

TC  
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DEĞİŞİK KANAT PROFİLLİ ISITICI VE SOĞUTUCU ELEMANLARDA  
YÜZEYDEN OLAN ISI TRANSFERİNİN SAYISAL ANALİZİ VE MODELLEMESİ

YAŞAR POLAT

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

MALATYA  
Mayıs 2006

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma Jürimiz tarafından Makina Mühendisliği Anabilim dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

---

Başkan

---

Üye

---

Üye

---

Onay

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylıyorum.

.... / .... / .....

Prof. Dr. Ali ŞAHİN  
Enstitü Müdürü

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### DEĞİŞİK KANAT PROFİLLİ ISITICI VE SOĞUTUCU ELEMANLARDA YÜZEYDEN OLAN ISI TRANSFERİNİN SAYISAL ANALİZİ VE MODELLEMESİ

Yaşar Polat

İnönü Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

103+vii sayfa

2006

Danışman: Yrd. Doç. Dr. İ. Gökhan Aksoy

Bu tez çalışmasının amacı kanatçık uygulamalarının en çok kullanıldığı ısı değiştiricilerinde enerjinin ekonomik olarak kullanılması ve optimum boyutlarda tasarlanabilmesi için verilen çevre şartlarına göre üç farklı kanatçık çeşidinin ısı transferi analizlerinin ve optimizasyonun bilgisayar yardımı ile detaylı olarak yapılabilmesidir.

Tez çalışmasında dikdörtgen kesitli düz ve dairesel kanatçıklar ile silindirik iğne kanatçığın üç farklı sınır şartına göre analitik olarak bir boyutlu analizleri yapılarak, sıcaklık dağılımı, ısı geçişi, verimlilik ve etkenlik formülleri elde edilmiş ve daha sonra belirli çevre şartlarında kanatçıktan istenen ısı geçişine göre minimum ağırlıkta olacak şekilde kanatçıkların optimum ebatlarını veren formüller analitik olarak belirlenip bilgisayar programına aktarılmıştır.

Çalışma sonucunda verilen ısı geçişi ve sabit çevre şartlarında dikdörtgen kesitli düz ve dairesel kanatçıkların optimum kanatçık boyunu belirlemede ısı iletim katsayısının etkisinin olmadığı, ısı taşınım katsayısının ise ters oranda etkili olduğu görülmüştür. Silindirik iğne kanatçık optimizasyonunda ise ısı iletim katsayısı ve ısı taşınım katsayısının optimum iğne kanatçık boyu ve çapını belirlemede çok büyük etkisi olduğu tespit edilmiştir. Bunun yanı sıra kanatçık hacminin azaltılması için tek kanatçık yerine eşdeğer ısı geçişine sahip olacak şekilde daha fazla sayıda silindirik iğne kanatçık kullanılmalıdır.

Yüksek ısı iletim katsayısına sahip malzemelerden yapılmış kanatçıklar daima en az malzeme ile yapılabilecek küçük ebatlarda ısı değiştirici cihaz ve donanımlar imal etmeye imkân tanır.

**ANAHTAR KELİMELER:** Kanatçık performans faktörü, düzeltilmiş kanatçık boyu, sıcaklık dağılımı, ısı geçişi, kanatçık verimi, kanatçık etkenliği, optimizasyon, optimum kanatçık kalınlığı, optimum kanatçık boyu

## **ABSTRACT**

M. S. Thesis

### **NUMERICAL ANALYSIS AND MODELING OF HEAT DISSIPATION FROM EXPOSED SURFACES OF FINS WHICH HAVE DIFFERENT PROFILES USED AT HEATING AND COOLING COMPONENTS**

Yaşar Polat

İnönü University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Mechanical Engineering

103+vii pages

2006

Supervisor: Assist. Prof. Dr. İ. Gökhan Aksoy

The purpose of this thesis is to make heat transfer analysis and optimization of three different types of fins according to specified surrounding conditions by the aim of computer which is most used in heat exchangers for using energy economically and designing at optimal dimensions.

One-dimensional analysis of longitudinal and radial fins of rectangular profile and cylindrical spine have done analytically according to three different boundary conditions and equations of temperature distribution, heat dissipation, efficiency and effectiveness of fins were obtained and then the equations of optimum fin dimensions were determined analytically and transferred to computer program for desired heat dissipation of fin at specified surroundings that will minimize its mass.

It was found that thermal conductivity has not an influence to determine optimum fin height of longitudinal and radial fins of rectangular profile for a given heat dissipation at constant surrounding conditions. But it has been shown that heat transfer coefficient has an effect of inverse proportional. Although, in the cylindrical spine optimization, the great amount of effects of thermal conductivity and heat transfer coefficient have been established into determination of optimum spine height and diameter. However, further reduction in volume is necessary; more spines must be used instead of a single cylindrical spine which has equivalent heat dissipation.

