındaki fark ne kadar yüksekse yani büyükse alanda o kadar ama yok alan eşit. Hocam çevre yani tabanla yükseklik arasındaki fark ne kadar büyükse çevrede o kadar büyük oluyor.
51A: Büyük mü küçük mü?
52N: Büyük.
53A: (Teyit amaçlı) burda kenarlar arasındaki fark ne kadar fazla olursa çevre o kadar büyük mü oluyor?
54N: Evet.
55A: Peki tersi nasıl olur? Yani aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerde kenarlar arası uzaklık azaldıkça çevre?

56N: Küçülüyor.
57A: Peki alanı 40 cm^2 verilmiş olan bir dikdörtgenin çevresinin olası en büyük değeri nedir?
58N: ... (düşünüyor).
59A: Burada alana 50 cm^2 dedin çevresinin olası en büyük değerini 102 cm buldun. Alanı 40 cm^2 olsaydı kaç cm olurdu?
60N: 4'e 10 vereceğim hocam. 4'e 10 olmaz mı?
61A: Çevre ne olur?
62N: 28.
63A: Kenar uzunlukları başka hangi değerleri alabilir?
64N: 40'a 1.
65A: Onun ne olur çevresi?
66N: Hocam 82.
67A: Peki alanı 24 cm^2 verilmiş olsaydı çevresinin olası en büyük değeri ne olurdu?
68N: Alanı yirmi dörtse, kenarları 24'e 1 olur.
69A: Çevresi ne olur?
70N: 50.
71A: Alanı 15 cm^2 verilmiş olsaydı çevresinin olası en büyük değeri ne olurdu?
72N: 15'e 1. Çevresi de en fazla 32.
73A: Peki çevresinin olası en büyük değeri 30 cm verilmiş olan dikdörtgenin alanı kaç cm^2'dir?
74N: 15'e 1 mi oluyor? (Bir süre düşündükten sonra) anlamadım hocam.
75A: Mesela alanı 50 cm^2 verildiğinde çevresinin olası en büyük değeri 102 cm oldu. Alanı 40 cm^2 olduğunda ise çevresinin en büyük değerini 82 cm buldun.
76N: Evet.
77A: Çevrenin olası en büyük değerinin 30 cm olması için alan kaç cm^2 olmalı?
78N: ... (düşünüyor).
79A: Çevrenin olası en büyük değerini bulmak için kısa kenara genelde hangi değeri veriyorsun?
80N: Bir.
81A: Tamam kısa kenara 1 cm verdiğinde uzun kenar kaç cm olur?
82N: Geriye 28 kalır. 28'i de ikiye bölersek 14.
83A: O zaman alan ne olur?
84N: 14 kere 1'den 14.
85A: Peki diyelim çevresinin olası en büyük değeri 52 cm ise alanı kaç cm^2 olur?
86N: (Bir süre düşündükten sonra) 25'e 1. Evet 25.
87A: Alanı sayısal bir değer değil de "A" verilmiş olsaydı çevresinin olası en büyük değeri "A" cinsinden ne olurdu?
88N: Taban çarpı yükseklikten. (Bir süre düşündükten sonra) hocam 50'yi hani ikiyle çarpıp bir de iki ekliyorum ya... (düşünüyor).
89A: Alan verildiğinde en büyük çevreye sahip olması için ne yapıyordun? Hangi değerleri veriyordun?
90N: 50'ye 1
91A: Alan 40 cm^2 olursa çevrenin olası en büyük değeri için kenar uzunlukları hangi değerleri alır?
92N: 40'a 1
93A: Alan 30 cm^2 olursa?
94N: 30'a 1
95A: Alan 24 cm^2 olursa?
96N: 24'e 1
97A: Peki alan A olursa çevrenin olası en büyük değeri için kenar uzunlukları hangi değerleri alır?
98N: A'ya 1
99A: Bir dikdörtgen çizip üzerinde gösterebilir misin?
100N: ... (çiziyor).
101A: Bu dikdörtgenin çevresi ne olur?
102N: Çevre 2A + 2
103A: Peki bu soruda ne yaptığımızı özetlemek ister misin?
104N: Hocam çevresinin en büyük değerini bulmak için tabanla yükseklik arasındaki farkı en büyük yapıyorduk.
105A: Farkı derken, kenar uzunlukları arasındaki farkı mı kastediyorsun?
106N: Evet hocam. Büyütüyorduk (arttırıyorduk). Küçük yapmak içinde küçültüyorduk (azaltıyorduk).

107A: Çevrenin olası en büyük değeri bulabiliyor muyduk?
108N: Evet zaten 2 katının 2 fazlası oluyor.
109A: Peki eklemek istediğin başka bir şey var mı?
110N: Yok.



Şekil 64. Nazlı'nın Altıncı Soruya Ait Çözümü

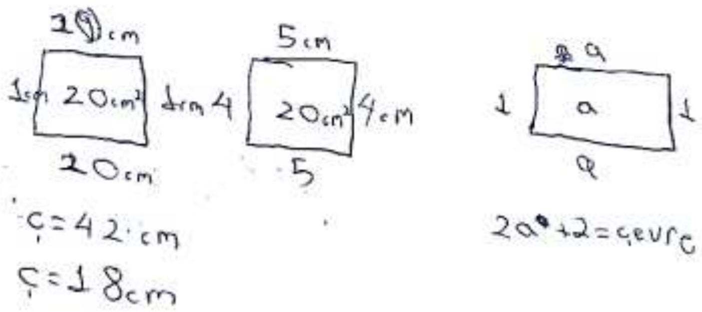
Altıncı soruya yönelik Nazlı ile yapılan mülakat incelendiğinde, Nazlı'nın alanları eşit olan dikdörtgenler verildiğini (14N, 16N) ve olası en büyük çevre uzunluk değerinin istenildiğini fark ettiği (12N), süreçte alan ile çevre hesabını zaman zaman karıştırdığı (22N, 38N, 40N), soru kapsamında sorulan işlemsel soruları (57A, 67A, 71A) dikdörtgen şekli çizmeden zihninde canlandırarak yanıtladığı görülmektedir (66N, 70N, 72N). Ayrıca ilerleyen süreçte sorulan işlemsel soruyu (77A) doğru cevaplaması (84N) soru kapsamında tersleme mekanizmasını kullandığı şeklinde yorumlanabilir. Nazlı'nın örneklerden hareketle çevre ile kenar uzunluklarını ilişkilendirdiği (50N, 56N, 106N) ve olası en büyük çevre uzunluk değerini alan cinsinden ifade ettiği görülmektedir (102N, 108N). Ancak sürecin tamamına bakıldığında öğrencinin çevre ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkilendirmeyi bir bütün olarak algılayıp matematiksel olarak nesneleştiremediği düşünülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" olduğu ve bu aşamada davranışlar sergilediği söylenebilir.

İdris'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın altıncı sorusu için İdris ile yaklaşık 7 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile İdris arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, İ: İdris):

10İ: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Ne anladın bu soruda?
12İ: Hocam yani uzunlukları çevresi hepsinde eşit olacak.
13A: Ama bak düzlemde eşit miktarda yer kaplayan demiş. O zaman neyi eşittir bunların?
14İ: O zaman alanları eşit olacak çevre uzunlukları farklı olacak.
15A: Çevre denildiğinde aklına ne geliyor?
16İ: Çevre deyince dört tane kenarın uzunluğunun toplamı.
17A: Aynı zamanda verilen şeklin etrafını dolaşmak olarak düşünebilir miyiz?
18İ: Evet.
19A: Peki o zaman bu soruda aynı alana sahip dikdörtgenin çevresinin olası en büyük değerini mi bize soruyor?
20İ: Evet.
21A: Peki bunu nasıl buluruz?
22İ: Hocam mesela ikisininki de 20 olsa hocam 20'yi 2'ye böleceğiz 1 çıkartırsak 19 diye alt üstü vereceğim.

23A: Dur bir saniye. Alanı 20 cm² mi verdin?
24İ: Evet.
25A: Dikdörtgenin alanı nasıl bulunuyordu?
26S: Hocam yükseklik çarpı taban.
27A: O zaman bu ikisinin (kenarların) çarpımı 20 cm² mi olacak?
28İ: Evet.
29A: O zaman burası 19 cm nasıl olur ki?
30İ: O zaman 20'de hocam karşılıklı kenarları eşit olacak. 20'ye 1 vereceğim. Hocam diğerindeyse hocam bura 5 cm buralarda 4 cm olsun. Hocam bunun (ilk dikdörtgenin) çevresi daha fazla oluyor.
31A: Bunun çevresi kaç cm oldu?
32İ: 42.
33A: 42 cm. Peki bunun (diğer dikdörtgen) çevresi kaç cm'dir?
34İ: 18 (yazıyor).
35A: Aynı alana sahip iki tane dikdörtgen çizdin doğru mu?
36İ: Evet.
37A: Hangisinin çevresi daha büyük oldu?
38İ: Birincisi.
39A: Alanını 30 cm² verseydi çevrenin olası en büyük değeri ne olurdu?
40İ: (Kendinden emin bir biçimde hemen cevap veriyor) 62
41A: Alanı 80 cm² olsaydı?
42İ: (Kendinden emin bir biçimde hemen cevap veriyor) 162
43A: Peki alanı böyle sayısal bir değer değil de "a" verilseydi çevrenin olası en büyük değeri ne olurdu?
44İ: $a^2 + 2$
45A: Olası en büyük çevre uzunluğunu nasıl buluyorsun?
46İ: Hocam bunda yani kenar uzunluklarını birbirinden olabildikçe uzağa çekmeye çalıştığımız için.
47A: Olası en büyük çevre uzunluğu için kenar uzunlukları arasındaki fark büyük olacak diyorsun.
48İ: Evet aradaki fark büyük olacak.
49A: Alanı "a" olan bir dikdörtgende çevrenin olası en büyük değeri için kenar uzunlukları ne olur? İstersen bir dikdörtgen çiz.
50İ: (Çizdikten sonra) $\frac{a}{2}$ *olur mesela.*
51A: Niye ikiye böldün?
52İ: Çünkü karşılıklı.
53A: Alanı nasıl buluyordun?
54İ: Buralar "a" hocam. Buralar hocam 1.
55A: O zaman çevresi ne olur?
56İ: $a^2 + 2$
57A: "a" ile "a" yı toplarsan a² mi olur?
58İ: ... (düşünüyor).
59A: Bir elma bir elma daha?
60İ: 2 elma.
61A: O zaman çevre ne olur?
62İ: (Araştırmacının desteğiyle) 2a+2
63A: Toparlayacak olursak bu soru için ne söylemek istersen?
64İ: Eğer aralarındaki fark ne kadar fazla olursa çevresi de o kadar büyük olur.
65A: O zaman kenar uzunlukları arasındaki fark büyüdükçe çevresi artar mı diyorsun?
66İ: Artar.
67A: Peki en büyük çevre uzunluğu veya olası en büyük çevre değeri 62 cm olan bir dikdörtgenin alanı kaç cm²'dir?
68İ: 62'yi 2'ye böleceğiz 31. Kısa kenarda 1 olsa 29 mu yok alan 30 olur.
69A: Peki eklemek istediğin bir şey var mı?
70İ: Yok.



Şekil 65. İdris’in Altıncı Soruya Ait Çözümü

İdris ile altıncı soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu okuduktan sonra anlamlandıramadığı için dikdörtgenlerin çevrelerinin eşit olduğunu söylediği (12İ), sonrasında ise alanları eşit olan dikdörtgenler verildiği ve bunların olası en büyük çevre uzunluk değerinin istenildiğini fark ettiği (14İ), çevre kavramını dört kenar uzunluğunun toplamı şeklinde düşündüğü (16İ), verdiği örnekte alan ile çevre hesabını karıştırdığı (22İ) ilerleyen süreçte tekrardan aynı yanılgıyı yaşamadığı, bu soru kapsamında sorulan işlemsel soruları dikdörtgen çizmeden zihninde canlandırarak kendinden emin ve hızlı bir şekilde cevapladığı görülmektedir (32İ, 34İ, 40İ, 42İ). Bunun yanısıra sorulan son işlemsel soruda (67A) doğru cevabı benzer şekilde çizim yapmadan zihninde canlandırarak tersleme mekanizmasını kullandığı (68İ) şeklinde yorumlanabilir. Öğrencinin çözüm sürecinin sonuna doğru sayısal değerlerden hareketle genelleme yaparak kenar uzunlukları ile çevreyi ilişkilendirmekte (46İ, 48İ, 64İ) sonrasında olası en büyük çevre uzunluk değerini alan cinsinden ifade ettiği görülmektedir (62İ). Ancak mülakatın geneline bakıldığında öğrencinin yaptığı bu ilişkilendirmeyi henüz bir bütün olarak algılayıp kapsülleyemediği diğer bir ifadeyle matematiksel bir nesne olarak düşünemediği söylenebilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda “Süreç aşamasında” davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

4.2.1.7. Klinik mülakatın yedinci sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Klinik mülakatın yedinci sorusunda katılımcıların, farklı şekillerin bir araya gelerek oluşturduğu bileşik şekillerle ilgili alan problemlerinin çözüm sürecindeki davranışları APOS teorisine göre incelemek amaçlanmıştır. Elde edilen görüşme metinleri ve çalışma kâğıtlarına ait görüntüler aşağıda her bir öğrenci için ayrı ayrı verilmiştir.

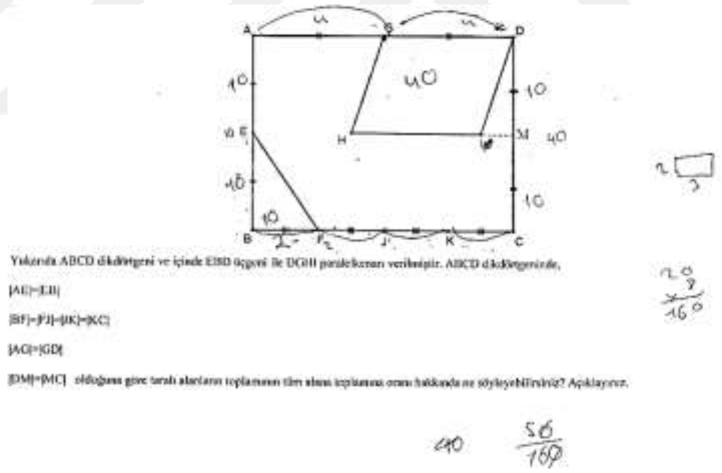
4.2.1.7.1. Deney grubu öğrencilerinin klinik mülakatın yedinci sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Gizem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın yedinci sorusu için Gizem ile yaklaşık 7 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Gizem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, G: Gizem):

10G: (Soruyu sesli okuduktan sonra) şimdi taralı bölgeler burası. Bunları mesela çarparız.
11A: Bu soruda eşit olan yerler verilmiş. Bunların nereler olduğunu şekil üzerinde gösterebilir misin?
12G: Bunlar birbirlerine eşitmiş (doğru gösterim).
13A: [AE] ile [EB] neresi?
14G: Bura ile bura.
15A: [BF], [FJ], [JK] ve [KC]. Onlar neresi?
16G: (Yerlerini gösterdikten sonra) bunlarda birbirine eşit.
17A: [AG] ile [GD] neresi?
18G: Bura ve buralar eşit.
19A: Son olarak [DM] ile [MC] neresi?
20G: ... (yerlerini doğru gösterdi).
21A: Taralı alanlar toplamının tüm alana oranı isteniliyor? Ne düşünüyorsun? Ne yapabiliriz?
22G: ([AE] ile [EB]'yi göstererek) mesela hocam burayla burası eşitmiş ya. ... (düşünüyor).
23A: Bu hangi şekil?
24G: Bu üçgen.
25A: Üçgenin alanı nasıl bulunur?
26G: Çarpıyorduk. Mesela burayla burayı çarparız ikiye böleriz.
27A: Ama değer vermemiş. Değer vermeden yapabilir miyiz? İlla değer vermek gerekiyor mu?
28G: Bence yapabiliriz. |EB| ile |BF|'yi çarparız sonra ikiye böleriz.
29A: Ama değerleri belli değil.
30G: Değer veririz. Diyelim buraya 2 verdim buraya da 10. Çarptık 20. 20'yi de 2'ye böldük 10 (yazıyor).
31A: (Paralelkenarı göstererek) burada ne yapacaksın.
32G: Şimdi burada... (düşünüyor).
33A: Taban neresiydi.
34G: Burası ([HI]).
35A: Yükseklik?
36G: Bura ([DM]).
37A: Bu hangi şekil?
38G: Paralelkenar.
39A: Paralelkenarın alanı nasıl hesaplanıyordu?
40G: Ee… mesela bununla (|GD|) bunu (|DM|) çarpıyorduk. Mesela buraya (|GD|) 2 verelim.
41A: Neden iki verdin?
42G: ... (düşünüyor).
43A: Peki buranın ([BC]) uzunluğu kaç santimdir?
44G: Burada (|FJ|) 2 burada (|JK|) 2 burada (|KC|) 2, toplam 8 santim olur.
45A: ([GD]'yi göstererek) bura kaç santim olur?
46G: 4 oluyor. Bura da ([AG]) 4 oluyor.
47A: Peki bura (|AE|) kaç santim olur?
48G: 10.
49A: Bura (|DM|)?
50G: Burada 10 olur.
51A: Bura (|CM|)?
52G: Burada 10 olur.
53A: Peki bu bölgenin (HIDG paralelkenarı) alanını nasıl buluruz?
54G: Onunla (|DM|) onu (|GD|) çarparım. 10 ile 4'ü çarparım. O da 40 oluyor.
55A: (Teyit amaçlı) paralelkenarın alan 40 mı oluyor?
56G: Evet alan 40 (yazıyor).

57A: Şimdi bunun (üçgen) alanını ve bunun (paralelkenar) alanını buldun. Bundan sonra ne yapacaksın?
58G: (Soruyu tekrar okuduktan sonra) tüm alanı bulacağız.
59A: Tüm alanı nasıl bulursun?
60G: Ee... (düşünüyor).
61A: Hangi şekle benziyor?
62G: (Şekle bir süre baktıktan sonra) dikdörtgen.
63A: Dikdörtgenin alanı nasıl hesaplanıyordu?
64G: Dikdörtgenin alan ... (düşünüyor).
65A: (Eni 2 boyu 3 santim olan bir dikdörtgen çizerek) bu dikdörtgenin alanını nasıl hesaplarsın?
66G: 3 ile 2'yi çarparız 6.
67A: Peki bu şeklin (ABCD dikdörtgeni) alanını nasıl hesaplarsın?
68G: 20 ile 8'i çarparız (işlem yapıyor). 160.
69A: Taralı alanların tüm alana oranı sorulmuş?
70G: $\frac{50}{160}$.
71A: Sadeleştirdiğimizde ne olur?
72G: (Gerekli işlemleri yaptıktan sonra) $\frac{5}{16}$.
73A: Eğer kenar uzunluklarına herhangi bir değer vermemiş olsaydın yine bu sonucu bulabilir miydin?
74G: Bence bulabilirdim.
75A: Nasıl?
76G: Değer verirdim.
77A: Ama yine değer vermiş oldun.
78G: O zaman bulamazdım.



Şekil 66. Gizem'in Yedinci Soruya Ait Çözümü

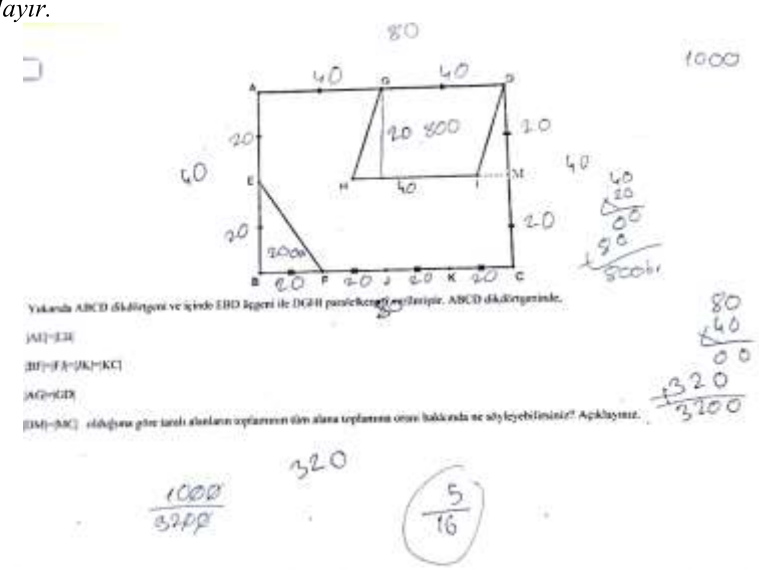
Gizem ile yedinci soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu anlamlandırabildiği, özümseyip içselleştirdiği dikdörtgen (68G), paralelkenar (40G, 54G) ve üçgenin alan formüllerini (26G) bu soruya yansıtıp kullanabildiği, süreç üzerinde genellikle içsel kontrole sahip olduğu ve çözüm sürecinde herhangi bir ip ucuna ihtiyaç duymadan nihai sonuca ulaştığı görülmektedir (70G, 72G). Ancak öğrencinin değerler verilmeden nihai sonuca ulaşamayacağını ifade etmesi (78G) öğrencinin soyutlamayı henüz gerçekleştiremediği şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Meltem'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın yedinci sorusu için Meltem ile yaklaşık 6 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Meltem arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, M: Meltem):

10M: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Şimdi bu şekil üzerinde verilen eşitlikleri gösterebilir misin?
12M: ([AE] ile [EB]'yi göstererek) burası buraya eşit. ([AG] ile [GD]'yi göstererek) burada buraya eşit.
13A: Başka var mı?
14M: ([BF], [FJ], [JK] ve [KC]'yi göstererek) buralar hepsi birbirine eşit. Bir de buralar ([DM] ile [MC]) birbirine eşittir.
15A: Peki ne anladın bu sorudan ne verilmiş ne isteniliyor?
16M: Hıı hocam burada bu iki alanı (EBF üçgeni ile GDIH paralelkenarı) birde tüm şeklin alanını bulacağız.
17A: (ABCD dikdörtgenini göstererek) peki bu hangi şekildir?
18M: Hocam dikdörtgen.
19A: Taralı alanlar hangi şekillerdir?
20M: Üçgen ve paralelkenar.
21A: Peki bu şekillerin alanlarını nasıl bulacaksın veya bundan sonra ne yapmayı planlıyorsun?
22M: (Bir süre düşündükten sonra) ee… hocam değer verirsek hepsine.
23A: Ver bakalım.
24M: (|AE| ile |EB|) bunlara 20 verirsek bura (|AB|) 40 olur. O yüzden burada (|DC|) 40 olur. ([BF], [FJ], [JK] ve [KC]'yi göstererek) buralarında her birine 20 verirsek buralarda (|AG| ile |GD|) 40 olur. (EBF üçgenini göstererek) burada alan taban çarpı yükseklik bölü ikiydi. Ee… 20 kere 20, 400. 400 bölü 2, 200 oluyor burası (söylediği işlemleri çalışma kâğıdına yazıyor). Eee hocam şimdi... (düşünüyor).
25A: Bu şekil hangi şekildir?
26M: Paralelkenar.
27A: Alanını nasıl buluyorduk?
28M: Taban ile yüksekliği çarpıyorduk.
29A: Tabanı neresidir ve kaç birimdir?
30M: ([HM]'yi göstererek) bura ve 40'tır.
31A: Yükseklik?
32M: Yükseklikte ee… 20 olur.
33A: Alanı kaç birim kare olur?
34M: (İşlem yaptıktan sonra) 800.
35A: Peki taralı alanları hesapladın. Şimdi ne yapacaksın?
36M: Hocam ee… burası 1000 olur toplam taralı alanlar. Şimdi tüm alanı bulacağız. ([AG]'yi göstererek) hocam burası 40 burada (|GD|) 40, bura (|AD|) 80 burada (|BC|) 80 olur. Bu sefer alanı bulmak için bu ikisini (40 ile 80) çarpacağız.
37A: Bu hangi şekildi?
38M: Dikdörtgen.
39A: Alanı nasıl bulunuyordu?
40M: Taban çarpı yükseklik. (İşlem yaptıktan sonra) 3200.
41A: Peki soruda bizden ne istenilmişti?
42M: (Soruya bakarak) taralı alanlar toplamının tüm alana oranı?
43A: Taralı alanlar toplamı kaç birimkare idi?
44M: 1000.
45A: Tüm alan?
46M: 3200.
47A: Peki şimdi ne yapacaksın?
48M: (1000 ile 3200'i göstererek) birbirine oranlayacağız. (Gerekli sadeleştirmeleri yaptıktan sonra) $\frac{5}{16}$.
49A: Peki. Kenar uzunluklarına değer vererek sonucu buldun. Peki, bu soruda kenar uzunluklarına herhangi bir değer vermeden sonuç bulunabilir miydi?
50M: Bulunurdu da ben bulamazdım.

51A: Peki eklemek istediğin bir şey var mı?
52M: Hayır.



Şekil 67. Meltem’in Yedinci Soruya Ait Çözümü

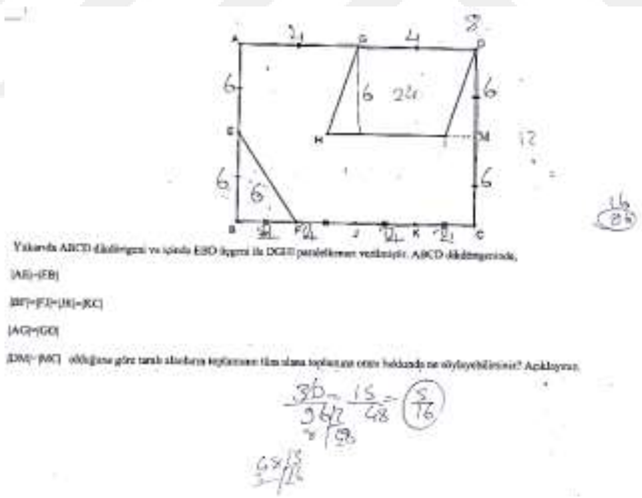
Meltem ile son soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu anlamlandırabildiği, özümseyip içselleştirdiği dikdörtgen (40M), paralelkenar (28M) ve üçgenin alan formüllerini (24M) bu soruya yansıtıp kullanabildiği, süreç üzerinde içsel bir kontrole sahip olduğu, neyi niçin yaptığını gerekçeleriyle birlikte açıklayabildiği ve çözüm sürecinde herhangi bir ipucuna ihtiyaç duymadan nihai sonuca ulaştığı görülmektedir (48M). Ancak öğrencinin kenar uzunluklarına herhangi bir değer verilmeden nihai sonuca ulaşamayacağını ifade etmesi (50M) öğrencinin soyutlamayı henüz tam anlamıyla gerçekleştiremediği şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda “Süreç aşamasında” davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Dilek’in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın yedinci sorusu için Dilek ile yaklaşık 6 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Dilek arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, D: Dilek):

10D: (Soruyu sesli okuduktan sonra) bunlar eşitmiş birbirine.
11A: Nereler? Şekil üzerinde gösterebilir misin?
12D: Böyle burayla buraya eşit. Sonra burayla bura. Üstleri eşit |AG| ile |GD|. |DM| ile |MC| eşit.
13A: Peki ne anladın bu sorudan ne verilmiş ne isteniliyor?
14D: Hı taralı alanların toplamının tüm alana oranını yazmamız istenilmiş.
15A: Peki bu taralı alanlar hangi şekiller?
16D: Üçgen ve paralelkenar.
17A: Tüm şekil?
18D: Dikdörtgen.
19A: Bu soruda ne yapmayı planlıyorsun ne yaparsın, nasıl yaparsın?
20D: Yükseklik var üçgende. Paralelkenarda taban çarpı yükseklik yapıyorduk. Ama sayı yok. Sayı verebilir miyim?
21A: Tabiyi ki.

22D: Mesela buraya (|GD|) 4 versem buraya da (|DM|) 6 versem. ... (düşünüyor). Taralı alanların toplamının tüm alana oranı ... (düşünüyor). O zaman kendi kafama göre mi yapacağım? 24 oluyor mesela (paralelkenarın alanı). Ee… buranınkini (üçgenin alanı) bulacağım şimdi. Buraya (|AG|) 4 versek buraya da (|BF|) 4. Üçgenin alanını hesaplayalım şimdi.
23A: ([AD]'yi göstererek) bura kaç santim oldu?
24D: Sekiz. ([BC]'yi göstererek) o zaman burada 8 oluyor. ([EB]'yi göstererek) burayı da hesaplayayım. ([DM]'yi göstererek) bura 6 olursa burası (|EB|) da 6 olur. (AE ve EB kenarlarını göstererek) burada.
25A: (BF kenarını göstererek) peki şimdi şurayı da bulman gerekiyor.
26D: Buraya (|AD|) 8 dedim. Dikdörtgende karşılıklı kenarlar eşitti. Bura (|BJ|) buranın (|BC|) yarısı olur. Burada (|BF|) buranın (|BJ|) yarısı olduğu için 2 vereceğim. Şey tamam bulduk (yazıyor).
27A: Peki üçgenin alanını nasıl hesaplayacaksın?
28D: Taban çarpı yükseklik 12. Bölü 2'den 6 (söylediklerini yazıyor).
29A: Şimdi ne yapacaksın?
30D: (Paralelkenar ile üçgeni göstererek) burayı buldum, burayı buldum. 6 ile 24'ün toplamını yazacağım, 30 oluyor. Şimdi tüm alanı bulacağım.
31A: (ABCD dikdörtgenini göstererek) alanı nasıl bulunuyordu?
32D: (AB ve AD kenarlarını göstererek) şuraları çarpımından. O zaman burası (|AD|) 8, burada (|AB|) 12. 12 çarpı 8, 96.
33A: Peki tüm alan kaç çıktı?
34D: Doksan altı. 30'a 96 (taralı alanlar ile tüm şeklin alanını kastediyor). (Gerekli sadeleştirmelerden sonra) bunların birbirine oranı $\frac{5}{16}$.
35A: Peki kenar uzunluklarına herhangi bir değer vermeden aynı sonucu bulabilir miydin?
36D: Değer vermeden nasıl olacak? (Bir süre düşündükten sonra) yok değer vermesem bulamazdım.



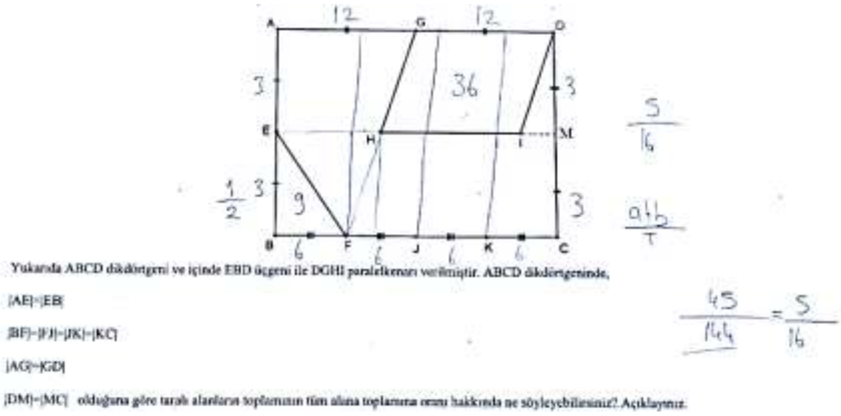
Şekil 68. Dilek'in Yedinci Soruya Ait Çözümü

Son soruya yönelik Dilek ile yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu anlamlandırabildiği, özümseyip içselleştirdiği dikdörtgen (32D), paralelkenar (20D, 22D) ve üçgenin alan formüllerini (28D) bu soruya yansıtıp kullanabildiği, süreç üzerinde içsel bir kontrole sahip olduğu, neyi niçin yaptığını gerekçeleriyle birlikte açıklayabildiği ve çözüm sürecinde herhangi bir ipucuna ihtiyaç duymadan nihai sonuca ulaştığı görülmektedir (34D). Ancak öğrencinin değerler verilmeden nihai sonuca ulaşamayacağını söylemesi öğrencinin henüz soyutlamayı tam anlamıyla gerçekleştiremediği şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Zeliha'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın yedinci sorusu için Zeliha ile yaklaşık 5 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Zeliha arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, Z: Zeliha):

10Z: (Soruyu sesli okuduktan sonra [AE] ile [EB]'yi göstererek) bu iki kenar birbirine eşitmiş. O zaman tüm alana T desek, buranın (paralelkenar) alanına a desek, burada (üçgen) b desek bizden a artı b bölü T'yi istiyor (yazıyor).
11A: Evet (devam et anlamında).
12Z: Tamam, şimdi biz bunu değer vermediği için nasıl bulacağız?
13A: Değer vermese bulamaz mısın?
14Z: Değer vermese burası ve burası iki eş parçaya bölünmüş. Hocam soruyu tam olarak anlamadım?
15A: Taralı bölgeler hangi şekiller?
16Z: Paralelkenar ve üçgen.
17A: Bunların alanı nasıl bulunuyordu?
18Z: Paralelkenarın alanını bununla (|HM|) bunu (|DM|) çarpıyorduk. Üçgenin alanı içinde bu ikisini (|EB| ile |BF|) çarpıp ikiye bölüyorduk.
19A: Evet (devam et anlamında).
20Z: Bunu da anladım ama şey söylemiş. Değer verebiliyor muyuz yine biz kendimiz?
21A: Nasıl istersen. Sana kalmış.
22Z: Tamam, burası (|BF|) 6 olsun. Burası (|AE|) 3, burası da (|EB|) 3 olsun. Bunlarda (|DM| ile |MC|) bunlara (|AE| ile |EB|) eşit 3'e 3 olur.
23A: Evet (devam et anlamında).
24Z: (Üçgenin alanı) 6 kere 3, 18. Bölü 2'den 9 oluyor. Daha sonra buradan yaptığımızda burayı bulmak (|AD|) zorundayız. (BF, FJ, JK VE KC kenarlarını göstererek) 6, 6, 6, 6 diye giderse toplam 24. O zaman burası (|GD|) 12 oluyor. 12 çarpı 3, 36 (paralelkenarın alanı).
25A: Evet (devam et anlamında).
26Z: Şimdi tüm alanını bulacağız. 24 çarpı 6 oluyor. (İşlem yaptıktan sonra) 144. Bu sefer de bunları (9 ile 36) toplayacağız. 45 yapar. Oranlarsak 45 bölü 144. Bunu da sadeleştirirsek. (Gerekli sadeleştirme işlemlerini yaptıktan sonra) burası (pay) 5 burası (payda) 16 yapıyor. Bu şekilde.
27A: Peki aynı sonuca başka şekilde ulaşabilir misin? Mesela şu an kenar uzunluklarına sayısal değerler vererek sonuca ulaştın. Bu soruyu kenar uzunluklarına herhangi bir değer vermeden çözebilir misin?
28Z: (Kendinden emin bir şekilde) evet. Şimdi bu üçgeni dikdörtgene tamamlarsak (F noktasından AD doğru parçasına dikme çiziyor) iki tane üçgen oluyor. Burayla (E noktası) burayı (M noktası) birleştirirsek. (J ve K noktasından da dikme çizdikten sonra) şimdi burada dört tane dikdörtgen var. Yukarıda da yine dört toplam sekiz tane dikdörtgen oluyor. Toplam 16 üçgen olur.
29A: Peki bu taralı alanlar toplam kaç üçgen olur.
30Z: Şimdi zaten bir tane burası. (Paralelkenarı göstererek) buradan iki dikdörtgen o zaman dört üçgen olur. Toplamda 5 üçgen olur. Yine sonuç $\frac{5}{16}$ olur.



Şekil 69. Zeliha'nın Yedinci Soruya Ait Çözümü

Zeliha ile yedinci soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu ilk okuduğunda anlamadığı (14Z), sonrasında soruyu anlayıp sürecin tamamında içsel hâkimiyet kurduğu, neyi niçin yaptığını açıklayabildiği, süreçte herhangi bir ipucuna ya da dış uyarana ihtiyaç duymadığı, nihai sonuca hem değer vererek hem de değer vermeden kendinden emin bir şekilde ulaştığı görülmektedir (26Z, 28Z, 30Z, Şekil 69). Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Nesne aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

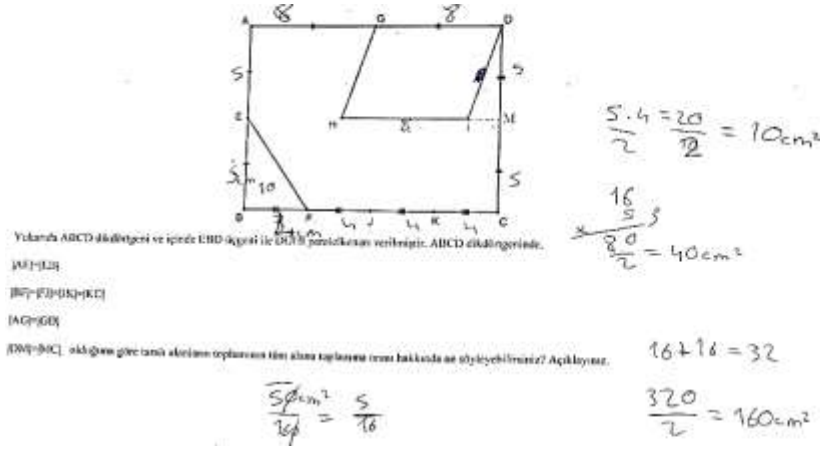
4.2.1.7.2. Kontrol grubu öğrencilerinin klinik mülakatın yedinci sorusuna ilişkin bulgu ve yorumlar

Sevda'nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın yedinci sorusu için Sevda ile yaklaşık 8 dakika süren bir klinik mülakat gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı ile Sevda arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, S: Sevda):

10S: (Soruyu sesli okuyup bir süre düşündükten sonra) başlayalım mı hocam?
11A: Başlayalım.
12S: O zaman önce üçgenin alanını bulacağız sonra paralelkenarın. Sonra da oranını. ... (düşünüyor).
13A: Verilen eşitlikleri şekil üzerinde gösterebilir misin?
14S: |AE| = |EB| buradan bahsediyor hocam.
15A: (Teyit amaçlı) yani bu iki kenar, uzunluk olarak birbirine eşit mi?
16S: Evet. Sonra |BF|=|FJ|=|JK|=|KC| hocam bunlarda birbirine eşit. |AG|=|GD| onlarda da aralıklar eşit hocam. Bide |DM|=|MC| onlarda da aralıklar eşit.
17A: Evet (devam et anlamında).
18S: (Soru kökünü bir daha sesli okuduktan sonra) hocam taralı alanlar burayla bura.
19A: Taralı alanlar hangi şekillerdir?
20S: Üçgen ve paralelkenar şeklindedir, tüm şekilde dikdörtgen.
21A: Üçgenin alanı nasıl hesaplanıyordu?
22S: Hocam alan taban çarpı yükseklik bölü iki. Yani hocam bunun içinde |BE| çarpı |BF| oluyor. Ama hocam şimdi burada yüksekliği vermediğinden dolayı biraz zor olabilir. (Bir süre düşündükten sonra) hocam o zaman |BF| çarpı |BE| oluyor hani burada yükseklik |BE|. Ya öyle yapabiliriz ya da yapamayız.
23A: Peki değer verilirse yapılır mı?
24S: Yani değer verirsen evet.

25A: Değer ver o zaman.
26S: Değer mi vereyim?
27A: İstediğin değeri verebilirsin. Sayı ya da harf. Yani sana kalmış işlerinin kolaylaştıracağını düşünüyorsan eğer.
28S: Buraya (|BE|) 5 cm versek burayı da (|BF|) 4 cm alarak yaparsak 4 ile 5 çarpıp ikiye bölüyoruz. Hocam 10 (üçgenin alanı).
29A: Birimi santimetrekare değil mi?
30S: Evet.
31A: Üçgenin alanını buldun. Şimdi ne yapacaksın?
32S: Şimdi paralelkenarın alanını bulacağım. O zaman ona da yine değer vereceğiz hocam. Hocam... (düşünüyor).
33A: Buraya (|BE|) 5 cm verdiysen burası (|MC|) ne olur?
34S.: Bura da 5 cm olur (yazıyor).
35A: Bura (|DM|) ne olur?
36S: Bura da 5 cm olur.
37A: Bunlar (|FJ|, |JK|, |KC|)?
38S: Burası 4 cm olur. Bura da 4 cm, bura da 4 cm'dir.
39A: Karşısı (|AG|) ne olur?
40S: Bura da 4 cm. Yok 4 cm olmaz. Çünkü (|AG|) ile (|GD|) eşit olduğundan dolayı 8 mi oluyor? İkisinin eşitliğinden 8 cm.
41A: Evet (devam et anlamında).
42S: Şimdi paralelkenarı bulacağız hocam. Bura da (|GD|) 8 cm oluyor. Bura da (|DM|) 5 cm oluyordu.
43A: Bu 5 cm paralelkenarın neyini gösteriyor?
44S: Yükseklik 5 cm hocam.
45A: Bunun (paralelkenar) alanını nasıl bulursun?
46S: Sekizle beşi çarparsak 40, bölü ikiden de 20.
47A: Yani paralelkenarın alanı taban çarpı yükseklik bölü ikiden mi bulunuyor?
48S: Yok hocam. Ee… şey üst taban ile alt tabanı toplayacağız. Sonra yüksekliğe çarpıp ikiye böleceğiz. Yani 16 ile 5'i çarpıp ikiye böleceğiz. (Söylediği işlemleri yaptıktan sonra) 40 cm^2.
49A: (Teyit amaçlı) bu bulduğun neyin alanı?
50S: O paralelkenarın.
51A: Şimdi ne yapacaksın?
52S: Tüm şeklin alanı bulacağız.
53A: Tüm şekil hangi şekildir?
54S: Dikdörtgen.
55A: Dikdörtgenin alanı nasıl bulunuyordu?
56S: Hocam yamuğun alanı gibi.
57A: Nasıl yani?
58S: Hocam alt tabanla üst tabanını toplayıp yükseklikle çarpıp ikiye bölüyorduk.
59A: Peki. Tüm şeklin alanını nasıl bulacaksın?
60S: Tüm şeklin alanını hocam bu üst tabanla alt tabanı toplayıp. Hocam topladığımızda 32, hocam işte 32 ile de 10'u çarpacağız 320. Bölü ikiden 160.
61A: Taralı alanlar toplamının tüm alana oranı sorulmuştu?
62S: Taralı alanlar toplamı 50, tüm alan 160.
63A: Oran dediği için ne yapacağız?
64S: 50 bölü 160.
65A: Sadeleştirme yaparsan ne olur?
66S: (Gerekli sadeleştirmelerden sonra) $\frac{5}{16}$
67A: (Bulduğu sonucu göstererek) bu sonucu herhangi bir değer vermeden de bulabilir miydin?
68S: (Bir süre düşündükten sonra) yok.
69A: Eklemek istediğin bir şey var mı?
70S: Yok hocam.



Şekil 70. Sevda'nın Yedinci Soruya Ait Çözümü

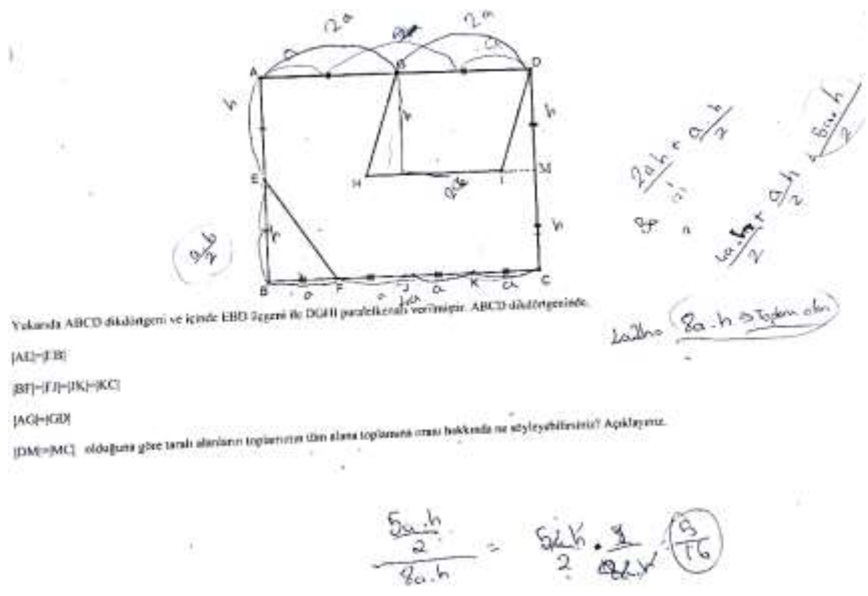
Sevda ile son soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu anlamlandırabildiği, özümseyip içselleştirdiği yamuğun alanını (58S), dikdörtgen (56S, 60S) ve paralelkenara genellediği (48S), üçgenin ve diğer şekillerin (dikdörtgen ile paralelkenar) alan formüllerini bu soruya yansıtıp kullanabildiği, süreç üzerinde içsel bir kontrole sahip olduğu, neyi niçin yaptığını gerekçeleriyle birlikte açıklayabildiği ve çözüm sürecinde herhangi bir ipucuna ihtiyaç duymadan nihai sonuca ulaştığı görülmektedir (66S). Diğer taraftan mülakatın sonuna doğru öğrencinin değerler verilmeden nihai sonuca ulaşamayacağını ifade etmesi (68S) öğrencinin henüz soyutlamayı tam anlamıyla gerçekleştiremediği şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Nevin'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın yedinci sorusu için Nevin ile yaklaşık 10 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nevin arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nevin):

10N: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Verilen eşitlikleri şekil üzerinde gösterebilir misin?
12N: Şuralar (yerlerini gösteriyor).
13A: Taralı alanlar hangi şekillerdir?
14N: Ee… üçgen, paralelkenar.
15A: Ne yapacaksın?
16N: Onların alanlarını buluyoruz. (Üçgenin alanı) taban çarpı yükseklik bölü iki. Yani $\frac{a.h}{2}$
17A: (Teyit amaçlı) burada tabana a yüksekliğe h mı dedin?
18N: Evet.
19A: Paralelkenarın alanı?
20N: Paralelkenarın alanı için buradan kesip buraya yapıştırıyorduk. Bir dikdörtgen oluşuyor. Evet dikdörtgen oluşuyor. Dikdörtgenin alanı şöyleydi; yükseklik çarpı taban.
21A: Peki burada yüksekliğin neresidir?
22N: Burası ([DM]).
23A: Tabanı?
24N: Tabanı bura ([HI]).

25A: Şimdi alanı nasıl bulacaksın?
26N: Buraya (|EB|) h desek a diyelim buraya da (|BF|). Eşit olduğu için şunlarda a olacak.
27A: Burası (|DM|) ne olur?
28N: Burası ne olur? h olur. Eşit olduğu için burası da (|MC|) h olur.
29A: Burası (|AG|)?
30N: Hıı bunlar da ikisinin mesela burada dört tane "a" var. Bu "a" oluyor. Hımm, bura 2a oluyor (yazıyor). (Paralelkenarın alanı için) çarpınca 2ah.
31A: Buranın (paralelkenar) alanını mı hesapladın?
32N: Evet.
33A: Üçgenin alanını nasıl hesaplarsın?
34N: Üçgeni a çarpı yani taban çarpı yükseklik bölü ikiden ($\frac{ah}{2}$ yazıyor). Taralı alanlar toplamı dediği için bunları toplayacağız. (Araştırmacının desteğiyle gerekli işlemleri yaptıktan sonra) toplam $\frac{5ah}{2}$
35A: Bu bulduğun sonuç neyi gösteriyor?
36N: Taralı alanların toplamı.
37A: Şimdi ne yapacağız?
38N: ... (düşünüyor).
39A: Soruyu bir daha okuyalım.
40N: (Soruyu tekrar okuduktan sonra) taralı alanlar toplamının tüm alan toplamına oranı. O zaman tüm alanı bulup oranlayacağız.
41A: Tüm alanı nasıl bulursun?
42N: Burası (|AD|) 4a, burası da (|BC|) 4a. Toplam 8a.
43A: Dikdörtgenin alanı nasıl bulunur?
44N: Ee… yükseklik çarpı taban. O zaman 4a.2h = 8ah (yazıyor).
45A: Peki toplamına oranı dediği için ne yapacağız?
46N: ($\frac{5ah}{16}$ ile 8ah ifadelerini göstererek) bu ikisini birbirine böleceğiz. (Araştırmacının desteğiyle gerekli işlemleri yaptıktan sonra) $\frac{5}{16}$
47A: Peki Nevin. Şimdi sen buraya değer verdin. Yüksekliklere "h", tabanlara "a" dedin doğru mu?
48N: Evet.
49A: (Teyit amaçlı) bu soruda ilk olarak üçgenin alanını buldun taban çarpı yükseklik bölü ikiden.
50N: Evet.
51A: Paralelkenarın alanı için burayı kesip buraya yapıştırdın. Alanını bulmak için taban çarpı yükseklik yaptın. Sonra bu ikisinin (üçgen ile paralelkenar) alanını toplayıp taralı alanlar toplamını buldun doğru mu?
52N: Hıhı.
53A: Tüm alan dedin dikdörtgendir. O yüzden taban çarpı yükseklikten alanı 8ah olarak hesapladın.
54N: Hıhı.
55A: Son olarak da bu bulduklarını birbirine oranladın ve bu sonuca ulaştın.
56N: Evet.
57A: Peki Nevin kenar uzunluklarına böyle herhangi bir değer vermeden yine aynı sonucu bulabilir miydin?
58N: Değer vermeden... (düşünüyor).
59A: "a", "h" gibi ifadeler kullanmadan sadece bu eşitliklerden hareket ederek.
60N: Sayı falan yok mu?
61A: Yok.
62N: (Bir süre soruya bakıp düşündükten sonra) yok. Ancak böyle harf ya da sayı verilirse bulabiliriz.
63A: (Teyit amaçlı) yani kenar uzunluklarına değer verilirse bulabiliriz diyorsun?
64N: Evet.
65A: Peki. Eklemek istediğin bir şey var mı?
66N: Yok.



Şekil 71. Nevin’in Yedinci Soruya Ait Çözümü

Nevin ile son soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, öğrencinin soruyu anlamlandırabildiği, özümseyip içselleştirdiği dikdörtgen (20N, 44N), paralelkenar (30N) ve üçgenin alan formüllerini (34N) bu soruya yansıtıp kullanabildiği, süreç üzerinde içsel bir kontrole sahip olduğu, neyi niçin yaptığını gerekçeleriyle birlikte açıklayabildiği ve çözüm sürecinde herhangi bir ip ucuna ihtiyaç duymadan nihai sonuca ulaşabildiği görülmektedir (46N). Ancak öğrencinin değerler verilmeden nihai sonuca ulaşamayacağını söylemesi (62N) öğrencinin henüz soyutlamayı tam anlamıyla gerçekleştiremediği şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda “Süreç aşamasında” davranışlar sergilediği düşünülmektedir.

