

**T.C.  
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ  
ENSTİTÜSÜ**

**AKUSTİK DALGALARIN ZAMAN BÖLGESİ SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE  
BENZETİMİ VE YAPI AKUSTİĞİNDE UYGULANMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MURAT YİĞİT**

**FİZİK ANABİLİM  
DALI**

**Tez Danışmanı:Doç. Dr. Serkan ALAGÖZ**

**EKİM 2020**

**T.C.  
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ  
ENSTİTÜSÜ**

**AKUSTİK DALGALARIN ZAMAN BÖLGESİ SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE  
BENZETİMİ VE YAPI AKUSTİĞİNDE UYGULANMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MURAT YİĞİT  
(Enstitü No:36183612055)**

**FİZİK ANABİLİM  
DALI**

**Tez Danışmanı:Doç. Dr. Serkan ALAGÖZ**

**EKİM 2020**

## TEŞEKKÜR VE ÖNSÖZ

Bu tez çalıőmasının her aőamasında yardım, öneri, bilgi, tecrübe ve desteklerini esirgemededen beni her konuda yönlendiren danışman hocam Sayın Doç. Dr. Serkan ALAGÖZ' e; çalıőmalarımnda ayrıca tüm hayatım boyunca olduğu gibi bu çalıőmalarım süresince de benden her türlü desteklerini esirgemeyen eőim Mukaddes YİĞİT ve oğlum Can YİĞİT' e,

Teşekkür ederim.



## ONUR SÖZÜ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “**AKUSTİK DALGALARIN ZAMAN BÖLGESİ SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE BENZETİMİ VE YAPI AKUSTİĞİNDE UYGULANMASI**” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığına ve yararlandığım bütün kaynakların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Murat YİĞİT



## İÇİNDEKİLER

|   |           |
|---|-----------|
| TEŞEKKÜR VE ÖNSÖZ .....   | i         |
| ONUR SÖZÜ.....  | ii        |
| İÇİNDEKİLER .....   | iii       |
| ÇİZELGE DİZİNİ .....  | v         |
| ŞEKİLLER DİZİNİ .....   | vi        |
| SEMBOLLER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....   | viii      |
| ÖZET.....   | ix        |
| ABSTRACT .....  | x         |
| <b>1.GİRİŞ.....</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1.Zaman Bölgesi Sonlu Farklar (FDTD) Simülasyonları .....                                   | 1         |
| 1.2.Temel Matematiksel Kavramlar .....  | 2         |
| 1.2.1.Vektör Alanları ve Skaler Alanlar .....   | 2         |
| 1.3. Alanlar Üzerinde Tanımlı Operatörler.....  | 3         |
| 1.3.1. Gradyan Operatörü.....   | 3         |
| 1.3.2. Diverjans Operatörü .....  | 5         |
| 1.3.3.Bilgisayarda Benzetim (Simülasyon).....   | 7         |
| <b>2. DALGA DENKLEMİ TEMELLERİ .....</b>  | <b>8</b>  |
| 2.1. Dalga Hareketinin Matematiksel Modeli.....   | 8         |
| 2.2. Akustik Dalga Denklemleri.....   | 11        |
| <b>3. DALGA DENKLEMLERİNİN SONLU FARKLAR ZAMAN BOYUTUNDA (SFZB) ANALİZİ.....</b>              | <b>14</b> |
| 3.1. Diferansiyel Denklem Sistemlerinin SFZB Analiz Yöntemi.....                              | 14        |
| 3.2. Dalga Denkleminin Bir Boyutlu Ortamda Yayılım Benzetimi.....                             | 16        |
| 3.3. Akustik Dalgaların İki Boyutlu Ortamda Yayılım Benzetimi .....                           | 24        |
| <b>4. İKİ BOYUTLU AKUSTİK DALGA YAYILIM BENZETİMİ İLE AKUSTİK DALGA FİZİĞİ ÖRNEKLERİ.....</b> | <b>30</b> |
| 4.1. AkustikSim Programına Genel Bakış ve Dalga Benzetimi Ortamı Tasarımı .....               | 30        |
| 4.1.1. Ortam Haritalarının Tasarımı.....  | 33        |
| 4.1.2. AkustikSim Programının Ürettiği Sonuçlar .....   | 34        |
| 4.2. Akustik Dalgalarda Kırınım Olayının İncelenmesi .....                                    | 35        |
| 4.3. Akustik Dalgalarda Yansıma ve Karakteristik Empedans .....                               | 37        |
| 4.4. Akustik Dalgalarda Girişim Olayının Benzetimi .....                                      | 39        |
| 4.5. Akustik Dalgalarda Dalga Kılavuzu Tasarımı .....   | 41        |
| <b>SONUÇLAR.....</b>  | <b>45</b> |
| <b>KAYNAKLAR .....</b>  | <b>46</b> |
| <b>EK.....</b>  | <b>48</b> |



## ÇİZELGE DİZİNİ

|   |    |
|---|----|
| <b>Tablo 4.1.</b> Benzetim ve Ortam Parametreleri ..... | 31 |
|---|----|



## ŞEKİLLER DİZİNİ

|   |    |
|---|----|
| Şekil 1: (a) İki boyutlu skaler alan (b) Gradyan işlemi sonucunda iki boyutlu skaler alan vektör alanına dönüşür. ....  | 4  |
| Şekil 2: Diverjansı sıfırdan farklı olan vektör alanları (a) Diverjansı negatif durum (b) Diverjansı pozitif durum. ....  | 6  |
| Şekil 2.1: Yay-Kütle sisteminde dalga hareketi oluşumu.....   | 9  |
| Şekil 3.1: Bir boyutlu sistem için SFZB yöntemi ile dalga yayılım benzetimi Matlab program kodu.....  | 18 |
| Şekil 3.2: $n=0$ (Şekil 3.2.a) ve $n=150$ (Şekil 3.2.b) anlarında $u$ durumu.....   | 19 |
| Şekil 3.3: $n=600$ 'e kadar elde edilen $u$ durumlarından oluşan simülasyon resmi.....  | 20 |
| Şekil 3.4: Sınır sönümlemeli SFZB yöntemi ile dalga yayılım benzetimi. ....   | 21 |
| Şekil 3.5: Zayıflatma katsayıları $S_x$ ( $N = 400, a_x = 50, \sigma = 50$ ) .....  | 22 |
| Şekil 3.6: $n=600$ 'e kadar elde edilen $u$ durumlarının sınır sönümlemeli sistemde zamana bağlı yayılımı. ....   | 22 |
| Şekil 3.7: Bir boyutlu sistemin heterojen dalga yayılım hızı parametreleri $c(i)$ .....   | 23 |
| Şekil 3.8: Heterojen dalga yayılım hızı ( $c(i)$ ) olan ortamda dalga yayılım resmi.....  | 23 |
| Şekil 3.9: FDTD yöntemi çözümlemesi için iki-boyutlu kartezyen koordinat sisteminde çözüm örnekleme noktaları .....   | 24 |
| Şekil 3.10: Sınır sönümlemeli SFZB yöntemi ile iki boyutlu sistemde akustik dalga yayılım benzetimi için örnek program. ....                                      | 27 |
| Şekil 3.11: Kaynak fonksiyonları için örnek Matlab kodları. ....  | 28 |
| Şekil 3.12: İki boyutta akustik dalga yayılım ortamında yansımaya duvarlarının etkilerini gösteren simülasyon sonucu .....  | 29 |
| Şekil 4.1: Matlab benzetim ortamının genel mimarisi. ....   | 30 |
| Şekil 4.2: Matlab benzetim ortamının genel yapısı. ....   | 33 |
| Şekil 4.3: Ortam haritası örneği. ....  | 34 |
| Şekil 4.4: Kırınım olayı benzetimi için tasarlanan ortam haritası. ....   | 36 |
| Şekil 4.5: Kırınım olayı için elde edilen dalga yayılım FDTD simülasyon sonucu.....   | 36 |
| Şekil 4.6: Yüzeye dik gelen düzlem dalgaların FDTD akustik simülasyon sonucu .....  | 37 |
| Şekil 4.7: İkinci ortamın karakteristik empedansının yüksek olduğu durum için FDTD akustik simülasyon sonucu .....  | 38 |
| Şekil 4.8: İkinci ortamın karakteristik empedansının düşük olduğu durum. ....   | 39 |
| Şekil 4.9: Akustik dalgalar için çift yarık deneyi benzetim sonucu. ....  | 40 |
| Şekil 4.10: Üç noktasal kaynağın yaydığı dalgaların girişim olayı.....  | 41 |
| Şekil 4.11: İkinci ortamın karakteristik empedansının yüksek olmadığı durum. ....   | 42 |
| Şekil 4.12: İkinci ortamın karakteristik empedansının yüksek olmadığı durum. a) Basınç dalgası yayılımının 3-boyutlu resmi b) Maksimum basınç şiddeti resmi. .... | 42 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Şekil 4.13:</b> İkinci ortamın karakteristik empedansının yüksek olmadığı durum. ....   | 43 |
| <b>Şekil 4.14:</b> Dört adet silindirik sütuna sahip bir dikdörtgen salonun FDTD yönetimi<br>akustik simülasyonu için ortam haritası resmi. .... | 43 |
| <b>Şekil 4.15:</b> Dört adet silindirik sütuna sahip bir dikdörtgen salonun FDTD yönetim akustik<br>simülasyonu .....                            | 44 |



## SEMBOLLER VE KISALTMALAR DİZİNİ

|                    |   |
|--------------------|---|
| $P$                | :Basınç                                       |
| $v$                | :Parçacık hızı                                |
| $m$                | :Kütle  |
| $a$                | :İvme   |
| $u$                | :Dalga hareketine maruz kalan durum değişkeni |
| $c$                | :Dalganın yayılma hızı                        |
| $\vec{F}$          | :Kuvvet                                       |
| $h$                | :Kütleler arası mesafe                        |
| $n$                | :Kütle numarası                               |
| $k$                | :Yay sabiti                                   |
| $F_H$              | : Kütle hareketi                              |
| $a(t)$             | :Kütlenin ivmesi                              |
| $\xi$              | :Partikül hızı                                |
| $\rho$             | :Ortamin yoğunluğu                            |
| $K$                | :Bulk modülü yoğunluk                         |
| $\underline{\rho}$ | :Normalize yoğunluk                           |
| $\underline{K}$    | :Normalize bulk modülü                        |
| $\Delta x$         | : Konumsal çözünürlük                         |
| $\Delta t$         | :Zamansal çözünürlük                          |
| $\lambda$          | :Dalga boyu                                   |
| $P_{\max}$         | :Maksimum anlık güç                           |
| $n_1, n_2$         | : Kırılma indisleri                           |
| $R$                | :Yansıma katsayısı                            |
| $Z_1(f)$           | :Karakteristik empedans                       |
| $w$                | :Dalga frekansı                               |

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### AKUSTİK DALGALARIN ZAMAN BÖLGESİ SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE BENZETİMİ VE YAPI AKUSTİĞİNDE UYGULANMASI

MURAT YİĞİT

İnönü Üniversitesi  
Fen Bilimleri  
Enstitüsü  
Genel Fizik Anabilim Dalı

49+ x sayfa 2020

Danışman: Doç. Dr. Serkan ALAGÖZ

Bu tez çalışmasında, dalga denklemlerinin bilgisayar destekli olarak nümerik analizi ve benzetim yöntemleri temel düzeyde incelenmiş ve iki boyutlu sistemler için Matlab teknik programlama dili kullanılarak Sonlu Farklar Zaman Boyutunda (Finite Difference Time Domain - FDTD) metoduna dayalı benzetim ortamı geliştirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler :** Akustik Dalgalar

## **ABSTRACT**

Master Thesis

### **SIMULATION OF ACOUSTIC WAVES WITH FINITE DIFFERENCES TIME DOMAIN METHOD AND APPLICATION IN BUILDING ACOUSTIC**

**MURAT YIĞİT**

Inonu University  
Graduate School of Natural and Applied  
Science Department of Physic

49 + x pages 2020

Supervisor: Doç. Dr. Serkan ALAGOZ

In this thesis, computer-aided numerical analysis and simulation methods of wave equations are investigated at a basic level and a simulation environment based on Finite Difference Time Domain (FDTD) method is developed by using Matlab technical programming language for two dimensional systems.

**Keywords:** Acoustic Waves,

# 1. GİRİŞ

Bilgisayar ve yazılım teknolojilerinde sağlanan gelişmelerle birlikte, yüksek işlem maliyeti gerektiren hesaplamalar kısa bir sürede yapılabilir hale gelmiştir. Bu durum bilgisayar destekli tasarım ve analiz yöntemlerinin gelişimine ve yaygınlaşmasına imkân sağlamıştır. Böylece, temel bilimler sahasında, fiziksel sistemleri temsil eden modeller yardımı ile bu modeller ile oluşturulan çok daha karmaşık sistemlerin analizi ve tasarımı kolaylıkla yapılabilir hale gelmiştir. Bilgisayar destekli analiz ve tasarımda sağlanan gelişmeler temel bilimler sahasındaki birikimin, teknolojik gelişime dönüşmesinde rol oynamıştır. Örneğin, aerodinamik benzetim teknolojileri uçak ve uzay sanayide, sistem ve devre benzetimleri, elektronik ve mikro elektronik sanayinin gelişiminde önemli rol oynamıştır.

Bu tez çalışmasında dalga denklemlerinin bilgisayar destekli olarak nümerik analizi ve benzetim yöntemleri temel düzeyde incelenmiş ve iki boyutlu dalga yayılım simülasyonları Matlab ortamında gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada Zaman Bölgesi Sonlu Farklar (Finite Difference Time Domain (FDTD)) yöntemi akustik dalga denklemlerine uygulanışı incelenmiş ve simülasyon ortamında akustik dalga yayılım özellikleri incelenmemiştir. Bu inceleme sonucunda FDTD yönteminin yapı akustiğinin incelemesinde kullanılabileceği görülmüştür.

## 1.1. Zaman Bölgesi Sonlu Farklar (FDTD) Simülasyonları

Zaman bölgesi sonlu farklar yöntemi için uluslararası alanda yaygın olarak FDTD kısaltması kullanılmaktadır. FDTD kısaltması dünya genelinde yöntemin yaygın kabul görmüş bir ismi haline dönüşmüştür. Ülkemizde yapılmış tez çalışmalarında bu yöntem için FDTD kısaltması tercih edilmiştir [1]. Tez çalışmasında da yaygın bilgi ile tutarlığın sağlanması için orijinal kullanımı olan FDTD kısaltması tercih edilmiştir.

FDTD yöntemi 30 yılı aşkın bir süredir var olmasına rağmen, bilgisayarların hız ve kapasiteleri arttığı sürece metodun popülaritesi artmaya devam edecektir. Ayrıca metodun geliştirilmesine yönelik yayınların artması da metodun çekiciliğini artırmaktadır.

İlk defa 1966'da Yee tarafından ortaya atılan FDTD metodu ortaya konmuştur. FDTD yöntemi, diferansiyel formdaki Maxwell denklemlerinin zaman bölgesinde sonlu farklar çözümleri ile elde edilmiştir [2]. Bunun için Maxwell denkleminde diferansiyel terimleri sonlu farklar nümerik eşdeğerleri ile değiştirilmiştir. Böylece elde edilen

nümerik denklemler (ele alınan yapıya ait sınır koşulları da sağlanarak ) bilgisayar ortamında zaman ve konum eksenleri boyunca iteratif olarak çözülebilmiştir. 1960 yılında ortaya çıkan bu yöntem ile elektromanyetik dalgaların ortamda yayılımı zaman bölgesinde nümerik olarak hesaplanabilmiştir. Yüksek işlem gücü gerektiren nümerik çözümler hızlı ve yüksek kapasiteli bilgisayarlara gerek duyar. Bilgisayarların işlem gücü ve kapasitelerinin artması ile birlikte FDTD yöntemi dalga simülasyonları için yaygın olarak kullanılmış ve dalganın farklı ortamda yayılım özellikleri dalga benzetimleri ile incelenebilmiştir.

Günümüzde FDTD yöntemi elektromanyetik dalgaların ortamda yayılım özelliklerinin incelenmesi ve sistem performansının iyileştirilmesi için kullanılmıştır [3,4]. Elektromanyetik dalgalar dışında akustik dalgaların ortamlarda yayılım özelliklerinin incelenmesi ve sonuçlarına göre akustik sistemlerin geliştirilmesi için kullanım bulmuştur[5,6,7]. FDTM yöntemin iyileştirilmesine dönük çalışmalar yapılmaktadır [8]. Yapıların veya dış ortamların akustik analizleri için kullanılmıştır [9-15]. Bu tez çalışmasında FDTD yöntemi akustik dalga simülasyonları gerçekleştirilecek ve dalga yayılma özelliklerini simülasyon özellikleri incelenecektir. Bu analizler FDTD yönteminin yapı akustiğinin analizinde kullanım imkânlarının incelenmesi için değerlendirilecektir.