Fins which are made of high thermal conductivity materials are always allowed to manufacturing of heat exchanger device and equipments with least material that will have small dimensions.

**KEYWORDS:** Fin performance factor, corrected fin height, temperature distribution, heat dissipation, fin efficiency, fin effectiveness, optimization, optimum fin thickness, optimum fin height.

## TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmam boyunca kendisinin sorumlu olduğu aşırı ders yüküne rağmen bana daima zaman ayırmayı ihmal etmeyen, farklı kaynaklar bularak bana yardımcı olan, tez konum üzerine farklı öneri ve yaklaşım yardımlarında bulunan danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. İ. Gökhan AKSOY'a;

Genişletilmiş yüzeylerin optimizasyonu ve kendilerinin bu konu üzerine bugüne kadar yapmış oldukları çalışmaları hakkındaki sorularıma vermiş oldukları geniş açıklamalardan ve karşılaştığım problemlerin çözümünde e-mail yoluyla bana yardımcı olmaya çalışan New York City Üniversitesi, Staten Island Koleji öğretim üyesi Prof. Dr. Panagiotis RAZELOS ile Idaho State Üniversitesi Matematik bölümü öğretim üyesi Prof. Dr. Leonid HANIN'e

Lisansüstü eğitimi yapmamı teşvik eden ve halen çalışmakta olduğum şirkette mesai saatinde derslere devam etmeme hoşgörü gösteren Proje Müdürüm İnşaat Yüksek Mühendisi Orhan D. YÜCEL'e ve tez çalışmamın bilgisayar aşamasında "Visual Basic" programlama konusunda yardımlarını esirgemeyen mesai arkadaşım Kesin Hesap Şefi İnşaat Teknikeri Yücel ÖZDEMİR'e

Ayrıca tez çalışmam boyunca evimizdeki her türlü sorunla çoğu zaman yalnız başına uğraşmak zorunda kalarak benim tez çalışmalarına daha fazla zaman ayırmama yardımcı olup destek veren sevgili eşim Nezihe'ye ve gerek baba gerekse arkadaş olarak onlara fazla zaman ayıramadığım için sevgili oğullarım Mehmet Ali ve Arda'ya

teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	v
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Geniştirilmiş Yüzeyle.....	1
2. KAYNAK ÖZETLERİ.....	6
3. KANATÇIK ANALİZİ.....	9
3.1. Düz Kanatçıklar.....	10
3.1.1. Taşınım Uçlu Dikdörtgen Kesitli Düz Kanatçık Analizi.....	10
3.1.2. Adyabatik Uçlu Dikdörtgen Kesitli Düz Kanatçık Analizi.....	18
3.1.3. Dikdörtgen Kesitli Düz Kanatçık İçin Harper-Brown Yaklaşımı.....	22
3.1.4. Dikdörtgen Kesitli Düz Kanatçık İçin Kullanışlılık Kriteri.....	23
3.2. Dairesel Kanatçıklar.....	29
3.2.1. Adyabatik Uçlu Dairesel Kanatçık Analizi.....	30
3.2.2. Taşınım Uçlu Dairesel Kanatçık Analizi.....	40
3.2.3. Dairesel Kanatçık İçin Harper-Brown Yaklaşımı.....	43
3.2.4. Dairesel Kanatçık İçin Farklı Durumların Karşılaştırılması.....	46
3.3. İğne Kanatçıklar.....	47
3.3.1. Adyabatik Uçlu Silindirik İğne Kanatçık Analizi.....	50
3.3.2. Taşınım Uçlu Silindirik İğne Kanatçık Analizi.....	52
3.3.3. Silindirik İğne Kanatçık İçin Harper-Brown Yaklaşımı.....	54
3.3.4. Silindirik İğne Kanatçık İçin Farklı Durumların Karşılaştırılması.....	56
4. KANATÇIK OPTİMİZASYONU.....	59
4.1. Dikdörtgen Kesitli Düz Kanatçık Optimizasyonu.....	61
4.2. Dikdörtgen Kesitli Dairesel Kanatçık Optimizasyonu.....	68
4.3. Silindirik İğne Kanatçık Optimizasyonu.....	79
4.4. Bilgisayar Ortamında Kanatçık Analizi ve Optimizasyonu.....	82
5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR.....	90
6. KAYNAKLAR .....	98
7. EKLER .....	100
ÖZGEÇMİŞ .....	103