Nazlı’nın bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın yedinci sorusu için Nazlı ile yaklaşık 7 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile Nazlı arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, N: Nazlı):

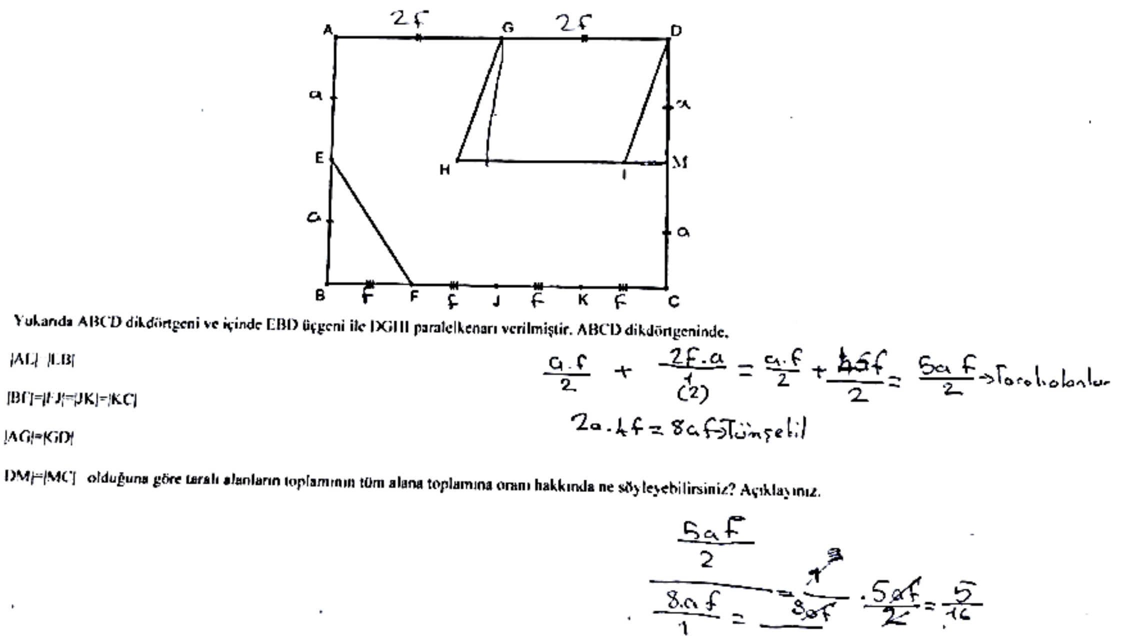
10N: ... (soruyu sesli okuduktan sonra düşünüyor).
11A: Şekil üzerinde bu eşitlikleri gösterebilir misin?
12N: ([AE] ile [EB]’yi göstererek) bu hocam birbirine eşitmiş.
13A: Bu iki uzunluk mu eşit?
14N: Evet.
15A: Sonra?
16N: ([BF], [FJ], [JK], [KC]’yi göstererek) bu dördü de birbirine eşitmiş hocam.
17A: Sonra?
18N: ([AG] ile [GD]’yi göstererek) bura da eşitmiş.
19A: Başka var mı?
20N: Bide bura ([DM] ile [MC]).
21A: Peki ne anladın bu soruda? Ne yapmamız gerekiyor?
22N: Burada hocam taralı alanları bulup toplam alanla karşılaştıracağız.
23A: Toplam alan hangisi?

24N: Dikdörtgenin alanı.
25A: Taralı alanlar?
26N: Üçgen ve paralelkenar.
27A: Hadi bakalım başlayalım.
28N: Hocam ilk önce burada (üçgeni gösteriyor) taban çarpı yükseklik bölü ikiden buluyorduk. Değer veriyim mi?
29A: Sen bilirsin.
30N: ... (|EB|'ye α, |BF|'ye f değerini veriyor).

31A: "α" ile "f" verdin.

32N: Evet. ... (üçgenin alanı için $\frac{\alpha.f}{2}$ *yazıyor). (Paralelkenarı göstererek) bunu kesip buraya yapıştırıyorduk. Hocam dikdörtgen oluyordu. Yani taban çarpı yükseklik (paralelkenarın alanı). ... (düşünüyor).*
33A: Buraya (|EB|) α dedin. Bura (|AE|) ne olur?
34N: Bura da "a" olur eşit olduğu için.
35A: Bura (|MC|) var.
36N: Bura da (|MC|) α ve burada (|DM|) α.
37A: Bura (|FJ|) var?
38N: Bura da hepsi f olur hocam.
39A: Dur buralar f buda mı (|AD|) f oluyor?
40N: Evet hocam böyle olmuyor mu?
41A: Burada (|BC|) kaç "f" oluyor?
42N: 4 oluyor.
43A: Buralara (|AG| ile |GD|) kaç "f" demen gerekiyor?
44N: 2f (yazıyor).
45A: Hadi bakalım.
46N: O zaman burada (paralelkenar) hocam üst tabanı (2f) verdik.
47A: Paralelkenarın alanı için ne demiştin?
48N: Taban çarpı yükseklik.
49A: Peki burada yükseklik ne oluyor?
50N: α
51A: Alan ne olur?
52N: 2fα (yazıyor).
53A: Şimdi ne yapacaksın?
54N: Şimdi bunları (üçgen ile paralelkenarın alanını) toplarım. (Araştırmacının desteğiyle gerekli işlemleri yaptıktan sonra) $\frac{5\alpha f}{2}$
55A: (Teyit amaçlı) bu bulduğun taralı alanlar toplamı mı?
56N: Evet hocam.
57A: Toplam alana oranını mı istiyordu?
58N: Evet hocam.
59A: Peki toplam alanı nasıl bulursun?
60N: 2α ve burada da (karşısında) 2α var hocam. Yani dikdörtgende hocam yükseklik çarpı taban alıyorduk.
61A: Tabanı nedir?
62N: Tabanı hocam 4f
63A: Yükseklik?
64N: 2α
65A: Ne olur tüm şeklin alanı?
66N: (İşlem yaptıktan sonra) 8αf
67A: Şimdi bunların birbirine oranı demiş. Ne yapacaksın?
68N: Hocam bunu (taralı alanlar toplamını) buna (tüm alana) böleceğim.
69A: (Teyit amaçlı) bunu buna mı böleceksin?
70N: Evet hocam. (Araştırmacının desteğiyle gerekli işlemleri yaptıktan sonra) $\frac{5}{16}$
71A: Peki bu sonucu başka şekilde bulabilir misin? Burada değer vererek gittin. Hiç değer vermeseydin yine aynı sonucu bulabilir miydin?
72N: (Bir süre düşündükten sonra) yok.

73A: Peki. Bu soru için söylemek veya eklemek istediğin bir şey var mı?
74N: Yok.



Şekil 72. Nazlı'nın Yedinci Soruya Ait Çözümü

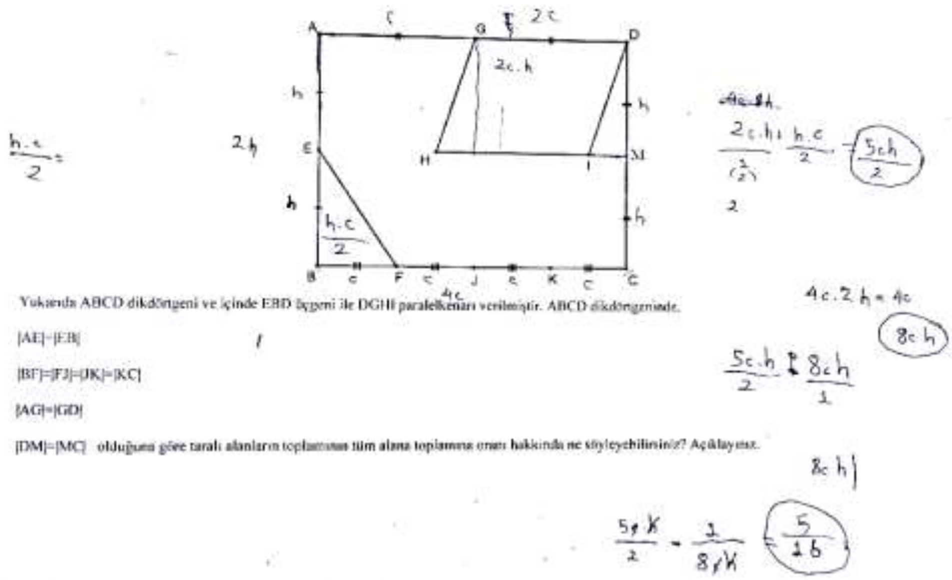
Nazlı ile son soruya yönelik yapılan mülakat incelendiğinde, Nazlı'nın soruyu anlamlandırabildiği (22N), özümseyip içselleştirdiği dikdörtgen (60N), paralelkenar (32N, 48N) ve üçgenin alan formüllerini (28N) bu soruya yansıtabildiği, süreç üzerinde dış uyaranlara güvenmekten çok içsel bir kontrole sahip olduğu, neyi niçin yaptığını gerekçeleriyle birlikte açıklayabildiği ve çözüm sürecinde herhangi bir ipucuna ihtiyaç duymadan nihai sonuca ulaştığı görülmektedir (70N). Ancak öğrencinin değerler verilmeden nihai sonuca ulaşamayacağını söylemesi (72N) öğrencinin henüz soyutlamayı tam anlamıyla gerçekleştiremediği şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

İdris'in bilgi oluşturma sürecinin analizi

Klinik mülakatın yedinci sorusu için İdris ile yaklaşık 9 dakika süren bir görüşme yapılmıştır. Araştırmacı ile İdris arasında geçen diyaloglar şu şekildedir (A: Araştırmacı, İ: İdris):

10İ: (Soruyu sesli okuduktan sonra) hocam bir üçgenle paralelkenarın alanını bulmamız gerekiyor.
11A: Peki İdris burada eşitlikler vermiş. Onu şekil üzerinden gösterebilir misin?
12İ: ... (şekil üzerinde gösteriyor).
13A: Şimdi ne yapacağız?
14İ: Hocam şimdi |BF| ile |EB|'yi çarpacağım hocam bide bölü iki üçgenin alanını bulmak için (yazıyor).
15A: Evet (devam et anlamında).
16İ: Paralelkenarın alanı için hocam |GH| ile |GD|'yi çarpmam gerekiyor.

17A: (Teyit amaçlı) kimle kimi çarptın bir daha söyleyebilir misin?
18İ: |GH| ile |GD|'yi
19A: Paralelkenarın alanını nasıl buluyorduk?
20İ: Hocam taban çarpı yükseklik.
21A: O zaman bu yükseklik [GH] mı oluyor?
22İ: Yok hocam [DM] oluyor. Şuradan hocam kesip getirip buraya yapıştırdığımızda öyle oluyor. O zaman |DM| ile hocam |GD|'yi çarpacağız.
23A: Buraya (|BF|) c dedin ya bura (|FJ|) ne olur?
24İ: Hocam bu da c.
25A: Bu (|JK|)?
26İ: c
27A: Peki bunlar (|AG| ile |GD|) ne olur?
28İ: Hocam o zaman bunlarda f olur.
29A: Bu şeklin tamamı nedir?
30İ: Dikdörtgen.
31A: Dikdörtgende karşılıklı kenarlar neydi?
32İ: Eşittir.
33A: Toplamı ne oldu (|AD|)?
34İ: Buraya (|BC|)'ye eşit.
35A: Buranın (|BC|) toplamı nedir
36İ: 4c
37A: O zaman bura da (|AD|) 4c mi olacak?
38İ: Evet. Demek ki 2c = f oluyor. O zaman |GD|, 2c'dir. 2c ile de hocam h çarpıcaz (yazıyor).
39A: Hangi şeklin alanını bulmak için?
40İ: Paralelkenar.
41A: Peki şimdi ne yapacağız?
42İ: Sonra hocam bu ikisinin (üçgen ile paralelkenar) alanlarını toplayacağız. Sonra hocam toplayınca çıkan sonucu da bunun (dikdörtgenin) alanından çıkartmamız gerekiyor.
43A: Niye çıkartın? Sana boş alanı mı yoksa oranı mı sormuş?
44İ: Oranı sormuş. O zaman hocam toplam alanı bulacağız ondan sonra oranı bulacağız (toplama yapıyor). (Gerekli işlemleri yaptıktan sonra) böyle ($\frac{5ch}{2}$) oluyor hocam.
45A: Bu bulduğumuz ne?
46İ: Bu ikisinin (üçgen ve paralelkenar) alanı.
47A: Peki bunun (dikdörtgen) alanını nasıl bulacaksın?
48İ: Hocam bu |DM|=h ise demek burası da (|MC|) h. Hocam bunun (|DC|) toplamı 2h. Burası da (|BC|) hocam 4c. Demek burası da (|AD|) 4c. 4c ile 2h çarparsak 8ch.
49A: Bu (8ch) toplam alan mı?
50İ: (Kendinden emin bir şekilde) evet.
51A: Şimdi neyi bulacaksın?
52İ: Oranını.
53A: Oran derken ne yapıyoruz?
54İ: Bunu ($\frac{5ch}{2}$) buna (8ch) böleceğiz.
55A: Nasıl böleceğiz?
56İ: Bunu (8ch) ters çevirip çarpacağız. Eşittir hocam h'lar birbirini götürecek c'lerde. (Gerekli sadeleştirme işlemlerini yaptıktan sonra) $\frac{5ch}{2}$
57A: Sonuç bu mu?
58İ: Evet.
59A: Peki İdris kenar uzunluklarına sayı ya da harf gibi herhangi bir değer vermeseydik bu oranı bulabilir miydik? Ya da bu soruyu çözmek için kenar uzunluklarına değer vermek zorunda mıydık?
60İ: (Bir süre düşündükten sonra) bulamayız hocam.
61A: (Teyit amaçlı) bulamayacağımızdan emin misin?
62İ: Evet.
63A: Peki. Eklemek istediğin bir şey var mı?
64İ: Yok.



Şekil 73. İdris'in Yedinci Soruya Ait Çözümü

İdris ile klinik mülakatın son sorusuna ilişkin yapılan mülakat incelendiğinde, İdris'in soruyu okuduktan sonra soruyu hemen anlamlandırdığı (10İ), içselleştirmiş olduğu dikdörtgen (48İ), paralelkenar (16İ, 20İ) ve üçgenin alanlarına ait formülleri (14İ) bu soruya yansıtıp kullanabildiği, süreç üzerinde içsel bir kontrole sahip olduğu, neyi niçin yaptığını gerekçeleriyle birlikte açıklayabildiği ve çözüm sürecinde herhangi bir ipucuna ihtiyaç duymadan nihai sonuca ulaştığı görülmektedir (56İ). Ancak öğrencinin değerler verilmeden nihai sonuca ulaşamayacağını ifade etmesi (60İ, 62İ) soyutlamayı tam anlamıyla gerçekleştiremediği şeklinde yorumlanabilir. Dolayısıyla öğrencinin bu soruda "Süreç aşamasında" davranışlar sergilediği söylenebilir.

Özetle, araştırmanın üçüncü alt problemine ilişkin deney ve kontrol grubundaki katılımcılarla yapılan klinik mülakat verilerinin APOS teorisine analiz sonucu Tablo 36'da verilmiştir.

Tablo 36.
Klinik Mülakat Sonuçları

	Deney				**Kontrol**			
	Gizem	**Meltem**	**Dilek**	**Zeliha**	**Sevda**	**Nevin**	**Nazlı**	**İdris**
1.soru	Süreç	Süreç	Nesne	Nesne	Eylem	Süreç	Süreç	Nesne
2.soru	Eylem	Nesne	Nesne	Nesne	Eylem	Eylem	Süreç	Nesne
3.soru	Süreç	Süreç	Nesne	Nesne	Eylem	Nesne	Nesne	Nesne
4.soru	Süreç	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne	Nesne	Süreç	Nesne
5.soru	Eylem	Süreç	Süreç	Nesne	Süreç	Süreç	Eylem	Nesne
6.soru	Süreç	Süreç	Süreç	Nesne	Süreç	Süreç	Süreç	Süreç
7.soru	Süreç	Süreç	Süreç	Nesne	Süreç	Süreç	Süreç	Süreç

Tablo 36 incelendiğinde deney grubunda ikinci ve beşinci, kontrol grubunda ise ilk üç soru haricinde genelde süreç veya nesne aşamasında davranışlar sergiledikleri görülmektedir. Bunun yanı sıra deney grubunda bir katılımcı haricinde diğer öğrenciler soruların tamamında en az süreç aşamasında davranışlar gösterdikleri bir öğrencinin ise tüm sorularda Nesne aşamasında davranış sergilediği görülmüştür. Kontrol grubunda ise sadece bir öğrencinin tüm sorularda en az süreç aşamasında davranışlar sergilediği diğer üç öğrencinin ise bazı sorularda eylem aşamasında davranışlar sergiledikleri belirlenmiştir.

4.2.2. Dördüncü Alt Probleme Ait Bulgu ve Yorumlar

Çalışmanın dördüncü alt problemi, "Çalışmaya katılan 7. sınıf öğrencilerin ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamına yönelik görüşleri nelerdir?" şeklindedir. Bu alt problem doğrultusunda, uygulama sonrasında bilgisayar laboratuvarında odak grup görüşmesi yoluyla öğrencilerin ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamına yönelik görüşleri alınmıştır. Bu görüşlere göre kategori ve kodlar oluşturulmuştur. Öğrencilerin 5 açık uçlu soruya verdikleri cevaplar aşağıda özetlenmiş ve öğrenci görüşlerine yer verilmiştir.

4.2.2.1. Görüşmenin İlk Sorusuna Ait Bulgu ve Yorumlar

Odak grup görüşmesinde yer alan öğrencilerin *"Öğrenme ortamını beğendim. Çünkü: ...."* sorusuna verdikleri cevaplardan hareketle oluşturulan kategori ve kodlara ait veriler Tablo 37'de verilmiştir.

Tablo 37.
Öğrencilerin ACE Döngüne Dayalı Öğrenme Ortamını Beğenme Nedenleri

Kategori	**Kod**	**Katılımcı**							
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**K7**	**K8**
Beğenme	Gruplar olması		x	x	x		x		
	Grup içi heterojenlik				x		x		
	Gruplar arası tartışmalar				x		x		
	Grup içi tartışmalar	x				x			
	Akran öğrenimi		x				x	x	
	Keşfederek öğrenme				x				x
	Aktif öğrenme	x							
	Farklı ve eğlenceli öğrenme ortamı					x			
	Bilgisayar destekli etkinlikler			x		x			
	Yapılandırmacı				x				
	Etkileşimli etkinlikler			x					
	Kalıcı öğrenme						x		
	Verimlilik					x			

Tablo 37’de görüldüğü üzere odak grup görüşmesinin ilk sorusuna ilişkin birbirinden farklı kodlar ortaya çıkmış ve bu kodların bir araya gelmesinden ise sadece “beğenme” kategorisi oluşmuştur. Öğrencilerin öğrenme ortamını beğenme gerekçelerine ait kodlar incelendiğinde ise en çok “gruplar olması” ile “birbirinden öğrenme” gibi kodların diğer kodlara göre daha çok olduğu görülmektedir. İlk soruya ilişkin öğrenci görüşlerinden bazıları şöyledir:

> K6: *“Bence böyle gruplar olması iyi oldu ya böyle düşükten iyiye doğru notlarımıza göre sıralanmamız daha iyi oldu. Çünkü notu düşük olanlar yani notu yüksek olanlar notu düşük olanlara daha fazla destek verebilirler bence.”*
> K1: *“Kendi grubumuz arasında tartışmak çok güzeldi böyle. Ben bu uygulamadan önce hiç derse katılıyordum. Grup arkadaşlarımla tartışa tartışa daha iyi oldu.”*
> K8: *“Benim en çok beğendiğim kısım siz formülü tahtaya yazmadan bizim bulmaya çalışmamız oldu yani bir şeyleri kendimiz yapmaya çalışıyoruz.”*
> K5: *“Ben bu öğrenme stilinin öğrenim stilinin değişmesini çok beğendim çünkü etkinlikler üzerinde daha eğlenceli, daha değişik bir şekilde daha verim alabileceğimiz bir şekilde öğrendiğimizi düşünüyorum.”*
> K4: *“Gruplar halinde ayrılmamız ve notlara göre ayrılmamız eee diğer gruplarla tartışmaya başlamamız ve yeni yeni kendimiz üretip formüller yapmamız bizim için daha da etkili olup daha da iyi beynimize girmeye başlar. Ya da ezbere değil de bu şekilde tartışmayla daha iyi olur.”*
> K6: *“Mesela normal bir öğretmen gibi çıkıp tahtada anlatsaydınız sonra biz tahtaya bakıp yapsaydık bence bizim dersteki performansımız daha düşecekti. Mesela böyle yapınca benim aklımda daha fazla kaldı.”*
> K2: *“Hani grup olarak yaptığımız için mesela benim bildiklerimi onlara anlatıyorum benim bilmediklerimi onlar bana anlatıyor. Böylece daha iyi oluyor.”*

4.2.2.2. Görüşmenin İkinci Sorusuna Ait Bulgu ve Yorumlar

Odak grup görüşmesinde yer alan öğrencilerin, *“Öğrenme ortamını beğenmedim. Çünkü: ....”* sorusuna verdikleri cevaplardan hareketle oluşturulan kategori ve kodlara ait veriler Tablo 38’de verilmiştir.

Tablo 38.
Öğrencilerin ACE Döngüne Dayalı Öğrenme Ortamını Beğenmeme Nedenleri

Kategori	Kod	Katılımcı							
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Beğenmeme	Bazı öğrencilerin ilgisizliği		x		x				
	Grup içi uyumsuzluk (çatışmalar)	x	x			x		x	x
	Grup içi dominantlık							x	
	Heterojen gruplar				x				

Tablo 38’de görüldüğü üzere odak grup görüşmesinin ikinci sorusuna ilişkin birbirinden farklı kodlar ortaya çıkmış ve bu kodların bir araya gelmesinden ise sadece “beğenmeme” kategorisi oluşmuştur. Öğrencilerin öğrenme ortamını beğenmeme gerekçelerine ait kodlar incelendiğinde ise en çok “grup içi çatışmalar” ve “bazı öğrencilerin ilgisizliği" gibi kodların diğer kodlara göre daha çok olduğu görülmektedir. Bu soruya ilişkin öğrenci görüşlerinden bazıları şöyledir:

> K2: *"Bazı gruplarda bazı kişilerin ilgisizliği. Yani derse odaklanma. Mesela bizim grupta da şey ... işte. Dersle ilgilenmiyor, etrafına falan bakıyor. Öbür gruplarda da bazıları dersle ilgilenmiyor gelip bizle konuşmaya çalışıyorlardı."*
> K1: *"Bazı grupların dağılımları yanlıştı bu yüzden grup içi çatışmalar oldu."*
> K4: *"Bir grubun yanındaki kişiler birisi uğraşırken diğeri uğraşmıyordu, soruya bakmıyor, kâğıda bakmıyor. Yani not dağılımının eşit olduğu bir sınıfta yapılsa bu çalışma daha iyi olabilir. Eşit dağılacak şekilde mesela 50 altı veya 60 üstü."*
> K7: *"Bazı arkadaşlar biraz şeyli oluyor yani saldırgan falan. Yani o cevabı kendisi yapmak istiyor. Şimdi grupta bazen çatışma falan yaşanıyor. Çok emek veriyoruz. Diğer gruplar bir soruyu bilince sinirleniyoruz yani diğer soruyu yapmamak istiyoruz."*

4.2.2.3. Görüşmenin Üçüncü Sorusuna İlişkin Bulgu ve Yorumlar

Odak grup görüşmesine katılan öğrencilerin üçüncü soru olan *"Bu öğrenme ortamının değiştirilmesi ya da geliştirilmesi gereken yerler olduğunu düşünüyor musunuz?"* sorusuna verdikleri yanıtlardan hareketle oluşturulan kategorilere ve kodlara ait veriler Tablo 39'da verilmiştir.

Tablo 39.
ACE Öğrenme Ortamına Geliştirilmesine Yönelik Öğrencilerin Önerileri

Kategori	Kod	Katılımcı							
		K1	**K2**	**K3**	**K4**	**K5**	**K6**	**K7**	**K8**
Gruplar	Grupları öğrenciler oluşturmalı						x		
	Yakın arkadaşlar aynı grupta olmamalı	x	x						
	Yakın arkadaşlar aynı grupta olmalı								x
	Grup olmamalı (bireysel tartışmalar)	x			x				
	Grup değişimleri				x	x		x	x
	Homojen gruplar				x				x
	Önce bireysel sonra grup çalışmaları				x	x			
Etkinlikler	Etkinlikler geliştirilmeli ve artırılmalı					x		x	
	Bilgisayar haricinde farklı tip öğrenme araçları							x	
	Düşük seviye öğrencilerin ilgisini çekmeye dönük etkinlikler				x				
Öğrenme süreci/ortamı	Sınıf ve laboratuvar haricinde farklı öğrenme ortamları							x	
	Jigsaw (ayrılıp birleşme) tekniği			x	x	x	x		x
	Dinlenme süresindeki artış		x						
	Ödül		x	x	x		x	x	x
	Quiz (ölçme- değerlendirme)				x				x
	Rekabet dayalı (gruplar arası yarışma)							x	

Tablo 39'da görüldüğü üzere odak grup görüşmesinin üçüncü sorusuna ilişkin birbirinden farklı kodlar ortaya çıkmış ve bu kodların bir araya gelmesinden ise

“Gruplar”, “Etkinlikler” ve “Öğrenme ortamı” adlı üç kategori oluşmuştur. Bu kategorilerde en çok frekansa sahip kodların “Gruplar” kategorisinde “gruplarda öğrenci değişimleri”, “Etkinlikler” kategorisinde “etkinliklerin arttırılması ve geliştirilmesi” ve “Öğrenme ortamı” kategorisinde ise “ödül ile Jigsaw tekniği” olduğu görülmüştür. Bu soruya ilişkin öğrenci görüşlerinden bazıları şöyledir:

> K8: “*Bence gruplar her hafta değiştirilmeli sürekli.”*
> K4: *“Mesela nasıl desem yine bir formül ya da böyle bir tartışma ortamı yaptıktan sonra geri gruplara dağılıp orda bir şey yapıp yani. Bazen de sınıf içi tartışma bu şekilde mesela buraları yine burada yapılıp masalar birleştirilip bir grup halinde de olabilir. O şekilde de bir tartışma bu sefer herkes yararlanır. Homojen karışım olmaz daha çok heterojen karışım olur. Herkes birbirinden yararlanır.”*
> K7: *“Derslerden aldığımız her şey zaten bir bilgi bir ödül. Şimdi ee… mesela gruplar arasında bir tane birinci grup seçmeye çalışsak. Sürekli şu olsa mesela liderlik gibi olsa Bunun sonunda da bu arkadaşlar ya dışarda madalya falan alsa yani o şekilde kendilerine daha çok güvenirler. ... gruplar arası yarışmalar lazım.”*
> K2: *“Böyle nasıl diyeyim. Diyelim konuyla ilgili yaptık ya böyle etkinlikler. Etkinlik sonunda veya etkinlik ortasında dinlenme amaçlı birlikte dışarı çıkalım ya da bir şey yapalım.”*
> K5: *“... ben bu hani etkinlik tarzı şeylerin devamının gelmesine daha bize hani verim katacağını düşünüyorum.”*
> K7: *“Her ders farklı bir ortamda işlenmeli farklı bir eşyayla falan işlenmeli. Herkesin evindeki eşya ya da olduğu ortamla aynı olmalı diye düşünüyorum. Mesela bir dersi burada işledik diğer dersi sınıfta işledik diğer dersi dışarıda işleyebiliriz. Sadece bilgisayarları kullanıyorduk buraya geldiğimizde. Bilgisayar dışında eşyada kullansak? ... etkinliklerde geliştirilmeli ve arttırılmalı.”*
> *K2: “Hocam bence de böyle notu düşük olanlar bir grupta toplansın. Not olarak yüksek olanlar bir grupta. Mesela kendi aralarında tartışsınlar. Çözemedikleri zaman bizden yardım istesinler hep beraber yapalım. Yapamadıklarını bize sorsunlar ya da biz yapamazsak daha yüksek gruptakilerine.”*
> *K5: “Bence homojen grup olması ayrı bir şey ayrı bir etkinlik olur. Burada kullanılması bence yanlış olur. Çünkü hocam biz her zaman hani bu tartışma ortamında işte diğer gruplarla bir tartışma ortamı, bir işte bir kıyas, bir şey yani bir yarış içerisindeydik. Mesela kimse kaybedeceği bir savaşa girmez ve hatta diğer gruplar daha güçlü, daha derse katıldığı için daha bilgili olduğu için öne sürdükleri bilgiler doğru olacak. Ve onların bilgileri doğru olsa da onlar daha iyisini bilir diye bir fikrini ortaya atamayacaklar. Bence daha bir gerileme söz konusu olur.”*
> *K6: “Hocam hiç savaşmazsak savaşın sonunu göremeyiz yani. Denememiz lazım. Hocam bence de gruplar homojen olmamalı ama bu seferde şöyle bir sıkıntı olur? Bu sefer daha notları yüksek olan grubun dediklerini diğer grupların hepsi kabul etmeye başlar.”*
> *K7: “Hocam derslerden aldığımız her şey zaten bir bilgi bir ödül. Şimdi ee mesela gruplar arasında bir tane birinci grup seçmeye çalışsak. Sürekli şu olsa mesela liderlik gibi olsa. Bunun sonunda da bu arkadaşlar ya dışarda madalya falan alsa yani o şekilde kendilerine daha çok güvenirler. ... gruplar arası yarışmalar lazım.”*

4.2.2.4. Görüşmenin Dördüncü Sorusuna Ait Bulgu ve Yorumlar

Odak grup görüşmesinde yer alan öğrencilerin, *“Bu çalışma sonunda matematiğin diğer konularını öğrenebileceğime ilişkin kendime olan güvenim..........? Neden?”* sorusuna verdikleri cevaplardan hareketle oluşturulan kategori ve kodlara ait veriler Tablo 40’da verilmiştir.

Tablo 40.
Öğrencilerin Matematiğin Diğer Konularını Öğrenebileceğine İlişkin Düşünceleri

Kategori	Kod	Katılımcı							
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
Öz-güven artışı	Bilgisayar destekli (GeoGebra) etkinlikler			x					
	İş birliği						x		
	Öğrenme merkezli								x
	Farklı bakış açısı kazanma					x			
	Yaşantı temelli etkinlikler			x			x		

Tablo 40'da görüldüğü üzere odak grup görüşmesinin dördüncü sorusuna ilişkin birbirinden farklı kodlar ortaya çıkmış ve bu kodların bir araya gelmesinden ise sadece "Öz-güven artışı" kategorisi oluşmuştur. Bu soruya ilişkin öğrenci görüşlerinden bazıları şöyledir:

> K5: *"Altı grup üzerinden konuşursak öğretmenin bir etkisi altında olmadan altı grup altı ayrı düşünce her gruptan bir değil iki düşünce olduğunu varsayarsak altıdan fazla düşünce ortaya atılıyor ve her düşünce bence bir çözüm yolu, bir soruya farklı bir bakış açısı bence bu aslında etkinlik bizim soruya gidiş tarzı ve yorumumuzu çok geliştirdi."*
> K8: *"Benim güvenim arttı çünkü öğretmene gerek kalmadan öğrenebildiğimi anladım."*
> K3: *"Benim güvenim arttı. Neden? Çünkü mesela normalde kitaptan okuyup direk mesela soruları çözeceğimize, burada bilgisayar üzerinden deneyerek yaptığımız için etkinlik yaparak daha iyi öğrenmiş olduk bence. Ben onun için benim güvenim daha çok arttı."*
> K6: *"Benim güvenim arttı. Çünkü yani burada hep beraber deneyip gördük. Yani denedik, tamamladık. Sonra sonuçlandırıp hep beraber birbirimizle paylaşarak öğrendik. Bence daha etkili oldu."*

4.2.2.5. Görüşmenin Beşinci Sorusuna İlişkin Bulgu ve Yorumlar

Odak grup görüşmesinde yer alan öğrencilerin, "*Bu çalışma sonunda Matematik dersine olan ilgim..........? Neden?"* sorusuna verdikleri cevaplardan hareketle oluşturulan kategori ve kodlara ait veriler Tablo 41'de verilmiştir.

Tablo 41.
ACE Öğrenme Döngüsünün Derse Yönelik İlgileri Üzerindeki Etkisine İlişkin Öğrenci Görüşleri

Kategori	Kod	Katılımcı							
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
İlgi artışı	Öğrenen merkezli						x		
	Öz-güven		x						x
	Farklı bakış açısı sağlaması					x			
	Derslerin GeoGebra etkinlikleriyle daha zevkli hale gelmesi					x			
	Öğrenme de ilerleme		x					x	
	Öz-yeterlik		x					x	x
	Keşfederek öğrenme							x	

Tablo 41'de görüldüğü üzere odak grup görüşmesinin son sorusuna ilişkin birbirinden farklı kodlar ortaya çıkmış ve bu kodların bir araya gelmesinden ise sadece

"İlgi artışı" kategorisi oluşmuştur. Bu kategorinin ortaya çıkmasına neden olan bu kodlar incelendiğinde ise en çok "öz-yeterlik" olduğu görülmektedir. Bu soruya ilişkin öğrenci görüşlerinden bazıları şöyledir:

> K7: *"Formülleri kendim buldukça ilerlediğimi düşündüm. İlerlediğimi düşündüğümde de derse olan ilgim arttı."*
> K2: *"Benimde ilgim arttı. K8'in de dediği gibi insanın öz güveni artınca yapma isteği de artıyor yani sevmeye başlıyor artık."*
> K5: *"Burada kendi fikirlerimiz herkesin kendi fikri olduğu için hani daha böyle kendimize bir şeyler kattık. Yani daha değişik bir bakış açısı sağladık. Zaten hani ilgim vardı çok fazlaydı. Matematiği çok severdim seviyorum. Hani en sevdiğimden derslerden biri. Bu dersi bu şekilde etkinliklerle daha zevkli hale getirip daha fazla verim almak yani bunu ikiye üçe beşe katladı benim için yani ilerledi. İlgimi çok fazla arttırdı."*
> K6: *"Benim ilgim arttı. Çünkü K8'in dediği gibi öğretmenlere gerek kalmadan bir şeyleri kendimiz yapabildiğimiz anladık. Yani başkalarına ihtiyaç duymadan kendimiz bile bir şeyler yapabileceğimizi gördük. Matematiği daha çok sevmeye başladım."*

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Çalışmanın bu bölümünde araştırma bulgularına dayalı olarak elde edilen sonuçlar verilmiş, sonrasında alanyazındaki diğer araştırmalarla karşılaştırılarak tartışılmıştır. En sonunda ise ulaşılan sonuçlara göre bu konuda çalışmak isteyen çalışmalar için araştırmacılara ve derslerinde ACE öğrenme döngüsünü kullanmayı düşünen uygulayıcılara öneriler sunulmuştur.

5.1. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışma, 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanında ACE döngüsüne dayalı öğrenme sürecinin, öğrencilerin akademik başarılarına, öğrenilenlerin kalıcılığına, geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarına etkisini belirlemek, bu sürece yönelik öğrenci görüşlerini değerlendirmek ve ilgili alt öğrenme alanında bilgi oluşturma süreçlerini APOS teorisine göre incelemek amacıyla yapılmıştır. Araştırmada nicel verilerin toplanmasında çokgenler başarı testi ile geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği kullanılmıştır. Bununla birlikte nicel veriler, uygulama sonunda çalışma gruplarından dörder öğrenciyle klinik mülakatlar ve öğrenme ortamına yönelik deney grubundan sekiz öğrenciyle odak grup görüşmesi yapılarak elde edilen nitel verilerle desteklenmiştir.

5.1.1. Birinci Alt Probleme Ait Sonuçlar ve Tartışma

Çalışmanın amaçları arasında ACE öğrenme döngüsü kullanımının 7. sınıf öğrencilerinin akademik başarı düzeylerine ve öğrenilenlerin kalıcılığına etkisini belirlemek yer almaktadır. Bu amaç doğrultusunda ilk olarak rastgele atanan çalışma gruplarının uygulama öncesinde çokgenler alt öğrenme alanında hazırbulunuşluk bakımından denkliklerine bakılmıştır. Bunun için deney ile kontrol grubunda yer alan öğrencilere çokgenler başarı testi öntest olarak uygulanmıştır. Öntestten elde edilen verilerin analizi sonucunda çalışma gruplarının uygulama öncesinde çokgenler konusu ile ilgili aralarında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık olmadığı görülmüştür. Erişilen bu sonuç araştırmaya dâhil edilen deney ve kontrol grubunda bulunan öğrencilerin ilgili alt öğrenme alanına yönelik hazırbulunuşluklarının birbirine yakın olduğunu göstermektedir. Ayrıca ulaşılan bu sonucun sontest ve kalıcılık testlerinin karşılaştırılmasında elde edilen sonuçların objektif ve güvenilirliğine olumlu katkı sunduğu düşünülmektedir. Böylesi bir sonucun ortaya çıkmasının altında yatan etkenlerden birinin, çalışma gruplarının benzer geçmiş öğrenme yaşantılarına sahip olması olduğu söylenebilir.

Çalışmanın başarı ve kalıcılığa ait ilk alt probleminde, ACE döngüsüne dayalı öğrenme sürecine katılan deney grubu öğrencilerinin çokgenler başarı öntest ile sontest puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığına yanıt aranmıştır. Bu doğrultuda çokgenler başarı testi deney grubundaki öğrencilere çalışma öncesinde öntest ve çalışma bitiminde ise sontest olarak uygulanmıştır. Yapılan analizler sonucu sontest lehine istatistiki açıdan anlamlı bir farklılığın olduğu görülmüştür. Elde edilen bu bulgudan, ACE öğretim döngüsüne dayalı öğrenme sürecinin öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanı üzerinde etkili olduğu ve bu etkinin çok büyük düzeyde olduğu sonucuna erişilmiştir.

Çalışmanın başarı ve kalıcılığa yönelik ikinci alt probleminde mevcut öğretim programının gerektirdiği öğrenme sürecine katılan kontrol grubundaki öğrencilerinin çokgenler başarı öntest ile sontest puanları arasında istatistiki olarak anlamlı bir fark olup olmadığına yanıt aranmıştır. Bunun için çokgenler başarı testi kontrol grubunda bulunan öğrencilere çalışma öncesinde öntest, çalışma bitiminde ise sontest olarak uygulanmıştır. Yapılan analizler neticesinde kontrol grubundaki öğrencilerin öntest ile sontest puanları arasında sontest lehine istatistiki açıdan anlamlı bir farkın bulunduğu ve bu farkın büyük düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ulaşılan bu sonuç mevcut öğretim programına dayalı öğrenme sürecinin öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanındaki akademik başarıları üzerinde etkili olduğunu göstermektedir. Bu sonucun ortaya çıkmasının, mevcut öğrenme ortamının amaca hizmet etmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Çalışmanın başarı ve kalıcılığa ait üçüncü alt probleminde, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin sontest başarı puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığına cevap aranmış olup bu amaç doğrultusunda çokgenler başarı testi deney ve kontrol grubundaki öğrencilere çalışma öncesinde öntest ve çalışma bitiminde ise sontest olarak uygulanmıştır. Yapılan analizler neticesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin sontest puanları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farkın bulunduğu ve bu farklılığa ait etki büyüklük değerinin orta düzeyde olduğu sonucuna varılmıştır. Varılan bu sonuç, ACE öğrenme döngüsüne dayalı öğrenme ortamının mevcut öğretime göre çokgenler alt öğrenme alanında öğrenci başarısı üzerinde pozitif anlamda daha etkin olduğunu göstermektedir. Bu sonucun ortaya çıkmasının altında yatan en önemli etkenlerin ACE öğrenme döngüsü ile süreçte kullanılan etkinler olduğu düşünülmektedir.

Araştırmanın başarı ve kalıcılığa ait dördüncü alt problemi "Deney grubundaki öğrencilerin çokgenler başarı sontest ile kalıcılık test puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?" biçiminde olup bu alt probleme yönelik olarak çokgenler başarı testi deney grubunda bulunan öğrencilere sontest ve kalıcılık testi olarak uygulanmıştır. Analiz bulgularına göre deney grubu öğrencilerinin sontest puanları ile kalıcılık test puanları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farkın olmadığı sonucu elde edilmiştir. Ulaşılan bu sonuç deney grubundaki öğrencilerin ACE döngüsüne dayalı öğrenme süreci ile yapılan öğrenme faaliyetlerinin üzerinden zaman geçmesine rağmen öğrendiklerini unutmadıkları diğer bir ifade ile ACE döngüsüne dayalı yapılan öğrenme sürecinin kalıcı öğrenme üzerinde etkili olduğunu göstermektedir.

Çalışmanın başarı ve kalıcılığa yönelik beşinci alt problemi "Kontrol grubundaki öğrencilerin çokgenler başarı sontest ile kalıcılık test puanları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir fark var mıdır?" biçimindedir. Bu alt probleme dönük çokgenler başarı testi kontrol grubunda yer alan öğrencilere sontest ve kalıcılık testi olarak uygulanmış ve toplanan veriler analiz edilmiştir. Analiz bulgularına göre kontrol grubundaki öğrencilerin sontest puanları ile kalıcılık test puanları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farkın bulunmadığı tespit edilmiştir. Ulaşılan bu sonuç mevcut öğretim programının veya ders kitabına göre şekillenen öğretim yönteminin kalıcı öğrenme üzerinde etkin olduğunu göstermektedir.

Araştırmanın başarı ve kalıcılıkla ilgili altıncı alt problemi "Deney ve kontrol grubunun kalıcılık test başarı puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir fark var mıdır?" biçimindedir. Bu alt probleme yönelik olarak çokgenler başarı testi çalışma gruplarında yer alan öğrencilere uygulama bitiminden beş hafta sonra kalıcılık testi olarak tekrar uygulanmış ve toplanan veriler analiz edilmiştir. Analiz bulgularına göre deney grubu ile kontrol grubu kalıcılık test puan ortalamaları arasında deney grubu lehine fark olmasına rağmen aradaki farkın istatistiki açıdan bir anlam taşımadığı görülmüştür. Bu durum çalışma kapsamında kullanılan öğrenme ortamlarının kalıcı öğrenme üzerinde benzer etkiye sahip olduğunu göstermektedir.

Çalışmanın nicel boyutunda elde edilen sonuçlar, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanında öğrencilerin akademik başarı ve kalıcı öğrenme üzerinde olumlu yönde etkiler oluşturduğunu göstermektedir. Erişilen bu sonuçlar ACE döngüsüne dayalı öğrenme sürecinin akademik başarı ve kalıcı öğrenme üzerinde etkili olduğunu ve artırdığının kanıtı olarak kabul edilebilir. Bu sonucun ortaya çıkması ACE öğrenme döngüsünün kullanımının doğasında bulunan özelliklere atfedilebilir. Diğer bir ifadeyle, bu sonucun ortaya çıkmasında ACE döngüsüne dayalı öğrenme sürecinin öğrencilerin derslere hem zihinsel hem de fiziksel olarak aktif katılımını sağlayan bilgisayar destekli öğretim ve işbirlikli öğrenme gibi yöntemleri içinde barındırması, süreçte öğrencilerin konu kapsamındaki kavramlara grup içi çok yönlü etkileşimler ve sınıf tartışmaları sonucu ulaşmaları gibi çıkarımlar yapılabilir. Ayrıca hazırlanan etkinliklerin zihinsel yapıya yönelik olmaları da böyle bir durumun ortaya çıkmasının nedenleri arasında gösterilebilir.

Ulaşılan bu sonuçların, ACE öğrenme döngüsünü kendi ders planlarına uyarlayan ve öğrencilerin ilgili öğrenme alanında başarılarına etkilerini inceleyen alanyazında bulunan birçok çalışmanın (Açıl, 2015; Anwar vd., 2018; Arnawa, 2010; Arnawa vd., 2007; Arnawa vd., 2020; Arnawa vd., 2021; Asiala vd., 1997; Batır, 2022; Bhattarai, 2021; Borji vd., 2018; Borji vd., 2022; Borji ve Voskoglou, 2017; Cappetta ve Zollman, 2013; Cottrill vd., 1996; Çetin, 2009; Darmayasa, 2011; Erawati, 2018; Fitrianti, 2022; Hanifah, 2017; Hanifah, 2021; Hartati, 2014; Hazar, 2021; Ilmi vd., 2022; Maharaj, 2013; Martínez-Planell ve Trigueros, 2019; Nga vd. 2023; Permatasari ve Susanah, 2019; Putri, 2019; Santos, 2019; Silitonga, 2022; Syarifuddin, 2013; Syarifuddin ve Arnawa, 2018; Tatira, 2022; Tzirias, 2011; Voskoglou, 2013; Voskoglou, 2015; Yorgancı, 2019; Weller vd., 2009) sonuçları ile benzerlik gösterdiği diğer bir ifadeyle o çalışmalarda elde edilen sonuçları desteklediği görülmektedir. Örneğin, Açıl (2015) çalışmasında ACE öğretim döngüsüne göre şekillenen öğretimin öğrencilerin denklem kavramını soyutlama düzeyleri üzerinde daha etkili olduğu sonucuna varmış ve soyutlama süreçlerinin temele alınması ile planlanan bir öğretimin nitelikli bir öğrenme için gerekli olabileceği fikrini savunmuştur. Aynı şekilde Santos (2019), belirli integral ve ilgili konuları anlama düzeyleri belirlemek amacıyla yaptığı çalışmasında "ACE öğrenme döngüsünün ilgili konularda her türlü matematiksel performans seviyesinden öğrencilerin kavramsal anlayışının gelişmesine katkıda bulunabileceği" sonucunu elde etmiştir. Borji vd. (2018) yaptıkları araştırmada, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamlarının öğrencilerin türevin grafiksel anlayışları üzerinde pozitif yönde etkileri olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Diğer taraftan bu tez çalışmasının akademik başarı üzerine olan etkisi ile ilgili olan sonuç Afgani (2018), Herlina (2015), Voskoglou (2016), Çetin ve Top'un (2014) yaptığı çalışmalarda ulaştığı sonuçlardan farklılık göstermektedir. Afgani (2018) çalışmasında ACE öğrenme döngüsünün öğrencilerin akademik başarısı üzerinde olumlu etkisi olduğunu ancak anlamlı farklılık oluşturacak derecede olmadığı sonucuna ulaşmış ve çalışmada uygulama sürecinin kısıtlı olmasından ve öğrencilerin bu öğrenme atmosferine hızlı uyum sağlayamamasından böyle bir sonuca ulaşıldığını ileri sürmüştür. Benzer şekilde Voskoglou'da (2016) deney grubu öğrencilerinin puan ortalamalarının daha yüksek olmasına rağmen anlamlı fark olmadığı sonucuna ulaşmış ve bu sonucun ACE öğretim döngüsü hakkında kesin sonuçlara varmak için yeterli olmadığını bu yüzden daha fazla araştırma yapılmasını önermiştir. Herlina (2015) ise çalışmasında, öğrencilerin öğrenme alışkanlıklarını öğretmen merkezliden öğrenci merkezliye dönüştürmenin kolay bir süreç olmadığını, grup çalışmalarında ve sınıf tartışmalarında yalnızca yüksek yetenekli öğrencilerin aktif rol oynadığını ileri sürmüş ve bu sebeplerden ötürü ACE öğrenme döngüsünün anlamlı derece fark oluşturmadığı sonucuna ulaşmıştır.

Bu çalışmada akademi başarı ve kalıcı öğrenme ile ilgili olarak ulaşılan diğer bir sonuç ise APOS teorisinin öğretimsel araçlarından biri olan ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının 7. sınıf çokgenler alt öğrenme alanında öğrencilerin kalıcı öğrenme üzerinde olumlu etkisinin bulunduğu diğer bir ifadeyle kalıcılığı arttırdığı sonucudur. Ulaşılan bu sonuç alanyazındaki ACE döngüsünün kalıcı öğrenme üzerine etkisini araştıran Batır (2022), Hazar (2021) ve Tziritas'ın (2011) yaptıkları çalışmalarda ulaştıkları kalıcılık ile ilgili sonuçları desteklemektedir.

5.1.2. İkinci Alt Probleme Ait Sonuçlar ve Tartışma

Çalışmanın amaçlarından bir diğeri ACE öğrenme döngüsünün yedinci sınıf öğrencilerinin geometri öz-yeterlik inançları üzerine etkisini belirlemektir. Bunu belirlemek için geometri öz-yeterlik inanç düzeyleri ile ilgili dört alt problem hazırlanmıştır. Bu alt problemlerden ilki "Öğrencilerin öntest geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeyleri arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?" biçiminde olup bu alt probleme yönelik geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği çalışma öncesinde deney ve kontrol grubunda yer alan öğrencilere öntest olarak uygulanmış ve toplanan verilerin analiz bulgularına göre deney grubu ile kontrol grubu öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeyleri arasında istatistiki açıdan anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür. Bunun yanı sıra grupların ortalamaları incelendiğinde geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeylerinin uygulama öncesinde her iki grup içinde "çoğu zaman" kategorisinde bulunduğu dolayısıyla uygulama öncesinde öz-yeterlik inançlarının olumlu olduğu görülmektedir. Ulaşılan bu sonuçlar uygulama öncesi deney ve kontrol grubunda bulunan öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik inanç düzeylerinin aynı olduğunu göstermektedir. Bu sonucun ortaya çıkmasındaki en önemli etkenin çalışma gruplarının uygulama öncesinde benzer öğrenme yaşantılarına sahip olmaları olarak gösterilebilir.

Çalışmanın geometri öz-yeterlik algı düzeyleri ile ilgili ikinci alt problemi “Deney grubunun öntest ile sontest geometriye yönelik öz-yeterlik algı puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?” şeklinde olup bu alt probleme dair geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği deney grubunda yer alan öğrencilere öntest ve sontest olarak uygulanmış ve toplanan veriler analiz edilmiştir. Analiz bulgularına göre deney grubu öğrencilerinin sontest puan ortalamaları ile öntest puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan sontest lehine anlamlı bir farklılığın bulunduğu ve bulunan bu farkın çok büyük düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ulaşılan bu sonuç ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algılarını artırdığı şeklinde değerlendirilmiştir. Bu sonucun ortaya çıkmasındaki etkenlerden birinin, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının öğrenciler için ezber ve soyut olarak düşünülen çokgenler ve özel dörtgenler konusunu somutlaştırmış olabileceği düşünülmektedir.

Çalışmanın geometri öz-yeterlik algı düzeyleri ile ilgili üçüncü alt problemi “Kontrol grubunun öntest ile sontest geometriye yönelik öz-yeterlik algı puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?” biçimindedir. Bu alt probleme dair geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği kontrol grubunda yer alan öğrencilere öntest ve sontest olarak uygulanmış ve elde edilen verilerin analiz bulgularına göre kontrol grubundaki öğrencilerin sontest puanları ile öntest puanlarından arasında istatistiki açıdan sontest lehine anlamlı bir farklılığın oluştuğu ve bu farkın büyük düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Erişilen bu sonuç mevcut öğretim programı ve ders kitabına göre şekillenen öğrenme ortamının öğrencilerde var olan öz-yeterlik algı düzeylerini artırdığı şeklinde değerlendirilmiştir. Bu artışın mevcut öğretim yönteminin amaca yönelik olarak uygulanması ve ders kitabında ilgili alt öğrenme alanında yer alan etkinliklerden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Çalışmanın geometri öz-yeterlik algı düzeyleri ile ilgili dördüncü ve aynı zamanda son alt problemi “Öğrencilerin sontest geometriye yönelik öz-yeterlik algı puan ortalamaları arasında istatistiki açıdan anlamlı bir farklılık var mıdır?” biçimindedir. Bu alt problem ile ilgili olarak geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeğinden elde edilen verilerin analiz bulgularına göre uygulama sonrasında deney grubu ile kontrol grubundaki öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik puan ortalamaları arasında deney grubu lehinde istatistiki açıdan anlamlı bir farklılığın bulunduğu ve bu farklılığa ait etki büyüklük değerinin orta düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ulaşılan bu sonuç, ACE öğrenme döngüsüne dayalı öğrenme ortamının mevcut öğretime göre çokgenler alt öğrenme alanında öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik inançları üzerinde daha etkin olduğunu göstermektedir. Bunun yanı sıra grupların ortalamaları incelendiğinde geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeyleri uygulama sonrasında deney grubunun "her zaman" kategorisine yükseldiği, kontrol grubunun ise "çoğu zaman" kategorisinde kaldığı görülmektedir. Burada dikkat çeken diğer bir durum her iki grubun da sontest geometriye yönelik öz-yeterlik algı düzeylerinin öntest puan ortalamalarına göre yüksek düzeyde olduğudur.