## **1.2. Temel Matematiksel Kavramlar:**

### **1.2.1. Vektör Alanları ve Skaler Alanlar**

Bir uzayın herhangi bir noktası için bir fiziksel büyüklüğü ifade eden fonksiyonlara alan adı verilir. Uzayın herhangi bir noktası için verilebilen bu büyüklük eğer yönü verilmiş bir değer ise bu alan bir vektör alanıdır. Eğer yönü olmayan bir değer ise bu alan bir skaler alan oluşturur. Örneğin ilerleyen bölümlerde incelenecek olan akustik dalga modelinde, basınç uzayın her noktasında yönü olmayan tanımlanır. O halde bir skaler alan oluşturur. Aynı modelde parçacık hızı, uzayın her noktası için yönü ile belirlenir. Bu durumda akustik dalgayı yaratan parçacık hızları bir vektör alanı oluşturur.

### **Basit vektör işlemleri:**

$\vec{U}$  ve  $\vec{V}$  üç-boyutlu Euclid uzayında, bir  $(x, y, z)$  kartezyen koordinat sisteminde vektör alanları olsun. Öyleki;  $\vec{U} = U_x \cdot \vec{i} + U_y \cdot \vec{j} + U_z \cdot \vec{k}$  ve  $\vec{V} = V_x \cdot \vec{i} + V_y \cdot \vec{j} + V_z \cdot \vec{k}$  olarak verilsin. Aşağıda bu vektör alanları üzerinde bazı temel işlemler tanımlanmıştır.

Vektörel Toplam:

$$\vec{U} + \vec{V} = (U_x + V_x) \cdot \vec{i} + (U_y + V_y) \cdot \vec{j} + (U_z + V_z) \cdot \vec{k} \quad (1.1)$$

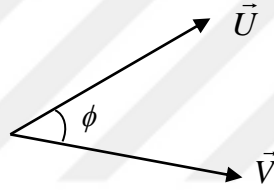
Skaler Çarpım:

$$\vec{U} \cdot \vec{V} = (U_x \cdot V_x) + (U_y \cdot V_y) + (U_z \cdot V_z) \quad (1.2)$$

Diğer bir ifade ile  $\vec{U} \cdot \vec{V} = |\vec{U}| \cdot |\vec{V}| \cdot \cos(\phi)$

Burada,  $|\vec{U}|$  vektör normudur. Vektörün şiddetini verir ve  $|\vec{U}| = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$  ile

ifade edilir.  $|\vec{V}|$  vektör normu ise  $|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$  ile hesaplanır.  $\phi$  açısı,  $\vec{U}$  ve  $\vec{V}$  vektörleri arasındaki açıdır.



Vektörel Çarpım:  $\vec{U}$  ve  $\vec{V}$  gibi iki vektör alanını vektörel çarpımı aşağıdaki gibi tanımlanır.

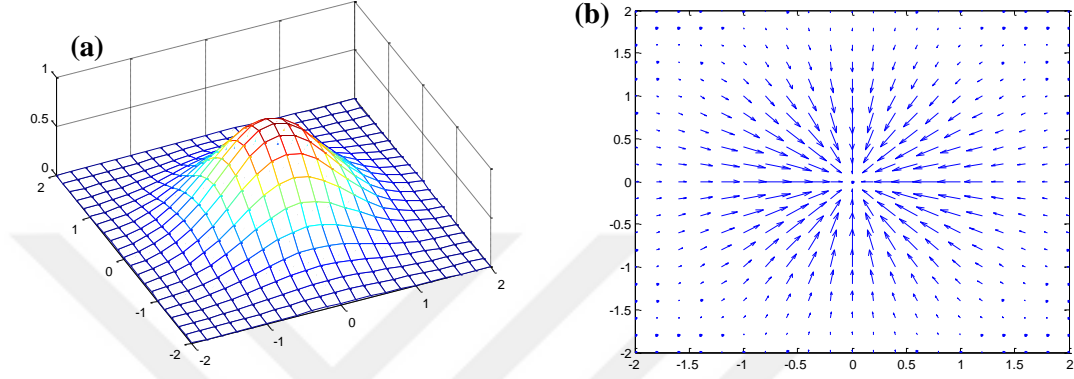
$$\vec{U} \times \vec{V} = \det \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ U_x & U_y & U_z \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} \quad (1.3)$$

### 1.3. Alanlar Üzerinde Tanımlı Operatörler

#### 1.3.1. Gradyan Operatörü

Gradyan operatörü, skaler alanlar üzerinde tanımlıdır ve işlem sonrası vektörel bir büyüklük üretir. Bu vektörel büyüklük, skaler alan üzerindeki değerlerin değişimi hakkında bilgi verir. Skaler alanın üzerindeki eğimler, gradyan işlemi sonunda elde edilen

vektörlerin şiddetini, bu eğimlerin yönleri ise vektörlerin yönlerini belirler. Örneğin, skaler alanın herhangi bir bölgesindeki mevcut bir tepe yapısı, gradyan işlemi sonucunda yönleri tepe zirvesini gösteren, şiddetleri tepenin eğimine bağlı olarak belirlenen vektörler topluluğuna dönüşür. Şekil 1’de gradyan işlemi sonunda elde edilecek vektör alanları görülmektedir.



Şekil 1. (a) İki boyutlu skaler alan (b) Gradyan işlemi sonucunda iki boyutlu skaler alan vektör alanına dönüşür.

### Tanımı:

Üç-boyutlu Euclid uzayında, bir  $f : R^3 \rightarrow R$  fonksiyonu ile skaler alan tanımlansın. Bu skaler alanının gradyanı şöyle tanımlanır.

$$\text{grad}f = \nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \vec{k} . \quad (1.4)$$

Burada,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  ve  $\vec{k}$  bir  $(x, y, z)$  kartezyen koordinat sistemi için birim vektörlerini göstermektedir.

En genel formda,  $f : R^n \rightarrow R$  bir  $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  fonksiyonu ile belirlenen skaler alanda, gradyan işlemi sonucu oluşacak gradyan vektör alanı,

$$\nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \frac{\partial f}{\partial x_3}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right), \quad (1.5)$$

olarak tanımlanır.

### Temel Özellikleri:

Gradyan operatörünün şu özelliklerinin bilinmesinde fayda vardır.

1-  $f$  ve  $g$  fonksiyon alanları,  $\alpha$  ve  $\beta$  reel sayılar olmak üzere,

$$\nabla(\alpha \cdot f + \beta \cdot g) = \alpha \cdot \nabla f + \beta \cdot \nabla g \quad (1.6)$$

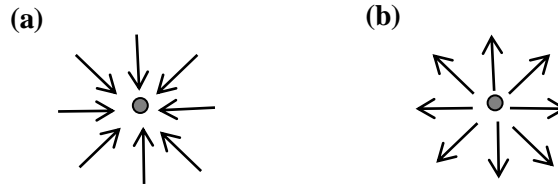
2-  $f$  ve  $g$  fonksiyon alanları için,

$$\nabla(f \cdot g) = f \cdot \nabla g + g \cdot \nabla f \quad (1.7)$$

### 1.3.2. Diverjans Operatörü

Diverjans operatörü, vektör alanları üzerinde tanımlanan skaler büyüklük üreten bir aritmetik operatördür. Bu skaler büyüklük, bir noktadan çıkan veya bir noktaya giren vektör şiddetinin ölçüsüdür. Şekil 2’de diverjansı sıfırdan farklı olan iki noktanın yakın civarında vektör alanları gösterilmiştir. Bir noktaya vektör girişleri negatif bir diverjans değeri üretirken, vektör çıkışları pozitif bir diverjans değeri üretir. Örnek olarak, elektriksel alan ve yük arasındaki ilişki incelenebilir. Elektriksel alan vektörleri bir noktadan çıkıyor ise o noktada bir pozitif noktasal yük olduğu kabul edilir. Eğer elektrik alan vektörleri bir noktaya doğru giriyorsa, o noktada bir negatif noktasal yük olduğu kabul edilir. Yani, elektriksel alan vektörleri ile yük arasındaki bu ilişki, Gauss yasasının da

geçen ve diverjans operatörü ile modellenen  $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  denklemi ile ifade edilir.



**Şekil 2.** Diverjansı sıfırdan farklı olan vektör alanları (a) Diverjansı negatif durum (b) Diverjansı pozitif durum.

**Tanımı:**

Üç-boyutlu Euclid uzayında, bir  $(x, y, z)$  kartezyen koordinat sistemi verilsin. Bu sistemde  $\vec{i}, \vec{j}$  ve  $\vec{k}$  birim vektörlerini gösterebiliriz. Bu uzayda herhangi bir vektör alanı  $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$  ile temsil edilsin. Bu vektör alanının diverjansı şöyle tanımlanır.

$$\text{div} \vec{F} = \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}. \quad (1.8)$$

**Temel Özellikleri:**

Diverjans operatörünün şu özellikleri vardır:

1-  $a, b$  bir reel sayı ve  $\vec{F}$  ve  $\vec{G}$  vektör alanları ise

$$\vec{\nabla} \cdot (a\vec{F} + b\vec{G}) = a\vec{\nabla} \cdot \vec{F} + b\vec{\nabla} \cdot \vec{G} \quad (1.9)$$

2-  $\alpha$  skaler değerli bir fonksiyon ve  $\nabla$  operatörü gradyan operatörü olmak üzere,

$$\vec{\nabla} \cdot (\alpha \vec{F}) = (\nabla \alpha) \cdot \vec{F} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) \alpha \quad (1.10)$$

3-  $\vec{\nabla} \times$  operatörü rotasyonel operatörü olsun,

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{F} \times \vec{G}) = (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot \vec{G} - (\vec{\nabla} \times \vec{G}) \cdot \vec{F} \quad (1.11)$$

4-  $\vec{F}$  bir vektör alanı olmak üzere,

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = 0 \quad (1.12)$$

**Genelleme ve Fiziksel Yorumu:**

$n$  boyutlu bir vektör alanı  $\vec{F} = (F_1, F_2, F_3, \dots, F_n)$  için diverjans şöyle tanımlanır.

$$\text{div} F = \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_1}{\partial x_1} + \frac{\partial F_2}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \quad (1.13)$$

### 1.3.3.Bilgisayarda Benzetim (Simülasyon)

Benzetim kelimesi, çoğu kaynakta “simülasyon” terimi yerine kullanılmıştır [16]. Bilgisayar ortamında benzetim ile gerçek dünyamızın mümkün olduğunca bir benzerini sanal olarak bilgisayar ortamında inşa etmeyi amaçlarız. Bilgisayar destekli benzetimin bugün ulaştığı nokta itibarı ile fiziksel sistem ve olaylar belli bir yaklaşık değeri taklit etmeye çalışmaktadır. Her ne kadar gerçek olayların ve sistemlerin bire bir ve %100 doğrulukla benzetimleri yapılamıyor olsa da olay ve sistemlerin davranışlarını düşük maliyetli olarak analiz edebilme imkânı sağlaması önemlidir. Özellikle de, gözlem imkânı ve kabiliyetimizin yetersiz veya çok maliyetli olduğu olay ve sistemler için sanal gözlemler ve deneyler imkân sağlaması bilime ve mühendisliğe önemli bir katkı sağlamıştır.

Bir benzetimin başarısının şu iki etkene sıkı sıkıya bağlı olduğunu vurgulamalıyız. Birincisi, benzetimi yapılan olayın matematiksel modelinin yeterliliği, diğeri ise benzetimde kullanılan parametre değerlerinin doğruludur. Bu etkenlerden herhangi birindeki yetersizliğin benzetim sonuçlarını deneysel sonuçlardan uzaklaştırabileceği unutulmamalıdır. FDTD yöntemi ile gerçekleştirilen dalga yayılım simülasyonlarında bu sınırlamalara sahiptir.

## 2. DALGA DENKLEMİ TEMELLERİ

### 2.1. Dalga Hareketinin Matematiksel Modeli

Dalga hareketini betimleyen kısmı diferansiyel denklemlere dalga denklemi adı verilmiştir. En temel dalga denklemi,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \cdot \nabla^2 u \quad (2.1)$$

denklemi ile ifade edilir. Bu denklemde,  $u$  dalga hareketine maruz kalan durum değişkeni ve  $c$  parametresi dalganın yayılma hızıdır.

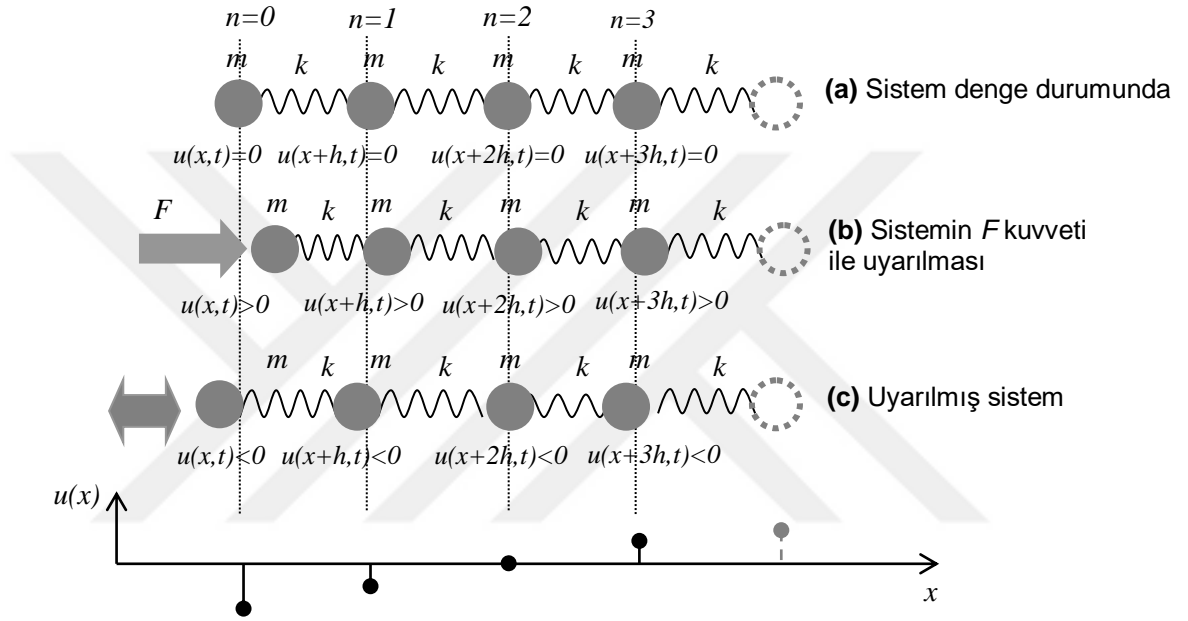
Dalga yayılma hareketini matematiksel olarak ifade eden bu modelde  $u$  değişkeni, gerçek dünyada bir fiziksel büyüklüğe karşılık gelir. Örneğin,  $u$  değişkenin basınç olması halinde ortam da basınç dalgalarının yayılımı modellenmiş olur. Konuyu daha fazla somut hale getirmek için temel fizik deneylerinde sıklıkla görebildiğimiz kütle ve yay sistemlerinde oluşan dalga hareketini inceleyelim. Bu amaçla, yay hareketini modelleyen Hook yasası ( $\vec{F} = k \cdot \vec{x}$ ) ile kütle hareketini betimleyen Newton'un ikinci hareket yasasının ( $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ) etkin olduğu ideal bir mekanik sistemde oluşabilecek dalga hareketinin matematiksel modelini elde edelim.