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 3.1.	Düz kanatçık çeşitleri: (a) dikdörtgen kesitli düz kanatçık; (b) boru üzerinde dikdörtgen kesitli düz kanatçık uygulaması;(c) trapezoidal profilli düz kanatçık; (d) parabolik profilli düz kanatçık.....	10
Şekil 3.2.	Dikdörtgen kesitli düz kanatçık.....	11
Şekil 3.3.	Dikdörtgen kesitli düz kanatçık boyunca boyutsuz sıcaklığın $(\theta(x) / \theta_b)$ , $\alpha = 0 - 1.5$ arasında değişimi ( $m = 20 \text{ m}^{-1}$ ve $L = 5 \text{ cm}$ ).....	15
Şekil 3.4.	Boyutsuz sıcaklığın değişik mL değerlerine göre değişimi ( $L = 5 \text{ cm}$ ).....	20
Şekil 3.5.	Boyutsuz kanatçık ucu sıcaklığı ve ısı geçişinin kanatçık boyuna (L) göre değişimi.....	21
Şekil 3.6.	Dikdörtgen kesitli düz kanatçık verimi .....	26
Şekil 3.7.	Farklı ısı iletim katsayılarına göre sıcaklık dağılım grafiği.....	29
Şekil 3.8.	Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık.....	30
Şekil 3.9.	Dairesel kanatçık boyutsuz sıcaklık dağılımı ( $\beta^2 = 0.5$ ve $c = 0.2$ ).....	34
Şekil 3.10.	Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık veriminin yarıçaplar oranına göre değişimi.....	36
Şekil 3.11.	Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık etkenliğinin yarıçap oranına göre değişimi.....	37
Şekil 3.12.	Farklı yarıçapta dairesel kanatçıkların verimleri.....	39
Şekil 3.13.	Düzeltilmiş kanatçık yarıçapının geometrik gösterimi.....	44
Şekil 3.14.	Sıradan bir iğne kanatçık profili.....	48
Şekil 3.15.	Silindirik iğne kanatçık ve geometrik boyutları.....	50
Şekil 3.16.	İğne kanatçık veriminin kanatçık boyuna göre değişimi.....	52
Şekil 3.17.	İğne kanatçık örnek problemi için kanatçık boyunca sıcaklık dağılımı.....	58
Şekil 4.1.	Dikdörtgen kesitli düz kanatçığın geometrik gösterimi .....	62
Şekil 4.2.	Denklemler 4.15b'nin grafiksel çözümü.....	66
Şekil 4.3.	Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık geometrik gösterimi.....	69
Şekil 4.4.	Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçığın optimum ebatlarını belirleme grafiği (Brown 1965).....	72
Şekil 4.5.	Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık optimizasyonu (Razelos ve Imre'den Uyarlanma).....	76
Şekil 4.6.	Denklemler 4.58'in grafiksel çözümü.....	81
Şekil 4.7.	Dikdörtgen kesitli düz kanatçık analizi ve optimizasyonu bilgisayar sonucu.....	84
Şekil 4.8.	Dikdörtgen kesitli düz kanatçık analizi ve optimizasyonu bilgisayar sonucu.....	86
Şekil 4.9.	Silindirik iğne kanatçık analizi ve optimizasyonu bilgisayar sonucu... ..	87
Şekil 4.10.	Silindirik iğne kanatçık optimizasyon sonucuna göre kanatçık analizi sonucu.....	88
Şekil 4.11.	Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık analizi ve optimizasyonu bilgisayar sonucu.....	89

## ÇİZELGELER LİSTESİ

Çizelge 3.1.	Düz kanatçık örnek problemi için farklı çözüm sonuçları .....	28
Çizelge 3.2.	Dairesel kanatçık örnek problemi için farklı çözüm sonuçları .....	47
Çizelge 3.3.	İğne kanatçık örnek problemi için farklı çözüm sonuçları .....	57
Çizelge 4.1.	Değişik malzemelerden yapılmış dikdörtgen kesitli düz kanatçıkların optimum ebatları .....	68
Çizelge 4.2.	Değişik malzemelerden yapılmış dikdörtgen kesitli dairesel kanatçıkların optimum ebatları .....	78
Çizelge 5.1.	Değişik malzemelerden yapılmış dikdörtgen kesitli düz kanatçıkların gaz olan ortamda doğal ve zorlanmış taşınımına göre analizi .....	91
Çizelge 5.2.	Değişik malzemelerden yapılmış dikdörtgen kesitli düz kanatçıkların sıvı ortamda doğal ve zorlanmış taşınımına göre analizi .....	91
Çizelge 5.3.	Aynı şartlarda farklı malzemelerden yapılmış optimum hacimdeki dikdörtgen kesitli düz kanatçıkların optimum ağırlıkları .....	93
Çizelge 5.4.	Dairesel kanatçık optimizasyon sonuçlarının Kaynak [32] ile karşılaştırılması .....	94
Çizelge 5.5.	Silindirik iğne kanatçık sayılarının değişimine göre optimizasyon sonuçları .....	95