Geometriye yönelik öz-yeterlik inancı ile ilgili elde edilen bu sonuçlar literatürde bulunan ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının öğrencilerin tutum, motivasyon, öz-yeterlik inancı, öz-güven, kaygı gibi duyuşsal özellikler üzerinde olumlu etkilerinin bulunduğu birçok çalışmayı desteklemektedir. Arnawa (2006), Batır (2022), Erawati (2018), Ilmi vd. (2022), Nga vd. (2023), Tatira (2022), Setiawati vd. (2017), Syarifuddin ve Atweh'in (2022) çalışmalarında benzer sonuçlara ulaştıkları görülmüştür. Örneğin, Erawati (2018) çalışmasında ACE öğrenme döngüsünün öğrencilerin motivasyonları üzerinde olumlu etkileri olduğu sonucuna ulaşmıştır. Diğer taraftan elde edilen bu sonucu desteklemeyen araştırmalar da (Afgani vd., 2018; Çetin ve Top, 2014; Lestar, 2014) mevcuttur. Örneğin, Afgani vd. (2018) yaptıkları çalışmada ACE döngüsüne dayalı öğretiminin öğrencilerin öz-güvenlerini artırdığını ancak bu artışın anlamlı bir farklılık oluşturmadığını belirlemişlerdir. Benzer şekilde Lestar (2014), derslerde M-APOS kullanımının öğrencilerin öğrenme motivasyonları üzerinde anlamlı bir fark oluşturmadığını bildirmiş ve daha fazla araştırma yapılması yönünde önerilerde bulunmuştur.

Bu çalışmada deney grubunda yer alan öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algılarında meydana gelen artışın; ACE döngüsüne dayalı öğrenme sürecinin, süreçte kullanılan etkinliklerin ve bu sürecin ilgili alt öğrenme alanında ulaşılan akademik başarı üzerine çok büyük düzeydeki olumlu etkisinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Ulaşılan bu sonuç alanyazında farklı öğretim yöntemlerin öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algılarını değiştirdiğine ilişkin bazı çalışma (Balcı-Şeker ve Erdoğan, 2017; Çontay ve Duatepe-Paksu, 2018; Kandil ve Işıksal-Bostan, 2019; Özyıldırım-Gümüş vd., 2021) bulgularıyla da örtüşmektedir.

5.1.3. Üçüncü Alt Probleme Ait Sonuçlar ve Tartışma

Araştırma kapsamında "çalışmaya katılan öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanında bilgi oluşturma düzeyleri APOS teorisine göre hangi aşamadadır?" alt problemine yanıt verebilmek için deney ve kontrol grubu öğrencilerinden farklı başarı düzeylerde olduğu düşünülen dörder öğrenci ile klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir.

Araştırmacı tarafından, 2018 Matematik öğretim programında bulunan çokgenler alt öğrenme alanındaki kazanımlar göz önünde bulundurularak kazanım dışına çıkmayacak şekilde yedi klinik mülakat sorusu hazırlanmış ve mülakatlar bu sorular üzerinden gerçekleştirilmiştir. Mülakat verileri APOS çerçevesindeki bilişsel yapılar (Eylem, Süreç, Nesne), soyutlama sürecinde doğrudan gözlenemeyen bu yapıların gözlenmesine imkân veren bilişsel mekanizmalara (içselleştirme, koordinasyon, tersleme, kapsülleme, genelleme) ait araştırmacının her bir klinik mülakat sorusu için hazırlamış olduğu genetik çözümleme göz önünde bulundurularak her bir öğrencinin bilgi oluşturma süreçlerinde APOS teorisine göre hangi aşamada davranışlar sergilediği belirlenmeye çalışılmıştır.

Mülakatın ilk sorusu, öğrencilerin düzgün çokgenlerin bir iç açı ölçüsünü veren genel ifadeyi çokgenlerin dış açılar toplamından yararlanarak oluşturma süreçlerinde APOS teorisine göre hangi aşamada davranış sergilediklerini incelemek amacıyla hazırlanmıştır. İlk soruya yönelik mülakat verilerinin analizinde, kontrol grubunda yer alan bir öğrencinin, APOS teorisine göre "Eylem" aşamasında, ikisi kontrol grubunda ikisi de deney grubunda bulunan toplam dört öğrencinin "Süreç" aşamasında geri kalan öğrencilerden kontrol grubunda bir, deney grubunda ise iki öğrencinin "Nesne" aşamasında davranışlar sergilediği tespit edilmiştir. "Süreç" aşamasında olduğu düşünülen öğrencilerin, çokgen ve düzgün çokgene ait bilgilerini henüz bir bütün olarak algılayıp sarmalayamadıkları, zaman zaman nadiren de olsa kavram yanılgısına düşmeleri ve düşüncedeki derinliği tam anlamıyla yakalayamamaları gibi sebeplerden "Nesne" aşamasına ulaşamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Mülakat bulgularından hareketle, en az süreç aşamasında davranış sergileyen öğrencilerin önceki yıllarda öğrendikleri üçgenin iç açılar toplamı ve bütünler açılar gibi bilgilerini bu soruya yansıttıkları, çokgende bir dış açıyı bir iç açıdan yararlanarak oluşturabildikleri ve formülde geçen her bir ifadeyi açıklayabildikleri sonucu elde edilmiştir. Bunun yanı sıra düzgün çokgenin özelliklerini ifade etmede herhangi bir sıkıntı yaşamadıkları elde edilen diğer bir sonuçtur. Genellikle mülakata katılan öğrencilerden özellikle deney grubundaki öğrencilerin tamamı çokgen ve düzgün çokgen kavramlarını tanımlamada herhangi bir sıkıntı yaşamadıkları, çokgenin iç açılar toplamını üçgenlerden yararlanarak çok rahat bir biçimde hem sözel hem de cebirsel olarak ifade edebildikleri, formülde her bir ifadeyi açıklarken herhangi bir zorluk yaşamadıkları görülmüştür. Kontrol grubunda ise bir öğrenci haricinde diğer öğrencilerde de benzer durum yaşanmıştır. Alanyazındaki bazı çalışmalarda (Keskin vd. 2013; Özmantar vd. 2008; Yıldırım ve Yavuzsoy-Köse, 2018) ise tam tersi durum yani çoğu öğrencinin çokgenlerin iç açılar toplamını veren formülü sözel olarak açıklayabilmelerine rağmen cebirsel olarak açıklamada zorluk yaşadıkları benzer şekilde bazı çalışmalarda (Akdemir ve Narlı, 2022; Akuysal, 2007; Ergün, 2010; Şekerci, 2021) öğrencilerin çokgen ve düzgün çokgen tanımlamalarında zorlandıkları görülmüştür. Örneğin, Yıldırım ve Yavuzsoy-Köse (2018) 8.sınıf öğrencilerin çokgen ile ilgili problemlerdeki matematiksel düşünme süreçlerini incelemek amacıyla yaptıkları çalışmada çokgenlerin iç açı formülünü genelleştirme süreçlerinde istenilen genellemeye ulaşıp bunu sözel olarak açıklayan öğrencilerin çoğunun genellemeyi cebirsel olarak açıklamada zorluk yaşadıklarını, genellemeye geometrik yaklaşım kullanarak ulaşan öğrencilerin ise ulaştıkları genellemeye ilişkin açıklamalarını daha rahat bir biçimde yaptıkları görülmüştür. Sadece sayısal yaklaşım kullanarak genellemeye ulaşan öğrencilerinse ulaştıkları bu genellemenin nedenlerini açıklamada zorlandıklarını belirlemişlerdir. Bu tez araştırmasında çalışma gruplarındaki öğrencilerin derste çokgenlerde iç açılar toplamını veren genellemeye geometrik ve sayısal yaklaşımları birlikte kullanarak ulaşmalarından dolayı için mülakatlarda bu genellemeyi çok rahat bir biçimde nedenleriyle birlikte açıklayabildikleri görülmektedir. Bu durumun ortaya çıkmasında temel etkenin uygulama sürecindeki öğrenme ortamlarının ve hazırlanan etkinliklerin en az süreç aşamasında yapı oluşturmaya olanak verecek şekilde olduğu düşünülmektedir.

Mülakatın ikinci sorusu, katılımcıların özel dörtgenler arasındaki ilişkilendirme sürecinde APOS teorisine göre hangi aşamada davranış sergilediklerini incelemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu soruya yönelik mülakat verilerinin analizinde, deney grubunda bir öğrencinin, kontrol grubunda yer alan iki öğrencinin APOS teorisine göre "Eylem" aşamasında, kontrol grubunda bir öğrencinin "Süreç" aşamasında, geri kalan öğrencilerden kontrol grubunda bir, deney grubunda ise üç öğrencinin "Nesne" aşamasında davranışlar sergilediği görülmüştür. "Eylem" aşamasında olduğu düşünülen öğrencilerin genellikle özel dörtgenlerin tanımlarını ve kritik özelliklerini birbirinden ayırt edemediği, ilişkilendirmeyi yapabilmek amacıyla şekil çizme gereği duydukları; "Süreç" aşamasında olduğu düşünülen öğrencilerin ise özel dörtgenlere ait bilgilerin tümünü kapsülleyip bir bütün olarak algılayamadığı yani matematiksel olarak henüz bir nesne olarak görüp üzerinde işlemler gerçekleştiremediğinden dolayı “Nesne” aşamasına ulaşamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanı sıra elde edilen sonuçlardan bir diğeri, en az süreç aşamasında olduğu düşünülen öğrencilerin özel dörtgenlerin özelliklerini ve tanımı doğrulamak için bir şekil çizmeye ihtiyaç duymadığı, şekil çizimlerini daha çok çözümlerini açıklamaya yönelik olarak yaptıklarıdır. Özel dörtgenlerin tanımları noktasında öğrencilerin paralelkenar, eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgenin tanımlarını, yamuğun tanımına göre daha rahatça ifade ettikleri görülmüştür. Elde edilen bu sonuç Akdemir ve Narlı (2022), Altay-Özgül (2018), Gürefe ve Gültekin (2016), Linchevsky vd. (1992) çalışmalarında ulaşılan sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Bu durumun ortaya çıkmasının nedenlerine bakıldığında, geometrik şekillerin kavramsal olarak edinilmemiş olmasının katılımcıların doğru tanımlar yapmalarına engel olmuş olabileceği, öğrencilerin kavramları anlamaları ve yapılandırmalarını sağlamak yerine şekillerin görsel özelliklerinin ezberletilmesi olabileceği düşünülmektedir. Bu yüzden temel matematiksel ifadelerin tanımları öğretilirken aynı zamanda kavramsal öğrenmenin desteklenmesi gerekmektedir. Elde edilen diğer bir sonuç kontrol grubundaki bazı öğrencilerin hiyerarşik ilişkilendirmeyi yaparken zorlandıkları gerçeğidir. Bunun yanı sıra birçok çalışmada (Aktaş ve Cansız-Aktaş, 2012; Akuysal, 2007; Ergün, 2010; Fujita, 2012; Monaghan, 2000; Okazaki ve Fujita, 2007; Pickreign, 2007; Ubuz, 2017) aynı durum yani öğrencilerin hiyerarşik sınıflandırmayı yaparken zorlandıkları sonucu elde edilmiştir. Örneğin, Fujita ve Jones’in (2007) yaptığı çalışmada öğrencilerin özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik sınıflandırmayı anlamlandıramadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Aktaş ve Cansız-Aktaş (2012), sekizinci sınıfta öğrenim gören öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri istenilen düzeyde göremediklerini ileri sürmüşlerdir. Yapılan bu çalışmada kontrol grubunda böylesine bir durumun meydana gelmesinde öğretim ortamı ve ilgili kazanıma yönelik ders kitabındaki etkinliklerin yetersiz olabileceği düşünülmektedir. Diğer taraftan deney grubundaki öğrencilerin hiyerarşik sınıflamada daha iyi oldukları ve özel dörtgenler arasında ilişkilendirme yapma noktasında fazla zorlanmadıkları görülmüştür. Ulaşılan bu sonuç hiyerarşik sınıflama ile ilgili yapılan bazı çalışmalarda (Örneğin; Ergün, 2010; Okazaki ve Fujita, 2007) elde edilen sonuçlardan farklılık göstermesine rağmen aynı zamanda Yıldız ve Güneş’in (2019) çalışmasında ulaştığı sonucu da desteklemektedir. Örneğin, Okazaki ve Fujita (2007) 9.sınıf öğrencilerinden birçoğunun kareyi, eşkenar dörtgen ve dikdörtgenin özel hali olarak algılamakta zorluk yaşadıklarını, benzer şekilde Ergün’ün (2010) çalışmasında da aynı durumun yaşandığı görülmüştür. Bu çalışmada ise mülakata katılan deney grubundaki tüm öğrencilerin karenin, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenin özel hali olarak algılamada herhangi bir zorluk yaşamadıkları görülmektedir. Böylesine bir durumun ACE öğrenme döngüsüne dayalı öğrenme sürecinden ve daha özelinde dörtgenlerin birbirleriyle ilişkilendirilerek, hiyerarşik sınıflamaya vurgu yapılarak kavratılmaya çalışılmış olabileceği düşünülmektedir.

Mülakatın üçüncü sorusu, katılımcıların eşkenar dörtgenin alan formülünü köşegen uzunluklarından yararlanarak oluşturma sürecinde APOS teorisine göre hangi aşamada davranış sergilediklerini incelemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu soruya yönelik mülakat verilerinin analizinde, klinik mülakata katılan deney grubundaki öğrencilerin en az süreç aşamasında, kontrol grubunda yer alan bir öğrencinin "Eylem" aşamasında diğer öğrencilerin ise "Nesne" aşamasında davranış sergiledikleri görülmüştür. Deney grubunda hiçbir öğrencinin "Eylem" aşamasında davranış sergilememesi öğretim sürecinde, birlikte yapılan etkinliklerin olumlu etkileri arasında olduğu düşünülmektedir ki elde edilen bu sonuç Altaylı-Özgül'ün (2018) çalışmasında ulaşılan sonuç ile benzerlik göstermektedir. Benzer şekilde Prusak vd. (2013) yaptıkları çalışmada; alan kavramı konusunda, iş birliğine dayalı öğrenme ortamlarının öğrencilerin alan kavramını anlamlı şekilde öğrenmesine zemin hazırladığı sonucunu da desteklemektedir.

Diğer bir sonuç ise önceki yıllara ait eksik öğrenmelerden dolayı bazı öğrencilerin kavram yanılgısına düştükleri ve bundan ötürü eşkenar dörtgenin alan formülünü matematiksel bir nesne olarak algılayamadıklarıdır. Ulaşılan bu sonuç Gülsoy'un (2020) çalışmasında elde ettiği sonuçla benzerlik göstermektedir. Gülsoy (2020) yaptığı çalışmada bazı öğrencilerin üçgenin alanını hesaplarken taban ile yüksekliği çarptıktan sonra ikiye bölmeyi ihmal ettikleri sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmada da benzer şekilde mülakata katılan öğrencilerden bazılarının aynı durumu yaşadığı görülmüş ve nedeninin önceki eksik öğrenmelerden kaynaklandığı düşünülmektedir. Elde edilen diğer bir sonuç ise "Eylem" aşamasında olduğu düşünülen öğrencilerin alan kavramı ile alan ölçme kavramlarını birbirine karıştırdığıdır. Benzer durum Gülsoy (2020) ve Gürefe'nin (2018) yaptığı çalışmalarda görülmüştür. Örneğin Gürefe (2018), yaptığı çalışmada sekizinci sınıfta öğrenim gören bazı öğrencilerin bu iki kavramı aynı şekilde ifade ettikleri sonucuna ulaşmıştır. Dolayısıyla bu çalışmada elde edilen sonuçlarla paralellik göstermektedir.

Mülakatın dördüncü sorusu, katılımcıların yamuğun alan formülünü oluşturma sürecinde APOS teorisine göre hangi aşamada davranış sergilediklerini belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu soruya yönelik mülakat verilerinin analizinde hem deney hem de kontrol grubundaki öğrencilerin en az süreç aşamasında davranış sergiledikleri görülmüştür. Mülakat sürecinde katılımcıların yamuğun alanını genellikle paralelkenar ya da üçgenin alanı ile ilişkilendirerek oluşturdukları sonucu elde edilmiştir. Bunun yanı sıra dikdörtgenin alanı ile bağdaştırarak oluşturan öğrenciler olduğu da görülmüştür. Elde edilen bu sonuçlar Altaylı-Özgül (2018) ile Gürefe'nin (2018) çalışma sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Gürefe (2018), yaptığı çalışmada öğrencilerin yamuğun alanını oluştururken genellikle parçalayıp sonrasında formül kullanarak yamuğun alanını hesapladıkları sonucuna ulaşmıştır.

Mülakatın beşinci sorusu, katılımcıların aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin alanları ile kenar uzunluklarını ilişkilendirme sürecindeki davranışları APOS teorisine göre incelemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu soruya yönelik mülakat verilerinin analizinde deney ve kontrol grubunda birer öğrencinin, "Eylem" aşamasında, ikişer öğrencinin "Süreç" aşamasında diğer öğrencilerin ise "Nesne" aşamasında davranışlar sergilediği diğer bir ifadeyle bu soruda benzer davranışlar sergiledikleri sonucu elde edilmiştir. "Eylem" aşamasında davranış sergileyen öğrencilerin, çözüm sürecinde çevre ile alanı sık sık birbirine karıştırıp kavram yanılgısı yaşadıkları, söylediklerinde bazen emin olamadıkları ve araştırmacının onayına sık sık ihtiyaç duydukları görülmüştür. "Süreç" aşamasında davranış sergileyen öğrencilerin ise tersine çevirme mekanizmasını bu soruda rahatça kullanabildikleri ancak alan ile kenar uzunlukları arasındaki ilişkilendirmeyi örneklerden hareketle oluşturdukları diğer bir ifadeyle bir bütün olarak görüp matematiksel bir nesne olarak algılayamadıkları belirlenmiştir. Gülsoy (2020) yaptığı çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin alan ile çevre kavramlarının birbirine karıştırdıkları, benzer durum Emekli (2001), Fujita ve Jones (2007), Tan-Şişman ve Aksu'nun (2009) çalışmalarında da görülmüştür.

Mülakatın altıncı sorusu, katılımcıların aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin çevre uzunlukları ile kenar uzunluklarını ilişkilendirme sürecindeki davranışları APOS teorisine göre incelemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu soruya yönelik mülakat verilerinin analizinde deney grubunda bir öğrencinin "Nesne" diğer öğrencilerin "Süreç" aşamasında, kontrol grubunda bulunan tüm katılımcıların ise "Süreç" aşamasında davranış sergiledikleri görülmüştür. Bir önceki soruda elde edilen sonuçlara benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bazı öğrencilerin alan ile çevre kavramını her ne kadar birbirinden ayırt etseler de hesaplamalarını birbirine karıştırdıkları görülmüştür. Çözüm sürecinde tersine çevirme mekanizmasını kullanabildikleri, şekilleri zaman zaman çizmeden hayalinde canlandırabildikleri ancak halen bu süreci ve alan ile kenarlar arasındaki ilişkilendirmeyi bir bütün olarak algılayamadıkları bu ilişkiyi kavramsal olmaktan çok işlemsel olarak gördükleri sonucu elde edilmiştir. Burada katılımcıların en az süreç aşamasında davranış sergilemeleri hem ders kitabında yer alan etkinliklerin hem de deney grubu için araştırmacı tarafından hazırlanmış etkinliklerin işlemsel düzeyde yeterli olduğunu göstermektedir.

Mülakatın yedinci aynı zamanda son sorusu, katılımcıların farklı şekillerin bir araya gelerek oluşturduğu bileşik şekillerle ilgili alan problemlerinin çözüm sürecindeki davranışlarını APOS teorisine göre incelemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu soruya yönelik mülakat verilerinin analizinde bir önceki soruda olduğu gibi deney grubunda bir öğrencinin "Nesne" diğer öğrencilerin "Süreç" aşamasında, kontrol grubunda bulunan tüm katılımcıların ise "Süreç" aşamasında davranış sergiledikleri görülmüştür. Verilen soruda Zeliha haricindeki diğer katılımcıların çözüm süreçlerinde benzer davranışlar sergiledikleri, genellikle alanı verilen geometrik şekillerin alan formül bilgilerini bu soruya rahatça yansıttıkları ancak genellikle kenar uzunluklarına değer vermeyi tercih ettikleri sonucu elde edilmiştir. Burada elde edilen sonuç katılımcıların bu soruda formülü doğrudan uygulayarak sonuca gittikleridir. Nitekim Altaylı-Özgül (2018), Gürefe (2018), Olkun vd. (2014) çalışmalarında da ortaokulda öğrenim gören öğrencilerin alan ölçümü ile ilgili sorularda formülü kavramsal olarak anlamlandırmadan kullanmaya çalışmaktan ziyade formülü doğrudan uyguladıkları görülmektedir. Diğer taraftan deney grubunda yer alan Zeliha bu soruda sonuca ilk olarak diğer katılımcıların yaptıkları işlemlere benzer işlemler yaparak ulaşmış araştırmacının farklı şekilde çözüp çözemeyeceğini sorması üzerine herhangi bir sayısal değer vermeden şekilleri ilişkilendirerek alanları arasında oranlamalar yaparak aynı sonuca ulaşmıştır. Dolayısıyla öğrenci bu soruda yer alan geometrik şekillerin alan formüllerinin her birini matematiksel bir nesne olarak algılayıp bu soruda kullandığı sonucuna erişilmiştir. Elde edilen bu sonucun kullanılan öğrenme ortamından kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Benzer şekilde deney grubunda "Eylem" aşamasında davranış sergileyen öğrencilerin bulunmaması bu durumu desteklemektedir. Diğer taraftan kontrol grubunda yer alan katılımcıların bu soruda "Eylem" aşamasında davranış sergilememeleri ders kitabındaki etkinliklerin amaca yönelik olduğunu ancak hiçbir öğrencinin "Nesne" aşamasında davranış sergileyememesi etkinliklerin daha çok işlemsel tarzda hazırlandığı şeklinde değerlendirilebilir.

Klinik mülakatların geneline bakıldığında katılımcıların zaman zaman cebirsel ifadelerde işlem yaparken zorluk yaşadıkları ancak araştırmacının destekleriyle sonuca ulaşabildikleri bunun yanı sıra süreçte yapılan hataların çoğunun önceki yıllarda meydana gelen eksik öğrenmelerden kaynaklandığı diğer bir ifadeyle ön bilgi gerektiren kavram eksikliklerinden oluştuğu görülmüştür. Alanyazında Altaylı-Özgül (2018), Hazar (2021), McCammon (2018) ve Sezgin-Memnun'un (2011) çalışmalarında da benzer durumlar tespit edilmiştir.

5.1.4. Dördüncü Alt Probleme Ait Sonuçlar ve Tartışma

Deney grubundaki öğrencilerin APOS teorisinin öğretimsel araçlarından biri olan ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamına dair düşüncelerini tespit etmek için odak grup görüşmesi yapılmıştır. 8 öğrenciyle gerçekleştirilen bu odak grup görüşmesinde 5 açık uçlu madde kullanılmıştır.

İlk soruda, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının beğenilen yönlerinin belirlemek amacıyla katılımcılara *"Öğrenme ortamını beğendim. Çünkü: ...."* şeklinde bir soru sorulmuştur. Katılımcıların tamamının bu döngüye dayalı öğrenme ortamını beğendikleri görülmüştür. Dolayısıyla beğenme kategorisi oluşturulmuş ve bu kategori altında öğrencilerin verdikleri cevaplardan hareketle farklı kodlara ulaşılmıştır. Yapılan içerik analizi sonucunda katılımcıların, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamını beğenmelerine gerekçe olarak "Gruplar olması", "Akran öğrenimi", "Gruplar arası tartışmalar", "Grup içi tartışmalar", "Grup içi heterojenlik", "Bilgisayar destekli etkinlikler", "Aktif öğrenme", "Kalıcı öğrenme" "Etkileşimli etkinlikler", "Keşfederek öğrenme" ve "Farklı ve eğlenceli öğrenme ortamı" gibi farklı kodlar ortaya çıkmıştır. Bu kodlar arasında ise uygulama sürecinde öğrencilerin gruplara ayrılması ve bunun doğal bir sonucu olarak da akran öğreniminin gerçekleşmesi yani öğrencilerin birbirlerinden öğrenmelerinin ön plana çıktığı görülmüştür. Ulaşılan bu sonuç akran iş birliği ve akranla öğretim gibi araştırma sürecinde amaçlanmayan ama örtük olarak ulaşılan sonuçlar arasında gösterilebilir. İlk soruya ait ulaşılan sonuçlardan bir diğeriyse "grup içi tartışmalar" ve "gruplar arası tartışmalar" gibi kodların ortaya çıkmasıdır. Ulaşılan bu sonuç aslında ACE öğrenme döngüsünün adımları arasında bulunmaktadır. Bu bilgi görüşme verilerinin araştırmaya konu olan ACE döngüsüne dayalı öğrenme sürecine dair alanyazın bilgileriyle örtüştüğü biçiminde değerlendirilebilir. Örneğin Hanifah (2017), çalışmasında öğrencilerin ACE öğrenme döngüsüne yönelik olumlu görüşe sahip oldukları, katılımcıların konuyu grup çalışmalarında ve sınıf tartışmalarında tartışma yoluyla akranlarından öğrendiklerini ifade ettikleri görülmüştür. Dolayısıyla elde edilen sonuçlar birbirini desteklemektedir. Göze çarpan diğer bir sonuç ise bazı kodların (aktif öğrenme, birbirinden öğrenme, bilgisayar destekli etkileşimli etkinlikler, keşfederek öğrenme vb.) işbirlikçi ve bilgisayar destekli öğrenme ortamını ve bunların dayandığı yapılandırmacı felsefeyi işaret etmesidir. Ulaşılan bu sonuç, ACE öğrenme döngüsünde öğrenciden öğrenciye çok yönlü bir iletişimin olduğunu göstermektedir. Bu sonuçların ortaya çıkmasında öğrencilerin böylesine etkileşimli bir öğrenme ortamında etkinlik yapmaları, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamının öğretim sürecini kolaylaştırması ve çok yönlü bir iletişimi içinde barındırması gerekçe olarak sunulabilir.

İkinci soruda ACE öğrenme döngüsünün beğenilmeyen yönlerini tespit etmek için katılımcılara *"Öğrenme ortamını beğenmedim. Çünkü: ...."* şeklinde bir soru sorulmuştur. Odak grup görüşmesine katılan öğrencilerin çok azı ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamını bazı yönlerini beğenmediklerine yönelik görüşlerini ifade etmişlerdir. Bu görüşler "beğenmeme" kategorisi altında raporlaştırılıp sunulmuştur. İçerik analizi sonucunda oluşturulan bu kategoriye yönelik "Grup içi çatışmalar", "Bazı öğrencilerin ilgisizliği", "Grup içi dominantlık" ve "Heterojen gruplar" gibi kodlara ulaşılmıştır. Ulaşılan bu sonuç aslında alanyazında görülen ortak sorunlar olarak ele alınıp değerlendirilebilir.

Üçüncü soruda, ACE öğrenme döngüsünün geliştirilmesine ilişkin öğrenci görüşlerini belirlemek için katılımcılara *"Bu öğrenme ortamının değiştirilmesi ya da geliştirilmesi gereken yerler olduğunu düşünüyor musunuz?"* şeklinde bir soru yöneltilmiştir. Katılımcıların verdiği cevapların içerik analizine tabi tutulması sonucu farklı kodların oluştuğu ve oluşan bu kodların üç farklı kategori altında birleştiği sonucuna ulaşılmıştır. Oluşan bu kategorilerde ise gruplarda öğrenci değişimlerinin olmasının, etkinliklerin daha da geliştirilmesi ve de artırılması ile süreçte ödüllerin kullanılması yönünde istekte bulunmuşlardır. Bunun yanı sıra "öğrenme ortamına" ait kategoride yer alan Jigsaw gibi kodların varlığı da dikkat çekmektedir. Bu soruda ulaşılan kod ve kategoriler incelendiğinde sorunun amacına ulaştığı düşünülmektedir. Ulaşılan bu netice aslında bu araştırmadaki öğrenme ortamındaki eksikliklere işaret etmektedir. Literatür incelendiğinde Gülsar vd. (2018), yaptıkları çalışmada öğrencilerin işbirlikçi öğrenme ortamlarının en beğenilen yönleri arasında yapılan izleme sınavları ve takım ödülleri olduğunu ifade ettikleri görülmüştür. Benzer şekilde Kılıç (2007), yaptığı çalışmada ödülün kullanıldığı deney grubundaki öğrencilerin başarılarının kontrol grubundakilere göre daha yüksek olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu durumlar ACE öğrenme döngüsünde takım ödüllerine ve izleme sınavlarına yer verilmesi gerektiğini göstermektedir.

Dördüncü soruda katılımcılara *"Bu çalışma sonunda matematiğin diğer konularını öğrenebileceğime ilişkin kendime olan güvenim..........? Neden?"* şeklinde bir soru sorulmuştur. Katılımcıların odak grup görüşmesinin bu sorusuna verdikleri yanıtlar "öz-güven artışı" kategorisi altında raporlaştırılıp sunulmuştur. Araştırmacının bu sorunun sonunda "genelde güveninizin arttığından bahsettiniz" ifadesine ilişkin bütün katılımcıların "evet hocam hepimizinki arttı" şeklinde ifadeleri deney grubunda kullanılan öğrenme ortamının katılımcıların öz-güvenlerini artırdığını kanıtlar nitelikte olduğu düşünülmektedir. Öz-güvenlerinin artış nedenlerine yönelik ifadelere bakıldığında farklı kodların ortaya çıktığı görülmüştür. Yapılan içerik analizi sonucunda "yaşantı temelli etkinlikler", "bilgisayar destekli etkinlikler", "iş birliği", "farklı bakış açısı kazanma" ve "öğrenme merkezli" gibi kodlara ulaşılmıştır. Özetle, katılımcıların matematiğin diğer konuları için ACE döngüsüne dayalı öğrenme sürecinin yararlı olacağına dair görüşe sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Görüşmenin son sorusunda odak grup görüşmesine katılan öğrencilere *"Bu çalışma sonunda Matematik dersine olan ilgim..........? Neden?"* şeklinde bir soru yöneltilmiştir. Öğrencilerin bu soruya verdiği yanıtlar "ilgi artışı" kategorisi altında raporlaştırılıp sunulmuştur. Yapılan içerik analizi sonucunda oluşturulan bu kategoriye ilişkin farklı kodlara ("öğrenen merkezli", "öz-güven", "farklı bakış açısı sağlaması", "derslerin GeoGebra etkinlikleriyle daha zevkli hale gelmesi", "öğrenmede ilerleme", "keşfederek öğrenme" ve "öz-yeterlik") ulaşılmıştır. Görüşmeye katılan öğrencilerin tamamına yakınının, APOS teorisinin öğretimsel araçlarından biri olan ACE öğrenme döngüsünün matematik dersine yönelik ilgiyi arttığına dair olumlu görüşe sahip olduğu görülmüştür. Bu sonuç Bhattarai (2021), Nga vd. (2023), Syarifuddin ve Atweh'in (2022) ACE döngüsüne dayalı öğrenme süreçlerine yönelik öğrenci görüşlerini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmada ulaşılan sonuçlar ile örtüşmektedir. Bunun yanı sıra, alanyazındaki bazı araştırmalarda (Adalı-Bakıoğlu, 2020; Delice ve Karaaslan, 2015; Deniz ve Özdemir-Erdoğan, 2012; Erdener ve Gür, 2019; Eyyam ve Yaratan, 2014; Hazar ve Keşan, 2021; İlhan ve Aslaner, 2020; Lashley, 2017; Radović vd., 2019; Tatar vd., 2013; Zakaria ve Khalid, 2016) ACE döngüsüne dayalı öğrenme süreçlerinin içinde barındırdığı bilgisayar destekli öğrenme ortamı ile işbirlikçi öğrenme ortamının öğrencilerin matematik dersine yönelik ilgilerini artırdığına dair elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Bu durumun ortaya çıkmasındaki en önemli etkenin, ACE öğrenme döngüsünün öğrencilerin öğrenme süreçlerini kolaylaştırmış olabileceği söylenebilir. Odak grup görüşmesine katılan öğrencilerin diğer görüşme sorularına verdikleri cevaplarla paralel bir şekilde ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamlarının, öz-güven artışı, eğlenceli olması, farklı bakış açısı sağlaması, keşfederek öğrenmeye zemin hazırlaması ve en önemlisi öğrenen merkezli bir öğretim yöntemi olması gibi özellikleri bu görüşme sorusunda da ön plana çıkardıkları görülmüştür. Bu soruya ilişkin dikkat çeken diğer bir nokta ise hiçbir öğrencinin ACE öğrenme döngüsünün derse yönelik ilgilerini olumsuz yönde etkilediği yönünde görüş bildirmemiş olmalarıdır. Bu bağlamda görüşme sorularına verilen yanıtlarının birbiri örtüştüğü ve birbirini desteklediği düşünülmektedir.

Bu çalışmada çokgenler alt öğrenme alanında ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamı ile mevcut öğretim programına göre gerçekleşen öğretimin, öğrencilerin akademik başarılarına, öğrenilenlerin kalıcılığına, geometriye yönelik öz-yeterlik algılarına etkisini belirlemek, bu sürece yönelik öğrenci görüşlerini değerlendirmek ve soyutlama süreçlerinde öğrencilerin APOS teorisine göre hangi aşamada davranış sergiledikleri ele alınmıştır. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, çokgenler alt öğrenme alanındaki öğrenci başarısı ve geometriye yönelik öz-yeterlik algıları açısından bakıldığında deney grubundaki öğrencilere yönelik yapılan öğretimin kontrol grubunda gerçekleştirilen öğretimden daha etkili olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra çalışma kapsamında kullanılan öğrenme ortamlarının öğrenilenlerin kalıcılığı üzerinde olumlu yönde benzer etkiye sahip oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada elde edilen diğer bir sonuç ise klinik mülakatlarda deney grubundaki yüksek düzeydeki katılımcı haricindeki diğer düzeydeki katılımcıların çokgenler alt öğrenme alanında bilgi oluşturma süreçlerinde davranış düzeylerinin birbirinden çokta farklılaşmamış oluşudur. Dolayısıyla, elde edilen bu sonuç, Açıl'ın (2015) çalışmasında ifade ettiği gibi *"ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamlarının başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin kendilerinden daha iyi düzeyde olan orta ve iyi düzeydeki öğrencilerle aralarındaki farkı kapatmaya yardım edebileceği"* (s.244) fikrini desteklemektedir. Bunun yanı sıra, Sofie vd. (2022) yaptığı çalışma sonucunda yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin bilişsel yapı ve mekanizma sürecini orta ve düşük başarı düzeyindeki öğrencilere göre daha iyi gösterdikleri sonucuna ulaşmıştır. Benzer sonuç Yorgancı'nın (2019) çalışmasında da görülmüştür. Bu çalışmada da yüksek düzeydeki katılımcının bilgi oluşturma sürecinde diğer düzeydeki öğrencilere göre daha iyi performans göstermiştir. Bundan dolayı klinik mülakat sonuçları alanyazındaki bu çalışma sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamı hakkında düşüncelerinin olumlu olduğu ulaşılan bir diğer sonuçtur. Elde edilen tüm bu sonuçlar birbirini destekler nitelikte olup, ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamlarının öğretim niteliğine olan katkısını ortaya koymakta ve bu öğrenme ortamının derslerde alternatif bir öğrenme yöntemi olarak kullanılabileceğini göstermektedir.

5.2. Öneriler

Bu başlık altında araştırmadan elde edilen sonuçlara göre bu alanda çalışmak isteyen araştırmacılara ve uygulayıcılara yönelik önerilerde bulunulmuştur.

5.2.1. Araştırmacılara Öneriler

- ✓ Sadece sınav sonuçlarına bakılarak öğrencilerin başarılı olup olmadıkları yönünde yapılan değerlendirmelerin yetersiz olduğu düşünüldüğünden, APOS teorisi gibi öğrencilerin öğrenme düzeylerini daha derinlemesine bir bakış açısıyla değerlendirmeye çalışan teoriler, başta matematik öğretmenleri olmak üzere bütün öğretmenlere hizmet içi eğitim kurslarıyla yüz yüze ya da uzaktan eğitim yoluyla tanıtılabilir. Öğretmen adayları içinse lisans ya da lisansüstü eğitim müfredatına "Matematik Eğitiminde Öğrenme Teorileri" adı altında dersler eklenebilir.
- ✓ Benzer şekilde, öğrenci merkezli bir model olan ACE öğrenme döngüsü hakkında öğretmenlerin bilgi ve beceri donanımı, ülkemizdeki matematik eğitiminin kalitesini ve niteliğini artırma konusunda çok önemli bir etkiye olanak sağlayabilir. Bundan dolayı matematik öğretmenleri, bu döngüye dayalı öğrenme süreci ve sınıfta nasıl kullanabilecekleri hususunda bilgilendirilebilirler. Bu amaç doğrultusunda matematik öğretmenlerine, seminerler, hizmet içi eğitim kursları düzenlenebilir ve örnek uygulamalar yaptırılabilir.
- ✓ Eğitim sistemindeki her bireyin öğrenmelerindeki verimliliği artırmak için öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri sadece araştırmacılar tarafından değil aynı zamanda öğretmenler tarafından da incelenmelidir. Dolayısıyla öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin nasıl inceleneceği konusunda öğretmenlere bilgi verilmesinin uygun olacağı düşünülmektedir.
- ✓ Araştırma 7. sınıf Geometri öğrenme alanında yer alan Çokgenler alt öğrenme alanı üzerine gerçekleştirilmiştir. Bilindiği üzere ortaokul öğretim programında

çokgenler alt öğrenme alanı ile ilgili kazanımların tamamına değil bir kısmına yer verilmektedir. Kazanımların diğer bir kısmı ise ortaöğretim ve lisans düzeyinde bulunmaktadır. Bu sebepten ötürü benzer çalışmalar ortaöğretim ve lisans seviyesinde tekrarlanabilir. Böylece bu alt öğrenme alanına ait ortaöğretim hatta lisans düzeyinde literatürde henüz bulunmayan bir genetik çözümleme elde edilebilir. Elde edilecek sonuçların bu çalışmada elde edilen bulgular ve sonuçlarla tutarlılığı karşılaştırılabilir.

- ✓ Bu çalışmanın sınırlılıklarından bir tanesi ulaşılan sonuçların sadece matematik eğitimine atıfta bulunmasıdır. Dolayısıyla, elde edilen sonuçlar genelleştirilebilir ve eğitimin diğer birçok alanına genişletilebilir. Bunun içinde başta fen bilimleri olmak üzere diğer derslerde de ACE öğrenme döngüsünün öğretimsel araç APOS teorisinin ise değerlendirme aracı olarak kullanıldığı araştırmalar yapılabilir. Bu şekilde hem ACE öğrenme döngüsünün hem de APOS teorisinin sadece matematik dersi için değil disiplinler arası diğer dersler içinde kullanılabilirliği hakkında fikir sahibi olunabilir.
- ✓ Bu araştırma öğrencilerin ACE döngüsüne dayalı öğrenme süreci üzerine odak grup görüşmeleri sekiz öğrenciyle sınırlıdır. İleriki süreçte yapılacak olan çalışmalarda odak grup görüşmelerinin yanı sıra öğrenci görüşleri bireysel olarak da toplanabilir. Bu şekilde daha zengin veriler elde edilip incelenebilir.
- ✓ Bu çalışma bir ortaokulda 2021-2022 Eğitim Öğretim yılı bahar döneminde öğrenim gören kırk altı öğrenci gerçekleştirilmiştir. Araştırma sonucunda ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerin çokgenler alt öğrenme alanındaki kavramsal bilgilerini, ilgili alt öğrenme alanındaki akademik başarılarını, kalıcı öğrenmelerini ve geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarını artırdığı görülmüştür. Dolayısıyla ileriki süreçte yapılacak olan çalışmalarda genellenebilirliği artırmak için odak grup görüşmesine katılan öğrencilerin görüşleri de dikkate alınarak daha büyük bir örneklem üzerinde bu öğrenme döngüsünün bir öğrenme ve öğretim modeli olarak farklı sınıf düzeylerinde ve farklı konuların öğretiminde; akademik başarı, hatırda tutma, öz-yeterlik inancı, tutum, motivasyon, kaygı düzeyi gibi birçok değişken üzerindeki etkisi araştırılabilir.

5.2.2. Uygulayıcılara Öneriler

- ✓ Araştırma sonucu, ACE öğrenme döngüsünün ortaokul düzeyinde alternatif bir öğrenme modeli olarak kullanılabileceğini göstermektedir. Bu sebeple ACE öğrenme döngüsünün kullanımına ortaokul düzeyindeki sınıflardan başlanmasının uygun olacağı düşünülmektedir.
- ✓ Elde edilen bulgular Eylem aşamasında davranış sergileyen öğrencilerin Süreç ve Nesne düzeylerinde bilişsel yapı geliştirmeleri için daha fazla zamana ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir. Bu yüzden öğretmenlerin etkinliklerde aceleci davranmamaları ve konuları yetiştiremeyeceğim kaygısıyla hızlı geçmemeleri önerilmektedir. Benzer şekilde mülakatlarda, katılımcıların çoğu cebirsel ifadelerde sadeleştirme ya da cebirsel ifadelerde işlem yaparken güçlük yaşamışlar ancak araştırmacının desteğiyle sonuca ulaşabilmişlerdir. Dolayısıyla ders öğretmenlerin öğrencilerin bu eksikliklerini gidermeye yönelik ek etkinlikler yapması önerilebilir.
- ✓ Uygulama sürecinde deney grubunda yer alan bazı öğrencilerin utangaç yapıda olmalarından gruplarında istenilen düzeyde aktif olmadığı ve sınıf içi tartışmalara çok fazla katılmadığı gözlemlenmiştir. Öğretmenlerin bu yapıdaki öğrencileri belirlemesi ve onları sınıf içi tartışmalara ve etkinliklere katılmaya motive etmesinin uygun olacağı düşünülmektedir. Aynı şekilde, düşük başarı düzeyindeki öğrenciler grup ve sınıf tartışmalarında daha aktif bir rol oynamaya teşvik edilebilir.
- ✓ APOS teorisi çerçevesine göre hazırlanan ACE döngüsüne dayalı öğrenme ortamlarında, tartışma süreçleri için önceden planlama yapılmasının uygun olacağı düşünülmektedir. Bu şekilde grup içi tartışmalar veya sınıf tartışmalarında öğrencilerin amaçtan uzaklaşmasının ya da tartışmaların gereksiz yere uzamasının önüne geçilebilir.
- ✓ 2018 matematik öğretim programında "öğrenciler bireysel ve bireylerarası iletişim kurmaya teşvik edilmeli, etkin öğrenmeyi destekler nitelikteki etkinliklerle öğrencilerin yeni matematiksel kavramları önceki kavramların üzerine yapılandırmaları için olanaklar tanınmalı ve bu süreçte öğrenciler cesaretlendirilmelidir" (s.7) şeklindeki öneriler bulunmaktadır. ACE öğrenme döngüsünün öğretim programında belirtilen bu önerileri içinde barındırdığı

dolayısıyla derslerde kullanımının öğrenme sürecini zenginleştireceği düşünülmektedir.

- ✓ Derslerde öğretmenin farklı ve ilgi çekici öğrenmeyi gerçekleştirmesine yardımcı olmak için yapılabilecek bir yol, alışılmışın dışında farklı öğrenme ortamlarına başvurmasıdır. Bu kapsamda ACE öğrenme döngüsü değerlendirilebilir.
- ✓ Son olarak, araştırma sonuçlarından hareketle matematikteki genellemeler sonucu oluşan genel ifadeler diğer bir ifadeyle formüller öğrencilere hazır olarak verilmemeli bunun yerine öğrencilerin bunları oluşturmalarına imkân verecek ders planları ve öğretim ortamları hazırlanmalıdır.

KAYNAKÇA

Açıl, E. (2015). *Ortaokul 3. sınıf öğrencilerin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerinin incelenmesi: APOS teorisi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Adalı-Bakıoğlu, S. (2020). *Proje tabanlı ve işbirlikli öğrenme yöntemlerinin ortaokul öğrencilerinin matematiğe karşı tutumlarına, matematik özyeterliklerine ve akademik güdülenmelerine yansımaları* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Uludağ Ünivesitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Adolphus, T. (2011). Problems of teaching and learning of geometry in secondary schools in Rivers State, Nigeria. *International Journal of Emerging Sciences*, *1*(2), 143-152.

Afgani, M. W. (2018). *Peningkatan kemampuan pemahaman matematis dan konsep diri mahasiswa calon guru matematika melalui penerapan siklus pembelajaran aktivitas-diskusi-latihan berdasarkan teori APOS* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Universitas Pendidikan Indonesia.

Afgani, M. W., Suryadi, D., & Dahlan, J. A. (2019). The enhancement of pre-service mathematics teachers' mathematical understanding ability through ACE teaching cyclic. *Journal of Technology and Science Education*, *9*(2), 153-167. https://doi.org/10.3926/jotse.441

Agormor, S., Apawu, J., Aboagye-Agbi, J. J., & Hokor, E. K. (2022). Prior mathematics achievement and mathematics self-efficacy as indicators for success in preservice teachers' achievement in geometry and trigonometry. *Journal of Research in Instructional*, *2*(2), 115–128. https://doi.org/10.30862/jri.v2i2.83

Ağaçdiken, F. (2021). *5. sınıf öğrencilerinin alan kavramını dinamik matematik yazılımı destekli öğretim ortamında oluşturma süreçleri: Dikdörtgen durumu* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Ahmadi, S. (2014). *The development of freshman precalculus students' understanding of exponential and logarithmic functions* [Unpublished Doctoral Disertitaon]. Morgan State University.

Akar, H. (2019). Durum çalışması. A. Ersoy ve A. Saban (Editörler), *Eğitimde nitel araştırma desenleri* içinde (3. baskı ss. 139-178). Anı Yayıncılık.

Akbulut, B. (2018). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 7. sınıf ders kitabı.* Berkay Yayıncılık.

Akdemir, M. ve Narlı, S. (2022). Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki algılarının incelenmesi. *Uluslararası Karamanoğlu Mehmetbey Eğitim Araştırmaları Dergisi*, *4*(1), 74-92. https://doi.org/10.47770/ukmead.1123023

Akinsola, M. K., & Olowojaiye, F. B. (2008). Teacher instructional methods and student attitudes towards mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *3*(1), 60-73. https://doi.org/10.29333/iejme/218

Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Aktaş, D. Y. ve Cansız Aktaş, M. (2012). 8.sınıf öğrencilerinin özel dörtgenleri tanıma ve aralarındaki hiyerarşik sınıflamayı anlama durumları. *İlköğretim Online*, *11*(3), 714-728.

Akuysal, N. (2007). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin 7. sınıf ünitelerindeki geometrik kavramlardaki yanılgıları* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Selçuk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Altaylı-Özgül, D. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki soyutlama süreçlerinin incelenmesi: RBC+C modeli* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Altaylı-Özgül, D. ve Kaplan, A. (2016). 7. sınıf öğrencilerinin silindirin yüzey alanı konusundaki soyutlama süreçlerinin ve paylaşılan bilgilerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, *11*(2), 344-364.

Altıntaş, K. (2018). *Ortaokul 7. sınıf çember-daire ve çokgenler konularının öğretiminde probleme dayalı öğrenmenin öğrencilerin van hiele geometri düşünme düzeylerine etkisi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Altıntaş, Ş. ve Keskin, C. (2019). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 7. sınıf ders kitabı.* Ekoyay Eğitim Yayıncılık.

Altun, M. (2016). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi* (12. baskı). Aktüel Yayınları.

Altun, M. ve Yılmaz, A. (2010). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*(1), 311-337.

Anabousy, A., & Tabach, M. (2015). Constructing and consolidating mathematical knowledge in the geogebra environment by a pair of students. In *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *2*(1), 41-48.

Anam, A. C., Juniati, D., & Wijayanti, P. (2019, December). Understanding the quadrilateral concept of junior high school students based on APOS theory in terms of differences in cognitive styles. In *Proceedings on Mathematics, Informatics, Science, and Education International Conference (MISEIC). Atlantis Press*.

Annas, S., Djadir., & Hasma, S. M. (2018). The abstraction ability in constructing relation within triangles by the seventh grade students of junior high school. In *Journal of Physics: Conference Series*, *954*(1), 012029. IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/954/1/012029

Anwar, Y. S., Mandailina, V., & Pramita, D. (2018). Efektifitas penerapan teori APOS (Action, Process, Object, Schema) terhadap hasıl belajar persamaan diferensial pada mahasiswa program studi pendidikan matematika tahun akademik 2012/2013. *Paedagoria: Jurnal Kajian, Penelitian dan Pengembangan Kependidikan*, *4*(2), 51-54. https://doi.org/10.31764/paedagoria.v4i2.44

Ar, T. (2021). 2012-2020 *yılları arasında geometri ve ölçme öğrenme alanında yapılan lisansüstü tezlerin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Kocaeli Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Arnawa, I. (2010). Mengembangkan kemampuan mahasiswa dalam memvalidasi bukti pada aljabar abstrak melalui pembelajaran berdasarkan teori APOS. *Jurnal Matematika & Sains*, *14*(2), 62-68.

Arnawa, I. M. (2006). *Meningkatkan kemampuan pembuktian mahasiswa dalam aljabar abstrack melaluı pembelajaran berdasarkan teori APOS* [Unpublished Doctoral Disertitaon]. Universitas Pendidikan Indonesia.

Arnawa, I. M., Sumarno, U., Kartasasmita, B., & Baskoro, E. T. (2007). Applying the APOS theory to improve students' ability to prove in elementary abstract algebra. *Journal of Indonesia Mathematical Society (MIHMI)*, *13*(1), 133-148. https://doi.org/10.22342 /jims.13.1.80.133-148

Arnawa, I. M., Yerizon, & Nita, S. (2020, June). Improvement students' achievement in elementary linear algebra through APOS theory approach. In *Journal of Physics: Conference Series*, *1567*(2), 022080. IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1567/2/022080

Arnawa, I. M., Yanita., Yerizon., Ginting, B., & Nita, S. (2021). Does the use of APOS theory promote students' achievement in elementary linear algebra?. *International Journal of Instruction*, *14*(3), 175-186. https://doi.org/10.29333/iji.2021.14310a

Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Fentes, S. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6

Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. In J. Kaput, A. H. Schoenfeld, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education II* (pp. 1-32). American Mathematical Society. https://doi.org/10.1090/cbmath/006/01

Aslaner, R. (2018). *Dinamik geometri öğretimi.* Anı Yayıncılık.

Aşkar, P. ve Umay, A. (2001). Perceived computer self-efficacy of the students in the elementary mathematics teaching programme. *Hacettepe University Journal of Education*, *21*(1), 1-8.

Avcı, E., Su-Özenir, Ö., Coşkuntuncel, O., Özcihan, H. ve Su, G. (2014). Ortaöğretim öğrencilerinin geometri dersine yönelik tutumları. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *5*(3), 304-317.