Başka hiçbir kuvvetin etki etmediği temsili resmi Şekil 2.1.(a)'da gösterilen dengedeki bir kütle-yay sistemi bir  $\vec{F}$  kuvveti ile uyarılırsa, her bir kütle komşu kütlerin yer değiştirme durumlarına bağlı olarak denge noktası etrafında harekete başlar. Komşu kütleler arasındaki bu lokal etkileşim zaman ilerledikçe sistem içinde yayılım gösterecektir. Her bir kütlenin denge noktasından uzaklıkları ölçülür ve bu ölçümler zamana bağlı olarak ifade edilirse, denge noktasından uzaklığın zamana bağlı bir dalga hareketi sergilediği görülür. Şimdi, herhangi bir kütlenin denge noktasından uzaklığını  $u(x+n \cdot h, t)$  ile gösterelim. Burada  $h$  parametresi, kütleler denge halinde beklerken kütleler arası mesafedir.  $n$  parametresi kütlenin numarasını göstermektedir. Bu durumda  $n$ . kütlenin konumu  $(x+n \cdot h)$  ile ifade edilebilir. Bir numaralı kütleye ( $n=1$ ) yayların uyguladığı net Hook kuvvetini  $F_H$ , yer değiştirmeler göz önünde tutularak,

$$F_H(t) = k \cdot (u(x+2h, t) - u(x+h, t)) - k \cdot (u(x, t) - u(x+h, t)) \quad (2.2)$$

ile ifade edilir. Burada  $k$  yay sabitini temsil eder. Hook kuvveti  $F_H$  etkisi altında Newton'un ikinci hareket yasasına bağlı olarak hareket eden bir numaralı kütlenin hareketi  $F_H(t) = m \cdot a(t)$  ile ifade edilebilir. Bu ifade (2.2) eşitliğinde kullanılır ve denklem düzenlenirse,

$$m \cdot a(t) = k \cdot (u(x+2h,t) - 2 \cdot u(x+h,t) + u(x,t)) \quad (2.3)$$



**Şekil 2.1.** Yay-Kütle sisteminde dalga hareketi oluşumu

bağıntısı elde edilir. Burada  $a(t)$  birinci kütlenin ivmesidir ve açık ifadesi olan

$$a(t) = \frac{\partial^2 u(x+h)}{\partial t^2} \quad \text{Denklem (2.3) de kullanılırsa,}$$

$$m \cdot \frac{\partial^2 u(x+h)}{\partial t^2} = k \cdot (u(x+2h,t) - 2 \cdot u(x+h,t) + u(x,t)) \quad (2.4)$$

elde edilir. Denklem (2.4) ile ifade edilen eşitlik makro ölçeklerde bir sistemi oluşturan bir mikro sistemin davranışını temsil ettiğini varsayalım. Bu makro sistemin  $N$  adet kütleli oluşan kesitini değerlendirelim ve (2.4) denklemini aşağıdaki değişken dönüşümlerini

içerecek şekilde düzenleyelim. Bu amaçla, sistemin kesitinin toplam kütleini  $M = N \cdot m$  ile, toplam yay sabitini  $K = k/N$  ile ve sistemin kesitinin toplam uzunluğunu  $L = N \cdot h$  ile temsil edelim. Bu dönüşümler (2.4) denkleminde uygulanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\frac{\partial^2 u(x+h)}{\partial t^2} = \frac{K \cdot L^2}{M} \frac{(u(x+2h,t) - 2 \cdot u(x+h,t) + u(x,t))}{h^2} \quad (2.5)$$

(2.5) eşitliğini sürekli formda ifade etmek için eşitliğin her iki tarafının  $N \rightarrow \infty$  ve  $h \rightarrow 0$  giderken limitini alalım.

$$\frac{\partial^2 u(x+h)}{\partial t^2} = \frac{K \cdot L^2}{M} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(u(x+2h,t) - 2 \cdot u(x+h,t) + u(x,t))}{h^2} \quad (2.6)$$

Burada kısmi türevin [17],

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+2h) + f(x) - 2 \cdot f(x-h)}{h^2} \quad (2.7)$$

tanımını kullanılırsa, (2.6) eşitliği makro ölçekler için aşağıdaki formda elde edilir.

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \frac{K \cdot L^2}{M} \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \quad (2.8)$$

Görüldüğü üzere (2.8) eşitliği ile elde edilen konum denklemi, (2.1) eşitliği ile ifade edilen temel dalga denkleminde dönüşmüştür. Bu kütle-yay sisteminde dalganın yayılma hızı

$c = \sqrt{\frac{K \cdot L^2}{M}}$  ile ifade edilebilir. Sistemin modelinin (2.1) eşitliği ile verilen dalga

denkleminde dönüşmesi, sistemin uyarılması durumunda bir dalga yayılım hareketinin oluşabileceğini işaret eder. Kütle-yay sistemi konum uzayında tek boyutta yani sadece  $x$

boyutunda tanımlı olduğu için  $\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$  olduğu gözden kaçırılmamalıdır. Dalga

hareketi için verilen bu temel bilgilerden sonra akustik dalga hareketi incelenmiştir.

## 2.2. Akustik Dalga Denklemleri

Akustik dalgalar aşağıda gösterilen denklem çifti ile modellenmiştir.

$$\rho \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\nabla p \quad \text{ve} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -K \cdot \nabla \cdot \xi \quad (2.9)$$

Burada,  $\xi$  ortamı oluşturan partiküllerin hızını,  $p$  partikül hareketleri sonucu oluşan basıncı temsil eder.  $\rho$  ve  $K$  yayılma ortamını karakterize eden ortam parametreleridir. Bunlardan,  $\rho$  ortamın yoğunluğunu ve  $K$  ortamın Bulk modülünü temsil etmektedir. Bu yayılma ortamında dalganın hızı için,

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (2.10)$$

yazılabilir. Şimdi, (2.9) eşitliğini biraz daha yakından inceleyelim.  $\rho \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\nabla p$  denklemi bize basınç parametresinin konumsal değişiminin partikül hızında değişim yarattığını,  $\frac{\partial p}{\partial t} = -K \cdot \nabla \cdot \xi$  denklemi de benzer şekilde partikül hızı parametresinin de konumsal değişiminin o noktadaki basıncı değiştirdiğini söylemektedir. Konu mikro düzeyde ele alındığında, birbiri ile etkileşimli iki ayrı sistem varlığından söz edilebilir. Basıncın ve partikül hızının bu denklemler ile ifade edilen karşılıklı etkileşimi akustik dalga hareketine neden olur.

Bu etkileşimin dalga denklemine uygun bir sistemi ifade ettiğini gösterelim.

Öncelikle  $\rho \cdot \frac{\partial \xi}{\partial t} = -\nabla p$  denkleminin her iki tarafına konuma göre gradyan operatörünü

uygulayalım.  $\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \xi = -\nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \cdot \nabla p \right)$  elde edilir. Burada  $\nabla \cdot \xi$  ifadesi yerine,

$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \cdot \nabla \cdot \xi$  denkleminde elde edilen  $\nabla \cdot \xi = -\frac{1}{K} \cdot \frac{\partial p}{\partial t}$  ifadesini kullanalım. Gerekli

düzenlemeler yapılırsa, (2.9) denklemi sadece basınç  $p$  değişkenine bağlı olarak

$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = K \cdot \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho} \cdot \nabla p \right)$  şeklinde elde edilir. Homojen bir dalga yayılma ortamında  $K$  ve  $\rho$  parametresi konumdan bağımsız olacaktır. Homojen bir ortam için bu denklem,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{K}{\rho} \cdot \nabla^2 p \quad (2.11)$$

ifadesine dönüşür. Bu ifade, eşitlik (2.1) ile verilen temel dalga denklemi yapısındadır ve  $p$  basınç durumunun uygun bir şekilde uyarılması ile dalga hareketi oluşacağını ve  $c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$  hızında yayılacağını göstermektedir.

Homojen olmayan ortamlarda benzetim için, eşitlik (2.9) ile verilen akustik dalga denklemlerini yayılma ortamı parametrelerine göre normalize edelim. [18]

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\underline{\rho} \cdot \nabla p \quad \text{ve} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -\overline{K} \cdot \nabla \cdot v \quad (2.12)$$

Burada  $v$  normalize partikül hızını,  $p$  normalize basıncı temsil etmektedir. Ortam parametreleri olarak,  $\underline{\rho}$  normalize yoğunluk ve  $\overline{K}$  normalize bulk modülüdür ve şöyle tanımlanır.

$$\underline{\rho} = \frac{\rho_o}{\rho} \quad \text{ve} \quad \overline{K} = \frac{K}{K_o} \quad (2.13)$$

Burada  $\rho_o$  ile  $K_o$  homojen dalga yayılma ortamının yoğunluk ve bulk modülleridir ve normalizasyon için bir referans teşkil eder.  $\rho_o$  ve  $K_o$  parametreleri ile ifade edilen yayılma ortamında dalganın hızı,

$$c_o = \sqrt{\frac{K_o}{\rho_o}} \quad (2.14)$$

ve yayılma ortamının karakteristik empedansı,

$$Z_o = \sqrt{\rho_o \cdot K_o} \quad (2.15)$$

ile ifade edilir. Normalize partikül hızı  $v$  için,

$$v = Z_o \cdot \xi \quad (2.16)$$

yazılabilir. Eşitlik 2.12'de görülen normalize zaman  $\underline{t}$ ,

$$\underline{t} = c_o \cdot t \quad (2.17)$$

ile ifade edilir.

### 3. DALGA DENKLEMLERİNİN FDTD YÖNTEMİ İLE BENZETİMİ

#### 3.1. Diferansiyel Denklem Sistemlerinin Sonlu Fark Denklemleri İle Nümerik Çözümü

Bu bölümde zaman bölgesi sonlu fark analizi (FDTD) analiz yöntemini incelenecek ve akustik dalga yayılımının benzetimi için gerekli matematiksel altyapıyı oluşturulacaktır. FDTD simülasyonları sonlu büyüklüğe sahip homojen özelliklere sahip ortamlarda dalga hareketi analizi için iyi bir araç olmasının yanında heterojen özelliklere sahip karmaşık dalga yayılım ortamlarında dalga yayılımlarının benzetimi için iyi bir nümerik araç haline dönüşmüştür. Elektromanyetik dalgalardan akustik dalgalara kadar geniş bir yelpazede dalga yayılımının benzetiminde yaygın olarak başvuru alan bir yöntem haline gelmiştir. Basit bir algoritmaya sahip olması, karmaşık problemlere zaman bölgesinde çözümler üretebilmesi bakımından avantajları olmasına rağmen, oldukça fazla bellek kullanması ve yüksek hesaplama gücü gerektirmesi gibi dezavantajları da vardır. Sonlu farklar zaman boyutunda analiz, diferansiyel denklemdeki türev ifadelerinin merkezi fark yaklaşık eşdeğerleri ile değiştirilmesiyle elde edilen ayrık zamandaki ifadelerin bilgisayar yardımı ile ardışık (iteratif) olarak hesaplanmasıyla gerçekleştirilir.

Diferansiyel bir denklemde, bir  $f(x)$  fonksiyonun türevi yerine kullanılabilen merkezi fark yaklaşık eşdeğeri [17],

$$\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} \approx \frac{f(x_0 + \delta/2) - f(x_0 - \delta/2)}{\delta} \quad (3.1)$$

ile ifade edilir. Sistemi modelleyen diferansiyel denklemlerde bu eşdeğeri kullanıp çözümlenmeden önce, bu yaklaşık eşdeğerin nasıl elde edildiğini incelememizde fayda vardır.

Bunun için bir  $f(x)$  fonksiyonunu  $x_0 \pm \delta/2$  noktaları civarında Taylor Serisine açalım [17].

$$f(x_0 + \frac{\delta}{2}) = f(x_0) + \frac{\delta}{2} f'(x_0) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\delta}{2}\right)^2 f''(x_0) + \frac{1}{3!} \left(\frac{\delta}{2}\right)^3 f'''(x_0) + \dots \quad (3.2)$$

$$f(x_0 - \frac{\delta}{2}) = f(x_0) - \frac{\delta}{2} f'(x_0) + \frac{1}{2!} (\frac{\delta}{2})^2 f''(x_0) - \frac{1}{3!} (\frac{\delta}{2})^3 f'''(x_0) + \dots \quad (3.3)$$

Bu iki seri birbirinden çıkarılırsa,

$$f(x_0 + \frac{\delta}{2}) - f(x_0 - \frac{\delta}{2}) = \delta \cdot f'(x_0) + \frac{2}{3!} (\frac{\delta}{2})^3 f'''(x_0) + \dots \quad (3.4)$$

elde edilir. Bu ifade aşağıda verildiği şekilde düzenlenirse,

$$\frac{f(x_0 + \frac{\delta}{2}) - f(x_0 - \frac{\delta}{2})}{\delta} = f'(x_0) + \frac{2}{3!} \cdot \frac{\delta^2}{2^3} f'''(x_0) + \dots \quad (3.5)$$

yazılabilir. Burada birinci türevden sonraki terimlerin hepsini  $O(\delta^2)$  ile gösterelim. Bu durumda ifade,

$$\frac{f(x_0 + \frac{\delta}{2}) - f(x_0 - \frac{\delta}{2})}{\delta} = f'(x_0) + O(\delta^2) \quad (3.6)$$

şekline dönüşür. Bu ifade de,  $\delta$ 'nin yeterince küçük değerleri için  $O(\delta^2)$  ihmal edilebilecek kadar küçük kalacağı varsayılır ve bu varsayım altında Merkezi Fark Yaklaşık Eşdeğeri (Eşitlik 3.1),

$$\frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=x_0} \approx \frac{f(x_0 + \delta/2) - f(x_0 - \delta/2)}{\delta} \approx f'(x_0) \quad (3.7)$$

olarak ifade edilir. Bu yaklaşık değer getirdiği hata,  $O(\delta^2)$  hata fonksiyonu kadar olacaktır. Görüldüğü üzere yöntem, sürekli zaman diferansiyel denklem sistemini ayrık zaman sisteme dönüştürürken bir miktar hatayı yapıyor. Bu hatanın yeterince küçük olması  $\delta$  değerinin yeterince küçük tutulması ile sağlanabilir.

Şimdide diferansiyel denklemde bir  $f(x)$  fonksiyonun ikinci türevi yerine kullanabileceğimiz merkezi fark yaklaşım eşdeğerini hesaplayalım. Bunun için Eşitlik (3.2) ve (3.3) ile ifade ettiğimiz Taylor serilerini toplayalım.

$$f(x_0 + \frac{\delta}{2}) + f(x_0 - \frac{\delta}{2}) = 2.f(x_0) + (\frac{\delta}{2})^2 f''(x_0) + \frac{2}{4!} \cdot (\frac{\delta}{2})^4 f''''(x_0) \dots \quad (3.8)$$

Gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\frac{f(x_0 + \frac{\delta}{2}) + f(x_0 - \frac{\delta}{2}) - 2f(x_0)}{(\frac{\delta}{2})^2} = f''(x_0) + \frac{2}{4!} \cdot \frac{\delta^3}{2^4} f''''(x_0) + \dots \quad (3.9)$$

Burada ikinci türevden sonraki terimlerin hepsine  $Q(\delta^2)$  diyelim. Bu durumda ifade,

$$\frac{f(x_0 + \frac{\delta}{2}) + f(x_0 - \frac{\delta}{2}) - 2f(x_0)}{(\frac{\delta}{2})^2} = f''(x_0) + Q(\delta^2) \quad (3.10)$$

şeklinde elde edilir. İstenildiği kadar küçük seçilen  $\delta$  yerine  $\gamma = (\frac{\delta}{2})$  kullanılır ve hata fonksiyonu  $Q(\delta^2)$  ihmal edilirse ikinci türev için merkezi fark yaklaşık eşdeğeri,

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \Big|_{x=x_0} \approx \frac{f(x_0 + \gamma) + f(x_0 - \gamma) - 2f(x_0)}{\gamma^2} \quad (3.11)$$

elde edilir.

### 3.2. Dalga Denkleminin Bir Boyutlu Ortamda Yayılım Benzetimi

Bir önceki bölümde açıklanan sonlu fark nümerik çözüm yöntemini verilen temel dalga denklemi olan  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \cdot \nabla^2 u$  diferansiyel denkleminin bir boyutlu çözümüne uygulayalım. Bir boyutlu sistem için (2.1) eşitliği,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (3.12)$$

olarak yazılır. Şimdi bu denklem sistemini ardışık (iteratif) çözümlene katkısı için iki denklemden oluşan iki durumlu sistem modeline dönüştürelim. Bu amaçla sistemdeki her birimin etkileşimli iki duruma sahip olduğunu varsayalım. Bu durumları,  $u$  ve  $v$  ile gösterelim.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c \cdot \nabla v \quad \text{ve} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = c \cdot \nabla u \quad (3.13)$$

Bölüm 2.3’de durum denklemleri olarak ifade ettiğimiz bu denklem sistemini bir boyutlu sistem için düzenleyelim.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{ve} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = c \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.14)$$

Her bir birinci derece diferansiyel denklemde, türev terimleri yerine merkezi fark yaklaşım eşdeğerini kullanalım.

$$\frac{u(x, t + \Delta t / 2) - u(x, t - \Delta t / 2)}{\Delta t} = c \cdot \frac{v(x + \Delta x / 2, t) - v(x - \Delta x / 2, t)}{\Delta x}$$

$$\frac{v(x, t + \Delta t / 2) - v(x, t - \Delta t / 2)}{\Delta t} = c \cdot \frac{u(x + \Delta x / 2, t) - u(x - \Delta x / 2, t)}{\Delta x}$$

ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$u(x, t + \Delta t / 2) = u(x, t - \Delta t / 2) + c \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [v(x + \Delta x / 2, t) - v(x - \Delta x / 2, t)] \quad (3.15)$$

$$v(x, t + \Delta t / 2) = v(x, t - \Delta t / 2) + c \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [u(x + \Delta x / 2, t) - u(x - \Delta x / 2, t)] \quad (3.16)$$

Bu ayrık sistem denklemlerini bilgisayarda çözümlenmek için daha kolay anlaşılabilir bir yapıya kavuşturalım. Bu amaçla  $(i)$  indeksli konuma sahip birimin bir

sonraki durumunu  $u^{n+1}(i)$ ,  $v^{n+1}(i)$  ve bu birimin o anki durumunu  $u^n(i)$  ve  $v^n(i)$  ile gösterelim. Bu değişimler altında (3.15) ve (3.16) denklemleri,

$$u^{n+1}(i) = u^n(i) + R_x \cdot [v^n(i+1) - v^n(i)] \quad (3.17)$$

$$v^{n+1}(i) = v^n(i) + R_x \cdot [u^n(i) - u^n(i-1)] \quad (3.18)$$

şekline dönüşür. Bu dönüşümde ilerleyen dalga oluşturabilmesi için  $u^n(i)$  durumu,  $v^n(i+1) - v^n(i)$  farkına bağlı kılınmıştır. Burada  $R_x = \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta x}$  olarak tanımlanır. Bu parametre çözümün kararlılığında önemli rol oynamaktadır. Dalga yayılım hareketinin kararlı olabilmesi için  $R_x \leq 1$  koşulu sağlanmalıdır. Bu kararlılık koşulunu sağlayacak şekilde  $\Delta x$  (konumsal çözünürlük)  $\Delta t$  (zamansal çözünürlük) ve dalga yayılma hızı  $c$  değerleri uygun seçilerek, benzetim gerçek dünya ölçekleri yansıtılabilmektedir.