## SİMGELER VE KISALTMALAR

$A_c$	Isı geçişine dik kanatçık alanı ( $m^2$ )
$A_b$	Kanatçık tabanındaki kesit alan ( $m^2$ )
$A_p$	Kanatçık profil alanı ( $m^2$ )
$A_s$	Toplam kanat yüzey alanı ( $m^2$ )
$Bi$	Biot sayısı ( $Bi = ht / k$ )
$b$	Kanatçık genişliği (m)
$c$	Boyutsuz yarıçaplar oranı parametresi, $c = r_i / r_o$
$h$	Isı taşınım katsayısı ( $W/m^2.K$ )
$h_1$	Kanatçık üst yüzeyindeki ısı taşınım katsayısı
$h_2$	Kanatçık alt yüzeyindeki ısı taşınım katsayısı
$h_{ort.}$	Ortalama ısı taşınım katsayısı, $h_{ort} = (h_1+h_2) / 2$
$h_L$	Kanatçık ucundaki ısı taşınım katsayısı
$I_o, K_o$	Birinci ve ikinci türden, değiştirilmiş sıfırıncı mertebe Bessel fonksiyonları
$I_1, K_1$	Birinci ve ikinci türden, birinci mertebeden düzeltilmiş Bessel fonksiyonları
$k$	Isı iletim katsayısı ( $W/m.K$ )
$L$	Kanatçık boyu (m)
$L_c$	Düzeltilmiş kanatçık boyu (m)
$L_{opt}$	Optimum kanatçık boyu (m)
$m$	Kanatçık performans faktörü ( $m^{-1}$ )
$N$	Optimizasyon parametresi
$P$	Kanatçık çevre uzunluğu (m)
$q_f$	Kanatçıktan olan toplam ısı geçişi (W)
$q_{max.}$	Kanatçığın bütün yüzeyleri taban sıcaklığında olduğu durumda ısı geçişi
$q_{taş.}$	Taşınım yoluyla ısı geçişi (W)
$q_{unf.}$	Kanatçıksız yüzeyden olan ısı geçişi
$r_i$	Dairesel kanatçık iç yarıçapı (m)
$r_o$	Dairesel kanatçık dış yarıçapı (m)
$r_c$	Düzeltilmiş kanatçık dış yarıçapı (m)
$r_{o,opt}$	Dairesel kanatçığın optimum dış yarıçapı (m)
$R$	Boyutsuz yarıçap dönüşümü, $R = r / r_o$
$R_c$	İletim ısı direnci ( $K/Watt$ ), $R_c = \Delta x / kA_c$
$t$	Kanatçık kalınlığı (m)
$t_{opt}$	Optimum kanatçık kalınlığı (m)
$T(L), T(r_o)$	Kanatçık ucu sıcaklığı (K)
$T_b$	Kanatçık taban sıcaklığı (K)
$T_\infty$	Akışkan sıcaklığı (K)
$\alpha$	Boyutsuz parametre, $\alpha = h_L / km$
$\beta$	Boyutsuz termogeometrik parametre, $\beta = 2hr_o^2 / kt$
$\theta_b$	Kanatçık tabanı ile akışkan sıcaklıkları arasındaki fark, $\theta_b = T_b - T_\infty$
$\varepsilon_f$	Kanatçık etkenliği
$\eta_f$	Kanatçık verimi (%)

## 1. GİRİŞ

Dünyada enerji kaynaklarının sınırlı olması nedeni ile mevcut enerji kaynakları oldukça değerli bir ekonomik güçtür. Enerji kaynaklarına sahip ülkeler bu gücü zaman zaman dünya piyasalarında pahalıya satarak birçok ülkenin ekonomi darboğazına girmelerine sebep olmaktadır. Bundan dolayı mevcut enerji ve enerji kaynaklarının çok verimli olarak kullanılması büyük bir önem arz etmektedir. Bu nedenle son yıllarda yapılan çalışmalarda enerji ve malzeme tasarrufu yapmak için daha küçük boyutlu ısı değiştiricileri tasarımlarının yapılması büyük bir hız kazanmıştır. Yapılmakta olan bu çalışmalarda öncelikle belli bir kapasite için daha küçük boyutlu ısı değiştiricilerinin tasarımı göz önüne alınmaktadır. Bütün bu çalışmalar sırasında sabit yatırım maliyetinin göz önünde bulundurulması ve yapılan ürünün ticari rekabetlerden dolayı pahalı olmaması gerekir.