Avcu, R. (2022). Pre-service middle school mathematics teachers' personal concept definitions of special quadrilaterals. *Mathematics Education Research Journal*, 1-46. https://doi.org/10.1007/s13394-022-00412-2

Awofala, A. O. A. (2011). Effect of concept mapping strategy on students' achievement in junior secondary school mathematics. *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, *2*(3), 11-16.

Ay, Y. (2014). *Yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve nedenlerinin belirlenmesi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Ege Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Aydin, S. ve Mutlu, C. (2013). Students understanding of the concept of limit of a function in vocational high school mathematic. *The Online Journal of Science and Technology*, *3*(1), 145-152.

Baki, A. (2018). *Matematik öğretme bilgisi*. Pegem Akademi.

Baki, A., Karataş, İ. ve Güven, B. (2002, Eylül). Klinik mülakat yöntemi ile problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi Eğitim Fakültesi,* 15-18. Ankara.

Balas, A., Goulet, M., & Smith, A. (2002, July). A case study in the history of calculus reform. In *Second International Conference on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level (ICTME2)*, *30*, 2004.

Balcı, A. (2021). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntem, teknik ve ilkeler* (15. baskı). Pegem Akademi.

Balcı-Şeker, H. ve Erdoğan, A. (2017). GeoGebra yazılımı ile geometri öğretiminin geometri ders başarısına ve geometri öz-yeterliğine etkisi. *OPUS International Journal of Society Researches*, *7*(12), 82-97. https://doi.org/10.26466/opus.313072

Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Prentice-Hall.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. W.H. Freeman and Company.

Baroody, A. J., Feil, Y., & Johnson, A. R. (2007). Research commentary: An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(2), 115-131. https://doi.org/10.2307/30034952

Başışık, H. (2014). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularındaki kavram yanılgılarının belirlenmesi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Aydın Menderes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Başol, G. (2019). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* (6. baskı). Pegem Akademi.

Batır, O. (2022). *APOS teorisininin maksimum minimum problemlerini anlamada bir çerçeve olarak kullanılmasının başarı ve tutuma etkisi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 843–908). Information Age Publishing.

Bayazit, İ. (2016). Subje düşüncesi: Bir matematiksel kavramın süreç ve obje olarak anlaşılması. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (ss. 183-199). Pegem Akademi.

Baykul, Y. (2020). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. Sınıflar)* (4. baskı). Pegem Akademi.

Baykul, Y. (2021). *Eğitimde ve psikolojide ölçme: Klasik test teorisi ve uygulaması* (4. baskı). Pegem Akademi.

Bayraktar, F., Tutak, T. ve İlhan, A. (2019). APOS teorisine yönelik çalışmaların bir analizi. *Elektronik Eğitim Bilimleri Dergisi*, *8*(16), 242-250.

Berg, B. L., & Lune, H. (2012). *Qualitative research methods for the social sciences* (8th edition). Pearson Education.

Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. *Educational Studies in Mathematics*, *106*(2), 251-270. https://doi.org/10.1007/s10649-020-10012-1

Bhattarai, D. (2021). *Effectiveness of GeoGebra in teaching mathematics at secondary level* [Unpublished Master's Thesis]. Tribhuvan University.

Biçer, N. ve Çakmak, D. (2022). Matematik dersi çokgenler alt öğrenme alanında kavram haritaları kullanımının akademik başarıya ve kalıcılığa etkisi. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, *13*(2), 1-12.

Bilgili, S.A. (2008). Bilimsel araştırma yaklaşımları. O. Kılıç ve M. Cinoğlu (Editörler), *Bilimsel araştırma yöntemleri* içinde (ss. 59-75). Lisans Yayıncılık.

Bilgin, T. (2004). İlköğretim yedinci sınıf matematik dersinde (çokgenler konusunda) öğrenci takımları başarı bölümleri tekniğinin kullanımı ve uygulama sonuçları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi*, *17*(1), 19-28.

Birinci, K. S. (2010). *Matematik öğretmen adaylarının ispatlama performanslarının süreç-nesne ilişkisi açısından incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi], Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Bonne, L., & Lawes, E. (2016). Assessing students' maths self-efficacy and achievement. *Assessment News*, *2*(1), 60-63. http://dx.doi.org/10.18296/set.0048

Borji, V., & Martínez-Planell, R. (2019). What does 'y is defined as an implicit function of x'mean?: An application of APOS-ACE. *The Journal of Mathematical Behavior*, *56*(1), 100739. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100739

Borji, V., & Martínez-Planell, R. (2023). On students' understanding of volumes of solids of revolution: An APOS analysis. *The Journal of Mathematical Behavior*, *70*(1), 101027. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.101027

Borji, V., & Voskoglou, M. G. (2016). Applying the APOS theory to study the student understanding of the polar coordinates. *American Journal of Educational Research*, *4*(16), 1149-1156. https://doi.org/10.12691/education-4-16-5

Borji, V., & Voskoglou, M. G. (2017). Designing an ACE approach for teaching the polar coordinates. *American Journal of Educational Research*, *5*(3), 303-309. https://doi.org/10.12691/education-5-3-11

Borji, V., Alamolhodaei, H., & Radmehr, F. (2018). Application of the APOS-ACE theory to improve students' graphical understanding of derivative. *Eurasia*

Journal of Mathematics, Science and Technology Education, *14*(7), 2947-2967. https://doi.org/10.29333/ejmste/91451

Borji, V., Martínez-Planell, R., & Trigueros, M. (2022). Student understanding of functions of two variables: A reproducibility study. *The Journal of Mathematical Behavior*, *66*(1), 100950. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2022.100950

Botana, F., Hohenwarter, M., Janičić, P., Kovács, Z., Petrović, I., Recio, T., & Weitzhofer, S. (2015). Automated theorem proving in GeoGebra: Current achievements. *Journal of Automated Reasoning*, *55*(1), 39-59. https://doi.org/10.1007/s10817-015-9326-4

Boyd, C., Cummins, J., Malloy, C., Carter, J., & Flores, A. (2004). *Glencoe mathematics: Geometry*. McGraw-Hill.

Bozoğlu, U. (2013). *Ortaokul 7. sınıf matematik dersi alan-çevre ilişkisi konusunda oyun temelli öğretimin öğrenci başarısına etkisi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J., & Nichols, D. (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, *23*(1), 247-285. https://doi.org/10.1007/BF02309532

Brijlall, D., & Bansilal, S. (2011). Student teachers' engagement with re-contextualised materials: A case of numerical approximation. *US-China Education Review Education Practices*, *5*(1), 691-702.

Brijlall, D., & Maharaj, A. (2011). A framework for the development of mathematical thinking with teacher trainees: The case of continuity of functions. *Online Submission*, 654-668.

Brijlall, D., Maharaj, A., Bansilal, S., Mkhwanazi, T., & Dubinsky, E. (2011, July). A pilot study exploring pre-service teachers' understyanding of the relationaship between 0,9 and 1. In H. Venkat, & A. A. Essien (Eds.). *Proceedings of the 17th Annual AMESA National Conference*.

Budiarto, M. T., Rahaju, E. B., & Hartono, S. (2017). Students' abstraction in recognizing, building with and constructing a quadrilateral. *Educational Research and Reviews*, *12*(7), 394-402.

Bütüner, S. Ö. ve Filiz, M. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenleri sınıflandırma becerilerinin incelenmesi. *Alan Eğitimi Araştırmaları Dergisi*, *2*(2), 43-56.

Büyüköztürk, Ş. (2013). *Veri analizi el kitabı.* (18. baskı). Pegem Akademi

Büyüköztürk, Ş. (2016). *Deneysel desenler* (5. baskı). Pegem Akademi.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz Ş. ve Demirel, F. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (29. baskı). Pegem Akademi.

Cameron, A. (2004). Kurtosis. In M. Lewis-Beck, A. Bryman, & T. Liao (Eds.). *Encyclopedia of social science research methods.* (pp. 543-544). Sage Publications.

Can, A. (2020). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi* (19. baskı). Pegem Akademi.

Can, Ş. (2022). *Yedinci sınıf çokgenler konusunda eğitsel oyunlarla zenginleştirilen matematik öğretiminin öğrencilerin matematik başarısı ve tutumuna etkisi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Cannon, M. N. (2021). *Young adolescents' opportunity to develop concept ımages of polygons in middle school mathematics textbooks* [Unpublished Doctoral Disertitaon]. University of South Florida.

Cansız-Aktaş, M. (2015). Nitel veri toplama araçları. M. Metin (Ed.), *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* içinde (2. baskı ss. 337-371). Pegem Akademi.

Cantürk-Günhan, B. (2006). *İlköğretim II. kademede matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin uygulanabilirliği üzerine bir araştırma*. [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Cantürk-Günhan, B. (2021). Türkiye'de matematik dersine yönelik özyeterlik ile başarı ilişkisi üzerine yapılan çalışmaların meta-analizi. *Milli Eğitim Dergisi*, *50*(229), 319-335.

Cappetta, R.W., & Zollman, A. (2013). Agents of change in promoting reflective abstraction: A quasi-experimental study on limits in college calculus. *REDIMAT-Journal of Research in Mathematics Education*, *2*(3), 343-357. http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2013.35

Cevahir, E. (2020). *SPSS ile nicel veri analizi rehberi*. Kibele Yayınları.

Chamberlain Jr, D., & Vidakovic, D. (2021). Cognitive trajectory of proof by contradiction for transition-to-proof students. *The Journal of Mathematical Behavior*, *62*(1), *100849*. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100849

Chamberlain Jr., D., & Vidakovic, D. (2015, April 17). APOS theory in the classroom. *Center for Instructional Effectiveness Annual Conference.* Atlanta.

Christensen, B. L., Johnson, R. B., & Turner, L. A. (2015). *Research methods, design and analysis* (12th edition). Pearson Education.

Clark J. M., Cordero, F., Cottrill, J., Czarnocha, B., DeVries, D. J., St. John, D., Tolias T., & Vidakovic, D. (1997). Constructing a schema: The case of the chain rule. *Journal of Mathematical Behavior*, *16*(4), 345-364. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(97)90012-2

Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. In A. E. Kelly, & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 547-589). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (8th edition). Routledge.

Cooley, L., Trigueros, M., & Baker, B. (2007). Schema thematization: a framework and an example. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(4), 370-392. https://doi.org/10.2307/30034879

Cornu, B., & Dubinsky, E. (1989). Using a cognitive theory to design educational software. *Education and Computing*, *5*(1-2), 73-80. https://doi.org/10.1016/S0167-9287(89)80014-7

Cottrill, J. (2003, June). An overview of theories of learning in mathematics education research. In *Preparing mathematicians to educate teachers: Elementary level workshop. Lincoln, NE: MAA*. 1-8.

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, *15*(2), 167-192. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90015-2

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions* (2nd edition). Sage Publications.

Creswell, J. W. (2014). *A concise introduction to mixed methods research.* Sage Puplications.

Creswell, J. W., & Plano-Clark, V. L. P. (2010). *Designing and conducting mixed methods research* (2nd edition). Sage Puplications.

Creswell, J. W., Plano-Clark, V. L., Gutmann, M. L., & Hanson, W. E. (2003). Advanced mixed methods research designs. *Handbook of Mixed Methods in Social and Behavioral Research*, *209*(240), 209-240.

Çadırlı, G. (2017). *Ortaokul öğrencilerinin geometri öz-yeterlik inançlarının ve geometrik düşünme becerilerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Çalık-Uzun, S. (2020). Dörtgen kavramı ve öğretimi. E. Ertekin ve M. Ünlü (Editörler), *Geometri ve ölçme öğretimi: Tanımlar, kavramlar ve etkinlikler* içinde (ss. 217-250). Pegem Akademi.

Çekmez, E. (2013). *Dinamik matematik yazılımı kullanımının öğrencilerin türev kavramının geometrik boyutuna ilişkin anlamalarına etkisi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Çekmez, E. ve Baki, A. (2019). Dinamik Matematik Yazılımı Kullanımının Öğrencilerin Türev Kavramının Geometrik Boyutuna Yönelik Anlamalarına Etkisi. Turkish *Journal of Computer and Mathematics Education*, *10*(1), 30-58. https://doi.org/10.16949/turkbilmat.419038

Çeliker, H., Aköz, O. ve Genç, H. (2014). 6. sınıf madde ve ısı ünitesine ilişkin senaryo destekli proje tabanlı öğrenme etkinlik örneği. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, *3*(3), 341-349.

Çetin, İ. (2009). *Students' understanding of limit concept: An APOS perspective* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Middle East Technical University.

Çetin, İ. ve Top E., (2014). Programlama eğitiminde görselleştirme ile ACE döngüsü. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *5*(3), 274-303. https://doi.org/10.16949/turcomat.72987

Çınar, B. A. (2019). *8. sınıf öğrencilerinin eğim bilgisini oluşturma süreçlerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Çontay, E. G. ve Duatepe-Paksu, A. (2018). Yazma etkinliklerinin 8. sınıf öğrencilerinin başarılarına ve geometriye yönelik öz-yeterliklerine etkisi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *12*(2), 167-198. https://doi.org/10.17522/balikesirnef.506429

Danışman, Ş. (2019). Matematik öğretimi ve öğretim yöntemleri. Hacıömeroğlu, G. ve Tarım, K. (Editörler). *Matematik öğretiminin temelleri: Ortaokul* içinde (ss. 1-26). Anı Yayıncılık.

Davydov, V.V. (1990). *Types of generalization in instruction: Logical and psychological problems in the structuring of school curricula*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1), 11-18.

Dede, Y. ve Argün, Z., (2004). Matematiksel düşüncenin başlangıç noktası: Matematiksel kavramlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, *39*(39), 338-355.

Delice, A. ve Karaaslan, G. (2015). Dinamik geometri yazılımları ile çokgenler konusunda hazırlanan etkinliklerin öğrenci performansı ve öğretmen görüşlerine yansıması. *Karaelmas Eğitim Bilimleri Dergisi*, 133-148.

Deniz, Ö. (2014). *8. sınıf öğrencilerinin gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı altında eğitim kavramını oluşturma süreçlerinin APOS teorik çerçevesinde incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Deniz, S. ve Özdemir-Erdoğan, Ö. (2012). İlköğretim 7. sınıflara yönelik geometri sketchpad ile çember/dairede açı ve yay ölçümü. *X.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi.* Niğde.

Deringöl, Y. (2020). Middle school students perceptions of their self-efficacy in visual mathematics and geometry: a study of sixth to eighth grade pupils in Istanbul province, Turkey. *Education 3-13*, *48*(8), 1012-1023. https://doi.org/10.1080/03004279.2019.1709527

Develi, M.H. ve Orbay, K. (2003). İlköğretimde niçin ve nasıl bir geometri öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi*, *157*(1), 115–122.

DeVries, D., & Arnon, I. (2004, July). Solution-What does it mean? Helping linear algebra students develop the concept while improving research tools. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *2*(1), 55–62. Bergen, Norway.

Dewi, I., Siregar, N., & Andriani, A. (2018, September). The analysis of junior high school students’ mathematical abstraction ability based on local cultural wisdom. In *Journal of Physics: Conference Series*, *1088*(1), 012076. IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1088/1/012076

Dienes, Z. P. (1963). On the learning of mathematics. *The Arithmetic Teacher*, *10*(3), 115-126. https://doi.org/10.5951/AT.10.3.0115

Doğan, A, Özkan, K, Çakır, N. K, Baysal, D. ve Gün, P. (2012). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin yamuk kavramına ait yanılgıları ve bu yanılgıların sınıf seviyelerine göre değişimi. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *5*(1), 103-115.

Domínguez-Patiño, D. L. (2016). *Secuencia didáctica que le permite a los estudiantes de octavo y noveno interpretar y usar las nociones de conteo en la solución de problemas de combinación y permutación*. [Unpublished Doctoral Disertitaon]. Universidad Nacional de Colombia.

Dreyfus, T. (2020). Abstraction in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 13-16). Springer.

Duatepe-Paksu, A. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometri hazırbulunuşlukları, düşünme düzeyleri, geometriye karşi özyeterlikleri ve tutumları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *33*(33), 203-218. https://doi.org/10.9779/PUJE585

Duatepe-Paksu, A., İymen, E., & Pakmak, G. S. (2012). How well elementary teachers identify parallelogram. *Educational Studies*, *38*(4), 415-418. https://doi.org/10.1080/03055698.2011.643106

Dubinsky, E. (1991). Constructive aspects of reflective abstraction in advanced mathematics. *Epistomological Foundations of Mathematical Experience*, 160-202. Springer.

Dubinsky, E. (1997). Some thoughts on a first course in linear algebra at the college level. In D. Carlson, C. Johnson, D. Lay, D. Porter, A. Watkins, & W. Watkins (Eds.), *Resources for teaching linear algebra (MAA Notes) (pp. 85-106).* Mathematical Association of America.

Dubinsky, E. (2001). Using a theory of learning in college mathematics courses. *MSOR Connections*, *1*(2), 10-15. https://doi.org/10.11120/msor.2001.01020010

Dubinsky, E. (2002). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 95-126). Kluwer Academic Publishers.

Dubinsky, E. (2020). Actions, processes, objects, schemas (APOS) in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 16-19). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_3

Dubinsky, E., & McDonald, M. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study*, 273-280. Springer. https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7_25

Dubinsky, E., & Moses, R. P. (2011). Philosophy, math research, math ed research, K-16 education, and the civil rights movement: A synthesis. *Notices of the American Mathematical Society*, *58*(3), 401-409.

Dubinsky, E., Weller, K., McDonald, M. A., & Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An APOS-based analysis: Part 1. *Educational Studies in Mathematics*, *58*(1), 335-359. https://doi.org/10.1007/s10649-005-2531-z

Dubinsky, E., Weller, K., Stenger, C., & Vidakovic, D. (2008). Infinite iterative processes: The tennis ball problem. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, *1*(1), 99-121.

Duman, B., & Özçelik, C. (2018). The effect of the creative drama-supported problem-based learning approach on the self-efficacy ability in geometry. *Universal Journal of Educational Research*, *6*(12), 2918-2924.

Emekli, A. (2001). *Ölçüler konusunun öğretiminde yanılgıların teşhisi ve alınması gereken tedbirler* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Selçuk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Erawati, N. K. (2018). Penerapan siklus ACE APOS pada mata luliah analisis riil. *Emasains: Jurnal Edukasi Matematika dan Sains*, *7*(1), 22-28. http://doi.org/10.5281/zenodo.1409223

Erdener, K. ve Gür, H. (2019). Ortaokul matematik derslerinde dinamik geometri yazılımı Geometer's Sketchpad kullanımı ile ilgili öğrenci görüşleri. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *21*(1), 364-377. https://doi.org/10.25092/baunfbed.548536

Erdoğan, A., Baloğlu, M., & Kesici, S. (2011). Gender differences in geometry and mathematics achievement and self-efficacy beliefs in geometry. *Eurasian Journal of Educational Research*, *43*(1), 91-106.

Erdoğan, E. O., & Dur, Z. (2014). Preservice mathematics teachers' personal figural concepts and classifications about quadrilaterals. *Australian Journal of Teacher Education*, *39*(6), 107-133. http://dx.doi.org/10.14221/ajte.2014v39n6.1

Erenkuş, M. A. ve Eren-Savaşkan, D. (2018). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 7. sınıf ders kitabı.* Koza Yayıncılık.

Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Erkek, Ö. ve Işıksal-Bostan, M. (2015). Uzamsal kaygı, geometri öz-yeterlik algısı ve cinsiyet değişkenlerinin geometri başarısını yordamadaki rolleri. *İlköğretim Online*, *14*(1), 164-80. https://doi.org/10.17051/io.2015.18256

Erkuş, A. (2019). *Psikolojide ölçme ve ölçek geliştirme-I: Temel kavramlar ve işlemler* (4. baskı). Pegem Akademi.

Ertekin, E. (2016). İşlemsel ve yapısal kavrayış teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (ss. 149-162). Pegem Akademi.

Esen, B. ve Saralar-Aras, İ. (2022). Çokgenler konusunun öğretiminde RETA modelinin öğrencilerin başarı ve algılarına etkisi. *Necmettin Erbakan Üniversitesi Ereğli Eğitim Fakültesi Dergisi*, *4*(2), 96-121.

Eyyam, R., & Yaratan, H.S. (2014). Impact of the use of technology in mathematics lessons on student achievement and attitudes. *Social Behavior and Personality*, *42*(1), 31-42. https://doi.org/10.2224/sbp.2014.42.0.S31

Fadillah, I., Kusnandi, K., Juandi, D., & Suparman, S. (2022). The distance between students' concept image and quadrilateral object definition based on students' mathematical ability. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, *13*(2), 289-311.

Ferrari, P. L. (2003). Abstraction in mathematics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences*, *358*(1435), 1225-1230. https://doi.org/10.1098/rstb.2003.1316

Field, A. (2009). *Discovering statistics using SPSS* (3rd edition). Sage Publications.

Figueroa, A. P., Possani, E., & Trigueros, M. (2018). Matrix multiplication and transformations: An APOS approach. *The Journal of Mathematical Behavior*, *52*(1), 77-91. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.11.002

Filiz, A. ve Gür, H. (2021). ARCS kategorileri ile bütünleşmiş bilişsel öğrenme modelinin öğrencilerin çokgenler ve üçgenler konusundaki öğrenme düzeylerine ve motivasyonlarına etkisi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *15*(1), 186-215. https://doi.org/10.17522/balikesirnef.907736

Fitriani, N., Suryadi, D., & Darhim, D. (2018). The students' mathematical abstraction ability through realistic mathematics education with vba-microsoft excel. *Infinity Journal*, *7*(2), 123-132. https://doi.org/10.22460/infinity.v7i2.p123-132

Fitrianti, Y. (2022). *Dekomposisi genetis konsep pembagian pada mata kuliah teori bilangan dasar* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Universitas Pendidikan Indonesia.

Fitrianti, Y., Suryadi, D., & Kusnandi (2020). Analysis of difficulties for pre-service mathematics teacher in problem solving of division and divisibility based on theory of action, process, object, and schemes. In *Journal of Physics: Conference Series*, *1521*(3), 032007. IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1521/3/032007

French, D. (2004). *Teaching and learning geometry*. A&C Black.

Fuentealba-Aguilera, C. (2017). *Análisis del esquema de la derivada en estudiantes universitarios* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Autonomous University of Barcelona.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomen. *The Journal of Mathematical Behavior*, *31*(1), 60-72. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.003

Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners'understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretıcal framing. *Research in Mathematics Education*, *9*(1), 3-20. https://doi.org/10.1080/14794800008520167

Fujita, T., Doney, J., & Wegerif, R. (2017). Dialogic processes in collective geometric thinking: A case of defining and classifying quadrilaterals. In *CERME 10*.

Gaisman, M. T., Martínez-Planell, R., & McGee, D. (2018). Student understanding of the relation between tangent plane and the total differential of two-variable functions. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *4*(1), 181-197. https://doi.org/10.1007/s40753-017-0062-5

Gembong, S. (2018, September). Schema of construction profiles among elementary school students in solving problems related to addition operations of fractions on the basis of mathematic abilities. In *AIP Conference Proceedings*, *2014*(1), 020016. AIP Publishing LLC. https://doi.org/10.1063/1.5054420

Genç, G. ve Öksüz, C. (2015). Dinamik matematik yazılımı ile 5. sınıf çokgenler ve dörtgenler konularının öğretilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *24*(3), 1551-1566.

Ginsburg, H. P. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *For the Learning of Mathematics*, *1*(3), 4-11.

Glesne, C. (2016). *Becoming qualitative researchers: An introduction* (5th edition). Pearson Education.

Gliner, J. A., Morgan, G. A., & Leech, N. L. (2009). *Research methods in applied settings: An integrated approach to design and analysis* (2nd edition). Routledge.

Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. In A. E. Kelly, & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517-546). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Graumann, G. (2005). Investigating and ordering quadrilaterals and their analogies in space-problem fields with various aspects. *ZDM-Mathematics Education*, *37*(3), 190-198. https://doi.org/10.1007/s11858-005-0008-2

Gray, E., & Tall, D. (2007). Abstraction as a natural process of mental compression. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(2), 23-40. https://doi.org/10.1007/BF03217454

Green, S. B., & Salkind, N. J. (2014). *Using SPSS for Windows and Macintosh: Analyzing and understanding data* (7th edition). Pearson Education.

Gülbağcı, H. (2009). *İlköğretim 7. sınıf dörtgenler konusunun öğretiminde dinamik geometri yazılımlarının etkisi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Güler, H. K. ve Arslan, Ç. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının düzlemde dönme dönüşümü formüllerini oluşturma sürecinin incelenmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *38*(2), 613-633. https://doi.org/10.17152/gefad.406282

Gülsoy, D. (2020). *Etkinlik temelli öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde alan konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerine etkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Trabzon Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Gülten, D. ve Soytürk, İ. (2013). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin geometri öz-yeterliklerinin akademik başarı not ortalamaları ile ilişkisi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *13*(25), 55-70.

Gürbüz, S. ve Şahin, F. (2018). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntemleri* (5. baskı). Seçkin Yayıncılık.

Gürefe, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejilerin belirlenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *33*(2), 417-438.

Gürefe, N. ve Gültekin, S. H. (2016). Yükseklik kavramına dair öğrenci bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(2), 429-450.

Hacıömeroğlu, E.S., Bu, L., Schoen, R.C., & Hohenwarter, M. (2009). Learning to develop mathematics lessons with GeoGebra. *Mathematics Statistics Operation Research (MSOR) Connections*, *9*(2), 24-26.

Hacısalihoğlu H.H., Mirasyedioğlu, Ş. ve Akpınar, A. (2004). *İlköğretim 6-8 matematik öğretimi*. Asil Yayın Dağıtım.

Hanifah, H. (2017, October). Computer based APOS model ın mathematics learning. *International Conference of Applied Science on Engineering, Business, Linguistics and Information Technology (ICo-ASCNITech) Politeknik Negeri Padang and Politeknik Ibrahim Sultan*, 16-22.

Hanifah, H. (2021). Practicality test of student worksheet (SWS) based on: Action, Process, Object, Schema (APOS model) assisted on Geogebra the subject of

Riemann sum. In *Journal of Physics: Conference Series*, *1731*(1), 012035. IOP Publishing.

Hansen, A., & Pratt, D. (2005). How do we provide tasks for children to explore the definitions of quadrilaterals. *Retrieved*, *5*(10), 408-415.

Hartati, S.J. (2014). Design of learning model of logic and algorithms based on APOS theory. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE)*, *3*(2), 109-118.

Hassan, I., & Mitchelmore, M. C. (2006). The role of abstraction in learning about rates of change. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnappan (Eds.), *Identities, cultures and learning spaces (Proceedings of the 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, *1*(1), 278-285. Sydney: MERGA.

Hazar, D. (2021). *Üç boyutlu hologram destekli öğrenmede lineer cebir kavramlarının oluşturulma sürecinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Hazar, D. ve Keşan, C. (2021). 3B hologram destekli lineer cebir öğretimine ilişkin öğrenci görüşleri. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, *10*(3), 195-211.

Helvacı, B. T. (2010). *Bilgisayar destekli öğretimin, ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin matematik dersi "çokgenler" konusundaki akademik başarılarına ve tutumlarına etkisi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Herawati, M., Suryana, A., & Hapsari, F. (2021). Implementasi pembelajaran metakognitif berbasis APOS. *Senada: Semangat Nasional Dalam Mengabdi*, *2*(1), 75-82.

Herlina, E. (2015). Meningkatkan advanced mathematical thinking mahasiswa. *Infinity: Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung*, *4*(1), 65-83. https://doi.org/10.22460/infinity.v4i1.73

Hershkowitz, R., Dreyfus, T., & Schwarz, B. (2020). Abstraction in context. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 9-13). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100032

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, *32*(2), 195-222. http://dx.doi.org/10.2307/749673

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D.A Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics*, 65-97. Macmillan, New York.

Hisar, F. M. (2020). *Yedinci sınıf çokgenler konusunda 5E öğrenme döngüsüne göre epistemik eylemlerin RBC soyutlama modeliyle incelenmesi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Eskişehir Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). *Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra*.

Hong, J. Y., & Kim, M. K. (2016). Mathematical abstraction in the solving of ill-structured problems by elementary school students in Korea. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *12*(2), 267-281.

Hutagalung, E. E., Mulyana, E., & Pangaribuan, T. R. (2020, April). Mathematical abstraction: students' concept of triangles. In *Journal of Physics: Conference Series*, *1521*(3), 032106. IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1521/3/032106

Ilmi, M., Makmuri, M., & Wiraningsih, E. D. (2022). The effect of the online-based M-APOS model on mathematics problem-solving ability reviewed from student's self-esteem. *Jurnal Tarbiyah*, *29*(1), 1-16. http://dx.doi.org/10.30829/tar.v29i1.1266

Inglis, M. (2015). Review of apos theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *1*(1), 413-417. https://doi.org/10.1007/s40753-015-0015-9

İlhan, A. ve Aslaner, R. (2020). Dinamik geometri yazılımları kullanımının matematik öğretmeni adaylarının başarılarına etkisi ve öğretim süreci hakkındaki görüşleri. *Turkish Journal of Educational Studies*, *7*(2), 99-129. https://doi.org/10.33907/turkjes.713606

Johnson, B., & Christensen, L. (2019). *Educational research: Quantitative, qualitative and mixed approaches* (7th edition). Sage Publications.

Jojo, Z. M. M., Maharaj, A., & Brijlall, D. (2012). Reflective abstraction and mathematics education: The genetic decomposition of the chain rule-work in progress. *Online Submission*, 408-414.

Jojo, Z.M.M. (2013). Mathematics begins with direct human experience: An APOS approach to conceptual understanding of a mathematical concept. *ISTE Proceedings ISTE International Conference on Mathematics, Science and Technology Education*. University of South Africa. Unisa Press.

Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. In L. Haggarty (Ed), *Aspects of teaching secondary mathematics: Perspectives on practice* (pp. 121-139). Routledge Falmer.

Kaba, Y., Boğazlıyan, D. ve Daymaz, B. (2016). Ortaokul öğrencilerinin geometriye yönelik tutumları ve öz-yeterlikleri. *The Journal of Academic Social Science Studies*, *52*(1), 335-350.

Kaba, Y., Özdişçi, S. ve Soylu, Ş. (2017). Jigsaw-ı tekniğinin ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik tutumuna ve öz-yeterliğine etkisi. *Electronic Turkish Studies*, *12*(28), 473-488. http://dx.doi.org/10.7827/TurkishStudies.12088

Kaleli-Yılmaz, G. (2015). Durum çalışması. M. Metin (Ed.). *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* içinde (2. baskı ss. 261-285). Pegem Akademi.

Kan, A. (2016). Ölçme aracı geliştirme. S. Tekindal (Ed.), *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* içinde (6. baskı ss. 241-277). Pegem Akademi.

Kandil, S., & Işıksal-Bostan, M. (2019). Effect of inquiry-based instruction enriched with origami activities on achievement, and self-efficacy in geometry. *International*

Journal of Mathematical Education in Science and Technology, *50*(4), 557-576. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1527407

Kaplan, A. ve Açıl, E. (2015). Ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, *10*(1), 130-153.

Karaca, E. (2008). Test ve madde analizi. S. Erkan ve M. Gömleksiz (Editörler), *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* içinde (ss. 239-306). Nobel Yayınları.

Karaca, Z., Kuzu, O. ve Çalışkan, N. (2020). Çokgenler konusunun öğretiminde kavram karikatürü kullanımının akademik başarıya etkisi. *Academia Eğitim Araştırmaları Dergisi*, *5*(1), 110-125.

Karagöz, Y. (2017). *SPSS ve AMOS uygulamalı nicel-nitel-karma bilimsel araştırma yöntemleri.* Nobel Akademi.

Karasar, N. (1995). *Bilimsel araştırma yöntemi* (6. baskı). Nobel Akademi Yayıncılık.

Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim Online*, *2*(2), 2-9.

Kartal, B. ve Çınar, C. (2017). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının çokgenlere dair geometri bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(2), 375-399.

Katrancı, Y. (2010). *Olasılığın temel kuralları bilgisinin yapılandırmacı kurama göre oluşturulması sürecinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Katrancı, Y. ve Altun, M. (2013). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi*, *3*(2), 11-58.

Kemp, A. (2018). *Generalizing and transferring mathematical definitions from euclidean to taxicab geometry* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Georgia State University.

Keskin, M., Akbaba, S. ve Altun, M. (2013). 8. ve 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme aşamalarındaki davranışlarının karşılaştırılması. *Journal of Educational Sciences*, *1*(1), 33-50.

Keskin-Oğan, A. ve Öztürk, S. (2018). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 7. sınıf ders kitabı.* Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Khairani, N. (2016). Pembelajaran Matematika Menggunakan teori APOS di Perguruan Tinggi. *Paradikma: Jurnal Pendidikan Matematika*, *1*(2), 47-55. https://doi.org/10.24114/paradikma.v1i2.23444

Kısa, N. (2021). Bilimsel araştırmalarda kullanılan veri toplama araçları. N. Cemaloğlu (Ed.), *Bilimsel araştırma teknikleri ve etik* içinde (3. baskı ss. 103-134). Pegem Akademi.

Kidron, I., & Dreyfus, T. (2008). *Abstraction in context, combining constructions, justification and enlightenment.* In M. Goos, R. Brown, & K. Makar (Eds.), *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Australia, 303-309.

Kilmen, S. (2020). *Eğitim araştırmacıları için SPSS uygulamalı istatistik* (Genişletilmiş 3. baskı). Anı Yayıncılık.

Kobak-Demir, M. (2017). *Matematik öğretmenlerinin öğrencilerin bilgiyi yapılandırma sürecindeki rolünün incelenmesi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Balıkesir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Koçyiğit-Gürbüz, M. (2018). *Yedinci sınıf öğrencilerinin etkinlik temelli öğrenme yaklaşımı altında oran-orantı kavramlarını oluşturma süreçlerinin incelenmesi: APOS teorisi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Koparan, T., Karpuz, Y. ve Güven, B. (2014). İstatistik öğretiminde öğrencilerin proje tabanlı öğrenme yaklaşımı hakkındaki görüşleri. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22*(1), 51-64.

Korucu, S. (2009). *Çokgenler konusunda karikatür ve bilgisayar destekli öğretim yöntemlerinin karşılaştırılması* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kouropatov, A., & Dreyfus, T. (2014) Learning the integral concept by constructing knowledge about accumulation. *ZDM-Mathematics Education*, *46*(1), 533-548. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0571-5

Kusaeri, K. (2015). Terbentuknya konsepsi matematika pada diri anak dari perspektif teori reifikasi dan APOS. *Jurnal Pendidikan Matematika (JPM)*, *1*(2), 101-105. https://doi.org/10.33474/jpm.v1i2.244

Küçük, A. ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *13*(2009), 97-112.

Lashley, L. (2017). The effects of computer-aided instruction in mathematics on the performance of grade 4 pupils. *Sage Open*, *7*(3), 1-12. https://doi.org/10.1177%2F2158244017712775

Leikin, R., & Winicki-Landman, G. (2000). On equivalent and non-equivalent definitions: Part 2. *For the Learning of Mathematics*, *20*(2), 24-29.

Leng, Y., Chen, H., Kong, W., & Pan, C. (2023). Research on mathematical concept teaching strategies in senior high school based on the APOS theory. *Journal of Advanced Research in Education*, *2*(1), 10-15. https://doi.org/10.56397/JARE.2023.01.02

Lestari, S. W. (2014). Penerapan model pembelajaran M-APOS dalam meningkatkan pemahaman konsep dan motivasi belajar kalkulus II. *Jurnal Pendidikan dan Keguruan*, *1*(1), 209688.

Linchevsky, L., Vinner, S., & Karsenty, R. (1992). To be or not to be minimal? Student teachers views about definitions in geometry. In W. Geeslin, & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the sixteenth international conference for the psychology of mathematics education*, *2*(1), 48-55. Durham USA.

Ma, X., & Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26-47. https://doi.org/10.2307/749662

Maharaj, A. (2010). An APOS analysis of students' understanding of the concept of a limit of a function. *Pythagoras*, *2010*(71), 41-52.

Martínez-Planell, R., & Trigueros, M. (2019). Using cycles of research in APOS: The case of functions of two variables. *The Journal of Mathematical Behavior*, *55*(2019), 1-22. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.01.003

McCammon, J. E. (2018). *Preservice teachers' understanding of geometric definitions and their use in the concept of special quadrilaterals* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Georgia State University.

McMillan, J.H., & Schumacher, S. (2013). *Research in education: Evidence based inquiry* (7th edition). Pearson Education.

Meel, D. E. (2003). Models and theories of mathematical understanding: Comparing Pirie and Kieren's model of the growth of mathematical understanding and APOS theory. *CBMS Issues in Mathematics Education*, *12*(2), 132-181.

Memnun, D. S. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometri'nin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını oluşturması süreçlerinin araştırılması* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Uludag Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Memnun, D. S. ve Altun, M. (2012). RBC+C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, *1*(1), 17-37.

Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (3rd edition). Jossey-Bass.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Data management and analysis methods*. Sage Publications.

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar).* Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Mitchelmore, M. C. (2002, May). The role of abstraction and generalisation in the development of mathematical knowledge. *Mathematics Education for a Knowledge-Based Era (Proceedings of the Second East Asia Regional Conference on Mathematics Education and the Ninth Southeast Asian Conference on Mathematics Education*, 157-167. Singapore.

Mitchelmore, M. C., & White P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation. *Educational Studies in Mathematics*, *41*(3), 209-238. https://doi.org/10.1023/A:1003927811079

Mitchelmore, M.C., & White, P. (2004). Abstraction in mathematics and mathematics learning. In M. J. Hoines, & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th international conference of the psychology of mathematics education*, *3*(1), 329-336. Bergen, Norway.

Mitchelmore, M.C., & White, P. (2007). Abstraction in mathematics learning. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(2), 1-9. https://doi.org/10.1007/BF03217452

Monaghan, F. (2000). What difference does it make? children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, *42*(2), 179-196. https://doi.org/10.1023/A:1004175020394

Monaghan, J., & Ozmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics*, *62*(3), 233-258. https://doi.org/10.1007/s10649-006-8753-x

Morgan, G. A., Barrett, K. C., Leech, N. L., & Gloeckner, G. W. (2019). *IBM SPSS for introductory statistics: Use and interpretation* (6th edition). Routledge.

Mosese, N. M. (2017). *Evaluating the effectiveness of the use of information and communication technology in the teaching and learning of trigonometry functions in grade 12* [Unpublished Doctoral Dissertation]. University of South Africa.

Mufassiroh, M., Fayeldi, T., & Pranyata, Y. I. P. (2019). Analisis pemahaman siswa kelas x akuntansi smk nu bululawang berdasarkan teori APOS. *Semnas Senastek Unikama*, *2*.

Nakahara, T. (1995). Children's construction process of the concepts of basic quadrilaterals in japan. *Proceedings of the 19th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *3*(1), 27-34.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nga, N. T., Dung, T. M., Trung, L. T. B. T., Nguyen, T. T., Tong, D. H., Van, T. Q., & Uyen, B. P. (2023). The effectiveness of teaching derivatives in Vietnamese high schools using APOS theory and ACE learning cycle. *European Journal of Educational Research*, *12*(1), 507-523. https://doi.org/10.12973/eu-jer.12.1.507

Ningsih, Y. L. (2016). Kemampuan pemahaman konsep matematika mahasiswa melalui penerapan lembar aktivitas mahasiswa (lam) berbasis teori APOS pada materi turunan. *Edumatica: Jurnal Pendidikan Matematika*, *6*(1). https://doi.org/10.22437/edumatica.v6i01.2994

Nurhasanah, F. (2010). *Abstraksi Siswa smp dalam belajar geometri melalui penerapan model van Hiele dan geometers¡ sketchpad* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Universitas Pendidikan Indonesia.

Nurhasanah, F., Kusumah, Y. S., & Sabandar, J. (2017). Concept of triangle: Examples of mathematical abstraction in two different contexts. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, *1*(1), 53-70. http://dx.doi.org/10.12928/ijeme.v1i1.5782

Oh, H.Y. (2020). A study on understanding of infinite series. *Communications of Mathematical Education*, *34*(3), 355–372. https://doi.org/10.7468/JKSMEE.2020.34.3.355

Okazaki, M., & Fujita, T. (2007, July). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. In *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4*(1), 41-48. Seoul, Korea,

Oktaç, A. ve Çetin, İ. (2016). APOS teorisi ve matematiksel kavramların öğrenimi. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (ss. 163-182). Pegem Akademi.

Oktaç, A. (2019). Mental constructions in linear algebra. *ZDM-Mathematics Education*, *51*(7), 1043-1054. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01037-9

Oktaç, A. (2022). What's new with APOS theory? A look into levels and Totality. *AIEM-Avances de Investigación en Educación Matemática*, *21*(1), 9-21. https://doi.org/10.35763/aiem21.4245

Oktaç, A., Trigueros, M., & Romo, A. (2019). APOS theory. *For the Learning of Mathematics*, *39*(1), 33-37.

Okumuş, S. (2011). *Dinamik geometri ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine etkilerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan, E., Engin, Ö. ve Gökgün, C. (2014). Birim kare ve alan formülünün Türk öğrenciler için anlamı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *29*(29-1), 180-195.

Onyeizugbo, E. U. (2010). Self-efficacy and test anxiety as correlates of academic performance. *Educational Research*, *1*(10), 477-480.

Öksüz, C. ve Başışık, H. (2019). 5. sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konularında sahip oldukları kavram yanılgılarının belirlenmesi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *20*(özel sayı), 413-430. https://doi.org/10.17494/ogusbd.548525

Öksüz, R. (2018). *5. sınıf öğrencilerinin kesir kavramını oluşturma süreçlerinin APOS teorik çerçevesinde incelenemesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Özcan, B. N. (2012). *İlköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Özdemir, A., & Çekirdekci, S. (2022). Geometric habits of mind: The meaning of quadrilaterals for elementary school student teachers. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, *9*(1), 49-66. https://doi.org/10.17278/ijesim.1033078

Özden, M. ve Saban, A. (2019). Nitel araştırmalarda paradigma ve teorik temeller. A. Ersoy ve A. Saban (Editörler), *Eğitimde nitel araştırma desenleri* içinde (3. baskı ss. 1-30). Anı Yayıncılık.

Özkan, E. ve Yıldırım, S. (2013). Geometri başarısı, geometri öz-yeterliği, ebeveyn eğitim durumu ve cinsiyet arasındaki ilişkiler. *Ankara Üniversitesi Eğitim*

Bilimleri Fakültesi Dergisi, *46*(2), 249-261. https://doi.org/10.1501/Egifak_0000001304

Özkan, E., (2010). *Geometri öz-yeterliği, cinsiyet, sınıf seviyesi, anne-baba eğitim durumu ve geometri başarısı arasındaki ilişkiler* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Özkan, M. (2015). *7. sınıf öğrencilerinin çokgenlerde ve özel dörtgenlerde yaptıkları kavram yanılgılarının incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Çukurova Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Özkan, M. ve Bal, A. P. (2018). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin kavram yanılgıları hakkında öğretmen görüşlerinin incelenmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, *14*(1), 81-106. https://doi.org/10.17244/eku.310525

Özmantar, M. F. (2005). Mathematical abstraction: A dialegtical view. *The Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *25*(2).

Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(2), 89-112. https://doi.org/10.1007/BF03217457

Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2008). Are mathematical abstractions situated?. In A. Watson, & P. Winburne (Eds.), *New directions for situated cognition in mathematics education* (pp. 103-127). Springer.

Özmantar, M. F., & Roper, T. (2004). Mathematical abstraction through scaffolding. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of MathematicsEducation*, *3*, 481-488. Bergen, Norway.

Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H. (2008). *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri*. Pegem Akademi.

Özmen, H. (2015). Deneysel araştırma yöntemleri. M. Metin (Ed.), *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* içinde (2. baskı ss. 47-76). Pegem Akademi.

Öztoprakçı, S. ve Çakıroğlu, E. (2013). Dörtgenler. İ. Ö. Zembat, M. F. Özdamar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Editörler), *Tanımlar ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* içinde (ss. 249-271). Pegem Akademi.

Öztürk, M. (2020). Çokgenler ve öğretimi. E. Ertekin ve M. Ünlü (Editörler), *Geometri ve ölçme öğretimi: Tanımlar, kavramlar ve etkinlikler* içinde (ss. 251-269). Pegem Akademi.

Özyıldırım-Gümüş, F., Zeybek, N., & Aydın, S. (2021). Teaching geometry with different activities to investigate the students' perceptions, attitudes and self-efficacies. *International Online Journal of Education and Teaching*, *8*(2), 1083-1105.

Parraguez, M., & Oktaç, A. (2010). Construction of the vector space concept from the viewpoint of APOS theory. *Linear Algebra and its Applications*, *432*(8), 2112-2124. https://doi.org/10.1016/j.laa.2009.06.034

Patton, M. Q. (2001). *Qualitative research & evaluation methods* (3rd edition). Sage Publications.

Permatasari, R. D., & Susanah. (2019). Penerapan pendekatan APOS dalam pembelajaran matematika pada materi bangun datar segiempat. *MATHEdunesa*, *8*(2), 283-288.

Piaget, J. (1978). *Success and Understanding*. Harvard University Press.

Pickreign, J. (2007). Rectangle and rhombi: How well do pre-service teachers know them? Issues in the undergraduate mathematics preparation of school teachers. *IUMPST: The Journal*, *1*.

Poçan, S. (2019). *Mobil teknoloji destekli dikişsiz öğrenme ortamlarının 7. sınıf cebir ünitesinde öğrenci başarı ve motivasyonuna etkisi ile sürece ilişkin öğrenci ve veli görüşleri* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. İnönü Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Popovic, G. (2012). On my mind: Who is this trapezoid, anyway?. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *18*(4), 196-199. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.18.4.0196

Prusak, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2013). Conceptual learning in a principled design problem solving environment. *Research in Mathematics Education*, *15*(3), 266-285. https://doi.org/10.1080/14794802.2013.836379

Purwanto, E., & Solehudin, M. (2020). Pseudo folding back when students solve real analysis problems. *Nusantara Journal of Social Sciences and Humanities*, *1*(1), 80-90.

Putri, S. R. A. (2019). *Pengaruh pendekatan ACE (Activities, Class Discussion, Exercise) terhadap pemahaman konsep matematika siswa kelas viii b di smp negeri 1 arjasa* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Universitas Muhammadiyah Jember.

Rachelli, J., & Bisognin, V. (2018). Da derivada clássica à derivada fraca: Um estudo com base na decomposição genética dos conceitos. *Acta Scientiae*, *20*(5). https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v20iss5id4614

Radović, S., Marić, M., & Passey, D. (2019). Technology enhancing mathematics learning behaviors: Shifting learning goals from "producing the right answer" to "understanding how to address current and future mathematical challenges". *Education and Information Technologies*, *24*(1), 103–126. https://doi.org/10.1007/s10639-018-9763-x

Ramdhani, M. R., Usodo, B., & Subanti, S. (2017, September). Discovery learning with scientific approach on geometry. In *Journal of Physics: Conference Series*, *895*(1), 012033. IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012033

Ramirez, A. A. (2009). *A cognitive approach to solving systems of linear equations* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Illinois State University.

Reed, B. M. (2007). *The effects of studying the history of the concept of function on student understanding of the concept* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Kent State University.

Roa-Fuentes, S., & Oktaç, A. (2010). Constructing a genetic decomposition: Theoretical analysis of the linear transformation concept. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *13*(1), 89-112.

Ron, G., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (2010). Partially correct constructs illuminate students' inconsistent answers. *Educational Studies in Mathematics*, *75*(1), 65-87. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9241-x

Safitri, A. N., Juniati, D., & Masriyah (2018). Students' relational understanding in quadrilateral problem solving based on adversity quotient. In *Journal of Physics: Conference Series*, *947*(1), 012039. IOP Publishing. https://doi.org/0.1088/1742-6596/947/1/012039

Saitta, L., & Zucker, J. D. (2013). *Abstraction in artificial intelligence and complex systems*. Springer.

Salgado, H., & Trigueros, M. (2015). Teaching eigenvalues and eigenvectors using models and APOS Theory. *Journal of Mathematical Behavior*, *39*(1), 100-120. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.06.005

Salomon, D. (2011). *The computer graphics manual*. Springer.

Samphantakul, N., & Thinwiangthong, S. (2019, October). Mathematical conceptual understanding about geometry of 8th grade students in classroom using lesson study and open approach with the geometer's sketchpad. In *Journal of Physics: Conference Series*, *1340*(1), 012088. IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1340/1/012088

Sancar, M. ve Koparan, T. (2019). Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki kavram yanılgılarının giderilmesinde kavram karikatürlerinin etkisinin incelenmesi. *Karaelmas Journal of Educational Sciences*, *7*(2019), 101-122.

Santos, E. M. (2019, December). A look into students' conceptual understanding of the definite integral via the APOS model. In *AIP Conference Proceedings*, *2194*(1), 020110. AIP Publishing LLC. https://doi.org/10.1063/1.5139842

Santrock, J.W. (2008). *A topical approach to life-span development* (pp. 211-216). McGraw-Hill.

Sarı-Arıkan, S. (2019). *Bir ortaokul matematik öğretmeninin dörtgenler konusundaki söylemlerinin değişiminin incelenmesi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Schunk, D.H. (2011). *Learning theories: An educational perspective* (6th edition). Pearson Education.

Schwarz, B.B., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (2009). The nested epistemic actions model for abstraction in context. In B.B. Schwarz, T. Dreyfus, & R. Hershkowitz

(Eds.), *Transformation of knowledge through classroom interaction (New perspectives on learning and instruction)* (pp. 11-41). Routledge.

Serra, M. (2008). *Discovering geometry: An investigative approach*. Key Curriculum Press.

Setiawati, S., Nurlaelah, E., & Priatna, B. A. (2017, January). The improvements of mathematical problem solving ability of junior high school students through modify-action, process, object, schema (M-APOS) learning model and problem based learning model. In *International Conference on Mathematics and Science Education* (pp. 85-88). Atlantis Press. https://doi.org/10.2991/icmsed-16.2017.19

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 1-36. https://doi.org/10.1007/BF00302715

Sholihah, U., & Mubarok, D. A. (2016). Analisis pemahaman integral taktentu berdasarkan teori APOS (action, process, object, scheme) pada mahasiswa tadris matematika (TMT) IAIN Tulungagung. *Cendekia: Jurnal Kependidikan Dan Kemasyarakatan*, *14*(1), 123-136. https://doi.org/10.21154/cendekia.v14i1.620

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. Falmer Press. https://doi.org/10.4324/9780203454183

Silitonga, R. Y. (2022). Improving students' mathematical problem-solving ability using M-APOS approach to derivative material. *Journal of Research on Mathematics Instruction (JRMI)*, *3*(2), 11-20.

Skemp, R. (1986). *The psychology of mathematics learning*. Routledge.

Sofie, D. A., Hobri, Faterkurohman, M., Hariati, A., & Gantiyani, H. (2022, September). The process of mental structure and mechanism of middle school students in solving jumping task problems on set materials. In *AIP Conference Proceedings*, *2633*(1), 030012). AIP Publishing LLC. https://doi.org/10.1063/5.0102774

Sönmez, V. ve Gülderen-Alacapınar, F. (2019). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri* (7. baskı). Anı Yayıncılık.

Sönmez-Çakır, F. (2019). *Sosyal bilimler için parametrik veri analizi*. Gazi Kitabevi.

Strauss, A., & Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research techniques* (2nd edition). Sage Publications.