(3.17) ve (3.18) denklemlerinin bilgisayar destekli olarak çözümünü sağlayan programın Matlab dilinde yazılmış örnek kodu Şekil 3.1’de görölmektedir. Bu kodlamada konumsal örnekleme adımı programda  $i$  değişkeni ile ve zamansal örnekleme adımı ise  $n$  değişkeni ile temsil edilmektedir. Burada, benzetimin gerçek dünya ile uyumluluğu  $R_x = \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta x}$  parametresi ile sağlanır.

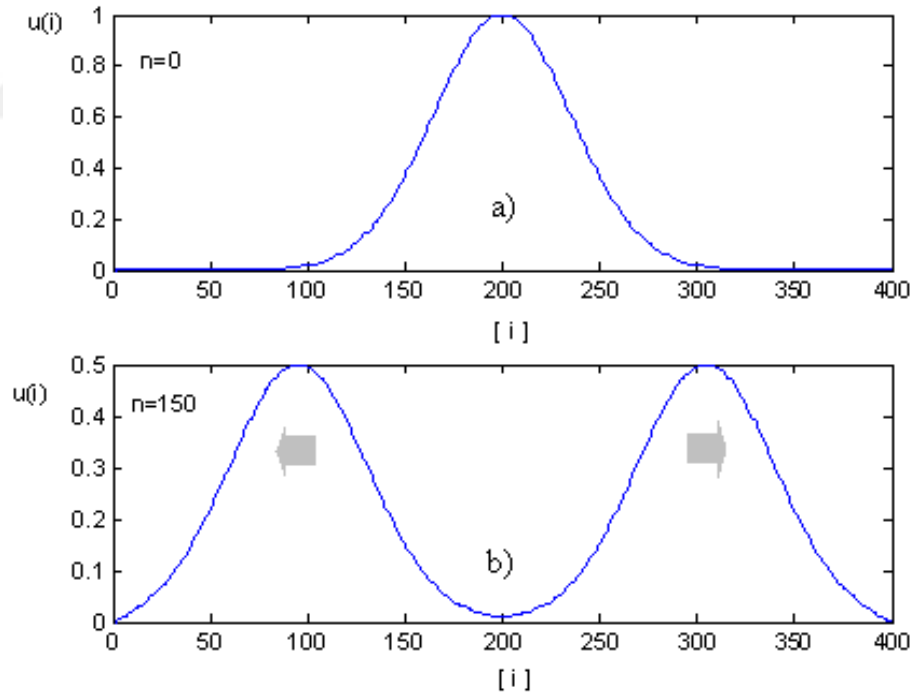
```

% Bir boyutlu dalga denklemleri SFZB analizi
for n=1:IterasyonAdedi
% Sistemde u(i) durumları güncellenir
for i=1:BirimSayisi-1
    u(i)=u(i)+Rx*(v(i+1)-v(i));
end
% Sistemde v(i) durumları güncellenir
for i=2:BirimSayisi
    v(i)=v(i)+Rx*(u(i)-u(i-1));
end
end

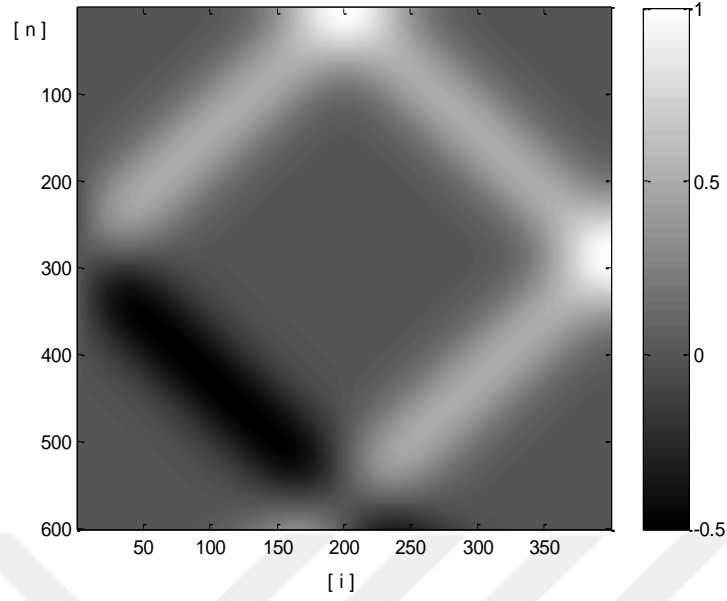
```

Şekil 3.1. Bir boyutlu sistem için SFZB yöntemi ile dalga yayılım benzetimi Matlab program kodu.

Şekil 3.1’de verilen program, eşitlik (3.17) ve (3.18) ile temsil edilen bir boyutlu dalga yayılım sisteminin bilgisayar ortamındaki simülasyonunu gerçekleştirir. Şekil 3.2’de  $R_x = 0.7$  değeri için  $u = 0$  anında sistem gauss fonksiyonu ile uyarıldığı durumda (Şekil 3.2.a), programın  $u = 150$  anındaki hesapladığı durum Şekil 3.2.b’de görülmektedir.  $u = 0$ ’da oluşturulan uyarımın, tek boyutlu konum uzayında her iki yöne doğru dalga olarak yayıldığı görülmüyor. Bu dalgaların sonlu konum uzayının sınırlarına ulaştığı zaman ne olacağını gösteren grafik Şekil 3.3’de verilmiştir. Bu şekilde yatay eksen konum ( $i$ ) boyutunda, dikey eksen zaman ( $n$ ) boyutundadır. Her bir noktanın konumda ve zamanda bir  $u(i, n)$  durumuna karşılık geldiği Şekil 3.3’de verilmekte ve ilk satır  $n = 0$  anındaki  $u(i, 0)$  değerini göstermektedir. Simülasyon zaman adımları ilerledikçe bir boyutlu konum uzayında her iki yöne doğru ilerleyen dalganın, konum uzayının sınırlarında yansımaya maruz kalarak ortama tekrar döndüğü görülmektedir. Sol taraftaki sınır noktasındaki yansımada genlik tersine dönmüştür. Sağ taraftaki sınırdan oluşan yansımada genlik olduğu gibi yansımıştır.



Şekil 3.2.  $n=0$  (Şekil 3.2.a) ve  $n=150$  (Şekil 3.2.b) anlarında  $u$  durumu.



**Şekil 3.3.** n=600 ‘e kadar elde edilen  $u$  durumlarından oluşan simülasyon resmi.

Benzetimlerde sınır bölgesi yansımaları (Boundary Reflection) istenmeyen bir olaydır. Çünkü bu yansımalar benzetimi yapılan sistemde dalga yayılması ile girişim yapar ve gözlemlenen olayın anlaşılmasını zorlaştırır. Sınır bölgesinde yansımaları önlemek ve benzetimleri daha temiz hale getirmek için sınır bölgesinde dalganın absorbe edilmesi (Boundary Absorbing) gerekmektedir.

Bu tezde, sınır bölgesindeki yansımaları azaltmak için sınır civarında yumuşak geçişli bir sönümleme(zayıflatma) katsayısı kullanacağız. Parametreleri ile merkez noktası ve düşüş eğimi üzerinde kontrol imkânı sağlayan gauss fonksiyonu iyi bir sönümleme fonksiyonu adayıdır. Bu zayıflatma katsayısı fonksiyonunu bir boyutlu konum için yazalım.

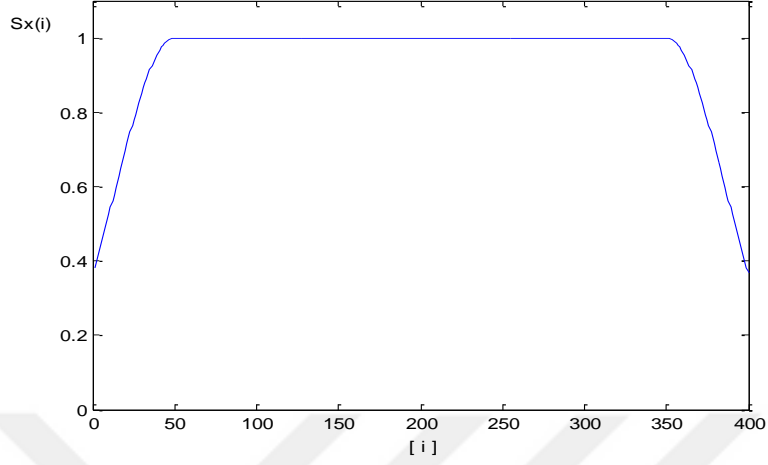
$$S_x = \left\{ \begin{array}{ll} \exp(-(i - a_x)^2 / \sigma^2) & i < a_x \\ 1 & a_x < i < (N - a_x) \\ \exp(-(i - (N - a_x))^2 / \sigma^2) & i > (N - a_x) \end{array} \right\} \quad (3.19)$$

Burada  $a_x$  sönümleme bölgesi genişliğini belirler. Parametre  $\sigma^2$  gauss fonksiyonu için varyans parametresidir ve bu parametre sönümlemenin sınıra doğru yumuşak artışını kontrol eder. Bu şekilde sınır bölgesi sönümlemesi uygulanmış benzetim ortamı için örnek kodu Şekil 3.4’de görebilirsiniz.

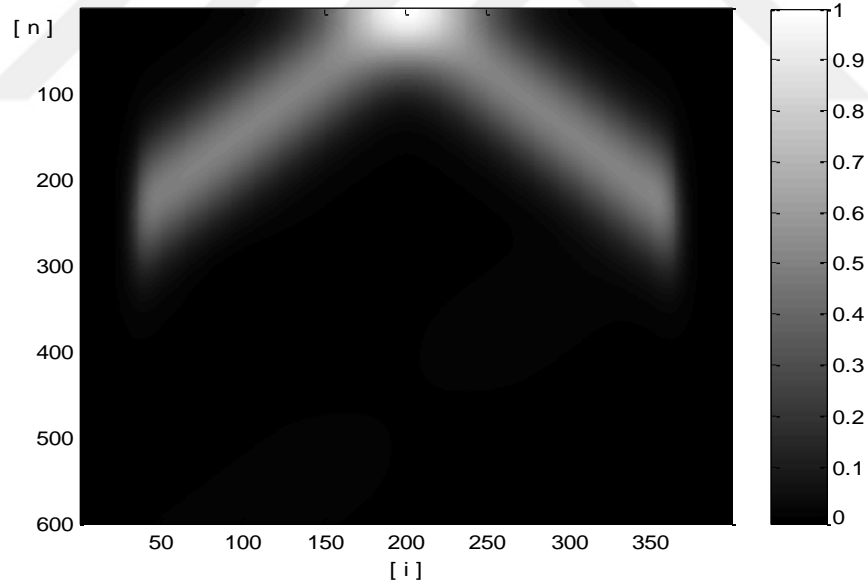
```
% Bir boyutlu dalga denklemleri SFZB analizi
for n=1:IterasyonAdedi
% Sistemde u(i) durumları güncellenir
for i=1:BirimSayisi-1
    u(i)=u(i)+Rx*(v(i+1)-v(i));
% u(i) durumu sönümlemesi
    u(i)=Sx(i)*u(i);
end
% Sistemde v(i) durumları güncellenir
for i=2:BirimSayisi
    v(i)=v(i)+Rx*(u(i)-u(i-1));
% v(i) durumu sönümlemesi
    v(i)=Sx(i)*v(i);
end
end
```

Şekil 3.4. Sınır sönümlemeli SFZB yöntemi ile dalga yayılım benzetimi.

Şekil 3.5’de  $N = 400$  olan bir dalga yayılım sisteminde  $a_x = 50$  söndürme bölgesi genişliği ve  $\sigma = 50$  için elde edilen zayıflatma katsayıları  $S_x$  çizilmiştir. Görüleceği üzere, zayıflatma katsayıları sistem sınırlarına 50 birim mesafeden itibaren yumuşak bir şekilde düşmektedir. Bu zayıflatma katsayıları için, Şekil 3.4’de görülen kodlar kullanılarak yapılan benzetim sonucunda elde edilen zamana bağlı dalga yayılım resmi Şekil 3.6’da verilmiştir. Bu resimde sınırlara doğru sönümleme katsayısı yavaş bir şekilde azalarak dalga genliğini çok düşürür. Böylece simülasyon ortamı sınırında dalga genliğini söner ve yansıyan dalga oluşmaz. Bu etki sönümleme katsayısının konum boyunca yavaş bir şekilde azalarak çok küçük değerlere ulaşması ile sağlanmıştır.



Şekil 3.5. Zayıflatma katsayıları  $S_x$  ( $N = 400, a_x = 50, \sigma = 50$ )



Şekil 3.6.  $n=600$  'e kadar elde edilen  $u$  durumlarının sınır sönümlmeli sistemde zamana bağlı yayılımı.

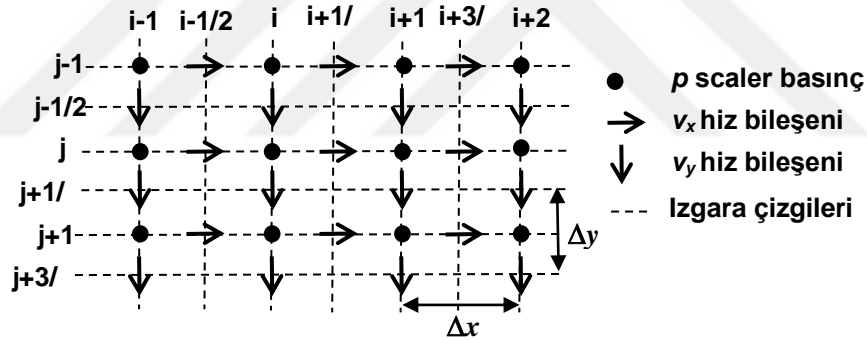
Farklı dalga yayılım hızlarına sahip heterojen bir ortamın benzetimi,  $c$  dalga hızı parametresinin birimden birime farklı kılınması ile sağlanır. Farklı dalga yayılma hızlarının söz konusu olduğu dalga yayılım ortamlarının benzetimi için  $R_x(i) = \frac{c(i) \cdot \Delta t}{\Delta x}$  ifadesi



Buraya kadar yaptığımız çalışmalarda,  $R_x(i) = \frac{c(i) \cdot \Delta t}{\Delta x}$  parametresinin gerçek dünya koşullarını benzetime yansıtma için kullanılabildiğini gördük. Gelecek bölümde akustik dalgaların iki boyutlu sistemde yayılımının benzetimi için MATLAB programı geliştirilmesi aşamalarını inceleyeceğiz.

### 3.3. Akustik Dalgaların İki Boyutlu Ortamda Yayılım Benzetimi

Bu bölümde eşitlik (2.12) ile ifade edilen normalize akustik dalga denklemlerini  $(\frac{\partial v}{\partial t} = -\underline{\rho} \cdot \nabla p$  ve  $\frac{\partial p}{\partial t} = -\bar{K} \cdot \nabla \cdot v)$  iki-boyutlu kartezyen koordinat sisteminde normalize hız vektörü bileşenleri  $(v_x, v_y)$  ve skaler basınç  $(p)$  için çözülmüştür [18].



**Şekil 3.9.** FDTD yöntemi çözümü için iki-boyutlu kartezyen koordinat sisteminde çözüm örnekleme noktaları

Ses basıncı  $p$  için zamanda çözüm örnekleme anları  $n \cdot \Delta t$  olarak seçilmiştir. Bu durumda normalize hız  $(v_x, v_y)$  için örnekleme anları  $(n + 1/2) \cdot \Delta t$  seçilebilir. Böylece bilgisayar destekli çözümleme için hesaplama adımları ayrıştırılarak, hesaplama işlemleri ardışık bir yapıya kavuşturulur. Normalize zamanın tam katları ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) basınç hesaplamasına rezerve edilmişken yarım katları ( $n = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ ) hız hesaplamasına rezerve

edilmiş olur. Bu ayrışımaya göre programda ardışık hesaplamada önce hız hesaplanmalı sonra basınç hesaplaması yapılmalıdır.

Burada normalize zaman çözünürlüğü  $\Delta \underline{t} = c_o \cdot \Delta t$  olarak ifade edilir [18]. Eşitlik 2.29 ile ifade edilen normalize akustik dalga denklemlerini bu bilgiler ışığında merkezi fark yaklaşık eşdeğeri ile değiştirelim.