Enerjinin verimli kullanılması için diğer bir yöntem ise, ısı değiştiricisine giren akışkan sıcaklığının sabit olmasına rağmen ısı geçişini artırmaya çalışmaktır. Diğer bir deyişle ısı değiştiricisinin ortalama sıcaklık farkını düşürmektir. Bu yöntemle ısı değiştiricisi kullanılan sistemin termodinamik verimi artırılarak işletme maliyeti azaltılacaktır. Isı geçişini artırma yöntemleri aktif ve pasif yöntemler olarak iki grupta incelenebilir.

Aktif yöntemde kullanılan akışkana bir ilave enerji verilerek ısı değiştiricisinde ısı geçişi artırılabilir. Örneğin bir elektrik motoru yardımı ile tahrik edilen pompa ile akışkanın hızı veya basıncının artırılarak sistem içinde akışkan dolaşımının sağlanmasıdır. Pasif yöntemde ise, akışkana bir ilave enerji verilmeden ısı geçişinin artırılması amaçlanır. Örnek olarak ısı geçiş yüzeyinin işlenmesi, değişik geometrik profiller ve tasarımlar kullanılarak akışın yönlendirilmesi gibi yöntemler sayılabilir.

Bu tez çalışmasının amacı değişik profildeki kanatçıkların performans analizlerinin yapılması; kanatçık için verilen sabit çevre sıcaklığı ( $T_{\infty}$ ), taban sıcaklığı ( $T_b$ ), ısı iletim katsayısı ( $k$ ), alt ve üst yüzeyler ısı taşınım katsayısı ( $h_1$  ve  $h_2$ ) ile toplam ısı geçişine ( $q_f$ ) göre ısı geçişini maksimum yapan optimum kanatçık boyutlarının analitik olarak çözümlenerek bilgisayar ortamına uyarlanmasıdır.

### 1.1. Genişletilmiş Yüzeyler

Mühendisliğin ısı uygulamaları olan birçok alanında belirli bir sıcaklık farkında, ortama bağlı olarak sıcaklık dağılımının ve birim zamanda birim alandan ısı geçişinin

bilinmesi veya bulunması çok önemlidir. Çünkü belli bir zaman aralığında istenen ısı geçişi miktarını sağlayacak bir cihaz veya donanımın tasarımı, uygulamasının nasıl yapılacağı belirlenmesi, maliyet analizinin yapılabilmesi için kapsamlı ısı geçişi analizi yapılmasını gerektirir.

Isı transferi uygulamalarının en çok uygulandığı alanlar olan ısı değiştiricilerin, kazanların (sıcak su, kızgın su ve buhar), güneş kolektörlerin, ısıtıcı ve soğutucu serpantinlerin, elektrik motorlarının, elektronik ve bilgisayar parçalarının v.b cihaz ve ekipmanların tasarımlarının yapılabilmesi için öncelikle ısı geçişi hesaplamalarının yapılmasına bağlıdır. Birim zamanda ısı geçişinin en yüksek değerlere çıkartılması “genişletilmiş yüzeyler” diye adlandırılan kanat uygulamaları ile sağlanabilmektedir. Kanat kullanımı bir yüzeyden ısı geçişini artırmak için yüzey alanını artırmayı amaçlar. Kanatlarda ısı geçişi, kanat içinde iletim, kanat yüzeyi ile çevresindeki akışkan arasında ise taşınım yoluyla olmaktadır. Taşınım ve iletimin birlikte gerçekleştiği ve ısı geçişini artırmak için kullanılan genişletilmiş yüzeyli katılara “kanat” denir. Kanat kullanımının gerekliliğini bir örnek ile açıklamak istersek bir düzlemsel duvarı göz önüne alalım. Düzlemsel duvardan çevresindeki akışkana olan taşınım ile ısı geçişi,

$$q_{\text{taş.}} = h A_c (T_b - T_{\infty}) \quad 1.1$$

bağıntısı ile hesaplanır. Bu formülde  $q_{\text{taş.}}$ , düzlemsel duvardan çevresindeki akışkana olan ısı geçiş miktarı,  $h$  yüzey ile akışkan arasındaki ısı taşınım katsayısı,  $A_c$  düzlemsel duvarın çevresindeki akışkana maruz kaldığı yüzey alanı,  $T_b$  düzlemsel duvarın yüzey sıcaklığı,  $T_{\infty}$  ise çevredeki akışkanın sıcaklığı olup denklem 1.1’de görüleceği gibi eğer  $T_b$  sabit ise ısı geçişi olan  $q_{\text{taş.}}$ ’yi artırmak için  $h$  veya  $A_c$ ’yi artırmamız veya da  $T_{\infty}$ ’yi azaltmamız gerekir.