Suh, B. (2020). A study on the geometric construction task of middle school according to the mathematics curriculums. *East Asian Mathematical Journal*, *36*(4), 493-513. https://doi.org/10.7858/eamj.2020.033

Suryadi, D. (2008). Metapedadidaktik dalam pembelajaran matematika: Suatu strategi pengembangan diri menuju guru matematika profesional. *Pidato Guru Besar Universitas Pendidikan Indonesia*.

Suryana, A., Herawati, M., & Hapsari, F. (2021). Implementası pembelajaran open ended berbasis APOS. *Jurnal Pengabdian kepada Masyarakat Indonesia (JPKMI)*, *1*(3), 6-11. https://doi.org/10.55606/jpkmi.v1i3.38

Suwanto, F. R., Aprisal, M., Putra, W. D. P., & Sari, R. H. Y. (2017). APOS theory towards algebraic thinking skill. In *Proceedings of Ahmad Dahlan International Conference on Mathematics and Mathematics Education*, 52-58.

Syafri, F. S. (2017). Kemampuan representasi matematis dan kemampuan pembuktian matematika. *JURNAL e-DuMath*, *3*(1). https://doi.org/10.52657/je.v3i1.283

Syamsuri, S., & Santosa, C. A. (2021). Thinking structure of students' understanding of probability concept in term of APOS theory. *MaPan: Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, *9*(1), 119-135. https://doi.org/10.24252/mapan.2021v9n1a8

Syarifuddin, H. (2013). *Effectiveness of the use of activity, classroom discussion, and exercise (ACE) Teaching cycle in elementary linear algebra course at Padang State University* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Curtin University.

Syarifuddin, H., & Arnawa, M. I. M. (2018, January). Development of electronic learning tools to improve the quality of elementary linear algebra course. In *University of Muhammadiyah Malang's 1st International Conference of Mathematics Education (INCOMED)*, 46-48. Atlantis Press. https://doi.org/10.2991/incomed-17.2018.10

Syarifuddin, H., & Atweh, B. (2022). The Use of Activity, Classroom Discussion, and Exercise (ACE) Teaching Cycle for Improving Students' Engagement in Learning

Elementary Linear Algebra. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *10*(1), 104-138. https://doi.org/10.30935/scimath/11405

Şefik, Ö. (2017). *Öğrencilerin iki değişkenli fonksiyon kavramını anlamalarının APOS teorisi ile analizi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Şekerci, H. (2021). *Kavram haritaları ile öğretimin yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki başarısına ve ilişkilendirme becerisine etkisi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2013). *Using multivariate statistics* (6th edition). Allyn and Bacon.

Tall, D. (2002). The psychology of advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 3-24). Kluwer Academic Publishers.

Tall, D., Thomas, M., Davis, G., Gray, E., & Simpson, A. (1999). What is the object of the encapsulation of a process?. *The Journal of Mathematical Behavior*, *18*(2), 223-241. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(99)00029-2

Tan-Şişman. G. ve Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *Elementary Education Online*, *8*(1), 243-253.

Tatar, E., Zengin Y. ve Kağızmanlı T.B. (2013). Dinamik matematik yazılımı ile etkileşimli tahta teknolojisinin matematik öğretiminde kullanımı. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *4*(2), 104-123.

Tekin, H. (1993). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. Yargı Yayınları.

Trigueros, M. (2022). APOS theory and the role of the genetic decomposition. In Y. Chevallard, B. Barquero, M. Bosch, I. Florensa, J. Gascón, P. Nicolás, & N. Ruiz-Munzón (Eds.), *Advances in the Anthropological Theory of the Didactic* (pp. 61-74). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-76791-4_6

Trigueros, M., & Oktaç, A. (2019). Task design in APOS theory. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *15*(1), 43-55.

Tunalı, Ö. K. (2010). *Açı kavramının gerçekçi matematik öğretimi ve yapılandırmacı kurama göre öğretiminin karşılaştırılması* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tuncer, M. (2020). Nicel araştırma desenleri. B. Oral ve A. Çoban (Editörler), *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* içinde (ss. 205-227). Pegem Akademi.

Turgut, M. F. ve Baykul, Y. (2019). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme* (8. baskı). Pegem Akademi.

Tutar, H. ve Erdem, A. T. (2020). *Örnekleriyle bilimsel araştırma yöntemleri ve SPSS uygulamaları.* Seçkin Yayncılık.

Türnüklü, E. (2014). Dörtgenlerde aile ilişkilerinin yapılandırılması: İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ders planlarının analizi. *Eğitim ve Bilim, 39*(173), 197-207.

Türnüklü, E. ve Özcan, B. (2014). Öğrencilerin geometride RBC teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile van Hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki: Örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *11*(27), 295-316.

Türnüklü, E., Gündoğdu-Alaylı, F. ve Akkaş, E.N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *13*(2), 1213-1232.

Tzirias, W. (2011). *APOS theory as a framework to study the conceptual stages of related rates problems* [Unpublished Doctoral Dissertation]. Concordia University.

Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(1), 95-104.

Ubuz, B. (2017). Dörtgenler arasındaki ilişkiler: 7. sınıf öğrencilerinin kavram imajları. *Yaşadıkça Eğitim Dergisi*, *31*(1), 55–68.

Usher, E. L. (2009). Sources of middle school students' self-efficacy in mathematics: A qualitative investigation. *American Educational Research Journal*, *46*(1), 275-314. https://doi.org/10.3102/0002831208324517

Usiskin. Z., & Griffin, J. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study in definition*. Information Age Publishing, Inc.

Ünlü, M. (2014). *Geometri başarısını etkileyen faktörler: Bir yapısal eşitlik modellemesi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Van de Walle, J. A. (2006). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (6th edition). Pearson Education.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2009). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th edition). Pearson Education.

Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, *1*(3), 279-305.

Van Oers, B., & Poland, M. (2007). Schematising activities as a means for encouraging young children to think abstractly. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(2), 10-22. https://doi.org/10.1007/BF03217453

Vinner, S. (2020). Concept development in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 123-127). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0

Voskoglou, M. G. (2013). An application of the APOS/ACE approach in teaching the irrational numbers. *Journal of Mathematical Sciences and Mathematics Education*, *8*(1), 30-47.

Voskoglou, M. G. (2015). Fuzzy logic in the APOS/ACE instructional treatment of mathematics. *American Journal of Educational Research*, *3*(3), 330-339. https://doi.org/10.12691/education-3-3-12

Voskoglou, M. G. (2019). Comparing teaching methods of mathematics at university level. *Education Sciences*, *9*(3), 204. https://doi.org/10.3390/educsci9030204

Voskoglou, M. G., & Salem, A. B. M. (2020). Benefits and limitations of the artificial with respect to the traditional learning of mathematics. *Mathematics*, *8*(4), 611. https://doi.org/10.3390/math8040611

Ward, R. A. (2004). An investigation of K-8 preservice teachers' concept ımages and mathematical definitions of polygons. *Issues in Teacher Education*, *13*(2), 39-56.

Weller, K., Arnon, I., & Dubinsky, E. (2009). Preservice teachers' understanding of the relation between a fraction or integer and its decimal expansion. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *9*(1), 5-28. https://doi.org/10.1080/14926150902817381

Weller, K., Clark, J., Dubinsky, E., Loch, S., McDonald, M. A., & Merkovsky, R. (2000). An examination of student performance data in recent RUMEC studies. *Mathematical Association of America*.

Weller, K., Clark, J., Dubinsky, E., Loch, S., McDonald, M., & Merkovsky, R. (2003). Student performance and attitudes in courses based on APOS theory and the ACE teaching cycle. In A. Selden, E. Dubinsky, G. Harel, & F. Hitt (Eds.), *Research in collegiate mathematics education V* (pp. 97-132). American Mathematical Society.

Weyer, R. S. (2010). APOS theory as a conceptualisation for understanding mathematics learning. *Summation: Mathematics and Computer Science Scholarship at Ripon*, *3*(1), 9-15.

White, P., & Mitchelmore, M. C. (2010). Teaching for abstraction: A model. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*(3), 205-226. https://doi.org/10.1080/10986061003717476

Yanık, A. (2013). *Cabri yazılımı ile 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri tanımlama, oluşturma ve sınıflama becerilerinin gelişmesinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Eskişehir Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yao, X. (2020). Characterizing learners' growth of geometric understanding in dynamic geometry environments: A perspective of the Pirie-Kieren theory. *Digital Experiences in Mathematics Education*, *6*(1), 293-319. https://doi.org/10.1007/s40751-020-00069-1

Yenilmez, K. ve Korkmaz, D. (2013). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlikleri ile geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *7*(2), 268-283. https://doi.org/10.12973/nefmed210

Yenilmez, K. ve Uygan, C. (2010). Yaratıcı drama yönteminin ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlik inançlarına etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *18*(3), 931-942.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. baskı). Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. baskı). Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, D. ve Yavuzsoy-Köse, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin çokgen problemlerindeki matematiksel düşünme süreçleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(1), 605-633. https://doi.org/10.17240/aibuefd.2018..-362044

Yıldız, M. ve Güleş, E. (2021). Dörtgenlerin hiyerarşik ilişkilerinin öğretiminde GeoGebra yazılımı kullanımının 8. sınıf öğrencilerinin erişi düzeylerine etkisi. *Trakya Eğitim Dergisi*, *12*(1), 451-474. https://doi.org/10.24315/tred.910392

Yılmaz, Z. ve Olgun, B. (2016). Özel dörtgenler. A. N. Elçi, E. Bukova-Güzel, B. Cantürk-Günhan ve E. Ev-Çimen (Editörler), *Temel matematiksel kavramlar ve uygulamaları* içinde (ss. 453-472). Pegem Akademi.

Yiğit-Koyunkaya, M. (2016). Çokgen ve dörtgen. A. N. Elçi, E. Bukova-Güzel, B. Cantürk-Günhan ve E. Ev-Çimen (Editörler), *Temel matematiksel kavramlar ve uygulamaları* içinde (ss. 435-451). Pegem Akademi.

Yilmaz, G. (2012). *Çokgenler konusunun ilköğretim 7. sınıf öğrencilerine vee diyagramları ve zihin haritaları kullanılarak öğretimi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Kastamonu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yin, K., R. (2013). *Case study research: Design and methods* (5th edition). Sage Publications.

Yonucuoğlu, A. (2018). *Gerçekçi matematik eğitiminin ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenlerde alan konusundaki matematiksel başarılarına ve motivasyonlarına etkisi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Yorgancı, S. (2019). Bilgisayar destekli soyut cebir öğretiminin başarıya ve matematiğe karşı tutuma etkisi: ISETL Örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *10*(1), 260-289. https://doi.org/10.16949/turkbilmat.473030

Yuniati, S., Nusantara, T., & Subanji, I. (2020). Stages in partial functional thinking in the form of linear functions: APOS theory. *Humanities & Social Sciences Reviews*, *8*(3), 536-544. https://doi.org/10.18510/hssr.2020.8358

Yüksel, M. (2018). *Çokgenler konusunda tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisi* [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Bayburt Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Zakaria, N., & Khalid, F. (2016) The benefits and constraints of the use of information and communication technology (ICT) in teaching mathematics. *Creative Education*, *7*(1), 1537-1544. https://doi.org/10.4236/ce.2016.711158

Zembat, İ.Ö. (2016). Piaget'ye göre soyutlama ve çeşitleri. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (ss. 447-457). Pegem Akademi.

EKLER

Ek 1. Etik Kurul Onayı

Evrak Tarih ve Sayısı: 13/08/2020-E.51814

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etik Kurulu

Oturum Tarihi: 13.08.2020	**Oturum Sayısı:** 14	**Karar Sayısı:** 2020/5-14

Etik Açıdan Uygun

Çalışma Adı	ACE öğretim döngüsü kullanımının 7.Sınıf öğrencilerin Çokgenler alt öğrenme alanındaki kavramları oluşturma süreçlerine etkisinin APOS teorisi çerçevesinde incelenmesi
Araştırmacılar	Doktora Öğrencisi FERHAT ÖZDEMİR (Yürütücü) Prof.Dr. Recep ASLANER (Danışman)

Başkan Kurul Üyesi Prof. Dr. Hüseyin Suphi ERDEM
Başkan Yardımcısı Kurul Üyesi Prof. Dr. Mustafa ARSLAN
Kurul Üyesi Prof. Dr. Süleyman ÇALDAK
Kurul Üyesi Prof. Dr. Mehmet GÜNGÖR
Kurul Üyesi Prof. Dr. Lütfiye ÖZDEMİR
Kurul Üyesi Prof. Dr. Nesrin SİS
Kurul Üyesi Prof. Dr. Mehmet ÜSTÜNER
Sekreter Hatice CİHAN

E-İmzalıdır.
Etik Kurul Başkanı
Hüseyin Suphi ERDEM

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununa göre Güvenli Elektronik İmza ile imzalanmıştır.
Evrak sorgulaması https://ebys.inonu.edu.tr/enVision/Validate_Doc.aspx?V=BEKR52ZAD adresinden yapılabilir. (PIN:45012

Ek 2. Resmi İzin Yazıları

Evrak Tarih ve Sayısı: 09/02/2022-143595

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı

Sayı : E-50235129-730.08.03--143595 09/02/2022
Konu : Öğr. Edanur ŞAHİN (Araştırma İzni)

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : a) 10/01/2022 tarihli ve 130748 sayılı yazınız,
b) 10/01/2022 tarihli ve 130837 sayılı yazınız,

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora öğrencisi Ferhat ÖZDEMİR'in yürütmekte olduğu "ACE Öğretim Döngüsü Kullanımının 7.Sınıf Öğrencilerin Çokgenler Alt Öğrenme Alanındaki Kavramları Oluşturma Süreçlerine Etkisinin APOS Teorisi Çerçevesinde İncelenmesi" konulu tez çalışması ile yine Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Fen Bilgisi Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Edanur ŞAHİN'in yürütmekte olduğu ""Sorgulama Temelli STEM Etkinliklerinin Dezavantajlı Kız Öğrencilerin Yaratıcı Kişilik Özelliklerine Etkisinin Belirlenmesi" konulu tez çalışmasına ait onayları içeren Malatya Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğü' nün cevabi yazısı ekte gönderilmiştir.

Gereğini bilgilerinize rica ederim.

Prof.Dr. Nusret AKPOLAT
Rektör Yardımcısı

Ek:İlgili yazı

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BSNLSPM19T Pin Kodu :93082 Belge Takip Adresi : https://turkiye.gov.tr/ebd?eK=3837&eD=BSNLSPM19T&eS=143595

Adres:İnönü Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı, Öğrenci Merkezi
Telefon:04223773090 Faks:04223410053
e-Posta:ogrenci@inonu.edu.tr Web:http://www.inonu.edu.tr/ogrencidb
Kep Adresi:inonuuniversitesi@hs03.kep.tr

Bilgi için: Nuray KOMİ
Unvanı: Memur
Tel No: 4223773059

Evrak Tarih ve Sayısı: 08/02/2022-E.36880

T.C.
MALATYA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-34259660-605.01-42864527 07.02.2022
Konu : Uygulama İzni

İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora öğrencisi Ferhat ÖZDEMİR'in yürütmekte olduğu "ACE Öğretim Döngüsü Kullanımının 7.Sınıf Öğrencilerin Çokgenler Alt Öğrenme Alanındaki Kavramları Oluşturma Süreçlerine Etkisinin APOS Teorisi Çerçevesinde İncelenmesi" konulu tez çalışması ile Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Fen Bilgisi Eğitimi Bilim Dalı yüksek lisans öğrencisi Edanur ŞAHİN'in yürütmekte olduğu ""Sorgulama Temelli STEM Etkinliklerinin Dezavantajlı Kız Öğrencilerin Yaratıcı Kişilik Özelliklerine Etkisinin Belirlenmesi" konulu tez çalışmasına ait onaylar ilişikte sunulmuştur.

Bilgilerinizi ve araştırma sonucunun Müdürlüğümüze bildirilmesini arz ederim.

Battal KANBAY
İl Milli Eğitim Müdürü

Eki: Onay (2 sayfa)

Adres :
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için:
Telefon No :
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
E-Posta:
İnternet Adresi: Faks:
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

T.C.
MALATYA VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-34259660-605.01-42732093 04.02.2022
Konu : Uygulama İzin Onayı
(Ferhat ÖZDEMİR)

VALİLİK MAKAMINA

İlgi :MEB. Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 21.01.2020 tarih ve 1563890 sayılı 2020/2 Genelgesi.

İnönü Üniversitesi Rektörlüğü'nün 17/01/2021 tarih ve 131607 sayılı yazılarında; Üniversitenin Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora öğrencisi Ferhat ÖZDEMİR'in yürütmekte olduğu "ACE Öğretim Döngüsü Kullanımının 7.Sınıf Öğrencilerin Çokgenler Alt Öğrenme Alanındaki Kavramları Oluşturma Süreçlerine Etkisinin APOS Teorisi Çerçevesinde İncelenmesi" konulu tez çalışmasının ilimiz Yeşilyurt ilçesinde bulunan Dilek Ortaokulu'nda uygulanması talep edilmektedir.

Anket-Tez Araştırma ve Değerlendirme Komisyonumuz, 31/01/2022 tarihinde yapılan toplantıda; İlgili yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde, denetimleri ilgili kurum müdürlüğü tarafından gerçekleştirilmek üzere, derslerin aksatılmaması, kişisel verilerin gizliliğine dikkat edilmesi kaydıyla, gönüllülük esasına göre ve araştırmacının araştırmasının bitimi tarihinden itibaren 30 gün içerisinde araştırma sonuçlarını Müdürlüğümüze bildirmesi şartı ile anket uygulaması yapmasını uygun görmüş olup, Müdürlüğümüzce de uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Vahap ARIKAN
Müdür a.
Şube Müdürü

OLUR
Erhan PELİTOĞLU
Vali a.
İl Milli Eğitim Müdür V.

Adres : Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için:
Telefon No : Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
E-Posta: İnternet Adresi: Faks:
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

T.C.
MALATYA VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-34259660-605.01-42838704 07.02.2022
Konu : Anket İzni (Ferhat ÖZDEMİR)

İLÇE MİLLİ EĞİTİM MÜDÜRLÜĞÜNE
YEŞİLYURT

İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı doktora öğrencisi Ferhat ÖZDEMİR'in yürütmekte olduğu "ACE Öğretim Döngüsü Kullanımının 7.Sınıf Öğrencilerin Çokgenler Alt Öğrenme Alanındaki Kavramları Oluşturma Süreçlerine Etkisinin APOS Teorisi Çerçevesinde İncelenmesi" konulu tez çalışması ile ilgili onay ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Vahap ARIKAN
Müdür a.
Şube Müdürü

Ek: İlgi onay ve ekleri

Ek 3. Veli Onam Formu

Sayın Veli;

Çocuğunuz …'ın katılacağı bu çalışma, "ACE öğretim döngüsü kullanımının 7.sınıf öğrencilerin Çokgenler alt öğrenme alanındaki kavramları oluşturma süreçlerine etkisinin APOS teorisi çerçevesinde incelenmesi" adıyla, Mart – Mayıs tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: ACE (Activity, Class Discussion, Exercises) öğretim döngüsüne göre oluşturulacak öğrenme etkinliklerinin ve Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) matematik ders öğretim programına göre yapılan öğrenme etkinliklerinin, 7.sınıf öğrencilerin Çokgenler alt öğrenme alanındaki matematik başarı düzeylerine etkisini ve grupların ilgili konuda bilgi oluşturma süreçlerini APOS teorik çerçevesinde incelemektir.

Araştırma Uygulaması: Anket / Görüşme / Gözlem şeklindedir.

Araştırma T.C. Millî Eğitim Bakanlığı'nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleşmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Ferhat ÖZDEMİR (Matematik Öğretmeni)

İletişim bilgileri : 50669180…

Velisi bulunduğum …. sınıfı …. numaralı öğrencisi ……'ın yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum. (Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğumuzla okula geri gönderiniz*).

…./…../…………

İsim-Soy isim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası:

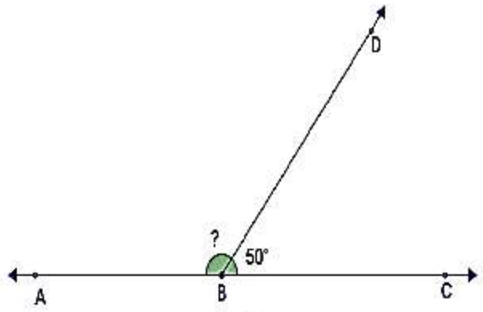
Ek 4. Yordama Testi

Sevgili öğrenciler;

Bu testin amacı, çokgenler alt öğrenme alanı ile ilgili ön bilgilerinizi belirlemektir. ***Sizleri aldığınız not ile değerlendirme amacı taşımayan*** bu test bilimsel bir araştırmada kullanılacaktır. Bu testte 10 soru bulunmaktadır. Soruları cevaplama süreniz toplam 40 dakikadır. Testteki soruları dikkatlice okuyup çözümlerinizi soruların altındaki boş alanlara yapınız.

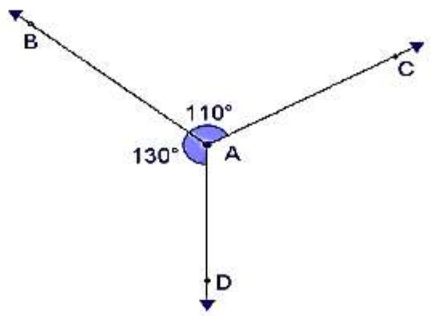
Başarılar.

1.



Yukarıdaki şekilde $m(\widehat{DBC}) = 50^0$ olduğuna göre, $m(\widehat{ABD})$ kaç derecedir?

2.

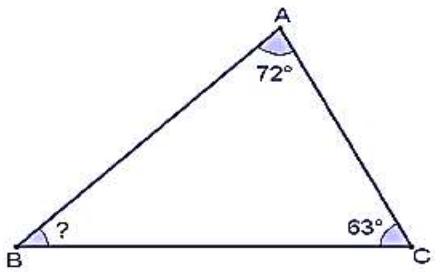


Yukarıdaki şekilde,

$$m(\widehat{BAD}) = 130^0$$
$$m(\widehat{BAC}) = 110^0$$

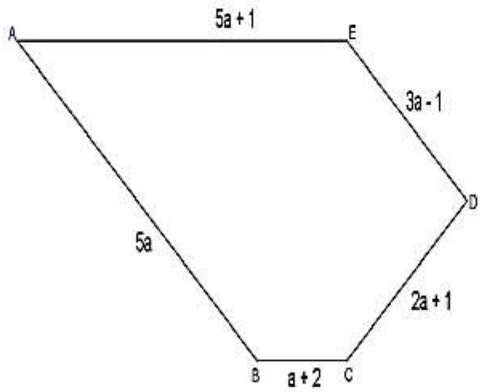
olduğuna göre, $m(\widehat{CAD})$ kaç derecedir?

3.



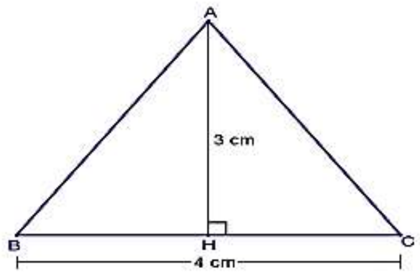
Şekildeki ABC üçgeninde verilenlere göre $s(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

4.



Yukarıdaki şeklin çevresini <u>a cinsinden</u> hesaplayınız?

5.



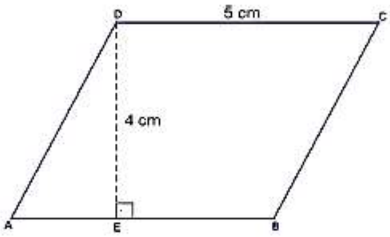
Şekildeki ABC üçgeninde

[AH] ⊥ [BC] ,

|BC|= 4 cm ve |AH|= 3 cm

ise ABC üçgeninin alanını bulunuz?

6.



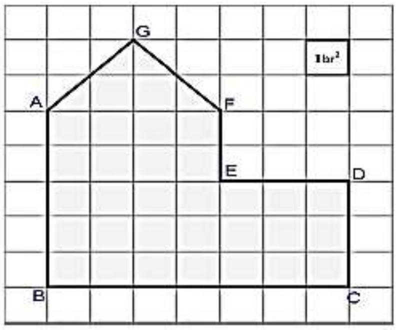
Şekildeki ABCD paralelkenarında [DE] ⊥ [AB] , |DC|= 5 cm ve |DE|= 4 cm olduğuna göre, ABCD paralelkenarının alanı kaç santimetrekaredir?

7.

8, 11, 14, 17 ...

örüntüsünün genel kuralını (terimini) yazınız?

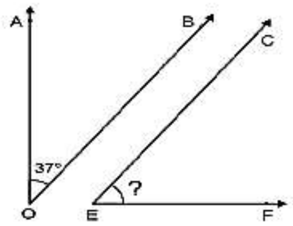
8.



Yukarıda birim kareli zemin üzerinde verilen ABCDEFG şeklinin alanının kaç br^2 olduğunu hesaplayınız?

9. Bütünler iki açıdan birinin ölçüsü diğerinin ölçüsünün 8 katıdır. Buna göre küçük açı kaç derecedir?

10.



$\widehat{AOB}$ ile $\widehat{CEF}$ tümler açılardır. $m(\widehat{AOB}) = 37°$ ise $m(\widehat{CEF})$ kaç derecedir?

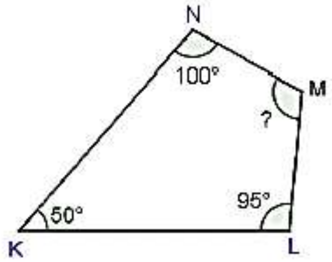
Ek 5. Çokgenler Başarı Testi Taslağı

Sevgili Öğrenciler;
Bu çalışmada çokgenler konusu ile ilgili 25 adet çoktan seçmeli bulunmaktadır. Soruların çözümünü yaptıktan sonra doğru olduğunu düşündüğünüz cevap şıkkını işaretleyiniz. Not verme amacı taşımayan bu test bilimsel bir araştırmada kullanılacaktır. Ciddi ve dikkatli bir şekilde vereceğiniz cevaplar araştırmanın yürütülmesi için son derece önemlidir. Süreniz 1 (bir) ders saatidir. Katkılarınızdan dolayı çok teşekkür ederim.

Soru-1. Çevre uzunluğu 24 cm olan düzgün çokgenin bir kenarının uzunluğu 6 cm ise, bu çokgenin iç açılar toplamı kaç derecedir?

A) 180 B) 360 C) 540 D) 720

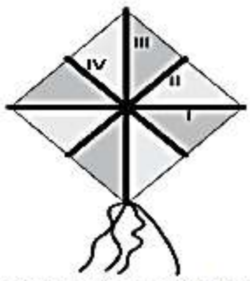
Soru-2.



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre, $m(\widehat{LMN})$ açısı kaç derecedir?

A) 115 B) 120 C) 125 D) 130

Soru-3.



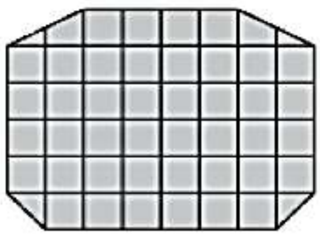
Yukarıdaki eşkenar dörtgensel bölge şeklindeki uçurtma I, II, III ve IV nolu çıtaların şekildeki gibi birleştirilmesi ile oluşturulmuştur. Aşağıdakilerden hangisindeki çıtalar birbirinin orta dikmesidir?

A) I ve III B) II ve III C) I ve IV D) I ve II

Soru-4. Bir altıgenin iki iç açısının ölçüsü yüz ellişer derece ve üç iç açısının ölçüsü yüzer derecedir. Buna göre diğer iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 90 B) 100 C) 110 D) 120

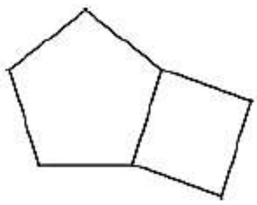
Soru-5. Düz bir zemin, kenar uzunluğu 1 cm olan kare şeklinde fayanslar gerektiğinde kesilerek, şekildeki gibi kaplanmıştır.



Buna göre, kaplanan zeminin alanı kaç santimetre karedir?

A) 45 B) 46 C) 47 D) 48

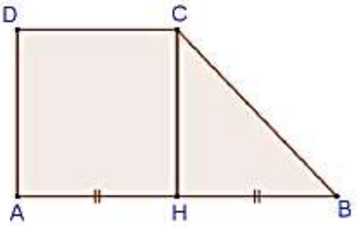
Soru-6.



Yukarıdaki şekil düzgün çokgenlerle oluşturulmuştur. Düzgün beşgenin bir kenar uzunluğu 7 cm olduğuna göre tüm şeklin çevresinin uzunluğu kaç cm'dir?

A) 42 B) 49 C) 56 D) 63

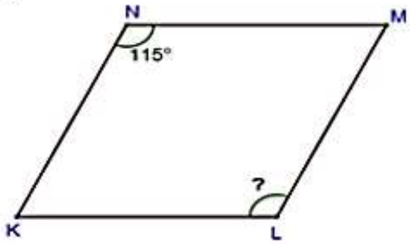
Soru-7.



Şekilde ABCD bir yamuk, AHDC bir kare ve H noktası [AB]'nin orta noktasıdır.
HBC üçgensel bölgenin alanı 50 cm^2 olduğuna göre, şekildeki, yamuğun alanı kaç cm^2 dir?

A) 75 B) 100 C) 125 D) 150

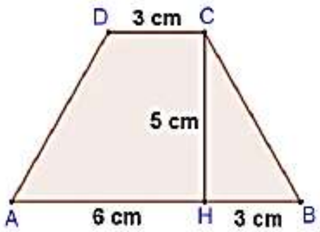
Soru-8.



Yukarıdaki KLMN paralelkenarında $m(\widehat{MNK}) = 115^0$ ise $m(\widehat{KLM})$ açısı kaç derecedir?

A) 55 B) 65 C) 115 D) 125

Soru-9.



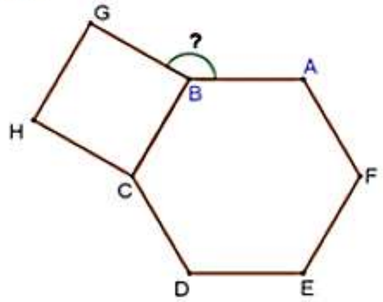
Şekildeki ABCD yamuğunda
|AH| = 6 cm, |HB| = 3 cm, |DC|=3 cm, |HC| = 5 cm olduğuna göre, A(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 60 B) 45 C) 30 D) 15

Soru-10. Alanı 36 cm^2 olan bir dikdörtgenin kenar uzunlukları tam sayı olduğuna göre çevre uzunluğunun en az kaç cm'dir?

A) 24 B) 26 C) 30 D) 40

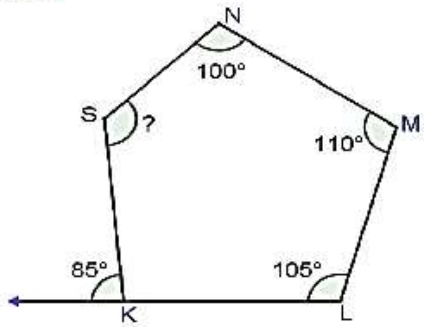
Soru-11.



Kare ve düzgün altıgen birleştirilerek oluşturulan yukarıdaki şekilde $s(\widehat{ABG})$ kaç derecedir?

A) 120 B) 135 C) 150 D) 165

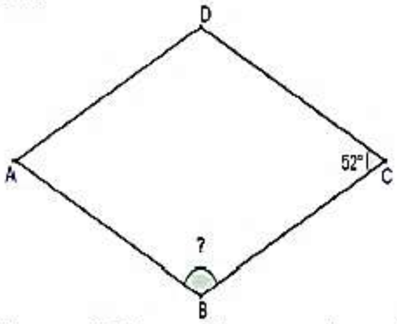
Soru-12.



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre, $m(\widehat{NSK})$ açısı kaç derecedir?

A) 115 B) 120 C) 125 D) 130

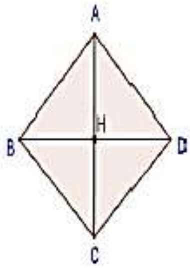
Soru-13.



Şekilde ABCD eşkenar dörtgeninde, $s(\widehat{BCD}) = 52^0$ olduğuna göre, $s(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

A) 48 B) 52 C) 96 D) 108

Soru-14.



Şekildeki ABCD eşkenar dörtgeninde |HD| = 3 cm ve |AH| = 4 cm olduğuna göre, A(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 24 C) 36 D) 48

Soru-15. Kenar uzunlukları pozitif tam sayı olan bir dikdörtgenin çevre uzunluğu 20 cm ise alanının <u>en fazla</u> kaç cm^2'dir?

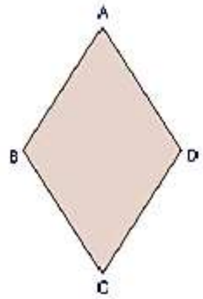
A) 21 B) 24 C) 25 D) 27

Soru-16.
Bir dış açısının ölçüsü 30^0 olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30

Soru-17.
Aşağıdakilerden hangisi kare ve dikdörtgenin ortak özelliklerinden biri <u>değildir</u>?
A) Karşılıklı kenarları paraleldir.
B) Bir köşegeni ait olduğu köşedeki açıyı ortalar.
C) Köşegenleri eşit uzunluktadır.
D) Köşegenlerinden biri tarafından iki eş parçaya ayrılır.

Soru-18.



Şekildeki gibi, eşkenar dörtgensel bölge biçimindeki bir bahçenin köşelerine birer çeşme konulacaktır. B ve D köşelerindeki çeşmeler arasındaki uzaklık 7 m dir. Bahçenin alanı 56 m^2 olduğuna göre, A ve C çeşmeleri <u>arasındaki uzaklık</u> kaç metredir?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20

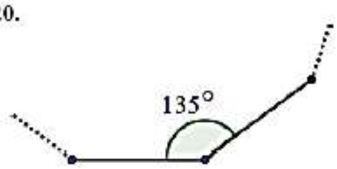
Soru-19.

I. Düzgün çokgenin kenar uzunlukları birbirine eşittir.
II. Düzgün çokgenin açılarının ölçüleri birbirine eşittir.
III. Bir çokgenin kenar sayısı ile açı sayısı birbirine eşittir.
IV. Bir çokgenin en az dört kenarı vardır.
V. Bir çokgenin kenar sayısı ile köşe sayısı birbirine eşittir.

Çokgenlerle ilgili yukarıdaki cümlelerden hangisi ya da hangileri <u>doğrudur</u>?

A) Yalnız II B) II, III ve IV
C) IV ve V D) I, II, III ve V

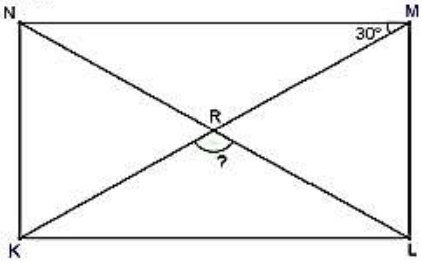
Soru-20.



Yukarıdaki şekilde bir kısmının görüntüsü verilen düzgün çokgen kaç kenarlıdır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14

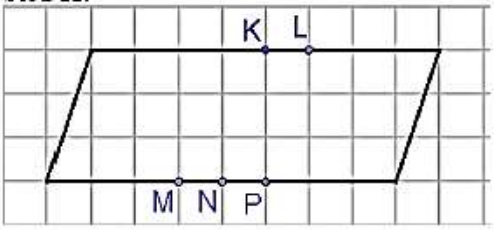
Soru-21.



Şekilde KLMN dikdörtgeninde, $s(\widehat{KMN}) = 30^0$ olduğuna göre, $s(\widehat{KRL})$ kaç derecedir?

A) 150 B) 140 C) 130 D) 120

Soru-22.



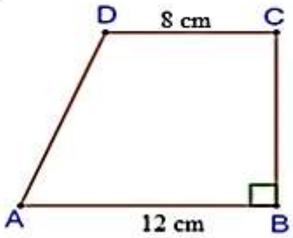
Şekildeki paralelkenar üzerinde bulunan noktalardan hangi ikisi, bir doğru parçası ile birleştirilirse iki eş yamuk olur?

A) K ve M B) K ve P
C) L ve M D) L ve N

Soru-23. Bir düzgün çokgenin bir köşesinden çizilen tüm köşegenlerle oluşan üçgen sayısı 3'tür. Buna göre bu düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 90 B) 108 C) 120 D) 135

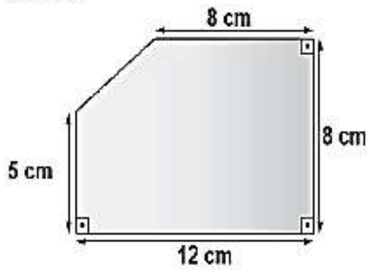
Soru-24.



Şekildeki ABCD dik yamuğunda [DC] // [AB] ve [CB] ⊥ [AB]'dir. |AB| = 12 cm, |DC| = 8 cm ve A(ABCD) = 100 cm^2 olduğuna göre |BC| kaç santimetredir?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20

Soru-25. Bir marangoz aşağıdaki ölçülerde bir tezgâh yapıyor.



Bu tezgâhın alanı kaç santimetrekaredir?

A) 90 B) 96 C) 110 D) 116

Ek 6. Çokgenler Başarı Testi

Sevgili Öğrenciler;
Bu testte çokgenler konusu ile ilgili 21 adet çoktan seçmeli soru bulunmaktadır. Sizlerden bu soruların çözümünü yaparak doğru olduğunu düşündüğünüz cevap şıkkını işaretlemeniz istenmektedir. Sizleri aldığınız not ile değerlendirme amacı taşımayan bu test bilimsel bir araştırmada kullanılacaktır. Bu nedenle vereceğiniz cevaplar araştırmanın objektifliği için son derece önemlidir. Süreniz 1 (bir) ders saatidir. Katkılarınızdan dolayı çok teşekkür ederim.

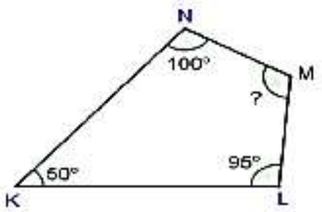
Ferhat ÖZDEMİR (Matematik Öğrt.)

SORULAR

1. Çevre uzunluğu 24 cm olan düzgün çokgenin bir kenarının uzunluğu 6 cm ise, bu çokgenin iç açılar toplamı kaç derecedir?

A) 180 B) 360
C) 540 D) 720

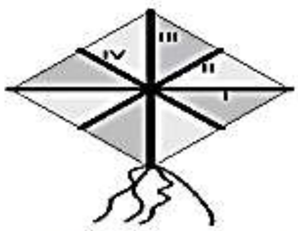
2.



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre, $m(\widehat{LMN})$ açısı kaç derecedir?

A) 115 B) 120 C) 125 D) 130

3.



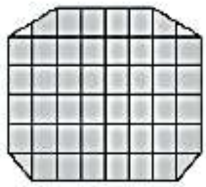
Yukarıdaki eşkenar dörtgen şeklindeki uçurtma I, II, III ve IV nolu çıtaların şekildeki gibi birleştirilmesi ile oluşturulmuştur. Aşağıdakilerden hangisindeki çıtalar birbirinin orta dikmesidir?

A) I ve III B) II ve III C) I ve IV D) I ve II

4. Bir altıgenin iki iç açısının ölçüsü yüz ellişer derece ve üç iç açısının ölçüsü yüzer derecedir. Buna göre diğer iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 90 B) 100 C) 110 D) 120

5. Düz bir zemin, kenar uzunluğu 1 cm olan kare şeklinde fayanslar gerektiğinde kesilerek, şekildeki gibi kaplanmıştır.



Buna göre, kaplanan zeminin alanı kaç cm^2 dir?

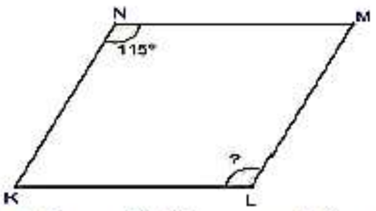
A) 45 B) 46 C) 47 D) 48

6.

Yukarıdaki şekil düzgün çokgenlerle oluşturulmuştur. Düzgün beşgenin bir kenar uzunluğu 7 cm olduğuna göre tüm şeklin çevresi kaç cm'dir?

A) 42 B) 49 C) 56 D) 63

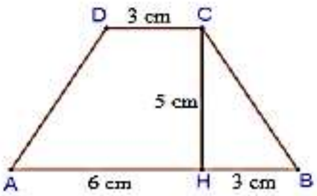
7.



Yukarıdaki KLMN paralelkenarında $m(\widehat{MNK}) = 115^0$ ise $m(\widehat{KLM})$ kaç derecedir?

A) 55 B) 65 C) 115 D) 125

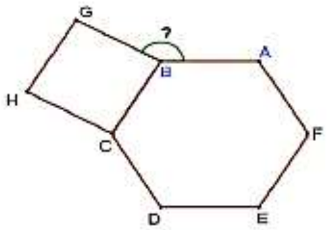
8.



Şekildeki ABCD yamuğunda;
|AH| = 6 cm, |HB| = 3 cm,
|DC| = 3 cm, |HC| = 5 cm
olduğuna göre, yamuğun alanı kaç cm^2 dir?

A) 60 B) 45 C) 30 D) 15

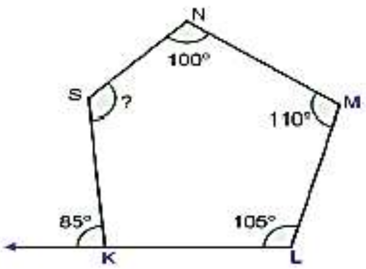
9.



Kare ve düzgün altıgen birleştirilerek oluşturulan yukarıdaki şekilde $s(\widehat{ABG})$ kaç derecedir?

A) 120 B) 135 C) 150 D) 165

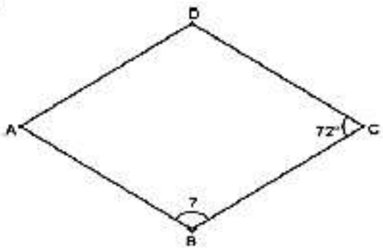
10.



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre, $m(\widehat{NSK})$ kaç derecedir?

A) 115 B) 120 C) 125 D) 130

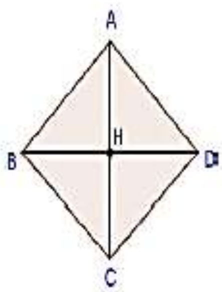
11.



Şekilde ABCD eşkenar dörtgeninde, $s(\widehat{BCD}) = 72^0$ olduğuna göre, $s(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

A) 48 B) 52 C) 96 D) 108

12.



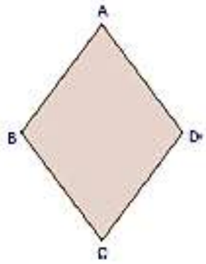
Şekildeki ABCD eşkenar dörtgeninde |HD| = 3 cm ve |AH| = 4 cm olduğuna göre, şeklin alanı kaç cm^2 dir?

A) 12 B) 24 C) 36 D) 48

13. Bir dış açısının ölçüsü 30^0 olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30

14.



Şekildeki gibi, eşkenar dörtgensel bölge biçimindeki bir bahçenin köşelerine birer çeşme konulacaktır. B ve D köşelerindeki çeşmeler arasındaki uzaklık 7 m dir. Bahçenin alanı 56 m^2 olduğuna göre, A ve C çeşmeleri arasındaki uzaklık kaç metredir?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20

15.

I. Düzgün çokgenin kenar uzunlukları birbirine eşittir.

II. Düzgün çokgenin açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

III. Bir çokgenin kenar sayısı ile açı sayısı birbirine eşittir.

IV. Bir çokgenin en az dört kenarı vardır.

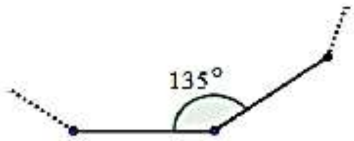
V. Bir çokgenin kenar sayısı ile köşe sayısı birbirine eşittir.

Çokgenlerle ilgili yukarıdaki cümlelerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

A) Yalnız II B) II, III ve IV

C) IV ve V D) I, II, III ve V

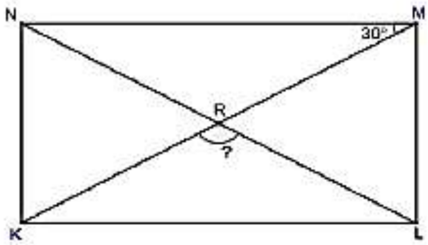
16.



Yukarıdaki şekilde bir kısmının görüntüsü verilen düzgün çokgen kaç kenarlıdır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14

17.

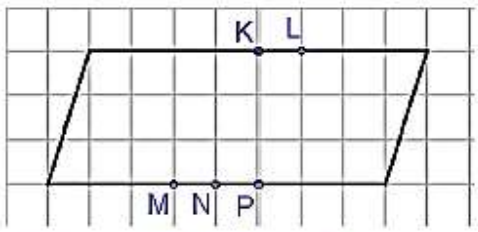


Şekilde KLMN dikdörtgeninde,

$s(\widehat{KMN}) = 30^0$ olduğuna göre, $s(\widehat{KRL})$ kaç derecedir?

A) 150 B) 140 C) 130 D) 120

18.



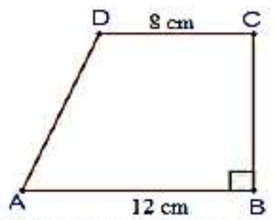
Şekildeki paralelkenar üzerinde bulunan noktalardan hangi ikisi, bir doğru parçası ile birleştirilirse iki eş yamuk olur?

A) K ve M B) K ve P
C) L ve M D) L ve N

19. Bir düzgün çokgenin bir köşesinden çizilen tüm köşegenlerle oluşan üçgen sayısı 3'tür. Buna göre, bu düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 90 B) 108 C) 120 D) 135

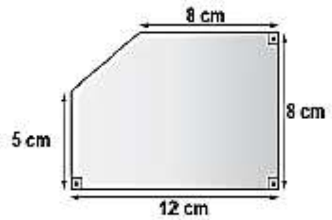
20.



Şekildeki ABCD dik yamuğunda [DC] // [AB] ve [CB] ⊥ [AB]'dir. |AB| = 12 cm, |DC| = 8 cm ve A(ABCD) = 100 cm^2 olduğuna göre |BC| kaç santimetredir?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20

21. Bir marangoz aşağıdaki ölçülerde bir tezgâh yapıyor.



Bu tezgâhın alanı kaç cm^2 dir?

A) 90 B) 96 C) 110 D) 116

Ek 7. Geometri Yönelik Öz-yeterlik Ölçeği Kullanım İzin İsteği

İzin isteği

2 ileti

Ferhat özdemir <ferozdemir44@gmail.com> 2 Mart 2020 20:26
Alıcı: berna.gunhan@deu.edu.tr

Hocam merhaba. İsmim Ferhat ÖZDEMİR. Geliştirmiş olduğunuz "Geometriye yönelik öz-yeterlik ölçeği" ni, "ACE öğretim döngüsü kullanımının 7.Sınıf öğrencilerin Çokgenler alt öğrenme alanındaki kavramları oluşturma süreçlerine etkisinin APOS teorisi çerçevesinde incelenmesi" başlıklı tez çalışmamda **izniniz olursa** kullanmak istiyorum.
Saygılarımı sunar, iyi çalışmalar dilerim.

BERNA GUNHAN <bernagunhan@gmail.com> 2 Mart 2020 23:09
Alıcı: Ferhat özdemir <ferozdemir44@gmail.com>

Merhaba Ferhat bey,

tabii ki kullanabilirsiniz. iyi çalışmalar

BERNA CANTÜRK GÜNHAN
Doç.Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi
Buca Eğitim Fakültesi
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü
Matematik Eğitimi AD
Buca/İZMİR

BERNA CANTURK GUNHAN
Associate Professor of Mathematics Education,
Dokuz Eylul University
Buca Faculty of Education,
Department of Mathematics and Science Education
Division of Mathematics Education
Buca/IZMIR- TURKEY

Ek 8. Geometri Yönelik Öz-yeterlik Ölçeği

Değerli Öğrenciler;
Bu ölçek sizin matematik derslerinde geometriye yönelik öz-yeterlik algılarınızı belirlemek için hazırlanmıştır. Bu sorulara vereceğiniz yanıtlar sadece araştırma amacıyla kullanılacak ve gizli tutulacaktır. Lütfen hiçbir soruyu boş bırakmayınız. Katılımınız için teşekkür ederim.

Ferhat ÖZDEMİR

	Hiçbir zaman	Ara sıra	Kararsızım	Çoğu zaman	Her zaman
1. Geometrideki kavramları rahatlıkla anlayabilirim.					
2. Günlük yaşamda gördüğüm nesneleri geometrik şekillere benzetebilirim.					
3. Geometride arkadaşlarım kadar iyi olmadığımı düşünüyorum.					
4. Bir geometrik şekil gördüğümde onun özelliklerini hatırlayabilirim.					
5. Bir geometri sorusu gördüğümde ne yapılacağını bilemem.					
6. Saatlerce çalışsam bile geometride başarılı olamayacağımı düşünüyorum.					
7. Geometri ile el becerilerimi arttırabileceğimi düşünüyorum.					
8. Geometri bilgimi diğer derslerde kullanabilirim.					
9. Geometri konusunda yeterli bilgiye sahip değilim.					
10. Geometri konusunda verilecek olan projelerde başarılı olacağımı düşünüyorum.					
11. Geometri sorusu çözdükçe kendime olan güvenimin artacağını düşünüyorum.					
12. Geometrik şekiller ile ilgili materyal geliştiremem.					
13. Geometrik şekilleri kafamda canlandırabilirim.					
14. Geometri ile ilgili problemler yazabilirim.					
15. Geometri konusunda kendimi başarılı görüyorum.					
16. Bir geometri problemini çözmek için gereken işlem basamaklarını çıkarabilirim.					
17. Matematiksel problemleri çözerken geometrik şekillerden yararlanırım.					
18. Geometrik şekiller arasındaki ilişkileri söyleyemem.					
19. Geometrik şekillerin sahip oldukları çevre uzunluklarını tahmin edebilirim.					
20. Yabancı bir yerde kaybolursam geometri bilgimle yolumu bulabilirim.					
21. Geometri ile ilgili sorun yaşayan arkadaşlarıma yardımcı olabilirim.					
22. Bir geometrik şeklin özelliklerini duyduğumda şeklini çizebilirim.					
23. Geometrik şekilleri kullanarak yeni bir geometrik şekil oluşturabilirim.					
24. Bir geometri sorusunda işlemleri yaparken tNazlışa kapılacağımı düşünüyorum.					
25. İleriki yıllarda geometri bilgisinin kullanıldığı bir meslek seçersem başarılı olacağıma inanıyorum.					

Ek 9. Geometri Yönelik Öz-yeterlik Ölçeği Puanlama Tablosu

Değerli Öğrenciler;

Bu ölçek sizin matematik derslerinde geometriye yönelik öz-yeterlik algılarınızı belirlemek için hazırlanmıştır. Bu sorulara vereceğiniz yanıtlar sadece araştırma amacıyla kullanılacak ve gizli tutulacaktır. Lütfen hiçbir soruyu boş bırakmayınız. Katılımınız için teşekkür ederim.