İlk denklem;  $\frac{\partial v}{\partial \underline{t}} = -\underline{\rho} \cdot \nabla p$  ifadesinde  $v = (v_x, v_y)$  vektörleri olarak düzenlenirse,

$\frac{\partial v}{\partial \underline{t}} = \left( \frac{\partial v_x}{\partial \underline{t}}, \frac{\partial v_y}{\partial \underline{t}} \right)$  yazılabilir. Burada, türev ifadelerinde merkezi fark yaklaşık eşdeğerleri

yazılırsa,

$$\frac{\partial v_x}{\partial \underline{t}} = \frac{v_x^{n+\frac{1}{2}} - v_x^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \text{ ve } \frac{\partial v_y}{\partial \underline{t}} = \frac{v_y^{n+\frac{1}{2}} - v_y^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \text{ elde edilir.}$$

$\nabla p$  ifadesi, iki-boyutlu ayrık uzay (Şekil 3.9) için  $\nabla p = \left( \frac{\partial p}{\partial i}, \frac{\partial p}{\partial j} \right)$  olur. Burada merkezi fark

yaklaşık eşdeğerleri,

$$\frac{\partial p^n}{\partial i} = \frac{p^n(i+1, j) - p^n(i, j)}{\Delta x} \text{ ve } \frac{\partial p^n}{\partial j} = \frac{p^n(i, j+1) - p^n(i, j)}{\Delta y}$$

olarak ifade edilir. Bu ifadeler  $\frac{\partial v}{\partial \underline{t}} = -\underline{\rho} \cdot \nabla p$  de kullanılır ve gerekli düzenlemeler

yapılırsa,

$$v_x^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) = v_x^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - \underline{\rho}(i + \frac{1}{2}, j) \cdot R_x \cdot [p^n(i+1, j) - p^n(i, j)] \quad (3.20)$$

$$v_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) = v_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) - \underline{\rho}(i, j + \frac{1}{2}) \cdot R_y \cdot [p^n(i, j+1) - p^n(i, j)] \quad (3.21)$$

hız vektörleri için sonlu farklar zaman boyutu çözümlemesi elde edilmiş olunur.

İkinci denklem;  $\frac{\partial p}{\partial \underline{t}} = -\bar{K} \cdot \nabla \cdot v$  denkleminde  $\nabla \cdot v$  ifadesi, iki-boyutlu ayrık uzay

(Şekil 3.9) için  $\nabla \cdot v = \frac{\partial v_x}{\partial i} + \frac{\partial v_y}{\partial j}$  olarak ifade edilir. Türev ifadeleri için merkezi fark

yaklaşık eşdeğeri,

$$\frac{\partial v_x^{n+\frac{1}{2}}}{\partial i} = \frac{v_x^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - v_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j)}{\Delta x} \text{ ve}$$

$$\frac{\partial v_y^{n+\frac{1}{2}}}{\partial j} = \frac{v_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) - v_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2})}{\Delta y} \text{ olarak ifade edilebilir. Ayrıca,}$$

$$\frac{\partial p^n}{\partial t} = \frac{p^{n+1} - p^n}{\Delta t} \text{ yazılabilir. Bu ifadeler } \frac{\partial p}{\partial t} = -\bar{K} \cdot \nabla \cdot v \text{ de kullanılır ve ayrık zamanda}$$

gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$p^{n+1}(i, j) = p^n(i, j) - \bar{K}(i, j) \cdot R_x \cdot \left[ v_x^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - v_x^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j) \right] - \bar{K}(i, j) \cdot R_y \cdot \left[ v_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) - v_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}) \right] \quad (3.22)$$

elde edilir. Burada,

$$R_x = \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad \text{ve} \quad R_y = \frac{\Delta t}{\Delta y}. \quad (3.23)$$

$R_x$  ve  $R_y$  parametreleri önceki bölümde de vurgulandığı üzere gerçek dünya ile benzetim tutarlılığının sağlanmasında önemli bir rol oynayacaktır. Dalga yayılımının kararlı olabilmesi için Courant Koşulu (Courant Condition) [18] adı verilen ve  $R_x$  ve  $R_y$ 'nin alabileceği değer aralığını tanımlayan kararlılık koşulunun sağlanması da gerekmektedir. Bu koşul

$$R_x = R_y < 1/(\sqrt{2} \cdot M_{\rho K}) \quad (3.24)$$

olarak belirlenmiştir. Burada,  $M_{\rho K}$  analiz yapılan ortam içinde  $\rho$  normalize yoğunluk ve  $\bar{K}$  normalize bulk modülünden değerce en yüksek olanıdır [18].

Bir diğer önemli sınırlama, nümerik (Izgara) saçılım (Numerical Dispersion- Grid Dispersion) sorunudur. İki boyutlu kartezyen koordinat sistemin de analiz edilen dalganın dalga boyu ( $\lambda$ ),  $\Delta x$  ve  $\Delta y$  mertebelerine yaklaştıkça dalganın yayılım yönüne bağlı olarak belirgin faz hataları görülmeye başlanır.  $\lambda/\Delta x$  ve  $\lambda/\Delta y$  oranları büyüdükçe, gözlemlenen

faz hatasının hızla düştüğü görülmüştür. Birçok akademik çalışmada  $\lambda/\Delta x$  ve  $\lambda/\Delta y$  oranlarının 30-60 mertebelerinde tutulması yeterli görülmüştür. [18,19]

(3.20), (3.21) ve (3.22) ile ifade edilen ayrık zaman sistem denklemlerini bilgisayar destekli çözümlmek için daha uygun bir forma getirilirse [18,19,20].

$$v_x^{n+1}(i, j) = v_x^n(i, j) - \underline{\rho}(i, j) \cdot R_x \cdot (P^n(i+1, j) - P^n(i, j)) \quad (3.25)$$

$$v_y^{n+1}(i, j) = v_y^n(i, j) - \underline{\rho}(i, j) \cdot R_y \cdot (P^n(i, j+1) - P^n(i, j)) \quad (3.26)$$

$$p^{n+1}(i, j) = p^n(i, j) - \overline{K}(i, j) \cdot R_x \cdot (v_x^n(i, j) - v_x^n(i-1, j)) - \overline{K}(i, j) \cdot R_y \cdot (v_y^n(i, j) - v_y^n(i, j-1))$$

(3.27)

Elde edilen (3.25), (3.26) ve (3.27) denklemleri için örnek program Şekil 3.10'da verilmiştir. Bu kaynak kodlarında sınır sönümlemesi işlemi de gerçekleştirilmiştir.

```
% iki boyutta akustik dalga denklemleri SFZB analizi
for n=1:IterasyonAdedi
% Sistemde Vx(i,j) ve Vy(i,j) durumları güncellenir
for i=1:BoyutX-1
for j=1:BoyutY-1
Vx(i,j)=Vx(i,j)-q(i,j)*Rx*(P(i+1,j)-P(i,j));
Vy(i,j)=Vy(i,j)-q(i,j)*Ry*(P(i,j+1)-P(i,j));
% Vx(i,j),Vy(i,j) durumu sınır sönümlemesi
Vx(i,j)=Sx(i,j)* Vx(i,j);
Vy(i,j)=Sy(i,j)* Vy(i,j);
end
end
% Sistemde P(i,j) durumları güncellenir
for i=1:BoyutX-1
for j=1:BoyutY-1
    P(i,j)=P(i,j)-K(i,j)*Rx*(Vx(i,j)-Vx(i-1,j))-K(i,j)*Ry*(Vy(i,j)-Vy(i,j-1));
% P(i,j) durumu sınır sönümlemesi
Vx(i,j)=Sx(i,j)* P(i,j);
end
```

**Şekil 3.10.** Sınır sönümlemeli SFZB yöntemi ile iki boyutlu sistemde akustik dalga yayılım benzetimi için örnek program.

Şimdi (3.25), (3.26) ve (3.27) eşitlikleriyle temsil ettiğimiz iki boyutlu akustik dalga yayılım ortamını uyarabilecek bir kaynak fonksiyonu tasarlayalım. Kaynak fonksiyonunun, dalga yayılım ortamının basınç durumunu değiştirdiğini varsayalım. Bu varsayım altında iki tip kaynak fonksiyonu önerebilir. Birincisi, toplamsal (superposition)

kaynak fonksiyonudur ve basınç durumuna toplama işlemi ile tesir eden bir fonksiyondur. Bu fonksiyonu,

$$p^n(i, j) = p^n(i, j) + \phi^n(i, j) \quad (3.28)$$

ile ifade edilebiliriz. Burada,  $\phi^n(i, j)$  fonksiyonu kaynak işaretidir. Diğer tip kaynak fonksiyonu, zorlamalı (*drifting*) kaynak adını verdiğimiz, basınç durumunu doğrudan belirleyen ve sistemin o andaki basınç durumunun hiçbir etkisinin olmadığı tip kaynak fonksiyonudur. Bu fonksiyonu,

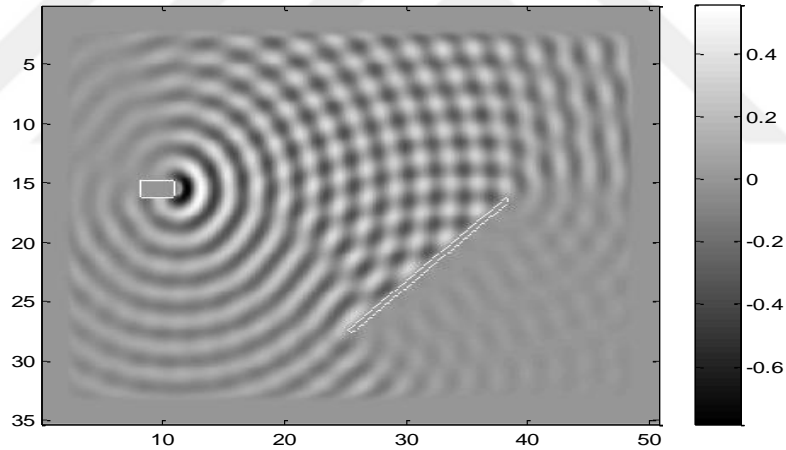
$$p^n(i, j) = \phi^n(i, j) \quad (3.29)$$

ile ifade edebilir. Akustik dalga benzetimlerinde, dalga yayılımını daha sağlıklı inceleyebilmek için,  $\phi^n(i, j)$  kaynak fonksiyonu olarak tek frekanslı sinüzoidal işaret  $\phi^n(i, j) = \sin(2\pi \cdot f \cdot n)$  kullanılmıştır. Akustik dalga hızı  $c$  ile gösterilirse, kaynak işareti tek tonlu akustik dalga için  $\phi^n(i, j) = \sin(2\pi \cdot \frac{c}{\lambda} \cdot n)$  olarak ifade edilebilir. Periyodik olmayan kaynak işareti için  $\phi^n(i, j) = \exp(-(n - n_{\max})^2 / \sigma^2)$  gauss fonksiyonunu kullanabilir. Önceki bölümde bir boyutlu dalga yayılım sistemi benzetiminde sistemin uyarımı için gauss fonksiyonu kullanılmıştı. Burada  $n_{\max}$  parametresi, gauss fonksiyonun tepe noktasını  $n = n_{\max}$  zamanına öter. Şekil 3.11'de her işlem adımında basınç durumu üzerinde kaynak fonksiyonu ile yapılan güncellemeye ait örnek Matlab kodu verilmiştir.

```
% Basınç durumu kaynak fonksiyonu ile güncellenir
ifKaynakFonkTipi==0
% Zorlamalı kaynak fonksiyonu (tek tonlu sinüs işareti)
    P(i,j)=Genlik*sin(2*pi*f*it);
elseifKaynakFonkTipi==1
% Toplamsal kaynak fonksiyonu (tek tonlu sinüs işareti)
    P(i,j)=P(i,j)+Genlik*sin(2*pi*f*it);
elseifKaynakFonkTipi==2
% Zorlamalı kaynak fonksiyonu (gauss işareti)
    P(i,j)=Genlik*exp(-((it-tmax)^2)/Varyans);
end
```

Şekil 3.11. Kaynak fonksiyonları için örnek Matlab kodları.

Matlab teknik programlama dili kullanılarak geliştirilen akustik dalga benzetimi ile elde edilen dalga yayılım resmi Şekil 3.12’de verilmiştir. Bu benzetimde zorlamalı kaynak fonksiyonu kullanılarak sistem 8500 Hz frekanslı sinüs işareti ile uyarılmıştır. Benzetimde kullanılan konum çözünürlüğü 0.001 m ( $\Delta x = \Delta y = 0.001$ ), zaman çözünürlüğü 0.000001 sn ( $\Delta t = 0.000001$ ) ve ses dalgasının ortamdaki yayılma hızı 340 m/sn ( $c_o = 340$ ) olarak ayarlanmıştır. Dalga yayılım ortamına bir tam yansıma duvarı konulmuş ve dalgaların yansıma olayının benzeti yapılmıştır. Yansıma duvarının arkasına küresel dalga geçişi olması gelen dalganın duvar tarafından engellendiğini göstermektedir. Yansıyan duvar önünde oluşan girişim deseni duvardan yansıyan dalga ile gelen dalganın girişimi sonucu oluşmaktadır ve yansıma olanı doğrulamaktadır. Duvar arkasında ise sadece duvar kenarlarından sızan dalgaların yayılımı görülmüştür. Bu yansıma duvarı simülasyon sonucu FDTD yöntemi ile akustik dalga benzetimlerinin yapı akustiği çalışmalarında iyi bir simülasyon aracı sağlayabileceğini göstermiştir.

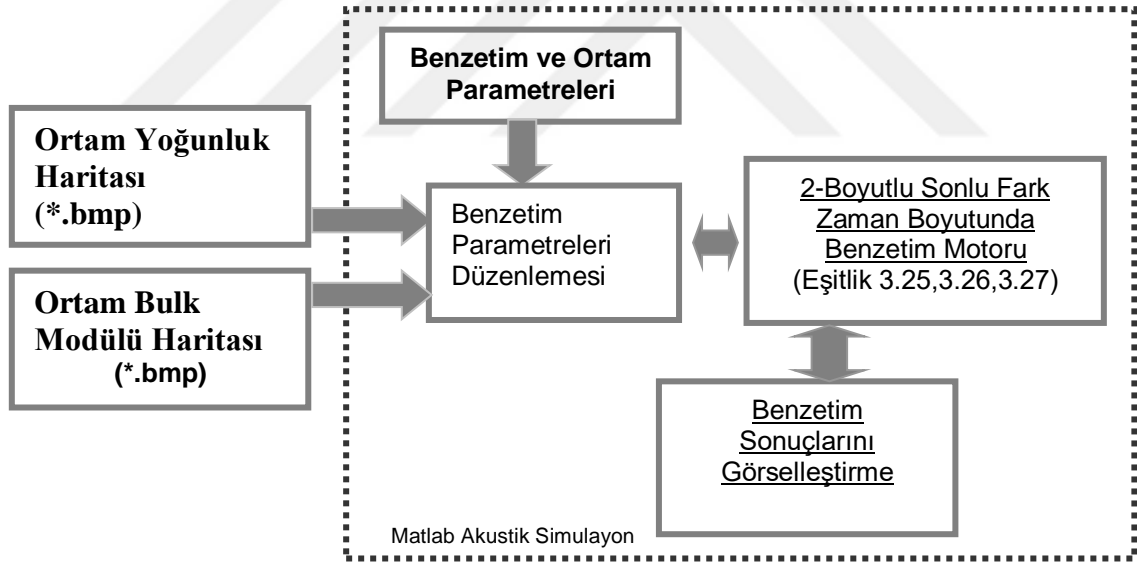


**Şekil 3.12.** İki boyutta akustik dalga yayılım ortamında yansıma duvarının etkilerini gösteren simülasyon sonucu

## 4. İKİ BOYUTLU AKUSTİK DALGA YAYILIM BENZETİMİ İLE AKUSTİK DALGA FİZİĞİ ÖRNEKLERİ

### 4.1. AkustikSim Programına Genel Bakış ve Dalga Benzetimi Ortamı Tasarımı

Önceki bölümde elde edilen (3.25), (3.26) ve (3.27) denklemlerini temel alan iki boyutlu benzetim ortamı Matlab teknik programlama dili kullanılarak geliştirilmiştir. Bu Matlab simülasyon ortamı dalga yayılım ortamının yoğunluk ve bulk modülü dağılımını temsil eden Bitmap (\*.bmp) formatındaki iki resim dosyasını giriş olarak kabul etmektedir. Bu resimler, benzetimi yapılacak dalga yayılım ortamını benzetim ortamına taşımaktadır ve Microsoft Windows'un "Paint" isimli basit çizim programı ile kolaylıkla hazırlanabilmektedir. Bu resimlerin, dalga yayılma ortamını oluşturan malzemenin yoğunluk dağılımını temsil edenine Ortam Yoğunluk Haritası ve bulk modülünü temsil edenine Ortam Bulk Modülü Haritası adını adı verilmiştir. Şekil 4.1'de Matlab benzetim ortamının genel mimarisi gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Matlab benzetim ortamının genel mimarisi.