Isı taşınım katsayısını ( $h$ ) artırmak akışkanın hızını artırmak ile sağlanabilir. Bunun için ilave üfleyici fan veya pompa kullanılması gerekir. Bu ise kanat uygulamalarının kullanıldığı sistemlerde maliyet artışının yanı sıra ses ve gürültüye sebep olacağı için söz konusu yerlerde konfor şartlarının bozulmasına sebep olur. Üstelik ısı taşınım katsayısı ( $h$ ) sınırlı bir miktarda artırılabilceği için ısı geçiş miktarı da sınırlı olacaktır. Diğer yandan  $\Delta T = T_b - T_{\infty}$  sıcaklığını arttırabilmek için  $T_b$  yüzey sıcaklığını arttırmak veya  $T_{\infty}$  sıcaklığını azalmak gerekir. Bu durumda da aynı şekilde sisteme ilave ısıtıcı veya soğutucu eklemek gerekir. Bu ise ilave bir maliyet anlamına gelir. Aynı zamanda  $T_{\infty}$  sıcaklığının azaltılması çoğu uygulamada denetlenemediğinden

pratik değildir. Çünkü kanat kullanımının uygulandığı sistemler, verilen sıcaklık farklarında çalıştığından gerçekte sıcaklık farkı sınırlıdır. Geriye yapmamız gereken tek alternatif olan  $A_c$ 'yi artırmak kalmaktadır. Diğer bir deyişle ısı geçişinin taşınım ile gerçekleştiği düzlemsel duvar yüzeyinin artırılması ile artırılabilir. Bunun yapılabilmesi için düzlemsel duvar yüzeyine kanat uygulaması yaparak çevredeki akışkan içine genişleyen kanatçıklar kullanılarak yüzey alan artırılabilir. Bu nedenle yüzeyler üzerine çeşitli geometrilere sahip kanatçıklar eklenir. Kanatçık uygulamaları genelde iki gruba ayrılır. Bu gruplar ve uygulandığı alanlar;

a- Düz ve İğne Kanatçıklar: Düz bir yüzeye eklenen kanatçıklardır. Genellikle kompakt ısı değiştiriciler, bilgisayar ve elektronik parçaları üzerinde soğutma amaçlı uygulanmaktadır.

b- Halkasal Kanatçıklar: Silindirik yüzeylere eklenen kanatçıklardır. Her türlü ısıtma ve soğutma ısı değiştiricilerinde, serpantinlerde (coils), elektrik/fosil yakıtlı motorlarda (soğutma amacı için), güneş enerjisi kollektörleri ve boru üzerine uygulanan her yerde.

Ayrıca kanatçık malzemesinin ısı iletim katsayısı, kanatçık boyunca olan sıcaklık dağılımını doğrudan etkileyen bir faktör olduğundan kanatçıktan çevreye olan ısı geçişi de etkilenir. İdeal bir kanatçıkta, kanatçık dibinden kanatçık ucuna kadar olan sıcaklık değişiminin minimum olması beklenir. Bunu elde edebilmek için ısı iletim katsayısı yüksek bir metal malzemedan kanatçık imal edilmesi gerekir. Teorik olarak ısı iletim katsayısı sonsuz bir malzemedan yapılmış kanatçığın tabanından kanatçık ucuna kadar bütün yüzeyi aynı sıcaklıkta olacağından, kanatçıktan çevreye olan ısı geçişi maksimum olacaktır. Kanatçık imalatı için en uygun ısı iletim katsayısına sahip malzemeler bakır ve alüminyum alaşımlarıdır. Bakırın ısı iletim katsayısı (saf bakır için  $k = 401 \text{ W/m.K}$ ) alüminyumdan (saf alüminyum için  $k = 237 \text{ W/m.K}$ ) yüksek olmasına rağmen alüminyum alaşımları daha hafif ve daha ucuzdur.