Ferhat ÖZDEMİR

	Hiçbir zaman	Ara sıra	Kararsızım	Çoğu zaman	Her zaman
1. Geometrideki kavramları rahatlıkla anlayabilirim.	1	2	3	4	5
2. Günlük yaşamda gördüğüm nesneleri geometrik şekillere benzetebilirim.	1	2	3	4	5
3. Geometride arkadaşlarım kadar iyi olmadığımı düşünüyorum.	5	4	3	2	1
4. Bir geometrik şekil gördüğümde onun özelliklerini hatırlayabilirim.	1	2	3	4	5
5. Bir geometri sorusu gördüğümde ne yapılacağını bilemem.	5	4	3	2	1
6. Saatlerce çalışsam bile geometride başarılı olamayacağımı düşünüyorum.	5	4	3	2	1
7. Geometri ile el becerilerimi arttırabileceğimi düşünüyorum.	1	2	3	4	5
8. Geometri bilgimi diğer derslerde kullanabilirim.	1	2	3	4	5
9. Geometri konusunda yeterli bilgiye sahip değilim.	5	4	3	2	1
10. Geometri konusunda verilecek olan projelerde başarılı olacağımı düşünüyorum.	1	2	3	4	5
11. Geometri sorusu çözdükçe kendime olan güvenimin artacağını düşünüyorum.	1	2	3	4	5
12. Geometrik şekiller ile ilgili materyal geliştiremem.	5	4	3	2	1
13. Geometrik şekilleri kafamda canlandırabilirim.	1	2	3	4	5
14. Geometri ile ilgili problemler yazabilirim.	1	2	3	4	5
15. Geometri konusunda kendimi başarılı görüyorum.	1	2	3	4	5
16. Bir geometri problemini çözmek için gereken işlem basamaklarını çıkarabilirim.	1	2	3	4	5
17. Matematiksel problemleri çözerken geometrik şekillerden yararlanırım.	1	2	3	4	5
18. Geometrik şekiller arasındaki ilişkileri söyleyemem.	5	4	3	2	1
19. Geometrik şekillerin sahip oldukları çevre uzunluklarını tahmin edebilirim.	1	2	3	4	5
20. Yabancı bir yerde kaybolursam geometri bilgimle yolumu bulabilirim.	1	2	3	4	5
21. Geometri ile ilgili sorun yaşayan arkadaşlarıma yardımcı olabilirim.	1	2	3	4	5
22. Bir geometrik şeklin özelliklerini duyduğumda şeklini çizebilirim.	1	2	3	4	5
23. Geometrik şekilleri kullanarak yeni bir geometrik şekil oluşturabilirim.	1	2	3	4	5
24. Bir geometri sorusunda işlemleri yaparken tNazlışa kapılacağımı düşünüyorum.	5	4	3	2	1
25. İleriki yıllarda geometri bilgisinin kullanıldığı bir meslek seçersem başarılı olacağıma inanıyorum.	1	2	3	4	5

Ek 10. Klinik Mülakat Soruları

Soru 1. Kenar uzunlukları ve iç açılarının ölçüleri eşit olan bir çokgenin herhangi bir iç açısını dış açılar toplamından yararlanarak nasıl oluşturabilirsiniz? Açıklayınız.

Soru 2. Matematik öğretmeni, Yusuf'tan özel dörtgenleri bir ailenin fertleri gibi düşünüp onları tıpkı bir soy ağacı gibi sınıflandırmasını istemiştir. Yusuf'un yerinde siz olsaydınız bu sınıflandırmayı nasıl yapardınız? Bir şema çizip üzerinde gerekçelendirerek açıklayıp gösteriniz.

Soru 3. Eşkenar dörtgenin alan formülünü köşegenlerinden yararlanarak oluşturunuz.

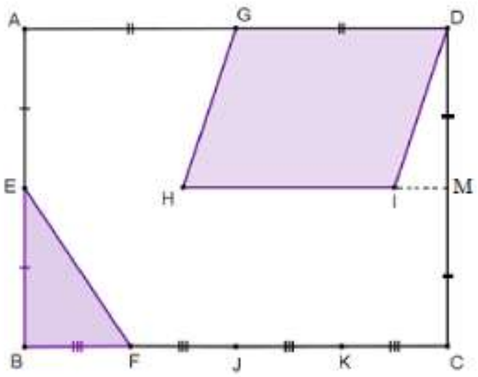
Soru 4. Yamuğun alan formülünü bildiğiniz diğer geometrik şekil ya da şekillerin alan formülünden yararlanarak oluşturunuz.

Soru 5. Bir baba, bahçesinin dikdörtgen şeklindeki bir bölümüne sebze ekecektir. Bunun için dört oğluna aynı uzunluğa sahip birer ip vererek en büyük alanı çevirmelerini istiyor.

- Siz olsaydınız çevrilebilecek en büyük alana sahip bu bölgeyi nasıl belirlerdiniz?
- Belirleyeceğiniz bu bölgenin alanını ipin uzunluğu cinsinden ifade ediniz.
- Herhangi bir ilişki görüyor musunuz? Eğer görüyorsanız ilişkiyi ve nedenini açıklayınız.

Soru 6. Düzlemde eşit miktarda yer kaplayan ve kenarları birer tam sayı olan dikdörtgenlerden en büyük çevre uzunluğuna sahip olanı belirleyip, bu dikdörtgenin çevre uzunluğunu kenarları cinsinden ifade ediniz.

Soru 7.



Yukarıda ABCD dikdörtgeni ve içinde EBD üçgeni ile DGHI paralelkenarı verilmiştir. ABCD dikdörtgeninde,

|AE|=|EB|

|BF|=|FJ|=|JK|=|KC|

|AG|=|GD|

|DM|=|MC| olduğuna göre taralı alanların toplamının tüm alana toplamına oranı hakkında ne söyleyebilirsiniz? Açıklayınız.

Ek 11. Odak Grup Görüşme Soruları

Merhaba değerli öğrencilerim;

Bildiğiniz üzere, Etkinlikler (laboratuvar ve sınıftaki)-Sınıf tartışmaları- Uygulama (ev ödevleri) bileşenlerinden oluşan bir öğrenme ortamında Çokgenler alt öğrenme alanı ile ilgili bir çalışma yaptık. Bu süreç ile ilgili görüşlerinizi almak istiyorum. Vereceğiniz cevaplarda samimi olmanızı ve olumlu-olumsuz her şeyi çekinmeden paylaşmanızı rica ediyorum. Yaptığımız tüm görüşmelerdeki kişisel bilgiler saklı tutulacak ve hiç kimseyle paylaşılmayacaktır. Başlamadan önce, bu söylediklerimle ilgili sormak istediğiniz bir şey var mı? Görüşmeyi, izin verirseniz sorulara vereceğiniz cevapları daha sonra detaylı bir şekilde inceleyebilmek için kaydetmek istiyorum. Katkılarınızdan dolayı hepinize şimdiden çok teşekkür ederim.

1. Öğrenme ortamını beğendim. Çünkü:

2. Öğrenme ortamını beğenmedim. Çünkü:

3. Bu öğrenme ortamının geliştirilmesi ya da geliştirilmesi gereken yerler olduğunu düşünüyor musunuz?

4. Bu çalışma sonunda matematiğin diğer ünitelerini öğrenebileceğime ilişkin kendime olan güvenim..........? Neden?

5. Bu çalışma sonunda Matematik dersini olan ilgim..........? Neden?

Ek 12. Ders Planları

Ders Planı-1

Ders: Matematik

Sınıf: 7

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Çokgenler

Temel Beceri ve Yetkinlikler: Teknoloji kullanımı, matematiksel düşünme, problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, iletişim kurma, matematik okuryazarlığı.

Kazanım: M.7.3.2.1. Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.

Kazanım ile İlgili Açıklama:

Yalnızca dışbükey çokgenler incelenir. İç açılar toplamını keşfetmeye yönelik çalışmalara yer verilir

Süre: 4 ders saati

Araç-Gereçler: Bilgisayar, akıllı tahta, defter, kalem ve silgi.

Yöntem ve Teknikler: ACE öğrenme döngüsü, düz anlatım, soru-cevap, yaparak-yaşayarak öğrenme.

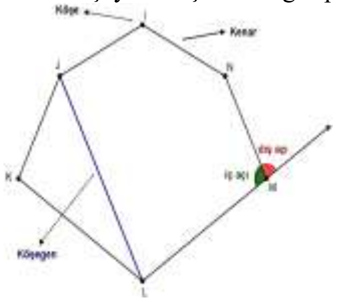
A (Activities-Etkinlikler)

- ❖ Dersin başlangıcında öğrencilerin derse ilgilerini çekmek için akıllı tahtadan kazanım kapsamında çokgenler ile ilgili gerçek yaşamdan (arı bal petekleri, pentagonun üstten görünümü, trafik levhaları, çokgen anatomili böcekler, mimari evler, duvar saati, halı deseni, futbol topu) nesneleri temsil eden fotoğraflar slayt şeklinde gösterilir.

- ❖ Öğrencilerden de çevrelerinde karşılaştıkları çokgenlere örnekler vermeleri istenir. Daha sonra öğrencilerin ön bilgilerini hatırlatmak ve onları derse hazır hale getirmek için çokgenler ile ilgili ne hatırladıkları sorulur. Bu soruyu grupça düşünmeleri ve birbirleriyle paylaşmaları için biraz zaman verilir (yaklaşık 5 dk).
- ❖ Grup adına söz hakkı isteyen grup sözcülerinden gelen cevaplara göre çokgenlerle ilgili önceki yıllarda öğrendikleri (çokgeninin tanımı ve temel elemanları) hatırlatılır. Gelen açıklamalara göre önemli görülen noktalar tahtaya yazılır. Tüm grupların sunumu bittikten sonra söylenenler toparlanarak öğrencilerin defterlerine not almaları istenilir. Gerekirse akıllı tahtadan hatırlatma sunumu yapılır.

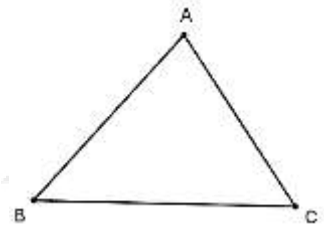
Çokgenler ile İlgili Hatırlatma (Ön Hazırlık)

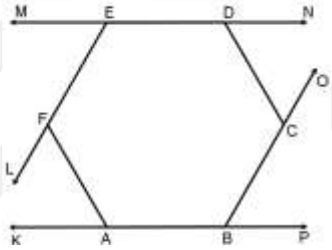
- En az üç doğru parçasının uç uca açı oluşturacak şekilde eklenmesiyle oluşan kapalı geometrik şekillere ***"Çokgen"*** denir.
- Çokgenler kenar sayılarına göre üçgen, dörtgen, beşgen, altıgen, ... şeklinde isimlendirilir.
- Çokgeni oluşturan doğru parçalarına ***"kenar"***, kenarların birleştiği noktalara ***"köşe"*** denir.
- Çokgenlerde ***kenarların kesişimi sonucu*** iç bölgede oluşan her bir açıya "***iç açı"***, bir iç açının komşu bütünleri olan açıya ise ***"dış açı"*** denir.
- Çokgenlerde komşu olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçasına ***"köşegen"*** denir.



- Sonrasında eskiye dönük, iç açı-dış açı belirleme, köşegen çizme, iç açı + dış açı toplamına yönelik etkinlik yaptırılır. Bunun için öğrencilerden grupça verilen etkinlik kağıdında birinci etkinliği yapmaları istenilir. Bu etkinlikte, verilen geometrik şekillerin (üçgen ve altıgen) iç açılarını kırmızı dış açılarını ise farklı bir renge boyamaları istenilir.

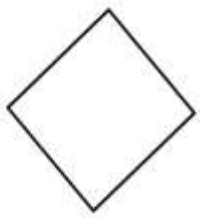
Etkinlik-1: Aşağıdaki çokgenlerin ***<u>iç ve dış açılarını</u>*** farklı renklere boyayalım.

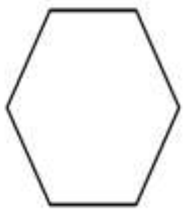


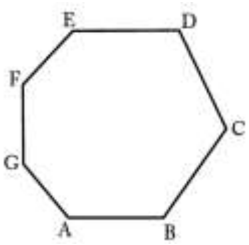


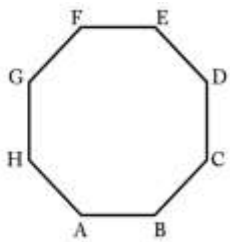
- Boyama işi bittikten sonra bir beşgen ve altıgen çizmelerini ve çizdikleri bu çokgenlerin bütün köşegenlerini çizmeleri istenilir (bu etkinlikleri yapmadaki amaç öğrencilerin iç açı, dış açı ve köşegenlerle ilgili en az ***<u>eylem düzeyinde bilişsel yapı</u>*** oluşturmalarını sağlamaktır). Bu kavramları (iç açı, dış açı, köşegen) gördüklerinde tanımaları istenilen diğer bir durumdur. Bu sırada grupların yaptığı çizimler, boyama işleri kontrol edilerek geri dönütler verilebilir. Hatta örnek olarak çizim için, boyama için ve köşegen için gönüllü olan gruplardan birer öğrencinin tahtada yapmasına olanak verilir.

Etkinlik-2: Haydi bakalım aşağıdaki çokgenlerin isimlerini altındaki boşluğa yazıp, ***<u>bütün köşegenlerini</u>*** çiziniz...



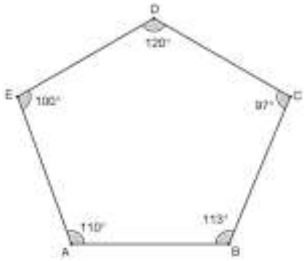






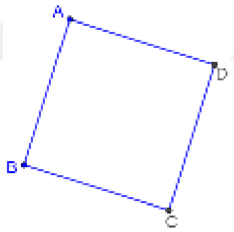
- Sonrasında üçüncü etkinliğe geçilir. Bu etkinlikteki amaç öğrencilerin verilen ***<u>eylem</u>*** aşamasındaki işlemleri yaparken aynı köşeye ait iç açı ile dış açının birbirinin komşu bütünleri olduğu bilgisini içselleştirerek en az ***<u>süreç</u>*** aşamasında bilişsel yapı oluşturmalarını sağlamaktır.

Etkinlik-3: Aşağıdaki çokgenin dış açılarını hesaplayıp şekil üzerinde yerine yazınız.

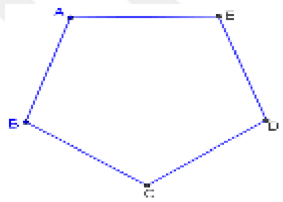


- Bundan sonraki süreçte öğrencilere çokgenlerin iç açılar toplamını veren genel ifadeyi oluşturmaya yönelik etkinlik ile ilgili ne yapmaları gerektiği konusunda kısa bir bilgilendirme yapılır. Etkinliği grup olarak beraber yapmaları ve yaparken de aralarında tartışmaları, bilgi alışverişinde bulunmaları gerektiği vurgulanır. Herkesin düşüncesini çekinmeden dile getirmesi hususuna dikkat çekilir. Bu etkinlikteki amaç grupların çokgenlerin iç açılar toplamına yönelik ***eylem*** aşamasında zihinsel yapıdan başlayarak en az ***süreç*** aşamasında yapı oluşturmalarını sağlamak. Bunun için öğrenciler başlangıçta ***eylem*** aşamasında davranış sergileyecekler. Yani verilen dış uyaranlara göre verilen boşlukları dolduracak. Daha sonra içselleştirme mekanizması sayesinde artık köşegen çizmeden önce hayalinde canlandırıp en az ***süreç*** aşamasında davranışlar sergileyeceklerdir.
- Bu amaç için gruplara dördüncü etkinliği yapmaları söylenir.

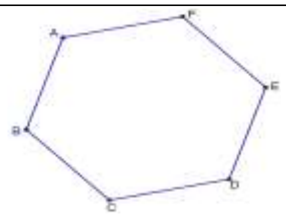
Etkinlik-4: Aşağıda verilen çokgenler için ***herhangi bir köşesinden*** köşegenler çizerek altındaki boşlukları doldurunuz.



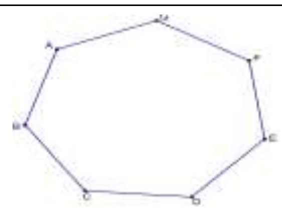
Çokgenin adı: ....
Kenar sayısı: ....
Köşegen sayısı: ....
Oluşan üçgen sayısı: ....
Çokgenin iç açılar toplamı: ....



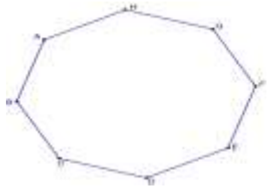
Çokgenin adı: ....
Kenar sayısı: ....
Köşegen sayısı: ....
Oluşan üçgen sayısı: ....
Çokgenin iç açılar toplamı: ....



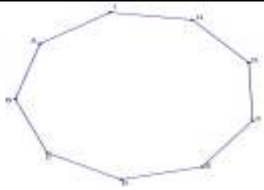
Çokgenin adı: ....
Kenar sayısı: ....
Köşegen sayısı: ....
Oluşan üçgen sayısı: ....
Çokgenin iç açılar toplamı: ....



Çokgenin adı: ....
Kenar sayısı: ....
Köşegen sayısı: ....
Oluşan üçgen sayısı: ....
Çokgenin iç açılar toplamı: ....



Çokgenin adı: ....
Kenar sayısı: ....
Köşegen sayısı: ....
Oluşan üçgen sayısı: ....
Çokgenin iç açılar toplamı: ....



Çokgenin adı: ....
Kenar sayısı: ....
Köşegen sayısı: ....
Oluşan üçgen sayısı: ....
Çokgenin iç açılar toplamı: ....

Çokgenin adı: n-gen
Kenar sayısı: ....
Köşegen sayısı: ....
Oluşan üçgen sayısı: ....
Çokgenin iç açılar toplamı: ....

- ❖ Yapılan bu etkinliklerden sonra aynı kazanıma yönelik olarak araştırmacı tarafından GeoGebra yazılımında hazırlanan etkinliği öğrencilerin bilgisayar laboratuvarında grupça yapmaları sağlanır. Bu etkinlik bir önceki etkinlikten farklı olarak materyal sayesinde daha hızlı bir şekilde istenilenlerin bulmaları, verilerin tablo şeklinde daha düzenli bir şekilde görünümü ve öğrencilerin bu tabloyu doldurduktan sonra tablodaki veriler arasında ilişkilendirmeyi daha rahat yapabilecek olmalarıdır.
- ❖ Öğrencilere çokgenlerin iç açılar toplamını veren genel ifadeyi oluşturmaya yönelik bu etkinlikte ne yapmaları gerektiği konusunda kısa bir bilgilendirme yapılır. Etkinliği grup olarak beraber yapmaları ve yaparken de aralarında tartışmaları, bilgi alışverişinde bulunmaları gerektiği vurgulanır. Herkesin düşüncesini çekinmeden dile getirmesi hususuna dikkat çekilir. Daha sonra gruplara bu etkinliği yapmaları söylenir. Öğrenciler etkinliği beraber yaparken gruplar arasında gezilerek gruplara takıldıkları veya ihtiyaç duydukları noktalarda rehberlik edilir. Etkinliği tamamlayan gruplar diğer grupların da etkinliği tamamlamasını bekler. Tüm gruplar etkinliği bitirdikten sonra etkinlik ile ilgili grup sözcülerinin ulaştıkları sonucu açıklamaları, sonuç ile ilgili gruplar arası farklılıklar olması durumunda elde edilen sonuçların tartışılması istenilir.
- ❖ Ulaşılacak sonuçlarda (tablodaki değerler) gruplar arası hemfikir olunduktan sonra tahtaya çokgenlerin toplamı ile ilgili ulaşılan genel ifade yazılır ve öğrencilerden defterlerine not almaları istenilir.

Etkinlik-5 (Çokgenlerin iç açılar toplamını veren genel ifadeyi oluşturma)

Üçgenin iç açı ölçüler toplamının değerini hatırlamak için bilgisayardan Üçgenin iç açılar toplamı (Üçgenin iç açılar toplamı) adlı GeoGebra dosyasını açınız.

Peki ***çokgenlerin iç açı ölçüler toplamının nasıl hesaplandığını*** biliyor musunuz? Bu sorunun cevabını ***üçgenlerin iç açılar toplamından*** yararlanarak bu etkinlik ile siz bulacaksınız. Hazırsanız başlıyoruz.

İlk olarak bilgisayardan 1-İç açılar toplamı (1-İç açılar toplamı) adlı dosyayı açınız.

- ✓ Ekranda kenar sayısı sürgüsünü ( ) kullanarak bir dörtgen oluşturunuz (eğer ekrandaki çokgen dörtgense bu adımı atlayınız).
- ✓ ***Herhangi bir köşeden*** diğer köşelere ***köşegenler çizildiğinde çokgenin kaç üçgene*** ayrılacağını tahmin edip arkadaşlarınızla paylaşınız.

- ✓ Daha sonra ekrandaki köşegenleri göster/gizle kutucuğuna (☑) tıklayarak oluşan üçgen sayısını tahmininizle karşılaştırınız (karşılaştırmayı yaptıktan sonra kutucuktaki (☑) tik işaretini kaldırınız).
- ✓ Son olarak oluşan üçgen sayısı ve üçgenin iç açı ölçüleri toplamından yararlanarak oluşturduğunuz dörtgenin iç açı ölçüleri toplamını bulunuz.
- ✓ Aynı adımları kenar sayısını değiştir sürgüsünü ( ) kullanarak sırasıyla beşgen, altıgen, yedigen ve sekizgen için de tekrarlayıp bulduğunuz değerleri aşağıdaki tabloda ilgili çokgene ait satıra yazınız.
- ✓ Tabloyu (son satıra kadar olan satırları) dikkatlice inceleyiniz. Grup arkadaşlarınızla birlikte, ***çokgenlerin kenar sayısı, oluşan üçgen sayısı ve çokgenlerin iç açılar toplamı arasındaki ilişkiye*** göre n-genin (yani n kenarlı bir çokgenin) ***iç açılar toplamını verecek genel ifadeyi*** (formülü) bularak son satıra yazınız. Ulaştığınız bu genel ifadeyi diğer gruplarla paylaşınız.

Çokgenin Adı	Çokgenin Kenar Sayısı	Çokgenin Bir Köşesinden Çizilen Köşegen Sayısı	Çokgenin Bir Köşesinden Çizilen Köşegen ile Oluşan Üçgen Sayısı	Çokgenin İç Açı Ölçüleri Toplamı
Üçgen	3	0	1	$1.180^0=180^0$
Dörtgen				
Beşgen				
Altıgen				
Yedigen				
Sekizgen				
. . .				
n-gen				

- ❖ Bu etkinlik için öğrencilerin tablonun ilk satırında adım adım üçgenlerin iç açılar toplamından hareket ederek önce üçgen sayısını bulması sonrasında bulduğu sayı ile üçgenin iç açılar toplamını çarpması ***eylem*** aşamasında zihinsel yapı oluşturmasına yöneliktir. Daha sonra bu işlemleri tekrarlayarak ***içselleştirme (interiorization)*** gerçekleşecek ve öğrenciler ***süreç*** aşamasında zihinsel yapı oluşturacak olup beşgen, altıgen... gibi çokgenlerin iç açılar toplamını adım adım değil de zihinden yapmaya başlayacak (işlemleri hayalinde canlandırabilecek) ve bazı adımları atlayabilecektir. Diğer bir ifadeyle bu işlemleri içselleştirerek ***süreç (process)*** aşamasında bilişsel yapı oluşturacaktır. Son satıra geldiğinde ise satırlar arasında ilişkiyi yakalayıp süreci bir bütün olarak algılayacak (***kapsülleme (encapsulation)***) ve çokgenlerin iç açılar toplamını veren genel ifadeyi ***nesneleştirecektir***. Diğer bir ifadeyle artık ***nesne*** aşamasında zihinsel yapı oluşturacaktır. Gerektiğinde ***kapsülleyerek nesne*** haline getirdiği bu genel ifadeyi kapsülünden çıkararak (***dekapsülasyon***) karşılaştığı problemler üzerinde işlemler gerçekleştirebilecektir.
- ❖ Bu etkinlik tamamlandıktan sonra ACE döngüsünün ikinci aşamasına (Classroom Discussion) geçilir.

C (Classroom Discussion- Sınıf Tartışmaları)

- ❖ ACE öğrenme döngüsünün ikinci aşaması olan sınıf tartışmaları, öğrencilerin ilk aşamada tamamlanan çokgenlerde iç açılar toplamı etkinliğini destekleyecek şekilde hazırlanan çalışma kâğıdı üzerinde çalışırken, grup veya gerektiğinde öğretmen liderliğindeki sınıf tartışmalarını içerir. Bunun için hazırlanan çalışma kâğıdı öğrencilere dağıtılır. Öğrencilerden düşüncelerini grup arkadaşlarıyla paylaşmaları, yapılan tartışmalara katılmaları gerektiği vurgulanır. Sınıf tartışmaları ve grup içi çalışmalar, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılacak tartışmalara tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilir. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıkları duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir.

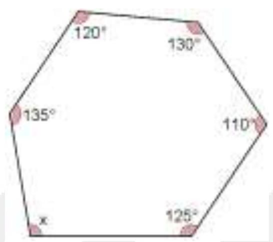
Çalışma Kâğıdı-1

- Grupların ***nesneleştirdiği,*** çokgenlerin iç açılar toplamını veren genel ifade üzerinde yeni ***eylem ve süreçler*** gerçekleştirmek hem de pekiştirmek amacıyla birinci ve ikinci soruyu çözmeleri istenilir.

1. ***Bir onikigenin iç açılar toplamının*** kaç derece olduğunu hesaplayıp sonrasında nasıl hesapladığınızı açıklayınız?

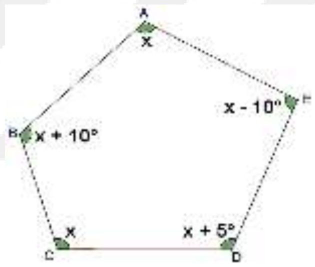
2. ***İç açılar toplamı*** $\boldsymbol{3600^0}$ olan çokgenin kaç kenarlı olduğunu ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız?

3.



Yukarıda çokgende verilenlere göre, x'in değerini nasıl bulursunuz? Açıklayınız.

4.

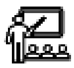


Yukarıdaki beşgende verilenlere göre, x'in değerini nasıl bulursunuz? Açıklayınız.

- Çalışma kağıdında yer alan "Grupça Düşünelim"deki amaç öğrencilerin ***nesneleştirmiş*** oldukları iç açılar toplamını veren genel ifadeyi farklı bir yoldan (çokgenin iç bölgesindeki noktayı köşelere birleştirerek oluşan üçgenlerden faydalanarak) oluşturmalarını sağlamaktır. Bunun için gerektiğinde *"Sizce yine iç bölgede bir nokta alıp üçgenler oluşturabilir miyiz? Bunu tartışın bakalım."* gibi sorularla tartışmalara yön verilebilir.

GRUPÇA DÜŞÜNELİM: Çokgenlerde iç açılar toplamını veren genel ifadeyi etkinlikte oluşturduğunuz yoldan farklı bir yol kullanarak yine üçgenlerin iç açılar toplamından yararlanarak oluşturabilir misiniz? Açıklayınız.

❖ Yapılan sınıf tartışmaları aşamasından sonra artık çokgenlerin dış açı ölçüler toplamını veren etkinliğe geçilir. Öğrencilere,



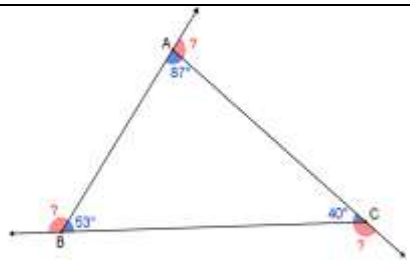
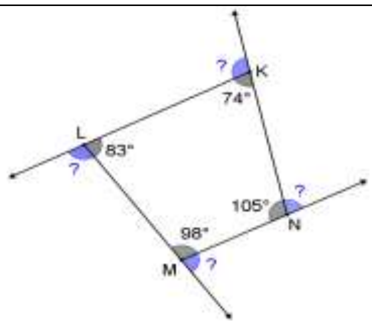
n kenarlı bir çokgenin iç açılar toplam ölçüsünün nasıl hesaplanacağını artık biliyorsunuz.

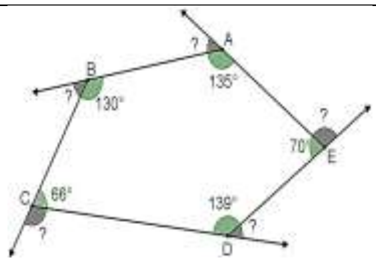
Peki çokgenlerin ***dış açı ölçüler toplamının nasıl hesaplandığını*** biliyor musunuz? Bu sorunun cevabını ***iç açı-dış açının komşuluğundan*** hareketle nasıl hesaplarsınız? Şimdi herkes düşünüp fikrini grup arkadaşlarına açıklasın.

şeklinde bir ifade kullanılır. Grupların kendi aralarında fikir alışverişleri için bir süre (yaklaşık 3-4 dakika) beklenilir. Daha sonra her grubun sözcüsü grup adına söz alarak tüm sınıfa grup olarak düşüncelerini açıklar ve sonrasında diğer grupların da bu konuda ne düşündüklerini tüm sınıfla paylaşmaları ve tartışmaları sağlanır. Tartışma sonrası Etkinlik-2 gruplara dağıtılır. Bu etkinlikte iç açı ölçüleri belli olan bir tane üçgen, bir tane dörtgen ve bir tane beşgenin önce her bir dış açı ölçüsü sonra dış açılar toplamı istenir (***eylem ve süreç aşaması***). Öğrencilerden bu toplamları ilişkilendirerek (genelleyerek) n kenarlı bir çokgenin dış açılar toplamının aynı olup bu değerin çokgenin kenar sayısına bağlı olmadığı sonucuna ulaşmaları beklenmektedir (***nesneleştirme aşaması***). Daha sonra ulaşılan sonucu diğer gruplarla paylaşarak ortak bir paydada buluşana kadar gruplar arası tartışma yaptırılır. Sonrasında öğrencilere bilgisayardan dış açı ölçüler toplamı ile ilgili materyal açtırılıp gruplardan bu materyaldeki elde edecekleri sonuç ile etkinlikte elde ettikleri sonucu karşılaştırmaları ve çokgenlerin dış açı ölçüler toplamını veren genel ifadeyi defterlerine yazmaları istenir.

Etkinlik-6 (Dış açılar toplamı)

✓ Bu etkinlikte verilenlerden hareketle grup arkadaşlarınızla birlikte çokgenlerin önce ***her bir dış açı ölçüsünü*** daha sonra ***bu ölçülerin toplamını*** yani dış açılar toplamını bulmanız ve ***bulduğunuz sonuçları karşılaştırarak*** veya ***aralarında bir ilişki kurarak*** son satırda yer alan n-genin (n kenarlı çokgen) ***dış açılar toplamı*** için ***genel bir sonuca ulaşmanız***, daha sonra ulaştığınız bu sonucu diğer gruplarla paylaşmanız beklenmektedir. Hazırsanız başlayabilirsiniz.

<table>
<tr><th>Çokgen</th><th>Dış açılar toplamı</th></tr>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
</table>


. . .
n-gen

- ❖ Bu etkinlik bitiminde bu sonuca nasıl ulaştınız? Sizce dış açılar toplamı kenar sayısına bağlı mı? gibi sorular sorulur.
- ❖ Sonrasında ulaşılan sonucu hem teyit etmek hem de görselleştirmek hem de öğrencilerin farklı bir açıdan bakmalarını sağlamak için onlardan bilgisayardan ilgili GeoGebra materyalini açmaları sağlanır. Bunun için öğrencilere,
- ✓ n kenarlı bir çokgenin dış açılar toplamını GeoGebradanda incelemek ve de etkinlikte elde ettiğiniz sonucunuzdan emin olmak için bilgisayardan 2-Dış ölçüler toplamı () adlı GeoGebra dosyasını açınız.
- ✓ Kenar sayısı sürgüsünü () kullanarak farklı çokgenleri elde ettikten sonra, dış açılar sürgüsünü () kullanarak bu çokgenlerin dış açılarını birleştirip ayırarak toplamlarını gözlemleyiniz.
- ✓ Her seferinde birleştirdiğinizde hangi açı oluştu?
- ✓ Grup arkadaşlarınızla beraber elde ettiğiniz bu sonuç ile Etkinlik-2 de elde ettiğiniz sonucu karşılaştırarak etkinliği tamamlayınız.
- ❖ Etkinlik tamamlandıktan sonra bu etkinlik için ACE döngüsünün ikinci aşamasına (Classroom discussion) geçilir.

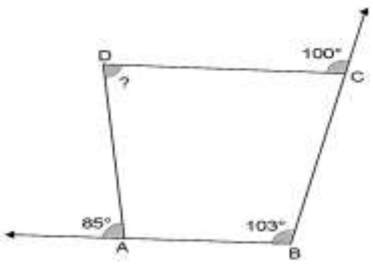
<u>C (Classroom Discussion -Sınıf Tartışmaları)</u>

- ❖ ACE öğrenme döngüsünün bu aşamasında, öğrencilerin ilk aşamada tamamlanan etkinlikleri destekleyecek şekilde hazırlanan çalışma kâğıdı üzerinde çalışırken, grup ve öğretmen liderliğindeki sınıf tartışmalarını içerir. Bunun için çalışma kâğıdı öğrencilere dağıtılır. Öğrencilerden düşüncelerini grup arkadaşlarıyla paylaşmaları, grup ve sınıf tartışmalarına katılmaları gerektiği vurgulanır. Sınıf tartışmaları ve grup içi çalışmalar, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılacak tartışmalara tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilir. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıkları duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir.

Çalışma Kâğıdı-2

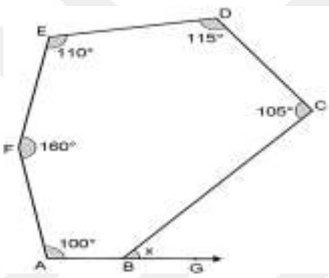
- Öğrencilerin ***nesneleştirdiği*** diğer bir ifadeyle çokgenlerin iç açılar toplamını veren genel ifadeyi, üzerinde ***yeni eylem ve süreçler*** gerçekleştirmek amacıyla hazırlanan soruyu çözmeleri ve grupça düşünelimde istenileni bulmaları sağlanır.
- Grupça düşünelimdeki amaç öğrencilerin iç açılar toplamı ile dış açılar toplamı arasında ilişki kurmalarını sağlamaktır.

1.



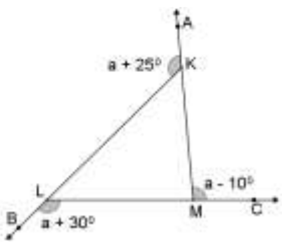
Yandaki ABCD dörtgeninde verilenlere göre m($\widehat{D}$) kaç derece olduğunu nasıl bulursunuz? Açıklayınız.

2.



Yandaki ABCDEF altıgeninde verilenlere göre x açı ölçüsünün değerini hesaplayınız.

3.



Yandaki KLM üçgeninde,

$$m(\widehat{AKL}) = a + 25^0$$
$$m(\widehat{BLM}) = a + 30^0$$
$$m(\widehat{CMK}) = a - 10^0$$

olduğuna göre a açısının değerini bulunuz.

<u>GRUPÇA DÜŞÜNELİM:</u> Dış açılar toplamının iç açılar toplamına oranının 2/5 olan bir çokgenin kaç kenarlı olduğunu nasıl bulursunuz? Açıklayınız.

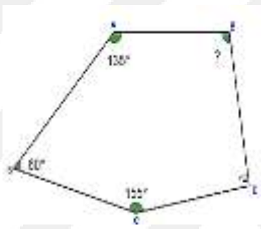
- Bundan sonra ikinci aşama sonlandırılıp üçüncü aşamaya geçilir.

E (Exercises-Uygulamalar)

- Aynı zamanda ölçme ve değerlendirme aşaması olarak da düşünülebilen bu aşamada kazanım kapsamında hazırlanan etkinlikler ile ilgili pekiştirme yapmak ve öğrenilen bilgileri sağlamlaştırmak için araştırmacı tarafından hazırlanan uygulama soruları ev ödevi olarak verilir ya da bu ödevler sınıf için oluşturulan WhatsApp grubunda gönderilebilir. Bu şekilde hem daha az kâğıt tüketilerek hem doğaya katkı sağlanmış hem de veliler sürece dahil edilmiş olunur.
- Bu uygulama sorularının okul dışında veya içinde isteğe bağlı olarak grup olarak ya da bireysel yapılabileceği söylenir.
- Bir sonraki dersin yaklaşık ilk 15 dakikasında öğrencilerden uygulama sorularına verdikleri cevapları açıklamaları istenilir. Yapılamayan sorular öğrencilerle beraber akıllı tahtada yapılır. Son olarak ilgili kazanımlara yönelik kısa bir tekrar yapılarak süreç sonlandırılır.

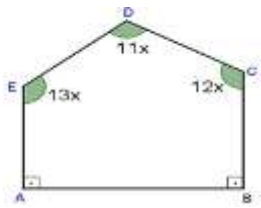
Uygulama Soruları

1.



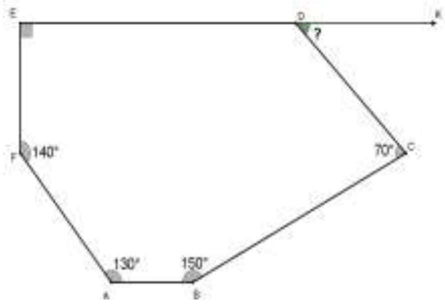
Yukarıdaki beşgende $m(\widehat{AED})$ kaç derecedir?

2.



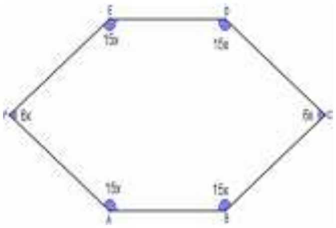
Şekilde verilen ABCDE beşgeninde verilenlere göre her bir iç açı ölçüsünü hesaplayınız.

3.



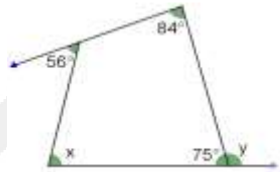
Yukarıdaki ABCDEF altıgeninde verilenlere göre, $m(\widehat{CDK})$ kaç derecedir?

4.



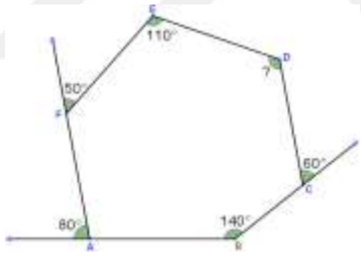
Şekildeki ABCDEF altıgeninde verilenlere göre her bir iç açı ölçüsünü hesaplayınız.

5.



Yukarıda verilenlere göre; x + y kaç derece olduğunu hesaplayınız.

6.



Şekildeki ABCDEF altıgeninde verilenlere göre $m(\widehat{D})$ kaç derecedir?

Ders Planı-2

Ders: Matematik

Sınıf: 7

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Çokgenler

Temel Beceri ve Yetkinlikler: Teknoloji kullanımı, matematiksel düşünme, akıl yürütme, ilişkilendirme, problem çözme, iletişim kurma, matematik okuryazarlığı.

Kazanım: M.7.3.2.2. Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar.

Süre: 3 ders saati

Araç-Gereçler: Bilgisayar, Akıllı tahta, defter, kalem ve silgi.

Yöntem ve Teknikler: ACE öğrenme döngüsü, düz anlatım, soru-cevap, yaparak-yaşayarak öğrenme.

A (Activities-Etkinlikler)

- ❖ Dersin başlangıcında öğrencilere bir önceki derste öğrendiklerine (günlük hayatta çokgen örnekleri, çokgenlerde iç açı ve dış açılar toplamı) ilişkin neler hatırladıkları sorulur ve daha sonra bir önceki derse ait EBA'dan video ve animasyon gibi görsel ve işitsel materyaller açılır.
- ❖ Daha sonra günlük hayatta en çok dikkatlerini çeken çokgen örnekleri ve gerekçeleri sorulabilir. Öğrencilerden gelen cevaplara göre derse geçiş yapılır.
- ❖ Öğrencilerin dikkatini derse çekmek için Akıllı tahtadan bazı düzgün çokgenlere ait fotoğrafların sunumu yapılır. Öğrencilerden bu fotoğraflarla ilgili neler düşündüklerini sorulur. Sonrasında grup adına söz almak isteyen sözcülere söz hakkı verilir.


Eşkenar üçgen


Kare


Düzgün beşgen ve düzgün altıgen


Düzgün beşgen

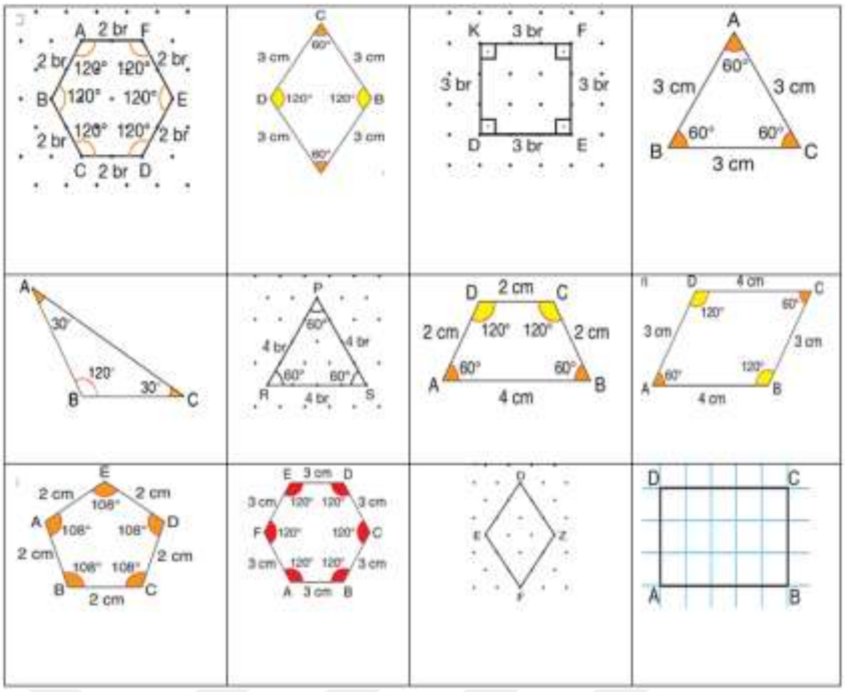

Düzgün altıgen


Düzgün altıgen

- ❖ Gruplardan gelen cevaplar tahtada listelenerek düzgün çokgenin tanımına ulaşılmaya çalışılır. Daha sonra öğrencilerden düzgün çokgen tanımı ile ilgili ulaşılan sonuçları defterlerine yazmaları istenir (EBA'dan video açılır özetlenir).
- ❖ Bundan sonraki süreçte verilen düzgün çokgenin bir iç açı ölçüsü ve bir dış açı ölçüsünü hesaplamak için kullanılan genel ifadelere (formüle) grupça iş birliği içerisinde ulaşmalarını sağlamaya yönelik hazırlanan etkinlikler uygulanır. Bu etkinliklerdeki amaç ilgili formüllere yönelik APOS teorisine göre ***action (eylem)- process (süreç) ve object (nesne)*** aşamasında zihinsel yapılar oluşturmalarını sağlamak.
- ❖ Etkinlik öncesinde geçen dersteki gibi öğrencilerin yapılacak etkinlik ile ilgili ne yapmaları konusunda kısa bir bilgilendirme yapılır. Özellikle etkinlikleri grup olarak iş birliği içerisinde beraber çalışmaları hususu vurgulanır.

Etkinlik-1 (düzgün çokgenleri fark etme)

- ✓ Aşağıdakilerden hangilerinin ***düzgün çokgen olduğunu belirleyip altlarındaki boşluğa isimlerini yazınız***. Belirlediğiniz şekiller arasındaki ilişkilerden hareketle düzgün çokgeni tanımlayınız.



❖ Yapılan bu etkinlikte öğrenciler grup olarak iş birliği içerisinde verilen geometrik şekillleri inceleyerek (***eylem*** aşaması) bazı şekillerin diğerlerinden farklı olduğunu fark edecekler (***süreç*** aşaması). Daha sonra farklı olan bu şekillerin ilişkilendirip ortak özelliklerini belirleyeceklerdir. Sonrasında bu özellikleri bir bütün olarak algılayıp düzgün çokgen kavramını çok daha rahat bir şekilde tanımlayabileceklerdir.

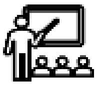
❖ Grupların kazanıma yönelik anlama düzeyini daha üst seviyeye çıkarabilmek diğer bir ifadeyle daha üst düzeyde bilişsel yapı (***nesne*** aşaması) oluşturabilmek için gruplara ikinci etkinliği yapmaları söylenir.

❖ Gruplar öncelikle verilen düzgün çokgenlerin iç açılar toplamını bulurken, nesneleştirmiş oldukları çokgenlerin iç açılar toplamını veren formülü ($(n-2).180^0$) ve çokgenlerin dış açılar toplamını (360^0) kapsüllerinden çıkararak (***decapsulation***) bu etkinlikte kullanmaları gerekmektedir. Bunun yanı sıra düzgün çokgenlerin tamamına genellemiş olduğu iç açı ve dış açıların kendi aralarında birbirine eşit olma özelliği ile kapsülünün çıkarmış olduğu iç açılar toplamı ile dış açılar toplamını veren formülleri ***koordine ederek*** (***coordination***) yeni süreçler elde edecektir. Daha sonra etkinlik sonuna doğru bu süreçleri bir bütün olarak algılayıp kapsülleyecek ***(encapsulation)*** ve nihayetinde bu süreçleri nesneleştirecektir. Diğer bir ifadeyle düzgün çokgenlerde bir iç açı ölçüsü ve dış açı ölçüsünü veren formülü genelleyerek (***generalization***) nesne aşamasında zihinsel yapı oluşturacaktır.

❖ Gerektiğinde (örneğin, çalışma ve uygulama sorularında) bir bütün halinde algılayıp ***kapsülleyerek*** ***nesne*** haline getirdiği bu genel ifadeyi kapsülünden çıkararak (***decapsulation***) karşılaştığı problemler üzerinde işlemler gerçekleştirebilecektir.

❖ Öğrenciler etkinliği beraber yaparken gruplar arasında gezilerek gruplara takıldıkları veya ihtiyaç duydukları noktalarda rehberlik edilir. Etkinliği tamamlayan gruplar diğer grupların da etkinliği tamamlamasını bekler. Tüm gruplar etkinliği bitirdikten sonra etkinlik ile ilgili grup sözcülerinden ulaştıkları sonucu açıklamaları ve tahtaya yazmaları istenir. Sonuç ile ilgili gruplar arası farklılıklar olması durumunda elde edilen sonucun tartışılması istenilir. Ulaşılan sonuçlarda gruplar arası hemfikir olunduktan sonra artık elde edilen bu sonuçların defterlere yazılması istenilir.

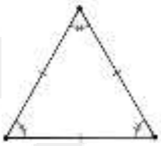
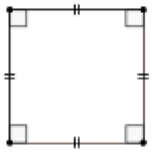
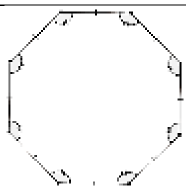
Etkinlik-2 (düzgün çokgenlerde iç ve dış açı)



Çokgenlerin iç açıları ölçüleri toplamının nasıl hesaplandığını ve dış açı ölçüler toplamının kaç derece olduğunu geçen derslerde öğrenmiştiniz.

Peki düzgün çokgenlerin her bir iç açı ölçüsünü nasıl hesaplanacağını biliyor musunuz? Yine benzer şekilde her bir dış açı ölçüsünün nasıl hesaplanabileceğini? Bu soruların cevabını çokgenlerin ***iç açılar toplamı ve dış açılar toplamından*** yararlanarak bu etkinlik ile siz bulacaksınız. Hazırsanız başlıyoruz.

- ✓ İlk olarak verilen düzgün çokgenler için altlarındaki boş bırakılan yerleri doldurunuz.
- ✓ Düzgün n-genin (yani n kenarlı düzgün bir çokgenin) bir iç ve bir dış açı ölçüsünü verecek genel ifade (formül) hakkında ne düşünüyorsunuz? Grup arkadaşlarınızla beraber ulaştığınız bu genel ifadeyi istenilen yere yazdıktan sonra diğer grupların etkinliği tamamlamalarını bekleyiniz. Sonrasında ulaştığınız sonucu diğer gruplarla paylaşınız.

 Çokgenin adı: .... İç açılar toplamı: .... Bir iç açı ölçüsü: .... Dış açılar toplamı: .... Bir dış açı ölçüsü:	 Çokgenin adı: .... İç açılar toplamı: .... Bir iç açı ölçüsü: .... Dış açılar toplamı: .... Bir dış açı ölçüsü: ....
 Çokgenin adı: .... İç açılar toplamı: .... Bir iç açı ölçüsü: .... Dış açılar toplamı: .... Bir dış açı ölçüsü:	 Çokgenin adı: .... İç açılar toplamı: .... Bir iç açı ölçüsü: .... Dış açılar toplamı: .... Bir dış açı ölçüsü: ....
 Çokgenin adı: .... İç açılar toplamı: .... Bir iç açı ölçüsü: .... Dış açılar toplamı: .... Bir dış açı ölçüsü:	**n kenarlı düzgün çokgen** Çokgenin adı: .... İç açılar toplamı: .... Bir iç açı ölçüsü: .... Dış açılar toplamı: .... Bir dış açı ölçüsü: ....

❖ Yapılan bu etkinlikler sonrası ikinci aşamaya geçilir.

C (Classroom Discussion -Sınıf Tartışmaları)

- ACE öğrenme döngüsünün ikinci aşaması olan sınıf tartışmalarında, öğrenciler ilk aşamada tamamlanan etkinlikleri destekleyecek şekilde hazırlanan çalışma kâğıdı üzerinde çalışırken, küçük grup ve farklı yanıtlar gelmesi durumunda öğretmen liderliğindeki sınıf tartışmalarını içerir.
- Bunun için çalışma kâğıdı öğrencilere dağıtılır. Öğrencilerden düşüncelerini grup arkadaşlarıyla paylaşmaları küçük grup ve sınıf tartışmalarına katılmaları gerektiği vurgulanır. Sınıf tartışmaları ve grup içi çalışmaların, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılacak tartışmalara tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilir. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıkları duruma göre hatırlama bilgileri, ipucu verilebilir.

Çalışma Kâğıdı

Verilen düzgün çokgenin bir iç açı ölçüsü ve bir dış açı ölçüsünü nasıl hesaplayacağınızı artık biliyorsunuz.

Şimdi sıra keşfettiğiniz bu genel ifadeleri (formülü) kullanarak önce grupça düşünelim üzerine çalışma, hemen sonrasında ise soruları arkadaşlarınızla beraber düşünüp tartışma ve beraber sonuca ulaşma zamanı. Hadi başlayalım…

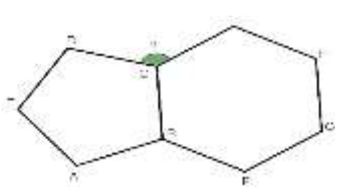
GRUPÇA DÜŞÜNELİM: Sizce düzgün çokgen tanımına göre dikdörtgen ve eşkenar dörtgen bir düzgün çokgen midir? Açıklayınız.

1.

I. Tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir.
II. İç açılarının ölçüleri birbirine eşittir.
III. Dış açılarının ölçüleri birbirine eşittir.

Yukarıda verilen özelliklerden hangilerinin **düzgün çokgenlere** ait ortak özellik olduğunu belirleyiniz.

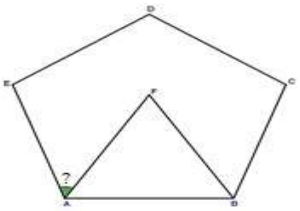
2.



Şekilde **düzgün bir beşgen** ile **düzgün bir altıgen** bir kenarları ortak olacak şekilde birleştirilmiştir. Buna göre, $s(\widehat{DCI})$ kaç derece olduğunu ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız?

3. Bir dış açısının ölçüsü 36^0 olan **düzgün bir çokgenin**; her bir iç açı ölçüsünü ve kaç kenarlı olduğunu nasıl bulursunuz?

4.



Yukarıda ABCDE **düzgün beşgeni** ile ABF **eşkenar üçgeni** verilmiştir. Verilenlere göre, $m(\widehat{EAF})$ kaç derece olduğunu ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız?

5.

Yukarıda bir kısmı çizilmiş **düzgün çokgen için;**

a) x değerini nasıl bulursunuz?

b) Bir iç açı ölçüsünün değerini nasıl hesaplarsınız?

c) Bir dış açı ölçüsünün değerini nasıl hesaplarsınız?

d) Kaç kenarı olduğunu nasıl bulursunuz?

E (Exercises-Uygulamalar)

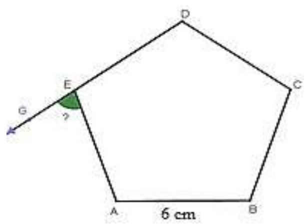
- Bu aşamada ilk iki aşamada yapılan etkinlikleri pekiştirmek ve öğrenilen bilgileri sağlamlaştırmak için araştırmacı tarafından hazırlanan uygulama soruları ev ödevi olarak verilir ya da WhatsApp'tan gönderilebilir.
- Bu uygulama sorularının okul dışında veya içinde isteğe bağlı olup grup olarak ya da bireysel yapılabileceği öğrencilere söylenir. Bir sonraki dersin yaklaşık ilk 15 dakikasında öğrencilerden sorulara verdikleri cevapları açıklamaları istenir. Yapılamayan sorular öğrencilerle beraber akıllı tahtada yapılır. Son olarak ilgili kazanımlara yönelik kısa bir tekrar yapılarak süreç sonlandırılır.

Uygulama Soruları

1. Esma Hanım, ***düzgün onikigen*** şeklinde bir masa örtüsü diktiriyor. Bu örtünün, bir iç ve bir dış açı ölçüsünü hesaplayınız.

2. Gamze Hanım evine ***düzgün sekizgen*** şeklinde bir çay tepsisi almıştır. Gamze Hanımın aldığı tepsinin bir iç açısının bir dış açısına oranını bulunuz.

3.



Şekilde verilen ABCDE ***düzgün beşgeni için;***

a) $m(\widehat{AEG})$ kaç derecedir?

b) Çevre uzunluğu kaç cm'dir?

4. Bir iç açısının ölçüsü bir dış açı ölçüsünün 4 katı olan **<u>düzgün çokgen</u>** için;

a) Bir dış açı ölçüsü kaç derecedir?

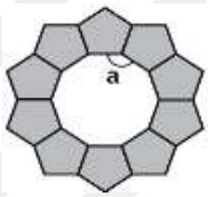
b) Bir iç açı ölçüsü kaç derecedir?

c) Kaç kenarı vardır?

5. Bir iç açısı 140° olan **<u>düzgün çokgenin</u>** iç açılar toplamını hesaplayınız (**ip ucu:** dış açılardan yararlanabilirsiniz).

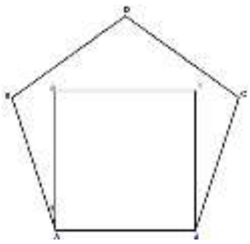
6. Bir iç açısı $18x + 4^0$ ve bir dış açısı $2x + 16^0$ olan ***<u>düzgün çokgenin</u>*** kaç kenarlı olduğunu bulunuz.

7.



<u>Düzgün beşgensel</u> bölgelerin oluşturduğu yukarıdaki şekilde a kaç derece olduğunu bulunuz.

8.



Yukarıda ABCDE **<u>düzgün beşgeni</u>** ile ABFG **<u>karesi</u>** verilmiştir. m $(\widehat{GAE})$ kaç derecedir?

<u>Ders Planı-3</u>

Ders: Matematik

Sınıf: 7

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Çokgenler

Temel Beceri ve Yetkinlikler: Teknoloji kullanımı, matematiksel düşünme, akıl yürütme, ilişkilendirme, iletişim kurma, matematik okuryazarlığı.

Kazanım: M.7.3.2.3. Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanır; açı özelliklerini belirler.

Kazanım ile İlgili Açıklama:

Kenarların oluşturduğu açılarla birlikte eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgende köşegenlerin oluşturduğu açılar da incelenir. Kare; dikdörtgenin ve eşkenar dörtgenin özel bir durumu olarak ele alınır. Bunun yanı sıra dikdörtgen ve eşkenar dörtgen, paralelkenarın özel halleri olarak ele alınır. Ayrıca dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve paralelkenar da yamuğun özel durumları olarak ele alınır.

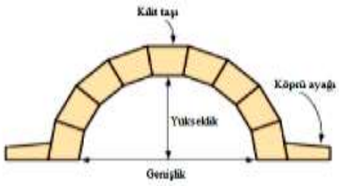
Süre: 5 ders saati

Araç-Gereçler: Bilgisayar, akıllı tahta, defter, kalem ve silgi.

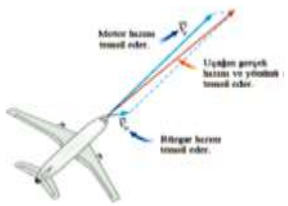
Yöntem ve Teknikler: ACE döngüsü, yaparak yaşayarak öğrenme, soru-cevap, düz anlatım, gösterip yaptırma.

A (Activities-Etkinlikler)

❖ Dersin başlangıcında öğrencilerin derse ilgililerini çekmek için yamuk, paralelkenar, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenlerin hayatımızda düşündüğümüzden daha fazla yer bulduğundan bahsedilir. Sonrasında akıllı tahtadan bu özel dörtgenlerle ilgili günlük hayattan (kemik, köprü iskeleti, fotoğraf çerçeveleri, yük kaldıraçları, kazaklar, pencereler, duvar süslemeleri) bazı resimler slayt olarak gösterilir.







❖ Daha sonra öğrencilerden de çevrelerinden özel dörtgenlere örnekler vermeleri istenir. Öğrencilerin derse hazır oldukları görüldükten sonra bugünkü derste dikdörtgen, paralelkenar, yamuk, eşkenar dörtgen ve kare gibi özel dörtgenlerin özelliklerinin (kenar, açı) inceleneceğinden ve sonrasında bu özel dörtgenlerin birbirleriyle ilişkilendirileceğinden bahsedilir. Öğrencilerden bu dörtgenlerle ilgili tanımlar ve özellikleri hakkında hatırladıklarını grupça düşünmeleri istenir ve birbirleriyle paylaşmaları için biraz zaman verilir (yaklaşık 5 dakika).

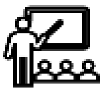
❖ Grup sözcülerinden grup olarak daha önceki yıllarda hatırladıklarını birleştirerek tüm sınıfa sunmaları istenilir. Gelen açıklamalara göre önemli görülen noktalar tahtaya yazılır. Eksik kalan noktalar öğretmen tarafından tamamlanır. Gerekli görülmesi halinde bu konu ile ilgili önceden araştırmacı tarafından hazırlanmış olan slaytın sunumu yapılır. Tüm grupların sunumu bittikten sonra söylenenler toparlanarak öğrencilerin defterlerine not almaları istenilir (bu ders öncesinde kenar uzunluğu gösterimi, açıortay, diklik, komşu bütünler ve köşegen kavramı (isimlendirilmesi) üzerinde durulacak.

Son olarak gerekli görülmesi halinde yamuğun paralel olan kenarları arasında kalan açıların birbirinin bütünleri olduğunu gösteren GeoGebra materyali gösterilebilir. Benzer şekilde köşegenlerin birbirini ortalaması, karşılıklı açılar ve kenarlar, köşegenlerin dik kesişmesi ve köşegenlerin eşit uzunlukta olması gibi ifadeler açıklanır).

❖ Öğrenciler gerekli not alma işlemlerini bitirdikten sonra artık etkinliklere geçilir. Etkinliklerdeki amaç öğrencilerin özel dörtgenlere ait özelliklere yönelik APOS teorisine göre en az ***<u>süreç (process)</u>*** aşamasında bilişsel yapı oluşturmalarını sağlamaktır. Öğrencilerin bu amaca ulaşabilmeleri için APOS teorisine göre ***<u>içselleştirme (interiorization), genelleme (generalization), kapsülleme (encapsulation), tersine çevirme (reversal)</u>*** ve ***<u>koordine etme (coordination)</u>*** gibi bazı zihinsel mekanizmaları kullanmaları gerekmektedir. Örneğin, hangi özel dörtgende köşegenlerin eşit uzunlukta olmadığı ve dik kesiştiği sorulduğunda öğrencinin verilen özellikleri ***<u>koordine etme ve tersine çevirme</u>*** mekanizmalarını kullanarak eşkenar dörtgene ulaşabilmelidir.

❖ Etkinliklerin tam anlamıyla amacına ulaşması için kare ile ilgili etkinlik akıllı tahtadan açılarak, gösterip yaptırma tekniğiyle grupların beraberce nasıl yapacağı ve sonrasında tabloyu nasıl dolduracakları öğrencilere gösterilir. Örnek olarak kare için tablo sınıfça birlikte doldurulur. Bunun için <u>Karenin Özellikleri</u> (Kare özellikleri) dosyası açılır ve tablo bu materyale göre doldurulur.

<u>Etkinlik-1 (karenin özellikleri)</u>



Kare, Dikdörtgen, Eşkenar dörtgen, Paralelkenar ve Yamuk gibi özel dörtgenlerin özelliklerinin bir kısmını biliyoruz.

Peki bu özel dörtgenlerin köşegen özelliklerini ve açı özelliklerini biliyor musunuz? İşte bu sorunun cevabını bugünkü etkinliklerde siz bulacaksınız. İlk etkinlikte ***<u>karenin</u>*** kenar, açı ve köşegen özelliklerini sınıfça birlikte belirleyeceğiz. Sonrasında benzer adımlarla sizler diğer dörtgenlerin özelliklerini grupça keşfedeceksiniz. Hazırsanız başlıyoruz.

✓ Kareye ait aşağıda verilen tabloyu, karenin sahip olduğu özelliklere göre işaretleyerek doldurunuz.

✓ İlk olarak bilgisayardan <u>Karenin Özellikleri</u> (Kare özellikleri) adlı GeoGebra dosyasını açınız.

✓ ABCD karesi için her bir işaret kutucuğuna ( ) sırasıyla tıkladıktan sonra A, B veya C köşelerini hareket ettirerek kenar, açı ve köşegenlere ait özellikleri inceleyiniz ve düşüncelerinizi grup arkadaşlarınızla paylaşınız (karışıklık yaşamamak için incelediğiniz özelliğe ait işaret kutucuğundaki ( ) tik işaretini kaldırdıktan sonra diğer özelliğe inceleyiniz).

Tablo 1. Karenin özellikleri

Kenar özellikleri	✓/X
Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.	
Bütün kenarları eşit uzunluktadır.	
Karşılıklı kenarları paraleldir.	
Karşılıklı kenarlarından en az bir çifti paraleldir.	

Açı özellikleri	✓/X
Karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşittir.	
İç açı ölçüleri birbirine eşit ve her biri 90^0 dır.	
Komşu açılar birbirinin bütünleridir.	

Köşegen özellikleri	✓/X
Köşegenler açıortaydır.	
Köşegenler birbirine diktir.	
Köşegenler eşit uzunluktadır.	
Köşegenleri birbirini ortalar.	

❖ Öğrenciler etkinlikleri grup arkadaşlarıyla birlikte yaparken gruplar arasında gezilerek gruplara ihtiyaç duydukları noktalarda rehberlik edilir. Etkinliği tamamlayan gruplar diğer grupların da etkinliği tamamlamasını bekler. Tüm gruplar etkinliği bitirdikten sonra etkinlik ile ilgili grup sözcülerinden gruplarının ulaştıkları sonucu açıklamaları, sonuç ile ilgili gruplar arası farklılıklar olması durumunda elde edilen sonuçların gruplar arası tartışılması istenir.

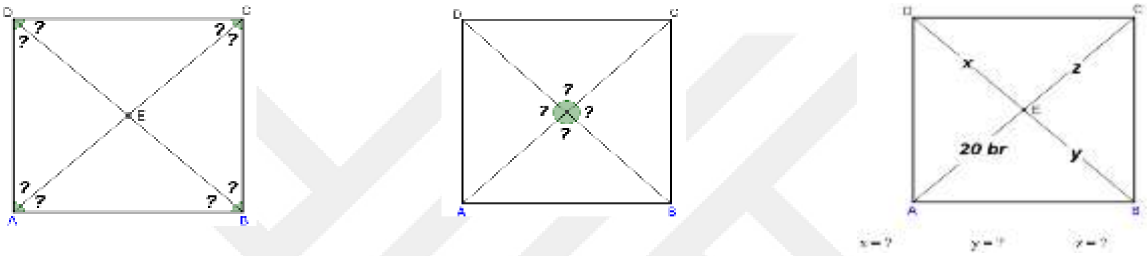
❖ Nihai olarak karenin özellikleri ile ilgili ulaşılan sonuçlar tahtaya yazılır. Öğrencilerden bu sonuçları defterlerine yazmaları istenilir.

❖ Daha sonra kare ile ilgili sınıf tartışmaları için ikinci aşamaya geçilir.

C (Classroom Discussion-Sınıf Tartışmaları)

- ACE döngüsünün ikinci aşaması olan bu aşama, öğrencilerin birinci etkinliği destekleyici küçük grup ve öğretmen rehberliğindeki sınıf tartışmasını içerir.
- Burada ***içselleştirmenin*** yanı sıra ***tersine çevirme*** ve ***koordine etme*** mekanizmasının kullanılarak etkinlikte inşa edilen bilgilerin pekiştirilmesi amaçlanmıştır. Bu şekilde karenin özelliklerine ait APOS teorisine göre en az ***süreç*** aşamasında bilişsel yapı oluşturulması amaçlanmaktadır. Bunun için çalışma kâğıdı öğrencilere dağıtılır. Öğrencilere bunlar üzerinde çalışırken küçük grup ve sınıf tartışmaları yapmaları gerektiği konusu vurgulanır. Sınıf tartışmaları ve grup içi çalışmaların, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılacak tartışmalarına tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilir. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıklarını duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir.

1. Aşağıda verilen ***karelerde*** istenilen değerleri nasıl bulacağınızı açıklayıp bu değerleri bulunuz.



❖ Bu döngü dikdörtgen için de tekrarlanır.

Etkinlik-2 (dikdörtgenin özellikleri)

✓ Bu etkinlikte sizden beklenen ***dikdörtgenin*** kenar, açı ve köşegen özelliklerini grupça birlikte belirlemeniz. Sonrasında benzer adımlarla sizler diğer dörtgenlerin özelliklerini grupça keşfedeceksiniz. Hazırsanız başlıyoruz.

✓ Dikdörtgene ait aşağıda verilen tabloyu, dikdörtgenin sahip olduğu özelliklere göre işaretleyerek doldurunuz (kare etkinliğindeki gibi).

✓ İlk olarak bilgisayardan 1-Dikdörtgenin özellikleri (1-Dikdörtgen özellikleri) adlı GeoGebra dosyasını açınız.

✓ ABCD dikdörtgeni için her bir işaret kutucuğuna ( ) sırasıyla tıkladıktan sonra A, B veya C köşelerini hareket ettirerek kenar, açı ve köşegenlere ait özellikleri inceleyiniz ve düşüncelerinizi grup arkadaşlarınızla paylaşınız (karışıklık yaşamamak için incelediğiniz özelliğe ait işaret kutucuğundaki ( ) tik işaretini kaldırdıktan sonra diğer özelliğe inceleyiniz).

Tablo-2. Dikdörtgenin özellikleri

Kenar özellikleri	✓/✗
Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.	
Bütün kenarları eşit uzunluktadır.	
Karşılıklı kenarları paraleldir.	
Karşılıklı kenarlarından en az bir çifti paraleldir.	

Açı özellikleri	✓/✗
Karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşittir.	
İç açı ölçüleri birbirine eşit ve her biri 90⁰ dir.	
Komşu açılar birbirinin bütünleridir.	

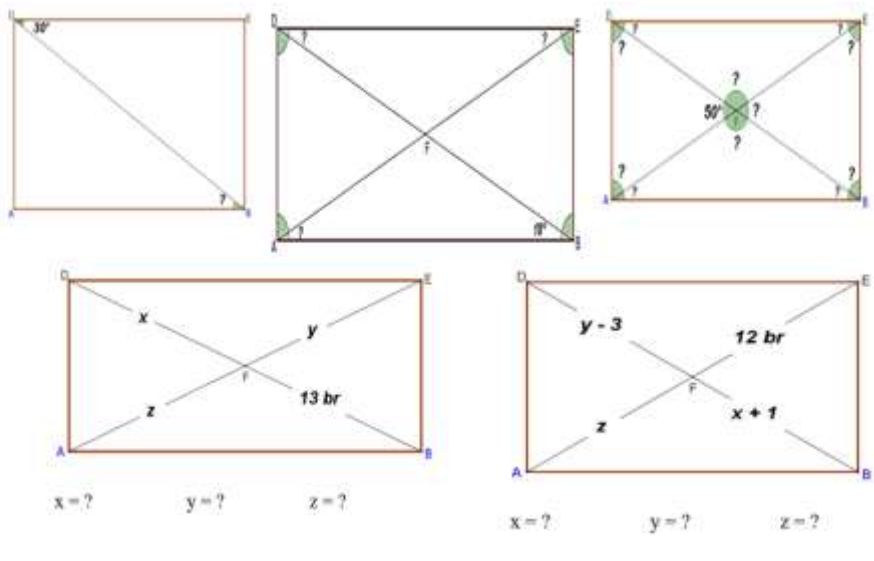
Köşegen özellikleri	✓/✗
Köşegenler açıortaydır.	
Köşegenler birbirine diktir.	
Köşegenler eşit uzunluktadır.	
Köşegenleri birbirini ortalar.	

- Öğrenciler etkinlikleri grup arkadaşlarıyla birlikte yaparken gruplar arasında gezilerek gruplara ihtiyaç duydukları noktalarda rehberlik edilir. Etkinliği tamamlayan gruplar diğer grupların da etkinliği tamamlamasını bekler. Tüm gruplar etkinliği bitirdikten sonra etkinlik ile ilgili grup sözcülerinden gruplarının ulaştıkları sonucu açıklamaları, sonuç ile ilgili gruplar arası farklılıklar olması durumunda elde edilen sonuçların gruplar arası tartışılması istenir.
- Nihai olarak dikdörtgenin özellikleri ile ilgili ulaşılan sonuçlar tahtaya yazılır. Öğrencilerden bu sonuçları defterlerine yazmaları istenilir.
- Daha sonra dikdörtgen ile ilgili sınıf tartışmaları için ikinci aşamaya geçilir.

C (Classroom Discussion-Sınıf Tartışmaları)

- ACE döngüsünün ikinci aşaması olan bu aşama, öğrencilerin ilk aşamadaki tamamlanan etkinlik-2'yi destekleyici küçük grup ve öğretmen rehberliğindeki sınıf tartışmasını içerir. Burada ***içselleştirmenin*** yanı sıra ***tersine çevirme*** ve ***koordine etme*** mekanizmasının kullanılarak etkinlikte inşa edilen bilgilerin pekiştirilmesi amaçlanmıştır. Bu şekilde dikdörtgenin özelliklerine ait APOS teorisine göre en az ***süreç*** aşamasında bilişsel yapı oluşturulması amaçlanmaktadır.
- Daha sonra çalışma kağıdındaki 2.soruyu ve akabinde grupça düşünelim-1 üzerinde tartışmaları istenilir. Öğrencilere bunlar üzerinde çalışırken küçük grup ve sınıf tartışmaları yapmaları gerektiği konusu vurgulanır. Sınıf tartışmaları ve grup içi çalışmaların, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılacak tartışmalarına tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilir. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıklarını duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir.

2. Aşağıda verilen dikdörtgenlerde istenilen değerleri nasıl bulacağınızı açıklayıp bu değerleri bulunuz.



- Grupça düşünelim-1'de öğrencilerden kare ve dikdörtgen arasındaki (benzerlik ve farklılık) ilişkiyi açıklamaları ve karenin, dikdörtgenin özel hali olduğunu oluşturmaları beklenmektedir. Bunun için gerektiğinde *"Sizce kare mi dikdörtgenin özel halidir yoksa dikdörtgen mi karenin özel halidir? Bunu tartışın bakalım. Kareyi çizmek için mi yoksa dikdörtgeni çizmek için mi daha fazla özelliğe ihtiyaç duyarsınız?"* gibi sorularla tartışmalara yön verilebilir.

GRUPÇA DÜŞÜNELİM-1: Kare ile dikdörtgen arasındaki ilişkiyi (benzerlik veya farklılık yönünden ya da tanımlarını göz önüne alarak) açıklayıp hangisinin diğerini kapsadığını belirleyiniz.

❖ Bu döngü eşkenar dörtgen için de tekrarlanır.

Etkinlik-3 (Eşkenar dörtgenin özellikleri)

✓ Bu etkinlikte sizden beklenen **eşkenar dörtgenin** kenar, açı ve köşegen özelliklerini grupça birlikte belirlemeniz.

✓ Eşkenar dörtgene ait aşağıda verilen tabloyu, eşkenar dörtgenin sahip olduğu özelliklere göre işaretleyerek doldurunuz.

✓ İlk olarak bilgisayardan 2-Eşkenar dörtgenin özellikleri (2-Eşkenar dörtgenin özellikleri) adlı GeoGebra dosyasını açınız.

✓ ABCD eşkenar dörtgeni için her bir işaret kutucuğuna ( ) sırasıyla tıkladıktan sonra A, B veya C köşelerini hareket ettirerek kenar, açı ve köşegenlere ait özellikleri inceleyiniz ve düşüncelerinizi grup arkadaşlarınızla paylaşınız (karışıklık yaşamamak için incelediğiniz özelliğe ait işaret kutucuğundaki ( ) tik işaretini kaldırdıktan sonra diğer özelliğe inceleyiniz).

Tablo-3. Eşkenar dörtgenin özellikleri

Kenar özellikleri	✓/✗
Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.	
Bütün kenarları eşit uzunluktadır.	
Karşılıklı kenarları paraleldir.	
Karşılıklı kenarlarından en az bir çifti paraleldir.	

Açı özellikleri	✓/✗
Karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşittir.	
İç açı ölçüleri birbirine eşit ve her biri 90^0 dir.	
Komşu açılar birbirinin bütünleridir.	

Köşegen özellikleri	✓/✗
Köşegenler açıortaydır.	
Köşegenler birbirine diktir.	
Köşegenler eşit uzunluktadır.	
Köşegenleri birbirini ortalar.	

❖ Öğrenciler etkinlikleri grup arkadaşlarıyla birlikte yaparken gruplar arasında gezilerek gruplara ihtiyaç duydukları noktalarda rehberlik edilir. Etkinliği tamamlayan gruplar diğer grupların da etkinliği tamamlamasını bekler. Tüm gruplar etkinliği bitirdikten sonra etkinlik ile ilgili grup sözcülerinden gruplarının ulaştıkları sonucu açıklamaları, sonuç ile ilgili gruplar arası farklılıklar olması durumunda elde edilen sonuçların gruplar arası tartışılması istenir.

❖ Nihai olarak eşkenar dörtgenin özellikleri ile ilgili ulaşılan sonuçlar tahtaya yazılır. Öğrencilerden bu sonuçları defterlerine yazmaları istenilir.

❖ Daha sonra eşkenar dörtgen ile ilgili sınıf tartışmaları için ikinci aşamaya geçilir.

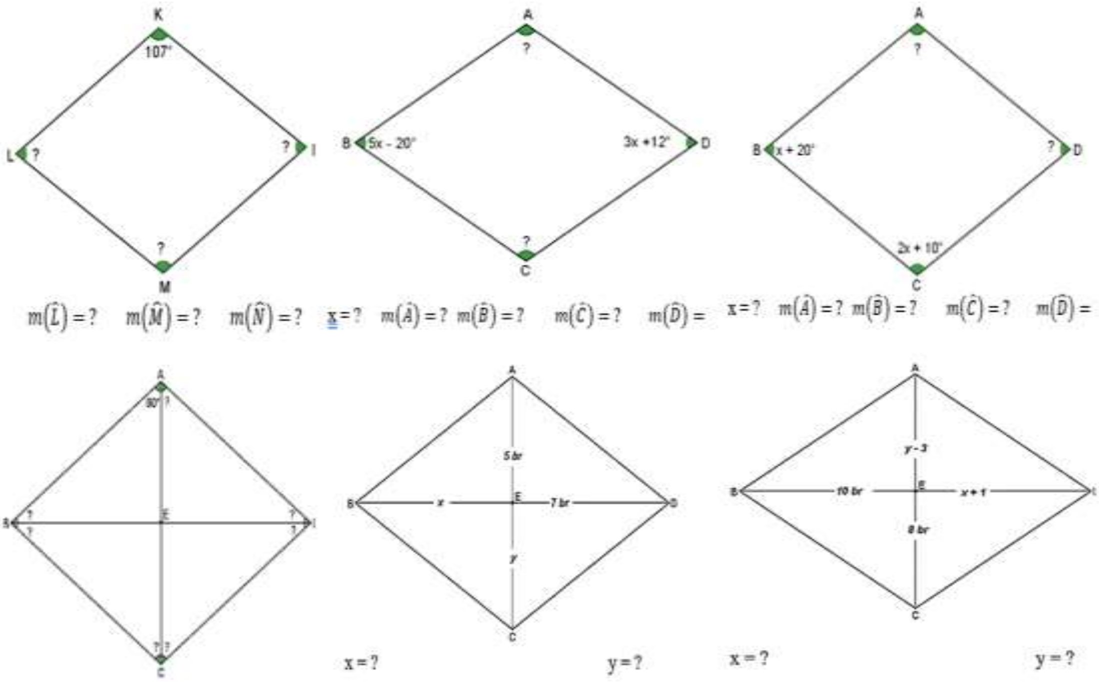
C (Classroom Discussion-Sınıf Tartışmaları)

❖ ACE döngüsünün ikinci aşaması olan bu aşama, öğrencilerin ilk aşamadaki tamamlanan etkinlik-3'ü destekleyici küçük grup ve öğretmen rehberliğindeki sınıf tartışmasını içerir. Burada ***içselleştirmenin*** yanı sıra ***tersine çevirme*** ve ***koordine etme*** mekanizmasının kullanılarak etkinlikte inşa edilen bilgilerin pekiştirilmesi amaçlanmıştır.

- Daha sonra çalışma kağıdındaki grupça düşünelim-2 ve sonrasında 3.soruyu yapmaları istenilir. Öğrencilere bunlar üzerinde çalışırken küçük grup ve sınıf tartışmaları yapmaları gerektiği konusu vurgulanır. Sınıf tartışmaları ve grup içi çalışmaların, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılacak tartışmalarına tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilir. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıklarını duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir.
- Grupça düşünelim-2 de öğrencilerden kare ile eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi sorgulamaları ve karenin eşkenar dörtgenin özel hali olduğunu oluşturmaları beklenmektedir. Bunun için gerektiğinde *"Sizce kare mi eşkenar dörtgenin özel hali yoksa eşkenar dörtgen mi karenin özel halidir? Bunu tartışacaksınız. Kareyi çizmek için mi yoksa eşkenar dörtgeni çizmek için mi daha fazla özelliğe ihtiyaç duyarsınız?"* gibi sorularla tartışmalara yön verilebilir. Hemen sonrasında eşkenar dörtgen ile ilgili örnekleri çözmeleri istenilir.

GRUPÇA DÜŞÜNELİM-2: Kare ile eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi (benzerlik veya farklılık yönünden ya da tanımlarını göz önüne alarak) açıklayıp hangisinin diğerini kapsadığını belirleyiniz.

3. Aşağıda verilen eşkenar dörtgenlerde istenilen değerleri nasıl bulacağınızı açıklayıp bu değerleri bulunuz.



- Bu döngü paralelkenar için de tekrarlanır.

Etkinlik-4 (Paralelkenarın özellikleri)

- ✓ Bu etkinlikte sizden beklenen **paralelkenarın** kenar, açı ve köşegen özelliklerini grupça birlikte belirlemeniz.
- ✓ Paralelkenara ait aşağıda verilen tabloyu, paralelkenarın sahip olduğu özelliklere göre işaretleyerek doldurunuz.
- ✓ İlk olarak bilgisayardan 3-Paralelkenarın özellikleri (3-Paralelkenarın özellikleri) adlı GeoGebra dosyasını açınız.
- ✓ ABCD paralelkenarı için her bir işaret kutucuğuna ( ) sırasıyla tıkladıktan sonra A, B veya C köşelerini hareket ettirerek kenar, açı ve köşegenlere ait özellikleri inceleyiniz ve düşüncelerinizi grup arkadaşlarınızla paylaşınız (karışıklık yaşamamak için incelediğiniz özelliğe ait işaret kutucuğundaki ( ) tik işaretini kaldırdıktan sonra diğer özelliğe inceleyiniz).

Tablo-4. Paralelkenarın özellikleri

Kenar özellikleri	✓/✗
Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.	
Bütün kenarları eşit uzunluktadır.	
Karşılıklı kenarları paraleldir.	
Karşılıklı kenarlarından en az bir çifti paraleldir.	

Açı özellikleri	✓/✗
Karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşittir.	
İç açı ölçüleri birbirine eşit ve her biri 90^0 dir.	
Komşu açılar birbirinin bütünleridir.	

Köşegen özellikleri	✓/✗
Köşegenler açıortaydır.	
Köşegenler birbirine diktir.	
Köşegenler eşit uzunluktadır.	
Köşegenleri birbirini ortalar.	

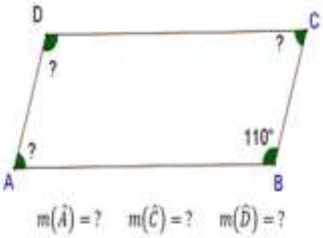
- ❖ Öğrenciler etkinlikleri grup arkadaşlarıyla birlikte yaparken gruplar arasında gezilerek gruplara ihtiyaç duydukları noktalarda rehberlik edilir. Etkinliği tamamlayan gruplar diğer grupların da etkinliği tamamlamasını bekler. Tüm gruplar etkinliği bitirdikten sonra etkinlik ile ilgili grup sözcülerinden gruplarının ulaştıkları sonucu açıklamaları, sonuç ile ilgili gruplar arası farklılıklar olması durumunda elde edilen sonuçların gruplar arası tartışılması istenir.
- ❖ Nihai olarak paralelkenarın özellikleri ile ilgili ulaşılan sonuçlar tahtaya yazılır. Öğrencilerden bu sonuçları defterlerine yazmaları istenilir.
- ❖ Daha sonra paralelkenar ile ilgili sınıf tartışmaları için ikinci aşamaya geçilir.

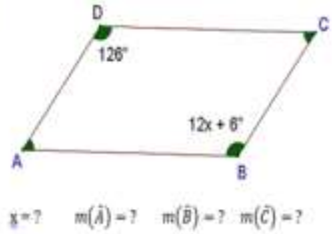
C (Classroom Discussion-Sınıf Tartışmaları)

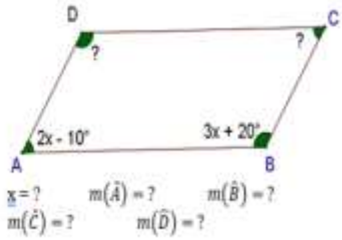
- ❖ ACE döngüsünün ikinci aşaması olan bu aşama, öğrencilerin ilk aşamadaki tamamlanan etkinlik-4'ü destekleyici küçük grup ve öğretmen rehberliğindeki sınıf tartışmasını içerir. Burada ***içselleştirmenin*** yanı sıra ***tersine çevirme*** ve ***koordine etme*** mekanizmasının kullanılarak etkinlikte inşa edilen bilgilerin pekiştirilmesi amaçlanmıştır.
- ❖ Daha sonra çalışma kağıdındaki grupça düşünelim-3 ve sonrasında 4.soruyu yapmaları istenilir. Öğrencilere bunlar üzerinde çalışırken küçük grup ve sınıf tartışmaları yapmaları gerektiği konusu vurgulanır. Sınıf tartışmaları ve grup içi çalışmaların, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılacak tartışmalarına tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilir. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıklarını duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir.
- ❖ Grupça düşünelim-3 de öğrencilerin paralelkenar ile dikdörtgen ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi fark etmeleri ve dikdörtgen ile eşkenar dörtgenin paralelkenarın özel hali olduğunu oluşturmaları beklenmektedir. Gerektiğinde sonda sorular kullanılabilir. Hemen sonrasında paralelkenar ile ilgili örnekleri çözmeleri istenilir.

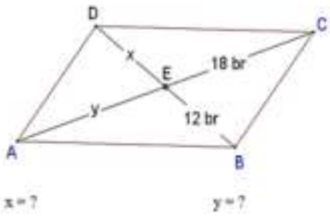
GRUPÇA DÜŞÜNELİM-3: Paralelkenar ile dikdörtgen, eşkenar dörtgen arasındaki ilişkiyi (benzerlik veya farklılık yönünden ya da tanımlarını göz önüne alarak) açıklayıp hangisinin diğerini kapsadığını belirleyiniz.

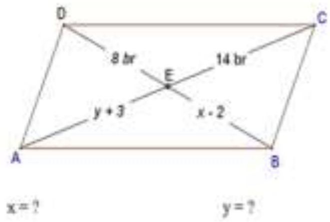
4. Aşağıda verilen **paralelkenarlarda** istenilen değerleri nasıl bulacağınızı açıklayıp bu değerleri bulunuz.











❖ Bu döngü yamuk için de tekrarlanır.

Etkinlik-5 (Yamuğun özellikleri)

✓ Bu etkinlikte sizden beklenen **yamuğun** kenar, açı ve köşegen özelliklerini grupça birlikte belirlemeniz.

✓ Yamuğa ait aşağıda verilen tabloyu, yamuğun sahip olduğu özelliklere göre işaretleyerek doldurunuz.

✓ İlk olarak bilgisayardan 4-Yamuğun özellikleri (4-Yamuğun özellikleri) adlı GeoGebra dosyasını açınız.

✓ ABCD yamuğu için her bir işaret kutucuğuna ( ) sırasıyla tıkladıktan sonra A, B veya C köşelerini hareket ettirerek kenar, açı ve köşegenlere ait özellikleri inceleyiniz ve düşüncelerinizi grup arkadaşlarınızla paylaşınız (karışıklık yaşamamak için incelediğiniz özelliğe ait işaret kutucuğundaki ( ) tik işaretini kaldırdıktan sonra diğer özelliğe inceleyiniz).

Tablo-5. Yamuğun özellikleri

Kenar özellikleri	✓ / ✗
Karşılıklı kenar uzunlukları eşittir.	
Bütün kenarları eşit uzunluktadır.	
Karşılıklı kenarları paraleldir.	
Karşılıklı kenarlarından en az bir çifti paraleldir.	

Açı özellikleri	✓ / ✗
Karşılıklı açı ölçüleri birbirine eşittir.	
İç açı ölçüleri birbirine eşit ve her biri 90^0 dir.	
Komşu açılar birbirinin bütünleridir.	

Köşegen özellikleri	✓ / ✗
Köşegenler açıortaydır.	
Köşegenler birbirine diktir.	
Köşegenler eşit uzunluktadır.	
Köşegenleri birbirini ortalar.	

- Öğrenciler etkinlikleri grup arkadaşlarıyla birlikte yaparken gruplar arasında gezilerek gruplara ihtiyaç duydukları noktalarda rehberlik edilir. Etkinliği tamamlayan gruplar diğer grupların da etkinliği tamamlamasını bekler. Tüm gruplar etkinliği bitirdikten sonra etkinlik ile ilgili grup sözcülerinden gruplarının ulaştıkları sonucu açıklamaları, sonuç ile ilgili gruplar arası farklılıklar olması durumunda elde edilen sonuçların gruplar arası tartışılması istenir.
- Nihai olarak yamuğun özellikleri ile ilgili ulaşılan sonuçlar tahtaya yazılır. Öğrencilerden bu sonuçları defterlerine yazmaları istenilir.
- Daha sonra yamuk ile ilgili sınıf tartışmaları için ikinci aşamaya geçilir.

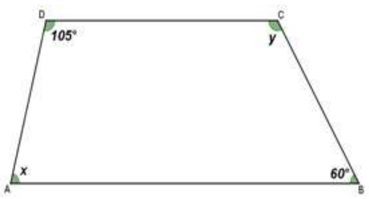
C (Classroom Discussion-Sınıf Tartışmaları)

- ACE döngüsünün ikinci aşaması olan bu aşama, öğrencilerin ilk aşamadaki tamamlanan etkinlik-5'ü destekleyici küçük grup ve öğretmen rehberliğindeki sınıf tartışmasını içerir. Burada ***içselleştirmenin*** yanı sıra ***tersine çevirme*** ve ***koordine etme*** mekanizmasının kullanılarak etkinlikte inşa edilen bilgilerin pekiştirilmesi amaçlanmıştır. Daha sonra çalışma kağıdındaki grupça düşünelim-4 ve sonrasında 5.soruyu yapmaları istenilir. Öğrencilere bunlar üzerinde çalışırken küçük grup ve sınıf tartışmaları yapmaları gerektiği konusu vurgulanır. Sınıf tartışmaları ve grup içi çalışmaların, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılacak tartışmalarına tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilir. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıklarını duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir.
- Grupça düşünelim-4 de yamuğun diğer dörtgenlerle olan ilişkisinin incelenmesi ve yamuğun kapsama ilişkisi bakımından en genel dörtgen olduğunu oluşturmaları beklenmektedir. Gerektiğinde sonda sorular kullanılabilir. Hemen sonrasında yamuk ile ilgili örnekleri çözmeleri istenilir.

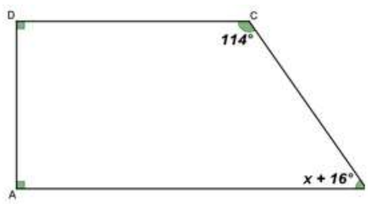
GRUPÇA DÜŞÜNELİM-4: Yamuk ve diğer dörtgenler arasında bir ilişki var mıdır? Bu konu hakkındaki düşüncelerinizi lütfen aşağıdaki tabloya göre açıklayınız.

	İlişki var	İlişki yok	Neden?
Dikdörtgen			
Eşkenar dörtgen			
Paralelkenar			

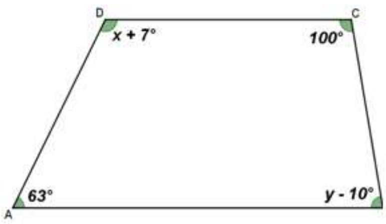
5. Aşağıda verilen yamuklarda istenilen değerleri nasıl bulacağınızı açıklayıp bu değerleri bulunuz.



x =? y = ?



x = ? $m(\hat{B}) = ?$



x =? y = ?

- Bütün etkinlikler tamamlandıktan sonra ACE döngüsünü ücüncü aşamasına geçilir.

E (Exercises-Uygulamalar)

- Bu aşamada ilk iki aşamada yapılan etkinlikleri pekiştirmek ve öğrenilen bilgileri sağlamlaştırmak için araştırmacı tarafından hazırlanan uygulama soruları ev ödevi olarak verilir ya da WhatsApp'tan gönderilebilir.
- Bu uygulama sorularının okul dışında veya içinde isteğe bağlı olup grup olarak ya da bireysel yapılabileceği öğrencilere söylenir. Bir sonraki dersin yaklaşık ilk 15 dakikasında öğrencilerden sorulara verdikleri cevapları açıklamaları istenir. Yapılamayan sorular öğrencilerle beraber akıllı tahtada yapılır. Son olarak ilgili kazanımlara yönelik kısa bir tekrar yapılarak süreç sonlandırılır.

Uygulama Soruları

1.

I. Dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.
II. İç açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.
III. Karşılıklı kenarları paraleldir.
IV. Karşılıklı kenarları eşit uzunluktadır.

Yukarıda verilen özelliklerden hangisi veya hangileri **tüm dörtgenlerde** ortaktır?

2.

I. Kare
II. Eşkenar dörtgen
III. Dikdörtgen
IV. Paralelkenar
V. Yamuk

Yukarı verilen dörtgenlerden hangi veya hangileri "**Köşegen uzunlukları daima birbirine eşittir**." kuralına uyar.

3.

Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında $m(\widehat{D}) = 115°$ olduğuna göre verilmeyen her bir iç açı ölçü değerinin kaç derece olduğu ve nasıl bulduğunuzu açıklayınız?

4.

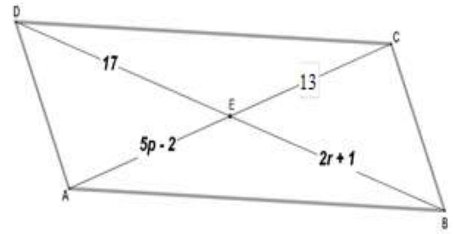
I. Kare
II. Eşkenar dörtgen
III. Dikdörtgen
IV. Paralelkenar
V. Yamuk

Yukarı verilen dörtgenlerden hangi veya hangileri **"Köşegenler daima birbirini ortalar"** kuralına uyar.

5.

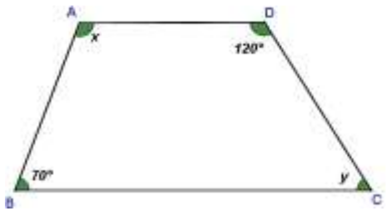
Yukarıda verilen ABCD paralelkenarında $m(\hat{A}) = 3x - 1°$ ve $m(\hat{C}) = x + 33°$ olduğuna göre; x açısının kaç derecedir?

6.



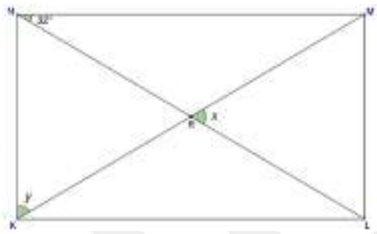
ABCD paralelkenarında;
|DE|=17 br
|EB|= 2r + 1
|CE|=13 br
|AE|=5p - 2
olduğuna göre;
r = ?   p = ?

7.



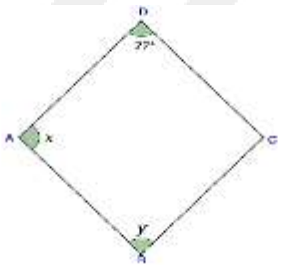
Yukarıda verilen ABCD yamuğunda;
x = ?
y = ?

8.



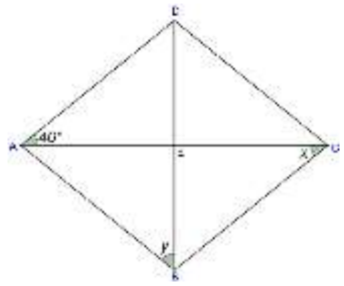
Yukarıda köşegenleri verilen dikdörtgende $m(\widehat{NMK}) = 32^0$ ise "$x + y$" kaç derecedir?

9.



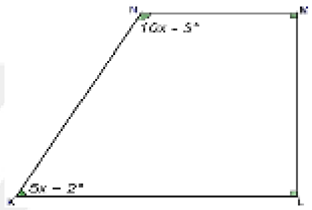
Şekildeki ABCD eşkenar dörtgende
$m(\widehat{ADC}) = 77^0$ ise; x ve y açı ölçülerini bulunuz.

10.



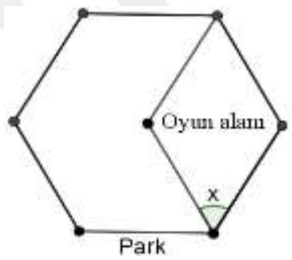
Şekildeki ABCD eşkenar dörtgende verilenlere göre x+y kaç derecedir?

11.



Şekildeki KLMN dik yamuğunda verilenlere göre;
$m(\widehat{K})$ =? $m(\widehat{N})$ =?

12.



Planı verilen **<u>düzgün altıgen</u>** şeklindeki bir parkta bulunan oyun alanı, **<u>eşkenar dörtgen</u>** şeklindedir. Planda “x” ile belirtilen açı kaç derecedir?

<u>Ders Planı-4</u>

Ders: Matematik

Sınıf: 7

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Çokgenler

Temel Beceri ve Yetkinlikler: Teknoloji kullanımı, matematiksel düşünme, akıl yürütme, ilişkilendirme, problem çözme, iletişim kurma, matematik okuryazarlığı.

Kazanım: M.7.3.2.4. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

Süre: 4 ders saati

Araç-Gereçler: Bilgisayar, akıllı tahta, defter, kalem ve silgi.

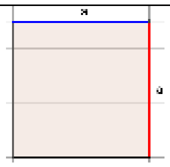
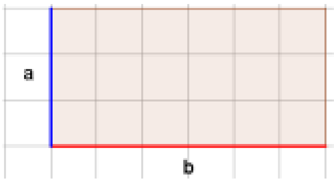
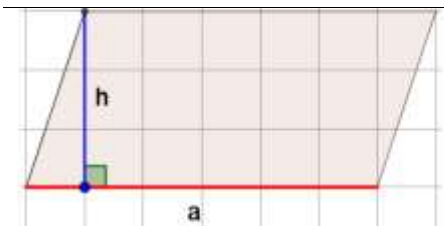
Yöntem ve Teknikler: ACE öğrenme döngüsü, düz anlatım, soru-cevap, yaparak-yaşayarak öğrenme.

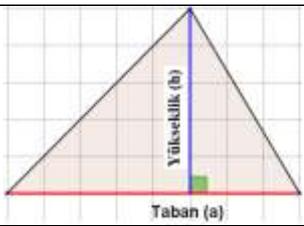
A (Activities-Etkinlikler)

- Öğrencilerin dikkatini çekmek için eşkenar dörtgen şeklindeki baklava dilimlerinden oluşmuş bir tepsiden veya rüzgârlı bir havada arkadaşlarıyla uçurdukları bir uçurtmadan, benzer şekilde yamuk şeklinde ön cama sahip olan bir arabadan bahsedilerek derse giriş yapılır. Önceden hazırlanmış olunan slayt gösterilir. Bunların kapladığı bölgeler yani alanlarının nasıl hesaplanabileceği sorulur (***eylem öncesi***). Öğrencilerden bu konudaki düşüncelerini grup arkadaşlarıyla paylaşmalarını, sonrasında bunları diğer gruplara açıklamaları istenir. Bu şekilde, öğrenecekleri konu gerçek yaşamla ilişkilendirilerek öğrencilerin konunun önemini fark etmeleri sağlanmış olur.

- Daha sonra önceki yıllarda öğrenmiş oldukları üçgen, kare, dikdörtgen ve paralelkenarın şeklindeki bölgelerin alan hesaplarının nasıl yapıldığı sorulur? Öğrencilere alan hesaplama hakkında hatırladıklarını grupça düşünmeleri ve birbirleriyle paylaşmaları için biraz zaman verilir (yaklaşık 3 dakika).
- Söz almak isteyen grup sözcülerine ya da herhangi bir öğrenciye söz verilerek öğrencilerin hatırladıklarını tüm sınıfla paylaşmaları sağlanır. Öğrencilerden gelen açıklamalar tahtaya yazılır. Eksik kalan bilgiler varsa eklendikten sonra etkinliklerde bu bilgilerin işe yarayacağından ve bu yüzden önemli olduğundan bahsedilir. Bunun yanı sıra "kare ve dikdörtgende birbirine dik olan kenarlardan birinin yükseklik diğerinin ise taban olduğu" vurgulanır.

Hatırlatma (slayt olarak sunum yapılır-10 dakika)

Geometrik şekil	Alan hesabında kullanılan genel ifade (formül)
	**Alan= a.a**
	**Alan= a . b**
 	**Alan = Taban. Yükseklik** **Alan = a. h**

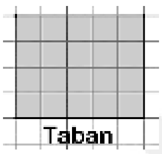


$$Alan = \frac{Taban\,.\,Yükseklik}{2}$$

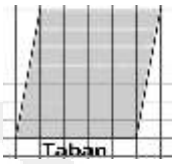
$$Alan = \frac{a.h}{2}$$

❖ Sunum bittikten sonra öğrencilere araştırmacı tarafından hazırlanan etkinlik kâğıdı dağıtılır. Bu etkinliklerin amacı hem pandemi dolayısıyla yaşanan öğrenme kayıplarının telafisi hem de kazanıma yönelik temel teşkil eden kavramların (yükseklik, taban, üçgenin, paralelkenarın ve dikdörtgenin alanını veren genel ifadeler) en az ***<u>süreç (process)</u>*** aşamasında bilişsel yapı oluşturulmasını sağlamaktır.

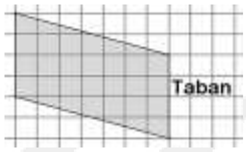
Etkinlik-1. Aşağıda verilen şekillerin ***<u>yüksekliklerini</u>*** belirleyip altındaki boşluğa kaç birim olduklarını yazınız (iki nokta arası 1 birimdir).



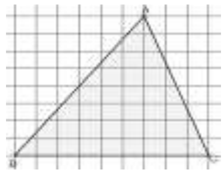
.... br



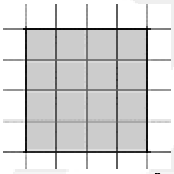
.... br

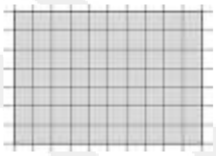


.... br

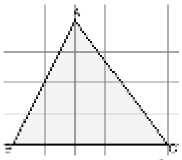

.... br

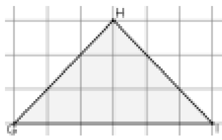
Etkinlik-2. Aşağıda verilen birimkarelerden oluşturulmuş ***<u>dikdörtgenlerin alanlarını</u>*** hesaplayıp değerini altındaki boşluğa yazınız.

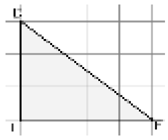

.... br^2


.... br^2

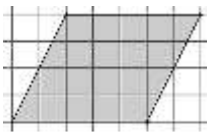
Etkinlik-3. Aşağıda verilen birimkarelerden oluşturulmuş ***<u>üçgenlerin alanlarını</u>*** hesaplayıp değerini altındaki boşluğa yazınız.

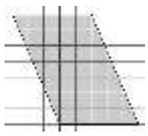

.... br^2

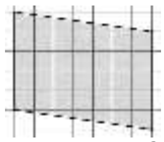

.... br^2


.... br^2

Etkinlik-4. Aşağıda verilen birimkarelerden oluşturulmuş ***<u>paralelkenarların alanlarını</u>*** hesaplayıp değerini altındaki boşluğa yazınız.