Ortam Yoğunluk Haritası ve Ortam Bulk Modülü Haritası tasarlandıktan sonra benzetim ortamında kullanılan parametre ve tipik değerleri Tablo 4.1'de gösterilmiştir.

Şekil 4.1'de görülen hesaplama mimarisine uyan kodlar ile hesaplamalar yürüttür ve hesaplamalar tamamlandıktan sonra elde edilen sonuçlar görsellenir.

**Tablo 4.1.** Benzetim ve Ortam Parametreleri.

| <b>Parametre</b>    | <b>Açıklama</b>  | <b>Tipik Değeri</b> |
|---------------------|--|---------------------|
| NormYogunlukSiyah   | Siyah renk için normalize yoğunluk değeri.<br>(Dalga yayılma ortamı için kullanılır)               | 1                   |
| NormYogunlukBeyaz   | Beyaz renk için normalize yoğunluk değeri.<br>(Ortamda bulunan ikinci materyal için kullanılır)    | 0.001 (Hava-Çelik)  |
| NormYogunlukKirmizi | Kırmızı renk için normalize yoğunluk değeri.<br>(Bariyer ortamlar (Güçlü yansıma) için kullanılır) | 0                   |
| NormYogunlukMavi    | Mavi renk için normalize yoğunluk değeri.<br>(Dalga kaynağı için kullanılır)                       | 1                   |
| NormYogunlukYesil   | Yeşil renk için normalize yoğunluk değeri.<br>(Ölçüm amaçlı olarak kullanılır)                     | 1                   |
| NormBulkSiyah       | Siyah renk için normalize bulk modülü değeri. (Dalga yayılma ortamı için kullanılır)               | 1                   |
| NormBulkBeyaz       | Beyaz renk için normalize yoğunluk değeri.<br>(Ortamda bulunan ikinci materyal için kullanılır)    | 8 (Hava-Çelik)      |
| NormBulkKirmizi     | Kırmızı renk için normalize yoğunluk değeri.<br>(Bariyer ortamlar (Güçlü yansıma) için kullanılır) | 0                   |
| NormBulkMavi        | Mavi renk için normalize yoğunluk değeri.<br>(Dalga kaynağı için kullanılır)                       | 1                   |

|                |  |            |
|----------------|--|------------|
| NormBulkYesil  | Yeşil renk için normalize yoğunluk değeri.<br>(Ölçüm amaçlı olarak kullanılır)   | 1          |
| SimulasyonSure | Benzetim için toplam işlem adımı sayısı.<br>Gerçek süre= SimulasyonSure* DeltaT  | 1000       |
| DurmaPeriyodu  | Benzetim süresince DurmaPeriyodu parametresi ile belirlenen aralıklarla o anki basınç dalga yayılım resmi ekrana getirilir ve bu resmin bir kopyası SimImaj klasörü altına kaydedilir. Bu işlemi iptal etmek için DurmaPeriyodu=0 değerini atayınız. | 100        |
| Co             | Ses yayılma ortamı hızı [m/sn]   | 340 (Hava) |
| DeltaT         | Simülasyon zaman çözünürlüğü ( $\Delta t$ ).[sn]<br>$\Delta u = Co. \Delta t$  | 0.000001   |
| Rx             | X eksenini için Courant Sayısı (Kararlılık için)   | 0.34       |
| Ry             | Y eksenini için Courant Sayısı (Kararlılık için)   | 0.34       |
| KaynakFonkTipi | Kaynak tipini belirler.<br>- KaynakFonkTipi=0 ise zorlamalı kaynak fonksiyonu (tek ton sinus)<br>- KaynakFonkTipi=1 ise toplamsal kaynak fonksiyonu (tek ton sinus)<br>- KaynakFonkTipi=2 ise zorlamalı kaynak fonksiyonu (Gauss fonksiyonu)         | 0          |
| Fg             | Sinüzoidal kaynak frekansı [Hz]  | 9000       |
| Genlik         | Sinüzoidal kaynak genliği  | 1          |
| tmax           | Gauss fonksiyonu kaynağının tepe noktasının yerleşeceği benzetim anı   | 200        |
| Varyans        | Gauss fonksiyonu kaynağının varyansı   | 30         |
| ÖlçümAktif     | olcumAktif=1 ise BasincOlcerX ve BasincOlcerY dizileri ile belirlenen koordinatlarda basınç şiddeti ölçülür ve BasincHist dizisinde saklanır.<br>olcumAktif=0 ise basınç ölçülmesi yapılmaz.   | 0          |
| SönümlüSınır   | Similasyon ortamının sınırlarını belirler.<br>- Sönümlü sınır için SonumluSinir=1;<br>- Yansımali sınır için SonumluSinir=0;   | 1          |

#### 4.1.1. Ortam Haritalarının Tasarımı

Bir önceki bölümde Ortam Yoğunluk ve Ortam Bulk Modülü Haritalarının Paint programı ile tasarlanabileceğini vurgulamıştık. Bu bölümde tasarım konusunu biraz daha yakından inceleyeceğiz. Ortam haritaları tasarımında kullanılmak üzere 5 adet renk kodu rezerve edilmiştir. Bunlar sırası ile,

**1- Siyah renk kodu:** Siyah renk kodu akustik dalga yayılma ortamını oluşturan ana materyal için rezerve edilmiştir ve (Tablo 4.1'e bakınız) her zaman 1 olarak set edilmelidir.

**2- Beyaz renk kodu:** Dalga yayılma ortamında homojenliği bozan ikincil materyal için rezerve edilmiştir. Beyaz renk kodlu malzeme tipi ana malzemeye (Siyah renk kodlu) göre normalize edilerek değer atanır. (Denklem 2.13 'e bakınız.)

**3- Kırmızı renk kodu:** Bariyer (Tam yansıtma yüzeyleri) için rezerve edilmiştir. (Tablo 4.1'e bakınız) Tam yansıtma için 0 olarak set edilmelidir. Benzetim ortamında yansıtma yüzeyi gereken bölgelerin tasarımında kullanılır.

**4- Mavi renk kodu:** Dalga kaynakları (Üreteçler) için rezerve edilmiştir. (Tablo 4.1'e bakınız) Her zaman 1 olarak set edilmelidir.

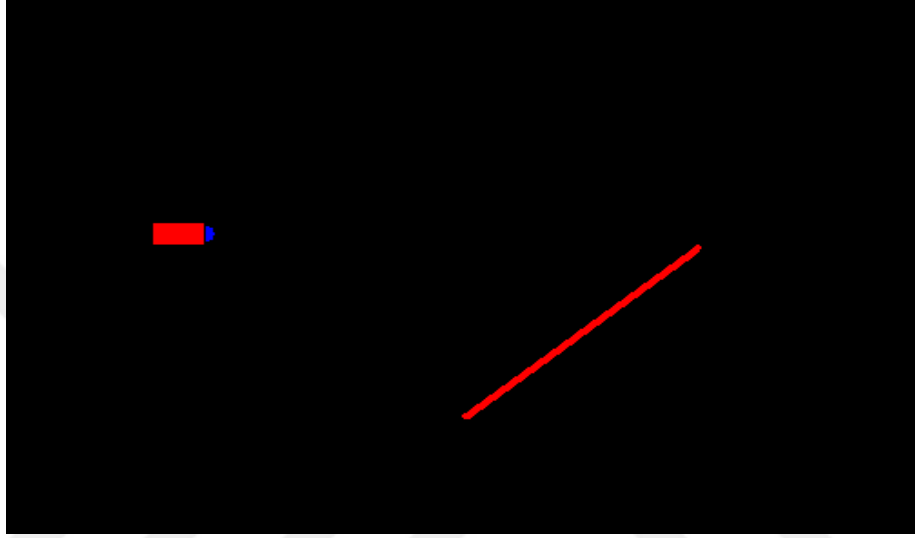
**5- Yeşil renk kodu:** Özel amaçlar için rezerve edilmiştir. Örneğin, dalga yayılma ortamında homojenliği bozan iki materyal olması halinde kullanılabilir. Ancak, malzeme parametrelerinin ana malzemeye göre normalize olarak set edilmesi gerekmektedir.

Bu renk kodlarına bağlı kaynak, bariyer ve kristal dağıtıcı tasarım örnekleri Şekil 4.2'de görülmektedir.



Şekil 4.2. Matlab benzetim ortamının genel yapısı.

Şekil 3.12’de görülen benzetim sonucu, Şekil 4.3’de görülen ve ortam yoğunluk ve ortam bulk modülü haritası olarak kullanılan tasarımla elde edilmiştir. Bu tasarımda bir adet arkası geçirimsiz dairesel dalga kaynağı ile bir eğik tam yansıtma yüzeyi kullanılmıştır. Görüldüğü üzere, tam yansıma yüzeylerinde kırmızı renk kodu kullanılmış ve dalga üreten noktalarda ise mavi renk kodu kullanılmıştır.



Şekil 4.3. Ortam haritası örneği.

#### 4.1.2. Matlab Programının Ürettiği Sonuçlar

Matlab programı benzetimi tamamlandıktan sonra basınç dalgası için şu sonuçları üretir.

**Basınç Dalgası Yayılım Resmi:** Bu resim iki boyutlu dalga yayılım ortamındaki her bir basınç durumunun ( $p^n(i, j)$ ) o andaki değeri ile oluşturulur.

**Maksimum Basınç Şiddeti Resmi:** Bu resim, benzetim süresi boyunca iki boyutlu akustik dalga yayılım ortamını oluşturan her bir noktanın basınç değerinin karesinin ( $p^n(i, j))^2$  maksimum değerleri ile oluşturulur. Bu nedenle maksimum anlık güç dağılımının ( $P_{\max}$ ) bir resmini verir ve

$P_{\max}(i, j) = \max \{(p^n(i, j))^2 \mid n \in [1, SimulasyonSure]\}$  formülü ile matematiksel olarak

ifade edilir. Maksimum güç dağılımını daha kolay görülebilmek için logaritmik ölçekleme  $(\log_{10} P_{\max})$  uygulanabilir.

**Partikül Hızı Genlik ve Açılı Resimleri:** Akustik dalga yayılım ortamında basınç değişimine yol açan partiküllerin hızları (3.25) ve (3.26) denklemleri ile hesaplanır. İki boyutlu modelin her bir biriminde hız vektörü iki hız bileşeni ile  $(\vec{v}^n(i, j) = (v_x^n(i, j), v_y^n(i, j)))$  temsil edilir. Herhangi bir  $n$  benzetim anı için bir noktadaki partikül hız vektörü şiddeti  $|\vec{v}^n(i, j)| = \sqrt{(v_x^n(i, j))^2 + (v_y^n(i, j))^2}$  ve partikül hız vektör açısı  $\langle \vec{v}^n(i, j) \rangle = \tan^{-1}(v_x^n(i, j)/v_y^n(i, j))$  bağıntıları yardımı ile hesaplanır, partikül hız vektör şiddeti ve açısı resimleri elde edilir.

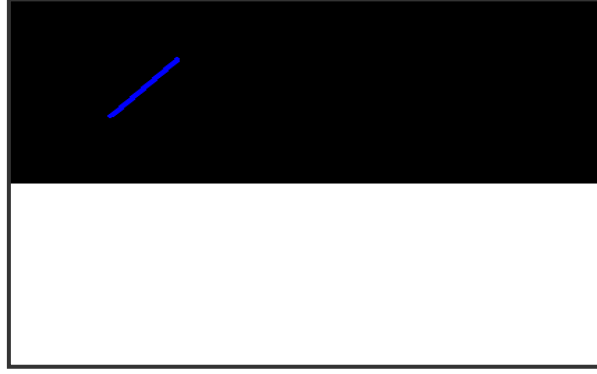
#### 4.2. Akustik Dalgalarda Kırınım Olayının İncelenmesi

Dalgalarda kırınım olayı, dalga yayılma hızlarının farklı olduğu iki ortam arasında dalga hareketi geçişleri olması durumunda gözlenir. İlk olarak Snell tarafından elektromanyetik dalgalar için modellenen bu olayın bütün dalga hareketleri için geçerli olduğu görülmüştür. Snell yasası olarak bilinen kırılma yasası; bize iki farklı ortam ara yüzünde dalganın hareket doğrultusunun değişmesinin yani kırılmanın, dalganın ortamlarda yayılma hızlarının farklı olmasının bir sonucu olduğunu söyler. Bu durum aşağıdaki bağıntı ile basit bir şekilde ifade edilmiştir.

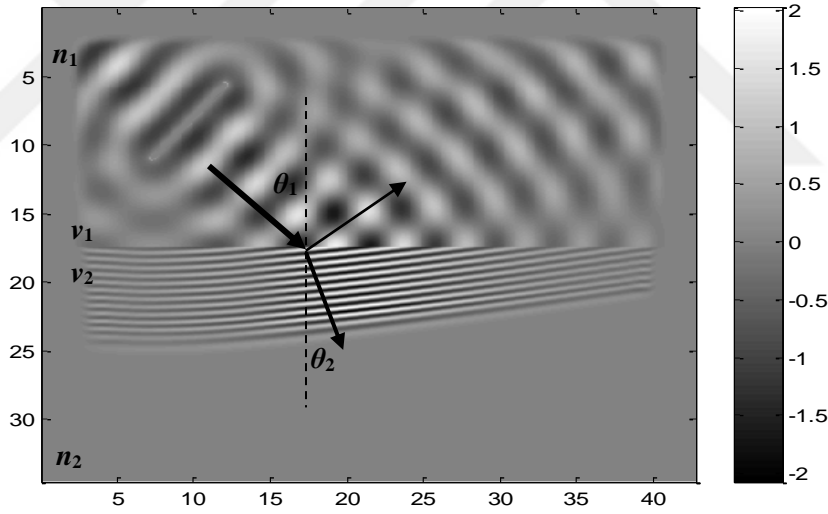
$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (4.1)$$

Şekil 4.4'de verilen ortam haritasına göre yapılan benzetimin sonucunda elde edilen akustik dalga yayılım resminde (Şekil 4.5) kırınım olayını açıkça gözlemlemek mümkündür. Çizgisel kaynaktan yayılan düzlem dalgalar daha yoğun olan ikinci ortama geçtiğinde dalga hızı düşmüştür. Bu durum, dalganın ikinci ortama geçerken kırınımına, ikinci ortama geçemeyen kısmının ise yansımaya maruz kalarak birinci ortama dönmesine neden olmuştur. Birinci bölgede görülen dalga girişim deseni yansıyan dalgaların kaynak dalgaları ile girişimi sonucu oluşur. Bu simülasyon sonucu farklı akustik yayılma özelliklerine sahip ortamların simülasyonun beklenen dalga yayılım özelliklerini

sergileyebildiğini göstermiştir. Bu simülasyon sonucunda düzlem dalganın kırınım ve yansıma ve giriş gibi üç temel özelliği tutarlı bir şekilde gözlemlenmiştir. Bu sonuç FDTD yönteminin yapı akustiği simülasyonları için uygun olduğunu göstermiştir.



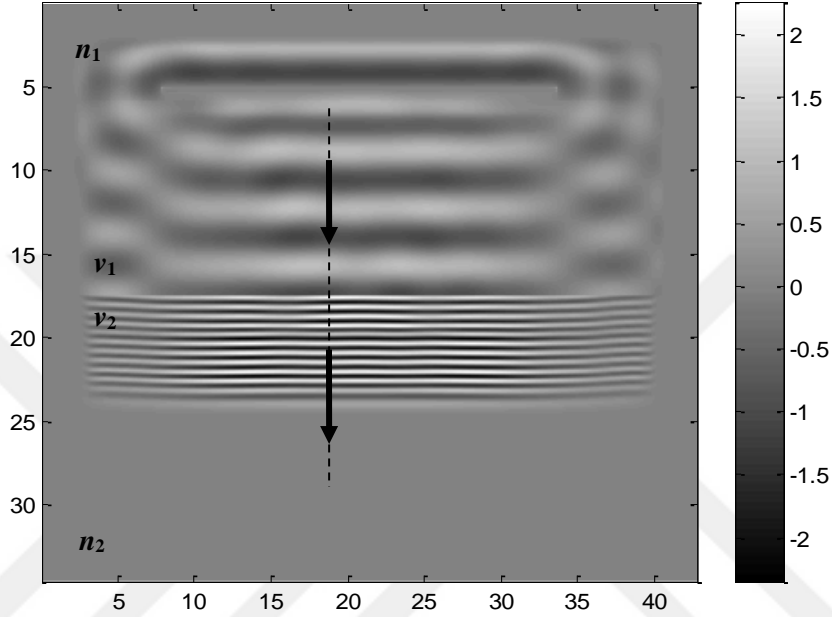
Şekil 4.4. Kırınım olayı benzetisi için tasarlanan ortam haritası.