Kanatçıkların kesit alanları farklı olabileceği gibi, kanatçık malzemesi uygulandığı yüzey malzemesi ile aynı veya farklı malzemedan yapılabilir. Farklı malzemedan yapıldığı takdirde kanatçık, uygulandığı yüzeye sıkı geçme, kaynak veya lehimleme şeklinde tespit edilir. Bu tespit yöntemlerinde ısıl temasın mükemmel olması gerekir. Aksi takdirde ısı geçişine ilave bir direnç (temas ısıl direnci) oluşur. Bu istenmeyen bir durumdur. Aşağıdaki kısımlarda detaylı olarak yapılan kanatçık analizlerinde sürekli rejimde bir boyutlu ısı iletimi ve kanatçık yüzeyinden ışıyım ile ısı

transferi ihmal edilebilir miktarda olduğu kabul edilerek yapılmıştır. Kanatçıkların matematiksel analizi üç kısımda ve üç değişik sınır koşuluna göre yapılmış olup bunlar,

a- İdeal durum: Kanatçık ucundan da taşınım yolu ile ısı geçişinin olmasının göz önüne alındığı analiz yöntemi,

b- Basitleştirilmiş durum: Kanatçık ucunun adyabatik olması kabulüne göre yapılan analiz yöntemi,

c- Harper-Brown yaklaşımı: Bu analiz yönteminde kanatçık ucundan olan ısı geçişini tolere edecek kadar kanatçık boyunun artırılarak (düzeltilmiş kanatçık boyu) analizlerin adyabatik kanatçık ucu kabulüne uygun olarak yapılmasıdır.

Kanatçık performanslarını karşılaştırmak için genelde iki tanım kullanılmaktadır. Bu tanımların ilki “kanatçık verimi” diğeri ise “kanatçık etkenliği” olarak bilinmektedir. Bir kanatçıktan gerçekte oluşan ısı geçişinin, ideal durumda olan ısı geçişine olan oranına kanatçık verimi denir. İdeal durumda bir kanatçıktan ısı geçişi, kanatçığın yayabileceği enerjinin maksimum değeri olup bütün yüzeyi kanatçık dip sıcaklığında olduğunda gerçekleşen ısı geçişidir. Bu ideal durum ancak ısı iletim katsayısının (k) sonsuz olduğunda gerçekleşebilir. Gerçekte kanatçık içinde her zaman bir sıcaklık değişimi vardır. Kanatçık verimi matematiksel olarak;

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{\max.}} = \frac{\int_0^L h P \theta(x) dx}{h A_s \theta_b} \quad 1.2$$

şeklinde ifade edilir. Kanatçık verimi pratikte en çok kullanılan ve çoğu literatür tarafından da kabul edilmiş genel bir kavramdır. Bir kanatçık dizisine kanatçık ilavesi ve kanatçık yüzeyindeki ısı taşınım katsayısındaki değişimler kanatçık verimini etkilemez. Eğer kanatçık tabanı ile kanatçık ucu arasındaki sıcaklık farkı ihmal edilebilecek kadar az ise bu durumda kanatçık verimi,  $\eta_f = 1$  olur.

Kanatçık kullanımının esas amacı bir yüzeyden ısı geçişini artırmak için etkin bir yüzey alanı elde etmektir. Bunu sağlayan kanatçık ısıyı kendi boyunca iletebilmelidir. Elektrik terminolojisine göre ise iletim aracı olan kanatçık bir iletken konumunda olmaktadır. İletken olan bir eleman ise aynı zamanda ısıl direnç görevi yapar. Bundan dolayı kanatçık oturduğu taban yüzeyinin ısı iletimine karşı bir “iletim direnci” gösterir. Bu sebepten dolayı her zaman kanatçık kullanımının ısı geçişini artıracakını önceden bilinemez. Bu durumda “kanatçık etkenliği” diye adlandırılan

kriter göz önüne alınmalıdır. Kanatçık etkenliği ( $\varepsilon_f$ ), kanatçıktan geçen ısının kanatçiksız halde kanatçık taban yüzeyinden geçen ısı miktarına olan oranı olarak tanımlanır ve matematiksel olarak;

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{q_{unf}} = \frac{\int_0^L h P [T(x) - T_\infty] dx}{h A_b (T_b - T_\infty)} = \frac{\int_0^L P \theta(x) dx}{A_b \theta_b} \quad 1.3$$

ifade edilmekte olup  $A_b$  kanatçık tabanındaki kesit alanını göstermektedir. Gerçek bir kanatçık tasarımında kanatçık etkenliği mümkün olduğunca büyük olmalıdır. Bir kanatçığın ekonomik anlamda kabul edilebilmesi için,  $\varepsilon_f \geq 2$  olmalıdır. Eğer,  $\varepsilon_f \leq 1$  olursa kanatçık yalıtım malzemesi gibi davranış gösterir [1].