.... br^2


.... br^2


.... br^2

❖ Yapılan ısındırma etkinliklerinden sonra gruplara eşkenar dörtgenin alan formülünü veren genel ifadeyi bulma etkinliğini yapmaları söylenir. Bu etkinliğin amacı; eşkenar dörtgenin alanını veren gelen ifadeyi diğer bir ifadeyle alan formülünü inşa etmelerini ve bu tüm eşkenar dörtgenlere genelleyerek ***<u>nesne (object)</u>*** aşamasında zihinsel yapı oluşturmalarını sağlamak.

❖ Öğrencilerin grup olarak bu formülü oluştururken daha önceden en az ***<u>süreç</u>*** aşamasında bilişsel yapı oluşturdukları (üçgen, dikdörtgen, kare ve paralelkenar) gibi çokgensel bölgelerin alanlarından yararlanmaları sağlanır (ilişkilendirme). Bu şekilde öğrenciler eşkenar dörtgenin alan formülünü hazır alıp ezberlemektense grup olarak keşfedip inşa etme sürecinde aktif bir rol oynayarak hem daha kalıcı bir öğrenme gerçekleştirmiş hemde nesneleştirmiş olacaktır.

- Öğrenciler etkinliği beraber yaparken gruplar arasında gezilerek gruplara takıldıkları veya ihtiyaç duydukları noktalarda rehberlik edilir. Etkinliği tamamlayan gruplar diğer grupların da etkinliği tamamlamasını bekler. Tüm gruplar etkinliği bitirdikten sonra etkinlik ile ilgili grup sözcülerinin grup adına ulaştıkları sonucu açıklamaları, sonuç ile ilgili gruplar arası farklılıklar olması durumunda elde edilen sonuçların tartışılması istenilir. Eksik kalan yerler varsa tamamlanarak nihai olarak ulaşılan sonuçlar tahtaya yazılır. Ulaşılan eşkenar dörtgenin alanına ait bu genel ifadenin bütün eşkenar dörtgenler için geçerli olduğu vurgulandıktan sonra öğrencilerden bu genel ifadeyi (formülü) defterlerine yazmaları istenilir.

<u>Eşkenar dörtgenin alan formülünü bulma etkinliği</u>

Şu ana kadar olan derslerde üçgen, paralelkenar, dikdörtgen, kare gibi çokgenlerin alanlarını (kapladığı bölgeyi) bulmak için kullanacağınız genel ifadeler (formülleri) ile ilgili öğrendiklerinizi artık hatırlıyorsunuz. Bunun yanı sıra eşkenar dörtgenlerin aynı zamanda birer özel paralelkenar olduğunu dolayısıyla paralelkenar özelliklerini sağladığı göz önüne alındığında ***<u>eşkenar dörtgenin alanının da paralelkenarda olduğu gibi taban ile yüksekliğin çarpımından</u>*** bulunabileceğini tahmin edebilirsiniz.

Peki, taban ile yüksekliği değil de ***<u>köşegenleri verildiğinde eşkenar dörtgenin alanını nasıl hesaplayabileceğinizi</u>*** biliyor musunuz? Bu sorunun cevabını bildiğiniz başka bir geometrik şeklin (üçgen, paralelkenar, dikdörtgen, kare gibi) alanından yararlanarak bu etkinlik ile siz bulacaksınız. Dolayısıyla, sizlerden bu etkinlikte ***<u>"köşegenleri bilinen eşkenar dörtgenin alan hesabı için kullanılan genel ifadeyi (alan formülünü) bulmanız"</u>*** beklenmektedir. Hazırsanız başlıyoruz.

- ✓ İlk olarak bilgisayardan <u>Eşkenar dörtgenin alanı</u> (Eşkenar Dörtgenin Alanı) adlı dosyayı açınız.
- ✓ Şekilde verilen ABCD eşkenar dörtgenin ***<u>köşegen uzunluklarını</u>*** yazınız.
- ✓ Sürgüyü sağa doğru hareket ettiriniz. Oluşan ***<u>yeni geometrik şeklin adını</u>*** yazınız.
- ✓ Oluşan ***<u>yeni şeklin alanı</u>*** nasıl bulunduğunu yazınız.
- ✓ Oluşan ***<u>yeni şeklin alanı ile eşkenar dörtgenin alanı</u>*** arasındaki ilişkiyi belirtiniz.
- ✓ Oluşan yeni şeklin alanından hareketle eşkenar dörtgenin alanını veren genel ifadeyi (formülü) grupça tahmin ediniz.
- ✓ Tahmininizi diğer grupların bulduğu sonuçlarla karşılaştırınız.

<u>C (Classroom Discussion-Sınıf Tartışmaları)</u>

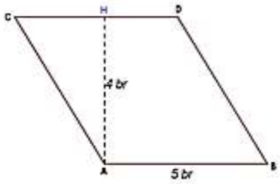
- ACE döngüsünün ikinci aşaması olan bu aşama, öğrenciler ilk aşamada tamamlanan etkinliğe dayanan sorular üzerinde çalışırken küçük grup ve öğretmen rehberliğindeki sınıf tartışmasını içerir. APOS teorisine göre burada yapılan işlem öğrencilerin nesneleştirmiş oldukları köşegenleri verilen eşkenar dörtgenin alanını veren genel ifadeyi kapsülünden çıkararak ***<u>(decapsulation)</u>*** çalışma kağıdında yer alan sorular üzerinde kullanabilmelerine imkân sağlamak. Bunun yanı sıra grupça düşünelimde eşkenar dörtgeninin alanını veren genel ifadeye diğer geometrik şekillerle eşkenar dörtgeni ilişkilendirip ulaşmalarını böylece bu genel ifadeye farklı bir şekilde ulaşıp ***<u>nesne</u>*** aşamasında bilişsel yapı oluşturmaları amaçlanmıştır.
- Bunun için etkinliğe yönelik olarak oluşturulan çalışma kâğıdı öğrencilere dağıtılır. Öğrencilere bunlar üzerinde çalışırken küçük grup ve sınıf tartışmaları yapmaları gerektiği vurgulanır. Sınıf içi ve grup içi çalışmaların, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılacak tartışmalarına tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilir. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıklarını duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir.

Çalışma Kâğıdı

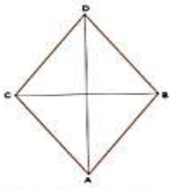
Eşkenar dörtgenin alanının nasıl hesaplayacağınızı artık biliyorsunuz.

Şimdi sıra keşfettiğiniz bu genel ifadeyi (formülü) kullanarak aşağıdaki soruları arkadaşlarınızla beraber çözme zamanı. Hadi başlayalım…

1. Aşağıda verilen **eşkenar dörtgenlerin** istenilen değerleri nasıl bulacağınızı açıklayıp bu değerleri hesaplayınız?

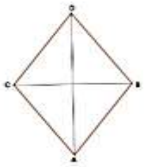


A(ABCD)=...



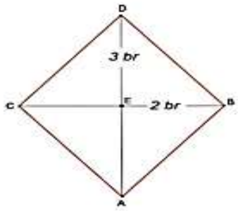
$|AD| = 9\ br$ $|BC| = 8\ br$

A(ABCD)=...................................

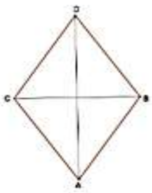


$|AD| = 13\ br$ $|BC| = 7\ br$ ise

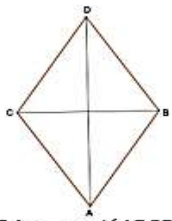
A(ABCD)=..



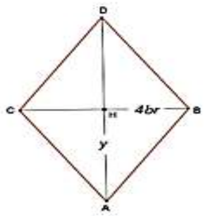
A(ABCD)=..................................



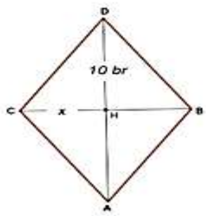
$|BC| = 8\ br$ $ve\ A(ABCD) = 48\ br^2$ ise $|AD| = ?$



$|AD| = 18\ br$ $ve\ A(ABCD) = 72\ br^2$ ise $|BC| = ?$



A(ABCD) = 56 br² ise y = ?



A(ABCD) = 120 br² ise x = ?

- Daha sonra "Grupça düşünelim" yaptırılır.

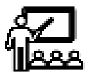
GRUPÇA DÜŞÜNELİM: Yukarıdaki etkinlikte eşkenar dörtgeni, dikdörtgen ile ilişkilendirerek eşkenar dörtgenin alanını veren genel ifadeyi (formülü) oluşturdunuz. Peki eşkenar dörtgeni başka hangi geometrik şekil ile ilişkilendirerek alan bağıntısını oluşturabilirsiniz? Açıklayınız.

- Özetle buraya kadar olan etkinlik ve çalışma sorularında öğrencilerin APOS teorisine göre ***eylem*** aşamasında bilişsel yapıya sahip oldukları eşkenar dörtgenin alan formülünü ***içselleştirerek süreç*** aşamasına ve sonrasında bir bütün olarak algılayıp ***kapsülleyerek nesne*** aşamasına ulaşacakları ve sonrasında ***kapsülünden çıkararak*** çalışma kağıdında yer alan sorular üzerinde kullanabilecekleri düşünülmüştür.

- Bundan sonraki süreçte eşkenar dörtgenin alan formülünün oluşturulma süreci yamuğun alanı için de benzer şekilde tekrarlanır.

- Bunun için öğrencilerin yamuğun alan formülünü (genel ifade) grupça oluşturmaları için hazırlanan etkinliği yapmaları istenilir.

Yamuğun alan formülünü bulma etkinliği



İlk etkinlikte köşegenleri verilen eşkenar dörtgenin alan formülünü başka geometrik şekillerden yararlanarak oluşturdunuz.

Peki yamuğun alanının nasıl hesaplayabileceğinizi biliyor musunuz? Bu sorunun cevabını eşkenar dörtgende olduğu gibi cevabını bildiğiniz başka bir geometrik şeklin (üçgen, paralelkenar, dikdörtgen, kare gibi) alanından yararlanarak bu etkinlik ile siz bulacaksınız. Dolayısıyla, sizlerden bu etkinlikte "***yamuğun alan hesabı için kullanılan genel ifadeyi (alan formülünü) bulmanız"*** beklenmektedir. Hazırsanız başlıyoruz.

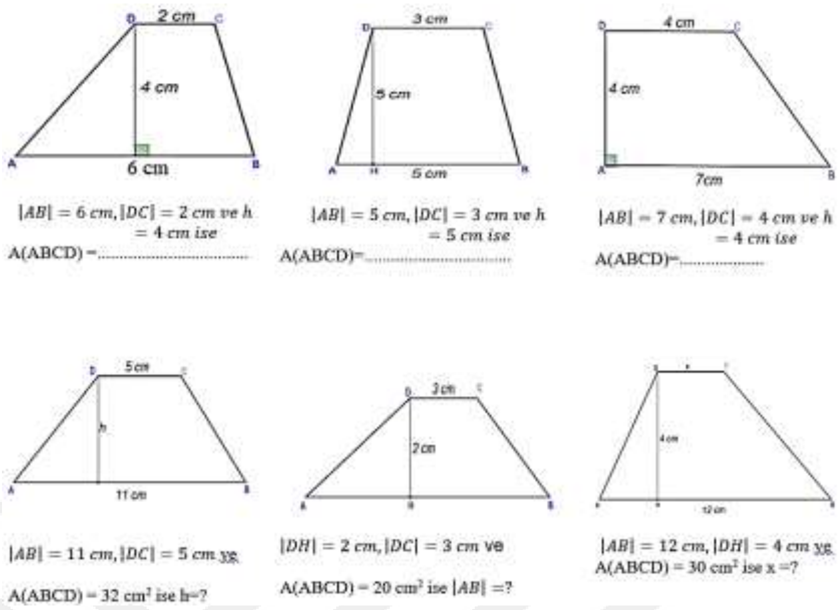
- ✓ Bunun için bilgisaydan Yamuğun alanı (Yamuğun Alanı) adlı geogebra dosyasını açınız.
- ✓ Şekilde verilen ABCD yamuğunun ***alt taban, üst taban ve yüksekliğini*** yazınız.
- ✓ Sürgüyü sağa doğru hareket ettiriniz. Hangi ***yeni geometrik şekil*** oluştuğunu yazınız.
- ✓ Oluşan ***yeni şeklin alanının nasıl bulunduğunu*** açıklayınız.
- ✓ Oluşan şeklin alanı ile yamuğun alanı arasındaki ilişkiyi belirtiniz.
- ✓ Oluşan şeklin alanından hareketle yamuğun alanını veren genel ifadeyi (formülü) grupça tahmin ediniz.
- ✓ Tahmininizi diğer grupların bulduğu sonuçlarla karşılaştırınız.

C (Classroom Discussion-Sınıf Tartışmaları)

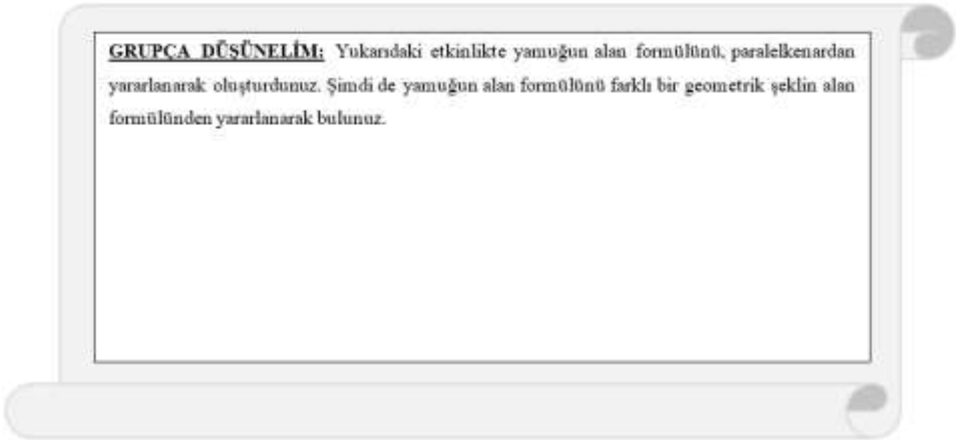
- Yapılan etkinlik (yamuğun alan formülünü inşa etme) sonrası ACE döngüsünün ikinci aşaması olan bu aşamada çalışma kâğıdı öğrencilere dağıtılır. Öğrencilerden bu soruları incelemeleri düşüncelerini grup arkadaşlarıyla paylaşmaları ve sınıf tartışmaları yapmaları gerektiği konusu hatırlatılır. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıklarını duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir.
- APOS teorisine göre burada yapılan işlem öğrencilerin nesneleştirmiş oldukları yamuğun alanını veren genel ifadeyi kapsülünden çıkararak ***(decapsulation)*** çalışma kağıdında yer alan sorular üzerinde kullanabilmelerini sağlamak. Bunun yanı sıra grupça düşünelim'de özel dörtgenlerden biri olan yamuğun alanını veren genel ifadeye üçgen, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare gibi diğer geometrik şekillerle yamuğu ilişkilendirip ulaşmalarını böylece bu genel ifadeye farklı bir yoldan ***nesne*** aşamasında bilişsel yapı oluşturmaları amaçlanmıştır.

Çalışma Kâğıdı-2

1. Aşağıda verilen **yamuklar için** istenilen değerleri nasıl bulacağınızı açıklayıp bu değerleri hesaplayınız.



❖ Daha sonra "Grupça düşünelim" yaptırılır.



❖ Özetle buraya kadar olan yamuğun alanı ile ilgili yapılan etkinlik ve çalışma sorularında öğrencilerin APOS teorisine göre ***eylem*** aşamasında bilişsel yapıya sahip oldukları yamuğun alan formülünü ***içselleştirerek*** ***süreç*** aşamasına ve sonrasında bir bütün olarak algılayıp ***kapsülleyerek*** ***nesne*** aşamasına ulaşacakları ve sonrasında ***kapsülünden çıkararak*** çalışma kağıdında yer alan sorular üzerinde kullanabilecekleri düşünülmüştür.

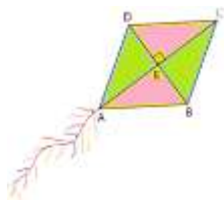
E (Exercises-Uygulamalar)

❖ Bu aşamada ilk iki aşamada yapılan etkinlikleri pekiştirmek ve öğrenilen bilgileri sağlamlaştırmak için araştırmacı tarafından hazırlanan uygulama soruları ev ödevi olarak verilir ya da WhatsApp'tan gönderilebilir.

❖ Bu uygulama sorularının okul dışında veya içinde isteğe bağlı olup grup olarak ya da bireysel yapılabileceği öğrencilere söylenir. Bir sonraki dersin yaklaşık ilk 15 dakikasında öğrencilerden sorulara verdikleri cevapları açıklamaları istenir. Yapılamayan sorular öğrencilerle beraber akıllı tahtada yapılır. Son olarak ilgili kazanımlara yönelik kısa bir tekrar yapılarak süreç sonlandırılır.

Uygulama Soruları

1.

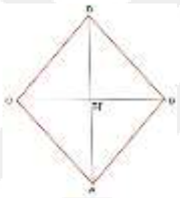


Yukarıdaki şekilde **eşkenar dörtgen** biçimindeki bir uçurtmanın köşegen uzunlukları;

$$|AC| = 50\ cm \text{ ve } |BD| = 40\ cm$$

olduğuna göre bu uçurtmanın yapımında kaç cm^2'lik kaplama kağıdı kullanılmıştır?

2.

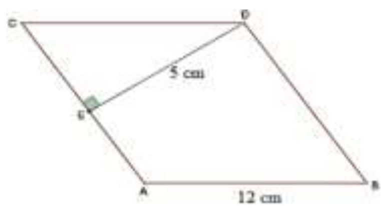


Şekildeki ABCD **eşkenar dörtgeninde**

$|AH| = 6\ cm$ ve $|HC| = 5\ cm$

olduğuna göre A(ABCD) kaç cm^2 dir?

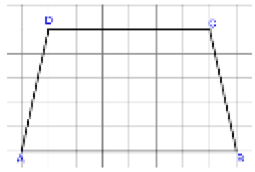
3.



Yukarıda verilen **eşkenar dörtgenin** alanını hesaplayınız.

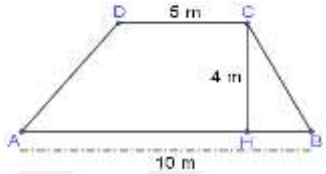
4. Ali Bey **eşkenar dörtgen** şeklindeki bahçesinin köşelerine birer ağaç dikmek istiyor. Komşu olmayan iki köşedeki ağaçlar arasındaki uzaklık 30 m ve bu bahçenin alanı 300 m^2 olduğuna göre komşu olmayan diğer iki köşede bulunan ağaçların birbirine uzaklığı kaç metredir?

5.



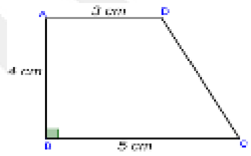
Yukarıda birim karelerden oluşmuş kâğıda çizili olan ABCD yamuğunun alanı kaç br^2 dir?

6.



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre ABCD **yamuğunun** alanı kaç cm^2 dir?

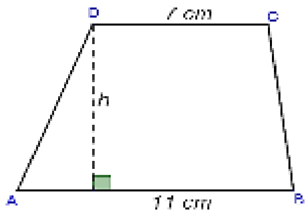
7.



Yukarıda verilen ABCD **dik yamuğun** alanını hesaplayınız.

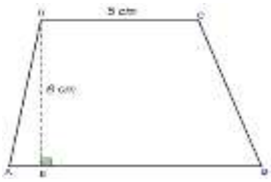
8.

Şekildeki ABCD yamuğunda,
$|DC| = 7$ cm, $|AB| = 11$ cm ve yükseklik h cm'dir.



ABCD yamuğunun alanı 72 cm^2 olduğuna göre "h" değerini hesaplayınız.

9.

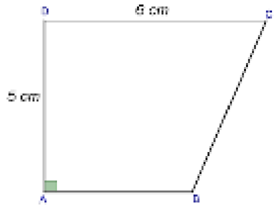


Yukarıda verilen ABCD yamuğunda;

$|DC| = 5\ cm, |DE| = 6\ cm$

$A(ABCD) = 39\ cm^2$ ise $|AB| = ?$

10.



Yukarıdaki şekilde ABCD <u>**dik yamuğunun**</u> alanı 25 cm^2 olduğuna göre |AB| kaç cm'dir?

<u>**Ders Planı-5**</u>

Ders: Matematik

Sınıf: 7

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Çokgenler

Temel Beceri ve Yetkinlikler: Teknoloji kullanımı, iletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme, problem çözme ve matematik okuryazarlığı.

Kazanımlar: M.7.3.2.5. Alan ile ilgili problemleri çözer.

<u>**Kazanım ile İlgili Açıklama:**</u>

Üçgen, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk veya eşkenar dörtgenden oluşan bileşik şekillerin alanlarını bulmayı gerektiren problemlere yer verilir.

Süre: 2 ders saati

Araç-Gereçler: Bilgisayar, akıllı tahta, defter, kalem ve silgi.

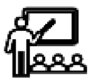
Yöntem ve Teknikler: ACE öğrenme döngüsü, düz anlatım, soru-cevap, yaparak-yaşayarak öğrenme.

<u>**A (Activities-Etkinlikler)**</u>

- Dersin başında, gruplara bir önceki matematik dersinde neler yaptıkları sorulur? Daha sonra öğrencilerin motivasyonunu sağlamak için dikdörtgen şeklindeki bahçelerinin, paralelkenar şeklindeki bir bölümüne domates, yamuk şeklindeki bir bölümüne biber, geri kalan kısmına karpuz ekecekleri ve bu iş için kullanılacak bölgelerin alanlarını nasıl hesaplanabilecekleri gibi sorularla konu günlük yaşamla ilişkilendirilerek derse giriş yapılır. Öğrencilerden bu sorulara yönelik düşüncelerini grup içinde birbirleriyle paylaşmaları sonrasında tüm sınıfa açıklamaları istenir.
- Daha sonra gruplara etkinliği yapmaları söylenir. Bu etkinliğin amacı; farklı çokgenlerden oluşan bileşik şekillerle ilgili alan problemleri karşısında nasıl davranmaları gerektiğini göstermek, diğer bir ifadeyle iletişim, akıl yürütme ve problem çözme becerilerinin kullanmalarını sağlamaktır. APOS teorisine göre ise burada yapılan işlem öğrencilerin <u>***nesneleştirmiş***</u> oldukları üçgenin, karenin, dikdörtgenin, eşkenar dörtgenin, paralelkenarın ve yamuğun alanlarını veren genel ifadeleri kapsüllerinden çıkararak <u>***(decapsulation),***</u> büyük şeklin alanını bulmak için bu şekillerin alanlarını <u>***koordine etme***</u> gibi zihinsel yapıların oluşumunu sağlayan bilişsel mekanizmaları verilen problemler üzerinde kullanabilmelerine imkân vermektir.

❖ Öğrenciler etkinliği beraber yaparken gruplar arasında gezilerek gruplara takıldıkları veya ihtiyaç duydukları noktalarda rehberlik edilir. Etkinliği tamamlayan gruplar diğer grupların da etkinliği tamamlamasını bekler. Tüm gruplar etkinliği bitirdikten sonra etkinlik ile ilgili grup sözcülerinin ulaştıkları sonucu açıklamaları, sonuç ile ilgili gruplar arası farklılıklar olması durumunda elde edilen sonuçların tartışılması istenilir. Ulaşılan sonuçlarda gruplar arası hem fikir olunduktan sonra artık ikinci aşamaya geçilir.

Etkinlik (Problem çözme)



Şu ana kadar olan derslerde üçgen, paralelkenar, dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen ve yamuk gibi çokgenlerin alanlarını (kapladığı bölgeyi) bulmak için kullanacağınız genel ifadeleri (formülleri) öğrendiniz.

Peki bu şekillerden bir kaçının bir araya gelerek oluşturdukları şekillerin alanlarını nasıl hesaplayabileceğinizi biliyor musunuz? Bu sorunun cevabını öğrenmiş olduğunuz alan formüllerinden yararlanarak bu etkinlik ile siz bulacaksınız. Hazırsanız başlıyoruz.

✓ Bu etkinlikte "öncelikle ***problemi okumanız, anladıklarınızı grup arkadaşlarınızla paylaşmanız ve çözüm için beraberce bir strateji (çözüm yolu) belirleyip sonuca ulaşmanız"*** beklenmektedir.

✓ Bunun için bilgisayardan Problemler (

) adlı GeoGebra dosyasını açınız.

✓ Etkinlikte verilen problemi dikkatlice okuyunuz. Problemden anladıklarınızı grup arkadaşlarınızla paylaşarak, beraberce çözüm yollarını belirleyiniz.

✓ Daha sonra belirlediğiniz stratejileri kullanarak problemi grup arkadaşlarınızla beraber çözünüz.

✓ Ulaştığınız sonucun doğru olup olmadığını anlamak için ***sağlamasını*** yapınız.

✓ Sonrasında ekranda bulunan işaret kutucuklarına () tıklayarak problemin cevabını ve kullanılan çözüm yolunu cevabınız ve çözüm yolunuzla karşılaştırınız.

❖ Etkinlik bittikten sonra problem çözme basamakları (anlama, çözüm yolu belirleme, bu yolu kullanma ve çözümün değerlendirilmesi (sağlama) önemi vurgulanarak ve öğrencilerden gerekli gördükleri yerleri defterlerine yazmaları istenilir.

❖ Daha sonra ikinci aşamaya geçilir.

C (Classroom Discussion -Sınıf Tartışmaları)

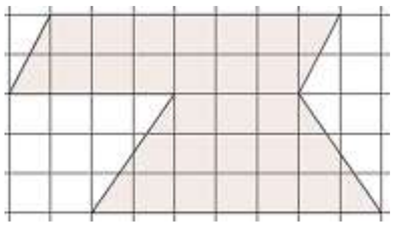
❖ ACE döngüsünün ikinci aşaması olan bu aşama, öğrenciler ilk aşamada tamamlanan etkinliği destekleyici problemler üzerinde çalışırken küçük grup ve öğretmen rehberliğindeki sınıf tartışmasını içerir. Bunun için çalışma kâğıdı öğrencilere dağıtılır. Öğrencilerden bunlar üzerinde çalışırken, küçük grup ve sınıf tartışmaları yapmaları gerektiği konusu vurgulanır. Sınıf tartışmaları ve grup içi çalışmalar, öğrencilere tamamlanan etkinlik üzerinde düşünme fırsatı vermesinden dolayı yapılacak tartışmalarına tüm öğrencilerin katılması için öğrenciler cesaretlendirilir. Bu süreçte tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıklarını duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir.

Çalışma kâğıdı

Farklı özel dörtgenlerin birleşiminden oluşmuş şekillerin alanlarını hesaplama ile ilgili problemler karşısında nasıl davranmanız gerektiğini artık biliyorsunuz.

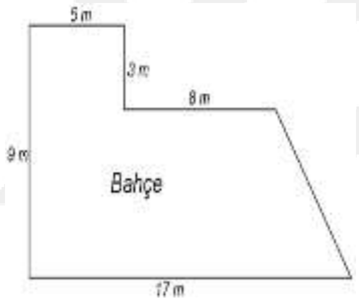
Şimdi sıra bu bilgileri kullanarak aşağıdaki problemleri arkadaşlarınızla beraber çözmeniz. Hadi başlayalım…

1.



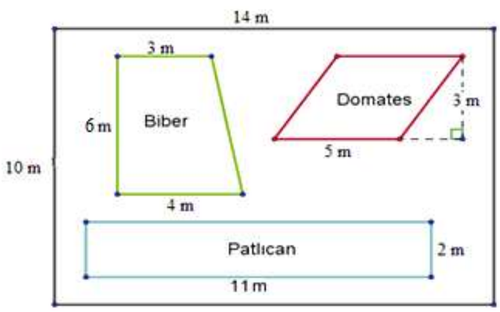
Yandaki şekilde düz bir zemin, kenar uzunluğu 1 cm olan kare şeklinde fayanslar gerektiğinde kesilerek, şekildeki gibi kaplanmıştır. Buna göre, kaplanan zeminin alanını nasıl bulacağınızı açıklayarak hesaplayınız (Birden fazla yol kullanabilirsiniz).

2.



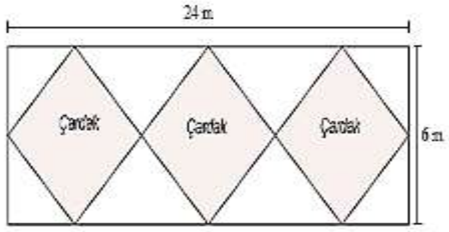
Ölçüleriyle birlikte modellenen yandaki bahçenin her 3 m^2 sine bir kayısı fidanı dikilecektir. Verilenlere göre; bahçenin alanını ve kaç tane kayısı fidanı gerektiğini nasıl bulacağınızı açıkladıktan sonra bu değerleri hesaplayınız (Birden fazla yol kullanabilirsiniz).

3. Bir çiftçi tarlasının dikdörtgen şeklindeki bir kısmına patlıcan, dik yamuk şeklindeki bir kısmına biber, paralelkenar şeklindeki bir kısmına ise domates ekmiştir.



Bu çiftçi tarlasının ekili olmayan kısmına ise mısır ekeceğine göre; bu alanı (mısır) bulmak için neler yapmanız gerektiğini açıklayıp bu alanı hesaplayınız.

4.



Yukarıda verilen dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin içerisine 3 tane özdeş eşkenar dörtgen şeklinde çardak (oturma yeri) yapılıp geri kalan yer ise çimlendirilecektir. Bahçenin kenar uzunlukları 6 m ve 24 m olduğuna göre;

a) Bir tane çardağın alanının kaç metrekaredir olduğunu nasıl bulacağınızı açıkladıktan sonra bu değeri hesaplayınız.

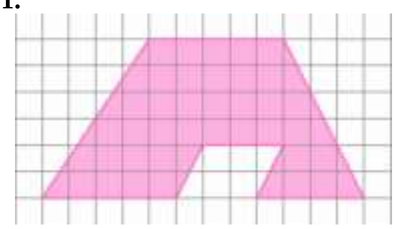
b) Çimlendirilecek alanın kaç metrekare olacağını nasıl hesaplayacağınızı açıklayıp bu değeri bulunuz.

<u>E (Exercises-Uygulamalar)</u>

- ❖ Bu aşamada araştırmacı tarafından hazırlanan uygulama soruları ev ödevi olarak verilir ya da WhatsApp'tan gönderilebilir.
- ❖ Bu uygulama sorularının okul dışında veya içinde isteğe bağlı olup grup olarak ya da bireysel yapılabileceği öğrencilere söylenir. Yapılamayan sorular öğrencilerle beraber akıllı tahtada yapılır. Son olarak ilgili kazanımlara yönelik kısa bir tekrar yapılarak süreç sonlandırılır.

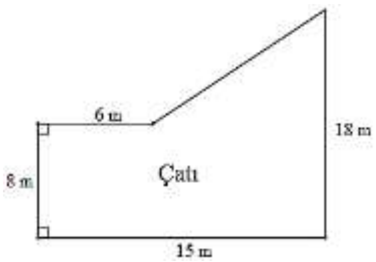
<u>Uygulama Soruları</u>

1.



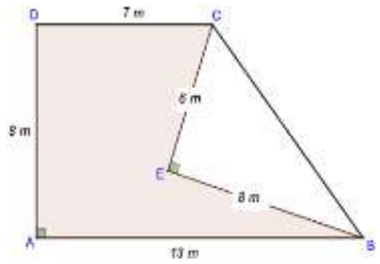
Yandaki birim kareli zemin üzerinde verilen şeklin ***<u>alanı</u>*** kaç birim karedir?

2.



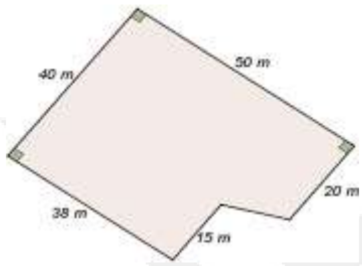
Yandaki planı verilen evin çatısının kiremit döşenecektir. Kiremitin metrekaresi 30 TL olduğuna göre, bu iş için ***<u>en az</u>*** kaç TL gerekir?

3.



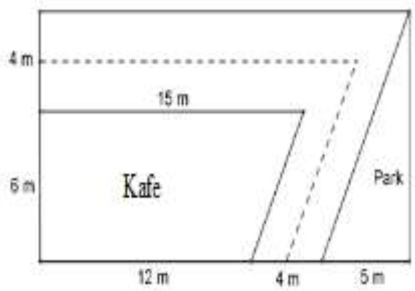
ABCD dik yamuğunda BEC dik üçgeni kesiliyor. Verilenlere göre; ***taralı bölgenin alanını*** hesaplayınız.

4.



Kenar uzunlukları yandaki şekilde verilen bir arsanın metrekare fiyatı 30.000 TL'dir. Bu arsayı almak isteyen birinin satıcıya ***kaç lira ödeyeceğini*** bulunuz.

5.



Yukarıdaki şekilde dikdörtgen şeklindeki bir bölgenin krokisi verilmiştir. Bu bölgenin ***yamuk*** şeklindeki kafe ve ***dik üçgen*** şeklindeki park haricinde kalan kısmını yollar oluşturmakta olup asfaltlanacaktır. Verilenlere göre; ***asfaltlanacak yolun kaç metrekare*** olduğunu bulunuz.

Ders Planı-6

Ders: Matematik

Sınıf: 7

Öğrenme Alanı: Geometri ve Ölçme

Alt Öğrenme Alanı: Çokgenler

Temel Beceri ve Yetkinlikler: Teknoloji kullanımı, akıl yürütme, ilişkilendirme, problem çözme, iletişim kurma, matematik okuryazarlığı.

Kazanımlar: M.7.3.2.5. Alan ile ilgili problemleri çözer.

Kazanım ile İlgili Açıklama:

Dikdörtgenin çevre uzunluğuyla alanını ilişkilendirmeye yönelik çalışmalara yer verilir. Aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin çevre uzunlukları ile aynı çevre uzunluğuna sahip farklı dikdörtgenlerin alanları incelenir.

Süre: 2 ders saati

Araç-Gereçler: Bilgisayar, akıllı tahta, defter, kalem ve silgi.

Yöntem ve Teknikler: ACE öğrenme döngüsü, düz anlatım, soru-cevap, yaparak-yaşayarak öğrenme.

A (Activities-Etkinlikler)

- Öğrencilerin motivasyonunu sağlamak amacıyla aynı alana sahip iki dikdörtgenin kenar uzunluklarının farklı olup olmayacağı, benzer şekilde aynı çevre uzunluk değerine sahip fakat farklı alana sahip dikdörtgenlerin olup olmayacağı; yeni alınan boş bir tarlaya en az ve en fazla kaç tane kayısı fidanı dikilmesi gerektiğinin nasıl hesaplanabileceği gibi sorularla derse giriş yapılır. Öğrencilerden bu sorulara yönelik düşüncelerini grup içinde birbirleriyle paylaşmaları, sonrasında grup sözcüsünün grup adına düşüncelerini tüm sınıfa açıklamaları istenir.
- Daha sonra gruplara birinci etkinliği yapmaları söylenir. Bu etkinliğin amacı; aynı alan değerine sahip farklı dikdörtgenlerden çevre uzunluğu olası en büyük değerini belirlemektir. APOS teorisine göre yaşanacak süreçte öğrenciler ilk olarak alanları verilen dikdörtgenleri çizerek çevre uzunluklarını hesaplayacaklar ***(eylem aşaması)***. Etkinliğin sonuna doğru artık bu işlemleri tekrarlayıp ***içselleştiren*** öğrenciler çizim yapmadan zihinlerinde canlandırarak yapacaklar ***(süreç aşaması)***. Nihayetinde ise öğrenciler aynı alana sahip farklı dikdörtgenler olabileceği ve kenar uzunluklarının birbirine yaklaştıkça çevrelerinin küçüleceğini fark edip bir bütün olarak algılayıp kapsülleyerek ***nesne*** aşamasına geçecektir. Diğer bir ifadeyle kenar uzunlukları ile alanı ilişkilendirip ***genelleyecektir***.
- Öğrenciler etkinliği beraber yaparken gruplar arasında gezilerek gruplara takıldıkları veya ihtiyaç duydukları noktalarda rehberlik edilir. Etkinliği tamamlayan gruplar diğer grupların da etkinliği tamamlamasını bekler. Tüm gruplar etkinliği bitirdikten sonra etkinlik ile ilgili grup sözcülerinin ulaştıkları sonucu açıklamaları, sonuç ile ilgili gruplar arası farklılıklar olması durumunda elde edilen sonuçların sınıfça tartışılması istenir.

Etkinlik-1 (Aynı alana sahip farklı dikdörtgenler)

Bir dikdörtgenin alanını (kapladığı bölgeyi) ve çevresinin nasıl hesaplanacağını hem önceki yıllarda öğrenmiş hem de bu yıl derslerde tekrar etmiştiniz.

Peki aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin ya da aynı çevre uzunluk değerine sahip farklı dikdörtgenlerin olabileceğini biliyor musunuz? Bu soruların cevabını dikdörtgenin alanı ve çevre uzunluk değerini hesaplamak için kullandığınız genel ifadeden (formülden) yararlanarak siz bulacaksınız. Hazırsanız başlıyoruz.

- ✓ Bu etkinlikte "Alanları birbirine eşit olan dikdörtgenler içerisinde en büyük çevre uzunluk değerine sahip dikdörtgeni bulmanız ve bu değeri verecek genel ifadeyi oluşturmanız" beklenmektedir.
- ✓ Bunun için bilgisayardan 1_Alan-Çevre (1-Alan-Çevre) adlı dosyayı açınız.

- ✓ Ekranda alan kutucuğuna (Alan=10) 10 sayısını girip enter tuşuna basınız (eğer kutucukta yazan sayı 10 ise bu adımı atlayınız).
- ✓ Bu alan değerine sahip dikdörtgenleri önünüzdeki boş kâğıda çizerek, çevre uzunluklarını grup arkadaşlarınızla birlikte bulup olası en büyük çevre uzunluk değerini hesaplayınız (Kenar uzunlukları doğal sayı olacak).
- ✓ Daha sonra ekrandaki sürgüyü ( ) sağa doğru hareket ettirerek farklı çevre uzunluğuna sahip dikdörtgenleri gözlemleyiniz. Oluşan dikdörtgenleri ve çevre uzunluklarını bulduğunuz sonuçla karşılaştırınız.
- ✓ Aynı adımları alan kutucuğunu (Alan=10) kullanarak 14, 20, 24 ve 36 için de tekrarlayıp bulduğunuz değerleri aşağıdaki tabloda ilgili satıra yazınız.
- ✓ Tabloyu (son satıra kadar olan satırları) dikkatlice inceleyiniz. Grup arkadaşlarınızla birlikte alanı n br^2 olan bir dikdörtgenin olası en büyük çevre uzunluk değerini verecek genel ifadeyi (formülü) bularak son satıra yazınız. Ulaştığınız bu genel ifadeyi diğer gruplarla paylaşınız ve de açıklayınız.

Tablo: Alan ile Çevre İlişkisi

Alanı (br^2)	**Kenar uzunlukları**	**En büyük çevre uzunluğu (br)**
10		
14		
20		
24		
36		
. . .		
n		

- ❖ Son olarak bu genel ifadenin bütün çokgenler için geçerli olduğu vurgulanır ve öğrencilerden bu genel ifadeyi defterlerine yazmaları istenir.
- ❖ Deftere yazma işi bitttikten sonra ikinci etkinliğe geçilir**.** İkinci etkinlikte öğrencilerin "Çevre uzunlukları birbirine eşit olan dikdörtgenlerin alanlarının farklı olabileceğinin" yanı sıra olası en büyük ve en küçük alan değerine sahip dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin fark edilmesi amaçlanmıştır.
- ❖ Sonrasında bu etkinlik için ACE döngüsünün ikinci aşamasına geçilir.

<u>C (Classroom Discussion -Sınıf Tartışmaları)</u>

- ❖ ACE döngüsünün ikinci aşaması, çalışma kâğıdı üzerinde çalışırken küçük grup ve öğretmen rehberliğindeki sınıf tartışmasını içerir. Bunun için çalışma kâğıdı öğrencilere dağıtılır. Önceki süreçlerde olduğu gibi yine bu süreçte de tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıkları duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir. Daha sonra ikinci aşama sonlandırılıp üçüncü aşamaya geçilir.

Çalışma Kâğıdı-1

Aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin olabileceğini artık biliyorsunuz.

Şimdi sıra etkinlikte ulaştığınız sonuçları kullanarak aşağıdaki soruları arkadaşlarınızla beraber çözme zamanı. Hadi başlayalım…

1. Kenar uzunlukları doğal sayı olan bir dikdörtgenin alanı 40 cm^2 olduğuna göre, bu dikdörtgenin çevre uzunluğunun alabileceği olası ***en büyük değer için ne düşünüyorsunuz?*** Açıklayınız.

2. Alanı 42 cm^2 olan bir dikdörtgenin kenar uzunlukları doğal sayı olduğuna göre bu dikdörtgenin çevre uzunluğunun ***en az*** kaç cm olacağını nasıl bulursunuz? Açıklayınız.

3. Kenar uzunlukları doğal sayı olan bir dikdörtgenin ***çevre uzunluğunun olası en büyük değeri 68 cm*** olduğuna göre, bu dikdörtgenin alanının kaç cm^2 olduğunu nasıl bulursunuz? Açıklayınız.

4. Alanı 64 cm^2 olan bir dikdörtgenin kenar uzunlukları doğal sayı ise çevre uzunluğunun alabileceği **en büyük** değer kaç cm'dir?

5. Alanı 36 cm^2 olan dikdörtgenin kenar uzunlukları tam sayı olduğuna göre çevre uzunluğunun alabileceği **en küçük** değer kaç cm'dir?

6. Kenar uzunlukları doğal sayı olan bir dikdörtgenin çevre uzunluğunun olası ***en büyük değeri 50 cm*** olduğuna göre, bu dikdörtgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

- Buraya kadar olan etkinlik ve çalışma sorularında yapılanlar özetle, öğrencilerin aynı alana sahip faklı dikdörtgenlerin olabileceğini ve bu dikdörtgenlerden olası en büyük çevre uzunluk değerlerine sahip olan dikdörtgenin kenarları arasındaki ilişkiyi ***içselleştiren,*** öğrenciler ***süreç aşamasına*** ve sonrasında bir bütün olarak algılayarak ***nesne aşamasına*** ulaşacakları düşünülmüştür.

- Bundan sonraki süreçte öğrencilerin aynı çevre uzunluk değerine sahip farklı dikdörtgenlerin olabileceği ve bu dikdörtgenlerin alanlarının olası en büyük ve en küçük değerleri için kenarları arasındaki ilişkiyi belirlemeleri hedeflenmektedir. Bu hedefe ulaşmak için APOS teorisine göre yaşanacak süreçte öğrenciler ilk olarak çevreleri verilen dikdörtgenleri çizerek alanlarını hesaplayacaklar ***(eylem aşaması)***. Etkinliğin sonuna doğru artık bu işlemleri tekrarlayıp ***içselleştiren*** öğrenciler çizim yapmadan zihinlerinde canlandırarak yapacaklar ***(süreç aşaması)***. Nihayetinde ise öğrenciler aynı alana sahip farklı dikdörtgenler olabileceği ve kenar uzunluklarının birbirine yaklaştıkça çevrelerinin küçüleceğini fark edip bir bütün olarak algılayıp kapsülleyerek ***nesne*** aşamasına geçecektir. Diğer bir ifadeyle kenar uzunlukları ile alanı ilişkilendirip ***genelleyecektir.***

- Bunun için öğrencilerden ikinci etkinliği yapmaları istenilir.

Etkinlik-2 (Aynı çevreye sahip farklı dikdörtgenler)

Aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin olabileceğini ve bunlar içerisinde en büyük çevre uzunluk değerine sahip dikdörtgenin kenarları arasındaki ilişkiyi artık biliyorsunuz. Şimdi de aynı çevre uzunluk değerine sahip farklı dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ile alanları arasındaki ilişkiyi belirleyeceksiniz. Hazırsanız başlıyoruz.

✓ Bunun için bilgisayardan 2_Çevre Alan (2-Çevre Alan) adlı GeoGebra dosyasını açınız.

✓ Ekranda bulunan iki sürgüden çevre sürgüsüyle ( ) dikdörtgenin çevre uzunluk değerini, alan sürgüsü ( ) ile de verilen çevre uzunluk değerine sahip dikdörtgenleri ve alanlarını değiştirebilirsiniz.

✓ Çevresi 12 br olan dikdörtgenleri önünüzdeki boş kâğıda çizerek, bu dikdörtgenlerin alanlarını grup arkadaşlarınızla birlikte bulup en büyük ve en küçük değerleri belirleyerek aşağıdaki gibi tabloya yazınız (Kenar uzunlukları doğal sayı olacak).

✓ Daha sonra ekrandaki alan sürgüsünü ( ) hareket ettirerek farklı alanlara sahip dikdörtgenleri gözlemleyiniz. Oluşan dikdörtgenleri ve alanlarını, grup arkadaşlarınızla bulduğunuz sonuçlarla karşılaştırınız.

✓ Aynı adımları çevre sürgüsünü ( ) kullanarak 16, 24 ve 28 için de tekrarlayınız.

Tablo: Çevresi 12 br olan dikdörtgenlere ait değerler

Dikdörtgenin kenar uzunluğu (br)	Dikdörtgenin kenar uzunluğu (br)	Dikdörtgenin alanı (br^2)
1	5	$1 \cdot 5 = 5$

Tablo: Çevresi 16 br olan dikdörtgenlere ait değerler

Dikdörtgenin kenar uzunluğu (br)	Dikdörtgenin kenar uzunluğu (br)	Dikdörtgenin alanı (br^2)

Tablo: Çevresi 24 br olan dikdörtgenlere ait değerler

Dikdörtgenin kenar uzunluğu (br)	Dikdörtgenin kenar uzunluğu (br)	Dikdörtgenin alanı (br^2)

Tablo: Çevresi 28 br olan dikdörtgenlere ait değerler

Dikdörtgenin kenar uzunluğu (br)	Dikdörtgenin kenar uzunluğu (br)	Dikdörtgenin alanı (br^2)

✓ Tabloları incelediğinizde, "Çevreleri eşit dikdörtgenlerde, dikdörtgenlerin kenar uzunlukları ile alanları arasında nasıl bir ilişki vardır?" sorusuna ait düşüncelerinizi grup arkadaşlarınızla paylaşarak etkinliği tamamlayınız. Sonrasında grup olarak ulaştığınız sonuçları diğer gruplarla tartışınız.

- Grupların elde ettikleri sonuçlar akıllı tahtada listelendirilir. Eksiklik tamamlanarak öğrencilerden bunları defterlerine geçirmeleri istenir. Daha sonra döngünün ikinci aşamasına geçilir.

C (Classroom Discussion -Sınıf Tartışmaları)

- ACE döngüsünün ikinci aşaması, çalışma kâğıdı üzerinde çalışırken küçük grup ve öğretmen rehberliğindeki sınıf tartışmasını içerir. Buraya kadar olan etkinlik ve çalışma sorularında yapılanlar özetle, öğrencilerin aynı alana sahip faklı dikdörtgenlerin olabileceğini ve bu dikdörtgenlerden olası en büyük çevre uzunluk değerlerine sahip olan dikdörtgenin kenarları arasındaki ilişkiyi ***içselleştiren*** öğrenciler ***süreç aşamasına*** ve sonrasında bir bütün olarak algılayarak ***nesne aşamasına*** ulaşabilecekleri düşünülmüştür.

- Bunun için çalışma kâğıdı öğrencilere dağıtılır. Önceki süreçlerde olduğu gibi yine bu süreçte de tartışmaya rehberlik edilir, öğrencilerin ne düşündükleri sorulabilir ve üzerinde çalıştıkları duruma göre hatırlama bilgileri, ipuçları verilebilir. Daha sonra ikinci aşama sonlandırılıp üçüncü aşamaya geçilir.

Çalışma kâğıdı-2

- Grupça Düşünelim" de öğrencilerin çevresi büyük olan dikdörtgenlerin alanlarının da her zaman büyük olacağı şeklindeki algılarının yanlış olduğunu görmeleri amaçlanmıştır. Gerektiğinde ipucu verilebilir. Hemen sonrasında öğrencilerden üzerinde beraberce düşünecekleri ve sınıf tartışması yoluyla doğru sonuca ulaşabilecekleri soruları çözmeleri istenilir.

GRUPÇA DÜŞÜNELİM: *"Alanları birbirine eşit olan dikdörtgenlerin çevre uzunluklarının farklı olabileceğini benzer şekilde çevre uzunlukları birbirine eşit olan dikdörtgenlerin alanlarının farklı olabileceğini"* artık biliyorsunuz. Peki çevre uzunluğu fazla olan dikdörtgenlerin alanları hakkında ne söyleyebilirsiniz? Düşüncelerinizi örneklerle açıklayabilir misiniz?

1. Kenar uzunlukları cm cinsinden tam sayı olan bir dikdörtgenin çevre uzunluğu 50 cm olduğuna göre bu dikdörtgenin alanının *en büyük değeri* hakkında ne düşünüyorsunuz? Açıklayınız.

2. 20 cm uzunluğundaki bir tel, kıvrılarak kenarları tam sayı olacak şekilde bir dikdörtgen elde ediliyor. Bu dikdörtgenin kaplayacağı alanı *en fazla* kaç cm^2'dir?

3. Kenar uzunlukları tam sayı olan bir dikdörtgensel bölgenin çevre uzunluğu 56 cm'dir. Bu dikdörtgensel bölgenin alanının alabileceği *en küçük* değerin kaç cm^2'dir?

- **Bundan sonra ikinci aşama sonlandırılıp üçüncü aşamaya geçilir.**

E (Exercises- Uygulamalar)

- Bu aşamada ilk iki aşamada yapılan etkinlikleri pekiştirmek ve öğrenilen bilgileri sağlamlaştırmak için araştırmacı tarafından hazırlanan uygulama soruları ev ödevi olarak verilir ya da WhatsApp'tan gönderilebilir.
- Bu uygulama sorularının okul dışında veya içinde isteğe bağlı olup grup olarak ya da bireysel yapılabileceği öğrencilere söylenir. Son olarak ilgili kazanımlara yönelik kısa bir tekrar yapılarak süreç sonlandırılır.

Uygulama Soruları

1. Alanı 60 cm^2 olan bir dikdörtgenin kenar uzunlukları doğal sayı ise çevre uzunluğunun alabileceği **en büyük** değer kaç cm'dir?

2. Alanı 72 cm^2 olan dikdörtgenin kenar uzunlukları tam sayı olduğuna göre çevre uzunluğunun alabileceği **en küçük** değer kaç cm'dir?

3. Kenar uzunlukları doğal sayı olan bir dikdörtgenin çevre uzunluğunun olası ***en büyük değeri 52 cm*** olduğuna göre, bu dikdörtgenin alanının kaç cm^2 olduğunu bulunuz.

4. 32 cm uzunluğundaki bir tel, kıvrılarak kenarları tam sayı olacak şekilde bir dikdörtgen elde ediliyor. Bu dikdörtgenin kaplayacağı alanı ***en fazla*** kaç cm^2'dir?

5. Kenar uzunlukları tam sayı olan bir dikdörtgensel bölgenin çevre uzunluğu 44 cm'dir. Bu dikdörtgensel bölgenin alanının alabileceği ***en küçük*** değerin kaç cm^2'dir?

6. Kenar uzunlukları tam sayı olan bir dikdörtgensel bölgenin çevre uzunluğu 28 cm'dir. Bu dikdörtgensel bölgenin alanının alabileceği ***en büyük*** değer kaç cm^2'dir?