Şekil 4.5. Kırınım olayı için elde edilen dalga yayılım FDTD simülasyon sonucu

Kırınım olaylarını daha detaylı incelemek için Şekil 4.6'da yüzeye dik doğrultuda gelen dalgaların ikinci ortama geçişleri incelenmiştir. Şekil 4.5'de görüldüğü üzere denklem (4.1)'ile ifade edilen Snell yasasına göre ortamdaki dalga yayılma hızları ile iki ortamı ayıran yüzey normaline göre kırılma açısı arasında  $v_2 \cdot \sin \theta_1 = v_1 \cdot \sin \theta_2$  ilişkisi vardır. İkinci ortamda dalga yayılma hızı daha düşük ise dalga normale yaklaşacak şekilde kırılır yani  $\theta_2 < \theta_1$ 'dir. Şekil 4.5'de bu durum gözlemlenmiştir. Fakat yüzey normaline dik

gelen dalgalar Snell yasasına göre kırınımına uğramadan ikinci ortama geçerler. Bu durum Şekil 4.6'da simülasyon sonucunda açıkça gözlemlenmiştir ve simülasyon sonuçlarının Snell yasası ve dalga fiziğinin kırınım olayı ile tutarlı olduğu görülmüştür. Bu özellikler FDTD yöntemi ile yapılan yapı akustiği simülasyonlarında homojen olmayan ortamlarda gerçekleşen kırınım ve dalga hızı değişimlerinin dikkate alınacağını gösterir.



Şekil 4.6. Yüzeğe dik gelen düzlem dalgaların FDTD akustik simülasyon sonucu

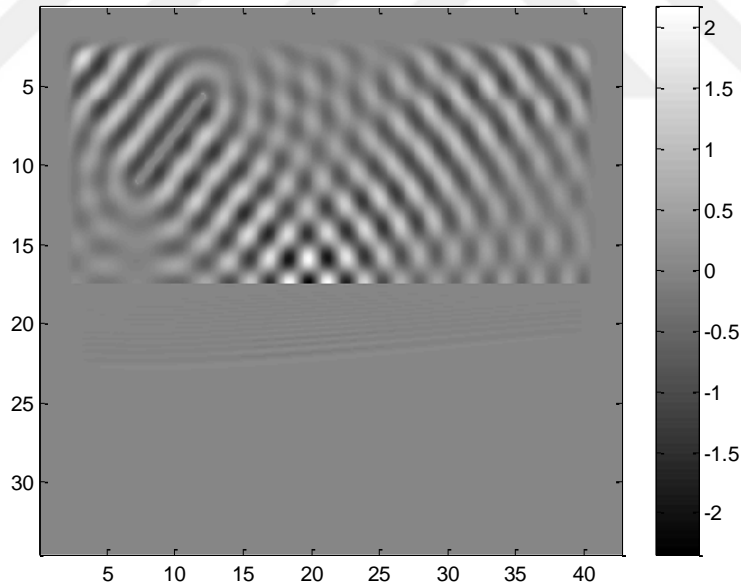
### 4.3. Akustik Dalgalarda Yansıma ve Karakteristik Empedans

Homojen olmayan dalga yayılma ortamında dalganın maruz kaldığı önemli bir durum yansıma ve geçirgenlik olayıdır. Bu bölümde yansıma ve geçirgenlik olayının simülasyonları incelenmiştir. Ortamları ayıran yüzeylerden yansıma olayının gerçekleşebilmesi için ortamların karakteristik empedansları arasında fark olmalıdır. Bu fark ne kadar büyük olursa, dalga enerjisinin yansıma oranı o nispette büyük olacaktır. Ortamlar arasındaki ara yüzeyler için, yansıma miktarları yansıma katsayısı ( $R$ ) ile ifade edilir. Yansıma katsayısı,

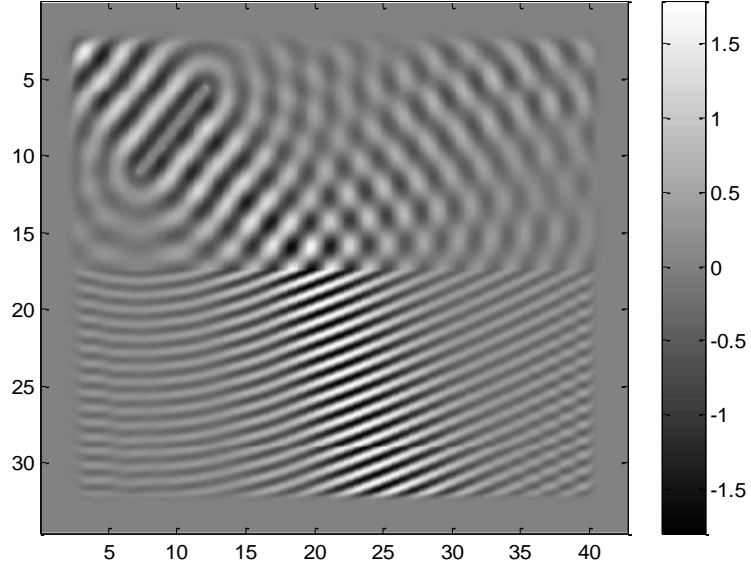
$$R(f) = \frac{Z_2(f) - Z_1(f)}{Z_2(f) + Z_1(f)} \quad (4.2)$$

bağıntısı ile ifade edilir [21]. Burada  $Z_1(f)$  birinci ortamın karakteristik empedansı ve  $Z_2(f)$  ikinci ortamın (dalganın geçeceği ortam) karakteristik empedansıdır. Malzemelerin veya ortamların karakteristik empedansları frekansa ( $f$ ) bağlıdır.  $R(f)$  sifira yaklaştıkça yansıyan dalga enerjisi azalacaktır.  $R(f) = 0$  durumunda dalganın tamamı yansısız olarak ikinci ortama geçer. Bu olaya enerji aktarım literatüründe empedans uyumu (*Impedance matching*) denir.  $R(f)$  yansıma katsayısı bire yaklaştıkça yansıyan dalga enerjisi artar.  $|R(f)| = 1$  olması durumunda tam yansıma gözlemlenir.

Dalgaların yansıma olaylarında ortamın karakteristik akustik empedansını göz önünde bulundurulur. Daha önceki bölümlerde, akustik dalga modelinde ortamın akustik empedansı için  $Z = \sqrt{\rho \cdot K}$  formülü verilmişti. (Eşitlik 2.15) Öncelikle, düşük akustik empedansa sahip bir ortamdan yüksek akustik empedansa sahip ortama geçen düzlem dalganın benzetimini inceleyelim. Bunun için,  $Z_0 = \sqrt{\rho_0 \cdot K_0} < Z_1 = \sqrt{\rho_1 \cdot K_1}$ , koşulunu sağlayan ortam parametreleri seçerek benzetim yapılır.



**Şekil 4.7.** İkinci ortamın karakteristik empedansının yüksek olduğu durum için FDTD akustik simülasyon sonucu



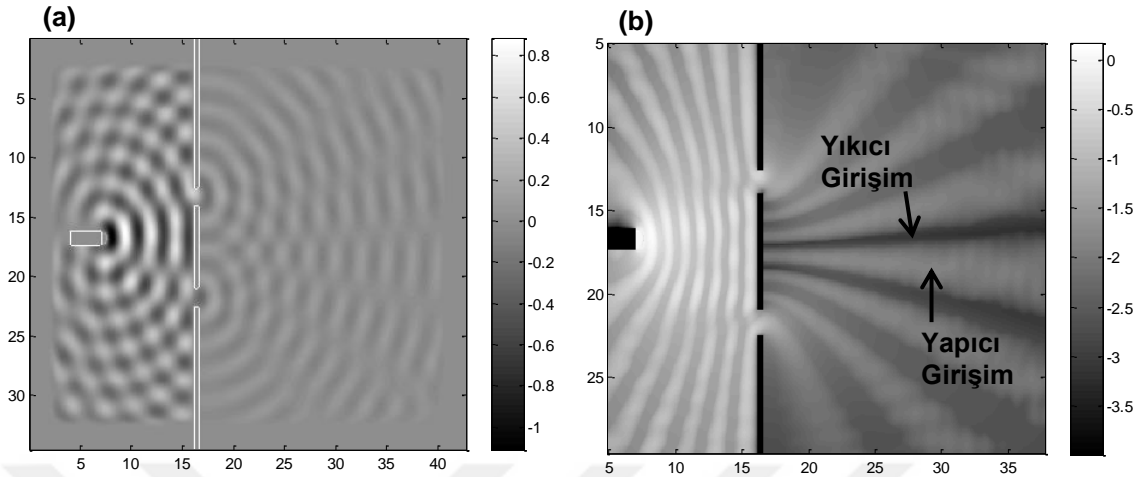
**Şekil 4.8.** İkinci ortamın karakteristik empedansının düşük olduğu durum.

Şekil 4.7’de yansımaya katsayısı 0.97 olacak şekilde ortam parametreleri ( $\rho, K$ ) ayarlanmıştır. İkinci ortama geçen dalga enerjisi, yansıyan dalgaya nispeten çok küçük kalmıştır. Dolayısıyla ile dalganın büyük bir kısmı yüzeyden yansımıştır. Şekil 4.8’de yansımaya katsayısı 0.63 olacak şekilde ortam parametreleri ayarlanmıştır. Görüldüğü üzere, ikinci ortama geçen dalga enerjisi Şekil 4.7 ile kıyaslandığı zaman belirgin bir şekilde yüksek olduğu görülür. (İlgili hesaplamalar için EK’e bakınız.). Bu simülasyon sonuçları akustik yansımaya ve transmisyona olaylarının FDTD simülasyonlarında gözlemlenebildiği göstermiştir.

#### 4.4. Akustik Dalgalarda Girişim Olayının Benzetimi

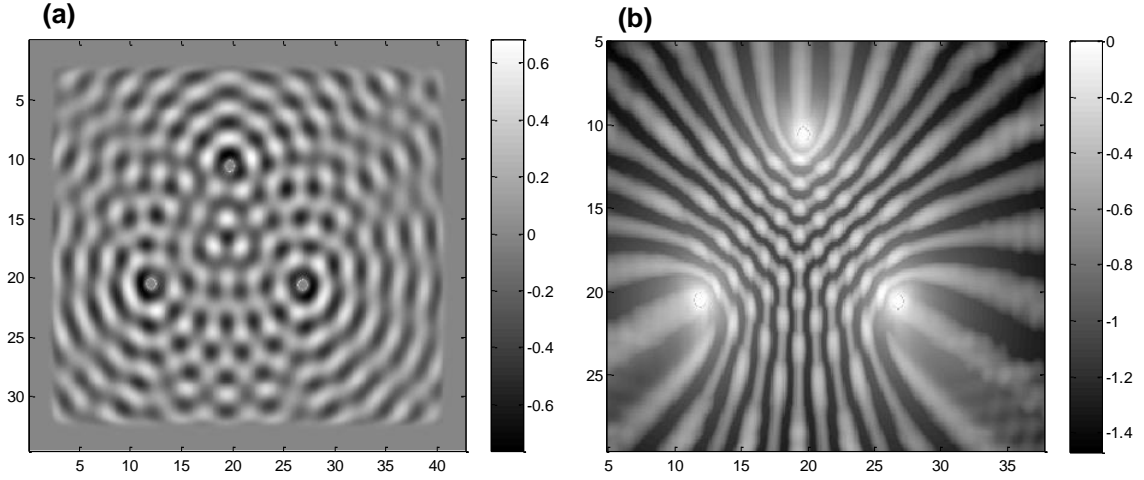
Birden fazla noktasal kaynağın bulunduğu ortamda dalgaların girişimi olayı gerçekleşir. Girişim olayı dalga fiziğinin en temel olaylarından biridir. Dalga girişim deseni, dalgaların üst üste binmesi sonucunda dalga tepesi ve dalga çukurlarının süperpoze olması ile oluşur. Girişim deneylerinin en bilinen türü çift yarıktan girişim deneyleridir. Bu deneyde tek kaynağın yaydığı dalgaların iki adet yarıktan geçirilerek iki kaynaklı bir sistem gibi davranması sağlanır. Çift yarıktan girişim deneyi, ışığın (EM) dalga özelliğine sahip olduğunu göstermek için sıklıkla kullanılan temel fizik deneylerinden biridir. Akustik dalgalar için çift yarıktan girişim deneyi benzetim sonucu Şekil 4.9’da verilmiştir. Şekil 4(b)’de görülen logaritmik ölçeklenmiş maksimum basınç şiddeti resminde yapıcı ve yıkıcı girişim

hatları belirgin bir şekilde görülebilmektedir. Aydınlık bölgeler yapıcı girişim olan bölgeleri, karanlık bölgeler ise yıkıcı girişimin olduğu bölgeleri göstermektedir.



**Şekil 4.9.** Akustik dalgalar için çift yarık deneyi benzetim sonucu. a) Basınç dalgası yayılım resmi b) Logaritmik ölçeklenmiş maksimum basınç şiddeti resmi

Girişim desenini oluşturan temel mekanizma, desen üzerindeki noktaların kaynaklara olan mesafelerinin farklılık göstermesidir. Bu mesafe farklılıkları dalga boyunun tam katları ise ( $\Delta L = n \cdot \lambda$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ) yapıcı girişim yani kaynakların birbirlerinin etkilerini desteklediği ve güçlendirdiği durum elde edilir. Böyle noktalarda, dalga tepeleri veya dalga çukurları üst üste binerek güçlenir. Bu mesafe farkı dalga boyunun tam katları değil ise, örneğin  $\Delta L = (n + \frac{1}{2}) \cdot \lambda$  durumunda yıkıcı girişim gerçekleşir ve bu noktalarda dalga sönümlenir. Çünkü dalga tepeleri ile dalga çukurları üst üste gelir. Bu bölgeleri Şekil 4.9 görmek mümkündür. Yayılma ortamında dalganın güçlendiği veya sönümlendiği bölgeler bir girişim deseni oluştururlar. Şekil 4.10'da üç noktasal eş kaynağın ortamda oluşturduğu girişim deseni gösterilmiştir. Logaritmik ölçeklenmiş maksimum basınç şiddeti haritasında (Şekil 4.10(b)), aydınlık bölgeler ile yapıcı girişimin ve karanlık bölgeler ile yıkıcı girişimin oluşturduğu saçaklar görülmektedir. Bu sonuçlar FDTD yöntemi ile akustik dalga simülasyonlarının dalga girişimi olayını incelemeye imkan sağladığını göstermiştir.

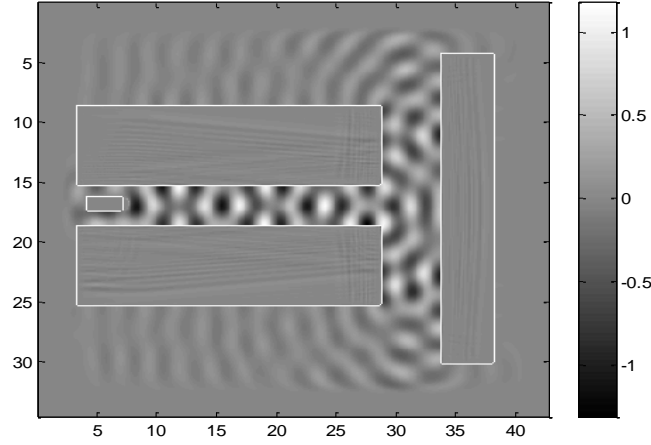


**Şekil 4.10.** Üç noktasal kaynağın yaydığı dalgaların girişim olayı. a) Basınç dalgası yayılım resmi b) Logaritmik ölçeklenmiş maksimum basınç şiddeti resmi

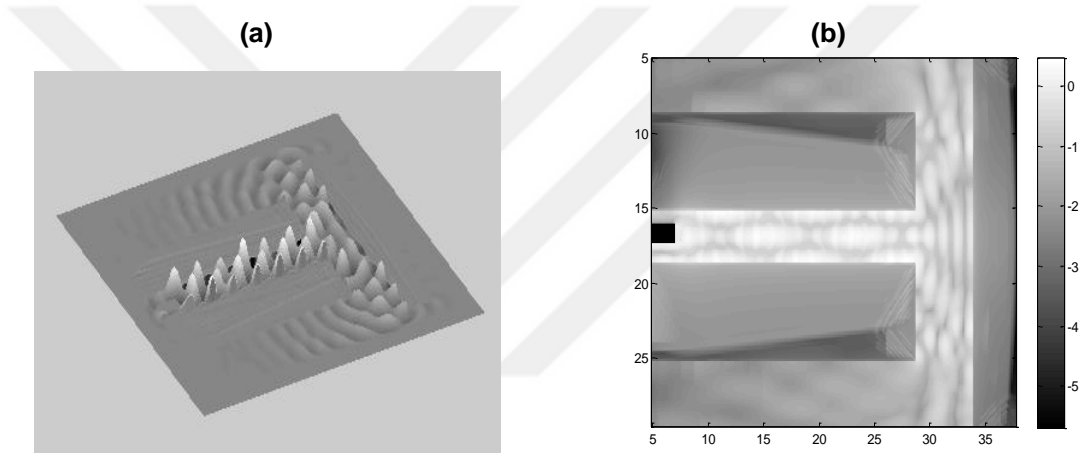
#### 4.5. Akustik Dalgalarda Dalga Kılavuzu Tasarımı

Dalga kılavuzları, dalga yayılımını kontrol altında tutmak ve dalga iletimini yönlendirmek için tasarlanan heterojen dalga yayılım ortamlarıdır. Optik ve elektromanyetik sistemlerde kullanılan bir tekniktir.

Bu bölümde akustik dalga yayılımını yönlendirebilen akustik dalga kılavuzları incelenecektir. Bunun için dalga yayılım ortamına göre yansımaya katsayısı yüksek olan ikinci bir ortamı, dalgaların belirlenen bir yol üzerinde iletilmesini sağlamak için kullanacağız. Benzetim, yansımaya katsayısı 0.97 olan ikincil ortam kullanarak T şekilli bir akustik dalga kılavuzu için yapılmış ve benzetim sonuçları Şekil 4.11’de ve Şekil 4.12’de verilmiştir. Bu simülasyon T şekilli bir koridor üzerinde ses dalgasının yayılımının simülasyonunu göstermektedir. Yüksek yansımaya katsayısı nedeni ile dikdörtgen bölgelerin yüzeyinden yansıyan dalgalar T şekilli koridor boyunca ilerlemiştir. Şekil 4.12(a)’da basınç dalgası yayılımı üç boyutlu gösterilmiştir. Şekil 4.12(b)’de maksimum basınç şiddeti haritası verilmiştir. Bu harita, dalganın koridor boyunca oluşan T şekilli dalga kılavuzu boyunca iletimini ve zayıflamasını göstermiştir. Bu sonuçlar FDTD yöntemi ile gerçekleştirilen akustik dalga simülasyonlarının yapı akustiği çalışmaları için faydalı bir araç olabileceğini göstermiştir.

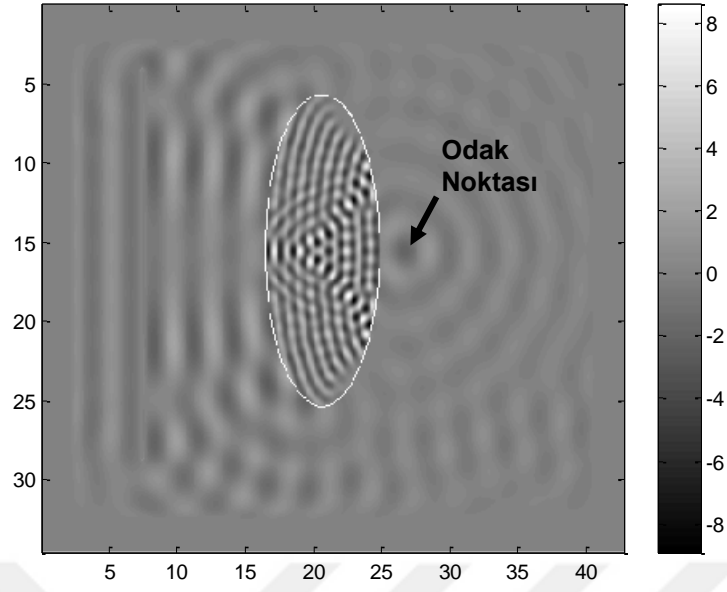


**Şekil 4.11.** İkinci ortamın karakteristik empedansının yüksek olmadığı durum.



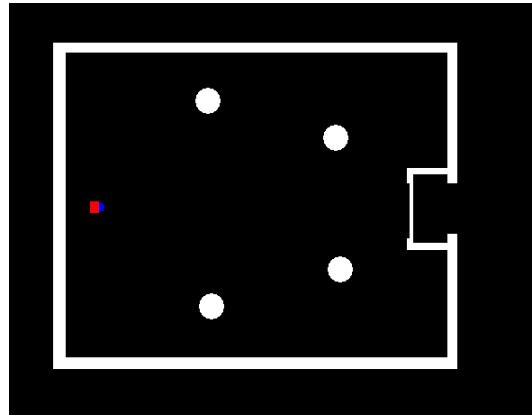
**Şekil 4.12.** İkinci ortamın karakteristik empedansının yüksek olmadığı durum. a) Basınç dalgası yayılımının 3-boyutlu resmi b) Maksimum basınç şiddeti resmi.

Bir diğer önemli dalga fiziği olayı dalgaların odaklanmasıdır. Dalgaları odaklayan yapılara günlük hayatta mercek adı verilmektedir. Gözlükler, teleskoplar, mikroskoplar mercekler kullanılarak geliştirilebilmiş olan araçlardır. Akustik dalgaları için odaklanma olayı söz konusudur. Bu amaçla Şekil 4.13’de akustik simülasyonda dalga yayılım hızı nispeten düşük olan ikincil ortam ince kenar mercek şeklinde biçimlendirilerek düzlem dalgaların odaklanması sağlanmıştır. Merceğin arkasında odaklanan ses dalgasının noktasal yayılım formu belirgin bir şekilde gözlemlenebilmektedir.

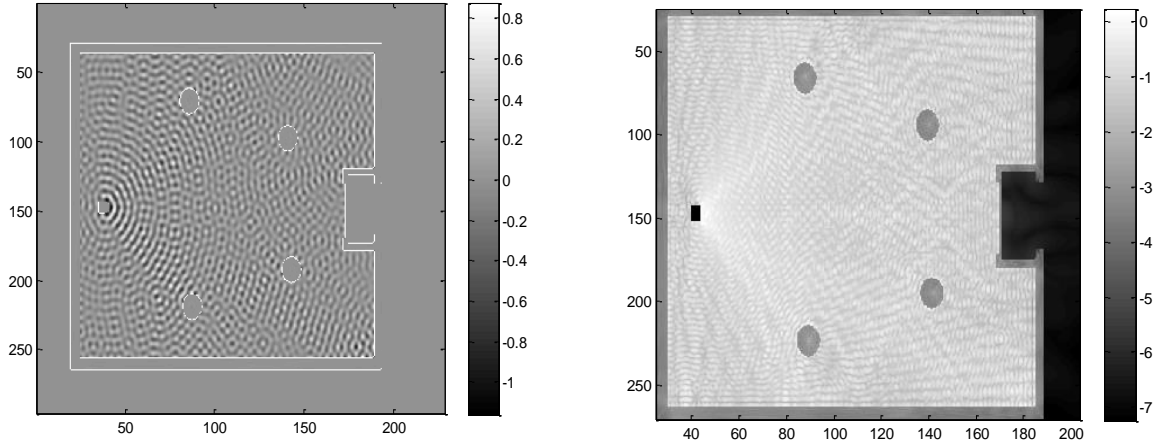


**Şekil 4.13.** İkinci ortamın karakteristik empedansının yüksek olmadığı durum.

Yapılan bu simülasyonlar sonucunda FDTD yöntemi akustik simülasyonlarında temel dalga fiziği olaylarının büyük bir çoğunun incelenebileceği gösterildi. Bu sonuçlar FDTD yönteminin yapı akustiği çalışmaları için uygun olduğunu gösterdi. Şimdi akustik dalga benzetiminin, iç mimaride yapının oda içi akustik özelliklerini incelemek için kullanımını inceleyelim. Bu tür akustik simülasyonlar ile yapılar inşa olmadan önce istenen akustik özelliklere sahip olması incelenebilir. Akustik benzetim, yapının akustik özelliklerinin optimizasyonu için kullanılabilir.



**Şekil 4.14.** Dört adet silindirik sütuna sahip bir dikdörtgen salonun FDTD yöntemi akustik simülasyonu için ortam haritası resmi.



**Şekil 4.15.** Dört adet silindirik sütuna sahip bir dikdörtgen salonun FDTD yöntemi akustik simülasyonu: a) Basınç dalgası yayılımının resmi b) Maksimum basınç şiddeti resmi.

Şekil 4.14 bir tiyatro salonu için akustik dalga benzetimi için ortam haritası çizilmiştir. Akustik kaynak sol tarafta mavi noktadır. Simülasyon sonucunda elde edilen basınç dalgası yayılım resmi (solda) ve maksimum basınç şiddeti haritası (sağda) Şekil 4.15’de verilmiştir. Bu benzetim tek ton dalga için yapılmıştır. Şekil 4.15 maksimum basınç şiddeti haritasında aydınlık bölgeler sesin güçlü ve karanlık bölgeler sesin zayıf duyulacağı bölgeleri göstermektedir. Beyaz sütunların gerisinde ciddi bir akustik zayıfla görülmüştür. Bunun başlıca nedeni sütunların silindirik olması sonucu yansıyan dalganın geniş bir açı ile saçılması ve salon duvarlarından gelen yansımaların zayıflama etkisini azaltmasıdır. Bu simülasyon FTDT akustik simülasyonların yapıların akustik analizinde kullanılabileceğini göstermiştir. Literatürde bu konuda yapılan çalışmaları ve bulguları destekler sonuçlar elde edilmiştir[9-11].

## 5. SONUÇLAR

Yapıların akustik analizlerinin etkin bir şekilde yapılabilmesi için akustik simülasyon yönteminin temel dalga fiziği olaylarının (kırınım, yansıma, girişim gibi) benzetimini yapabilmesi gerekmektedir. Temel dalga fiziği olaylardan herhangi birini kapsamayan simülasyon araçların gerçek sonuçlar ile tutarlılığı azalır ve yapı akustiği açısından öngörülemez durumların ortaya çıkmasına yol açabilir. Bu nedenle öncelikle yapı akustiği için uygun benzetim yöntemlerinin temel dalga fiziği olaylarını kapsayabildiği gösterilmelidir.

Bu tez çalışmasında FDTD yöntemi ile iki-boyutlu akustik simülasyon sonuçlarının homojen olmayan dalga yayılım ortamlarında görülebilen kırınım, yansıma, girişim gibi temel dalga fiziği olaylarının benzetimini gerçekleştirebildiği gösterilmiştir. Böylece FDTD yöntemi akustik simülasyonların yapı akustiği analizleri için yeterli sonuçlar verebileceği görülmüştür.

Gelecek çalışma olarak bilgisayar ortamında yapılara ait mimari bilgileri alan ve bu bilgiler üzerinde yapının akustik özelliklerini (izolasyon, eko, akustik sönümleme gibi) inceleme imkanı veren bir yapı akustiği benzetim ortamı FDTD tekniği ile gerçekleştirilmesi tavsiye edilmektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] Funda Ergün Yardım, Zaman Bölgesinde Sonlu Farklar Yöntemi İle Radar Kesit Alanı Kestirimi, Doktora Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Gazi Üniversitesi, 2012.
- [2] Sullivan, D. M. (2013). Electromagnetic simulation using the FDTD method. John Wiley & Sons.
- [3] Mann, V., & Rastogi, V. (2020). FDTD simulation studies on improvement of light absorption in organic solar cells by dielectric nanoparticles. *Optical And Quantum Electronics*, 52(5).
- [4] Zhang, Z., Zhang, W., & Zeng, L. (2020). Analyzing photonic space-time crystal with FDTD. *Modern Physics Letters B*, 34(06), 2050082.
- [5] Zhang, J., Zheng, Z. C., & Ke, G. (2020). Two-and Three-Dimensional Simulation of Sound Attenuation by Cylinder Arrays. *Journal of Vibration and Acoustics*, 142(1).
- [6] Saeki, M., Bustamante, L., Misaki, T., Chiba, K., Mano, I., Nagatani, Y., & Matsukawa, M. (2020). FDTD simulation study of ultrasonic wave propagation in human radius model generated from 3D HR-pQCT images. *Physics in Medicine*, 100029.
- [7] Marzo, A. (2020). Standing Waves for Acoustic Levitation. In *Acoustic Levitation* (pp. 11-26). Springer, Singapore.
- [8] ÇİYDEM, M., & Sencer, K. O. Ç. (2014). Zaman-Uzayda Sonlu Farklar Yöntemin Dezavantajları İçin Geometrik Optik Yöntemlerin Kullanımı. *Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 29(1).
- [9] Sakuma, T., Sakamoto, S., & Otsuru, T. (2014). Computational simulation in architectural and environmental acoustics (p. 30). Tokyo, Japan: Springer.
- [10] Robinson, P. W., Siltanen, S., Lokki, T., & Savioja, L. (2014). Concert hall geometry optimization with parametric modeling tools and wave-based acoustic simulations. *Building Acoustics*, 21(1), 55-63.
- [11] Mehra, R., Raghuvanshi, N., Chandak, A., Albert, D. G., Keith Wilson, D., & Manocha, D. (2014). Acoustic pulse propagation in an urban environment using a three-dimensional numerical simulation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(6), 3231-3242.

- [12] Oshima, T., Ishizuka, T., & Kamijo, T. (2014). Three-dimensional urban acoustic simulations and scale-model measurements over real-life topography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(6), EL324-EL330.
- [13] Kowalczyk, K., & Van Walstijn, M. (2010). Room acoustics simulation using 3-D compact explicit FDTD schemes. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 19(1), 34-46.
- [14] Albert, D.G. and Liu, L., 2010. The effect of buildings on acoustic pulse propagation in an urban environment. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127(3), pp.1335-1346.
- [15] Liu, L., & Albert, D. G. (2003). Sound propagation in an urban environment. II: Preliminary FDTD model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114(4), 2442-2442.
- [16] Yıldız, Şeyda Topaloğlu, Gökalp Yıldız, And C. İ. N. Ekinsu. "Bir Elektronik Firmasındaki İşçi Atamalı Montaj Hattı Dengeleme Problemine Matematiksel Programlama Ve Benzetim Modelleme Tabanlı Bir Çözüm Yaklaşımı." *Afyon Kocatepe Üniversitesi İktisadi Ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi* 22.1 (2020): 57-73.
- [17] Smith, G. D., Smith, G. D., & Smith, G. D. S. (1985). *Numerical solution of partial differential equations: finite difference methods*. Oxford university press.
- [18] Toyokatso Miyashita, "Sonic crystals and sonic wave-guides", *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 16,R47-R63,(2005).
- [19] Miyashita T , Inoue C, "Numerical investigations of transmission and waveguide properties of sonic crystals by finite-difference time-domain method", *Japan. J. Appl. Phys.* 40 3488–92,(2001).
- [20] Sigalas M M, Garcia N, "Theoretical study of three dimensional elastic band gaps with the finite-difference time-domain methods", *J. Appl. Phys.* 87, 3122–5, (2000).
- [21] Matthew Schwartz, "Lecture 9: Reflection, Transmission and Impedance", *Lecture Notes, Harvard University, Physics Department, 2020, online* <http://users.physics.harvard.edu/~schwartz/15cFiles/Lecture9-Impedance.pdf>.

**EK:**

### **Empedans Hesaplamaları**

**Şekil 4.7 de verilen basınç dalga yayılım resmi benzetimi için parametre değerleri:**

Ortam parametreleri:

Birinci ortam yoğunluğu için  $\rho_o = 1$

İkinci ortam yoğunluğu için  $\rho = 1000$

İkinci ortamın birinci ortama göre normalize yoğunluğu için  $\underline{\rho} = \frac{\rho_o}{\rho} = 0.001$

Birinci ortam bulk modülü için  $K_o = 1$

İkinci ortam bulk modülü için  $K = 8$

İkinci ortamın birinci ortama göre normalize bulk modülü için  $\bar{K} = \frac{K}{K_o} = 8$

Empedans hesaplaması:

Bu parametrelerin sağladığı birinci ortam empedansı  $Z_o = \sqrt{\rho_o \cdot K_o} = 1$

Bu parametrelerin sağladığı ikinci ortam empedansı  $Z = \sqrt{\rho \cdot K} = 89.4$

Bu durumda iki ortam arasındaki yansımaya katsayısı  $R = \frac{Z - Z_o}{Z + Z_o} = 0.97$

**Şekil 4.8 de verilen basınç dalga yayılım resmi benzetimi için parametre değerleri:**

Ortam parametreleri:

Birinci ortam yoğunluğu için  $\rho_o = 1$

İkinci ortam yoğunluğu için  $\rho = 10$

İkinci ortamın birinci ortama göre normalize yoğunluğu için  $\underline{\rho} = \frac{\rho_o}{\rho} = 0.1$

Birinci ortam bulk modülü için  $K_o = 1$

İkinci ortam bulk modülü için  $K = 2$

İkinci ortamın birinci ortama göre normalize bulk modülü için  $\bar{K} = \frac{K}{K_o} = 2$

Empedans hesaplaması:

Bu parametrelerin sağladığı birinci ortam empedansı  $Z_o = \sqrt{\rho_o \cdot K_o} = 1$

Bu parametrelerin sağladığı ikinci ortam empedansı  $Z = \sqrt{\rho \cdot K} = 4.47$

Bu durumda iki ortam arasındaki yansımaya katsayısı  $R = \frac{Z - Z_o}{Z + Z_o} = 0.63$

## ÖZGEÇMİŞ

**Ad-Soyad** : Murat YİĞİT  
**Doğum Tarihi ve Yeri** : 11.03.1987 Malatya  
**E-posta** : yigitmurat87@gmail.com

### ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2010, Gaziantep Üniversitesi, Fizik
- **Yüksek Lisans** : 2020, İnönü Üniversitesi, Genel Fizik Anabilim Dalı

### MESLEKİ DENEYİM:

- 2013 yılından beri emniyet mensubu olarak görev yapıyor.