## 2. KAYNAK ÖZETLERİ

Genişletilmiş yzeyler konusundaki yapılan ilk alışma A.B.D. Hava Kuvvetleri Mühendislik bölümü ve Birleşik devletler Standartlar ofisinin talebi üzerine hava soğutmalı uçak motorlarına yönelik olup; ilk defa 1922 yılında D.R. Harper ve W.B. Brown tarafından yapılarak bir rapor olarak sunulmuştur [2]. Rapordaki matematiksel çözümlerler günümüz bilim adamları tarafından “kanatçık çalışmalarının öncüsü” olarak kabul edilmektedir. Bu raporda dikdörtgen düz kanatçık, trapezoidal (yamuk profil) düz kanatçık ve dikdörtgen kesitli dairesel kanatçıkların iki boyutlu analitik çözümlerini yapmışlardır. Bunun yanı sıra düzeltilmiş kanatçık boyu yardımı ve adyabatik uç varsayımı ile bir boyutlu kanatçık çözümlerinin kanatçık analizi için yeterli olduğunu (Harper-Brown yaklaşımı) belirlemişlerdir. Ayrıca bu raporda ilk defa kanatçıkların performansını belirleme yönünden “kanatçık verimi” bağıntısını “kanatçık etkenliği” olarak ifade edilmiştir. E. Schmidt ise 1926 yılından sıcaklık gradyanını lineer kabul ederek dikdörtgen kesitli düz ve dairesel kanatçık, trapezoidal düz kanatçık ve üçgen profilli düz kanatçıkların verilen kanatçık hacmine göre maksimum ısı geçişini veren optimizasyonlarını yapmıştır [3]. Söz konusu kanatçıkların optimum ebatlarını belirlemede malzeme ekonomisi göz önüne alındığından “Least material” yöntemi olarak adlandırılmıştır. E. Schmidt’in bu çalışması daha sonra R. J. Duffin tarafından 1959 yılında pekiştirilerek doğrulanmıştır.

R. Focke 1942 yılında konik ve silindirik iğne kanatçıkların hacmi minimum olacak şekilde maksimum ısı geçişini veren kanatçık kalınlığının değişimini belirlemiştir [4]. Focke’ın bu optimizasyon sonucuna göre elde edilen şekildeki iğne kanatçık imalatı zor olduğundan endüstriyel uygulamalarda yer alamamıştır. Bilinen kanatçık şekillerinin tamamına ait matematiksel çözümlerler ilk defa 1945 yılında K.A. Gardner tarafından yapılmıştır [5]. Gardner bu çalışmasında ilk defa onbir adet değişik kesit ve profile sahip kanatçığın özenli matematiksel analizini yapmıştır. Ayrıca Gardner bu çalışmasında kanat verimi ( $\eta_f$ ) ve kanat etkenliği ( $\epsilon_f$ ) bağıntılarını evrensel hale getirerek, günümüzde kanatçık analizlerine temel oluşturan ve halen kullanılmakta olan “Murray-Gardner” basitleştirme kabullerini kanatçık analizlerinde kullanmıştır.

Daha sonraki yıllarda gelişen teknoloji yüksek performanslı, hafif ve kompakt ısı transfer ekipmanları üretme gereği duymaya başlayınca kanatçıkların optimum boyutta yapılması daha büyük önem kazandı. Kanatçık optimizasyon yöntemi geçmişten günümüze kadar iki temel yaklaşıma göre yapılmaktadır. Birinci yöntem, kanatçık için

verilen ısı geçişi ( $q_f$ ) miktarına göre, minimum hacim veya ağırlıkta kanatçık ebatlarının belirlenmesi, ikinci yöntem ise verilen kanatçık hacmi veya ağırlığına göre maksimum ısı geçişini veren kanatçık ebatlarının belirlenmesidir.

Q.D. Kern ve D.A. Kraus'un 1972 yılında yazmış oldukları kitapta [6] kanatçıkları üç ana geometri altında toplamışlardır. Bu kanatçık geometrileri;

- Düz kanatçık,
- Dairesel kanatçık,
- İğne kanatçık

Bu üç grup altında toplanan kanatçıklardan dikdörtgen kesitli düz kanatçık, dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık ve silindirik iğne kanatçıklar günümüzde kullanılan ısı transfer cihazlarında en yaygın olarak kullanılan kanatçık çeşitleridir. Çünkü kanatçık kalınlığı ( $t$ ) sabit olduğundan imalatı çok kolay olmasından dolayı üretim maliyeti diğer kanatçık şekillerine göre çok düşük olmaktadır. Analitik kanatçık optimizasyonu çalışmaların çoğunda kanatçık yüzeylerinde ısı taşınım katsayısı ( $h$ ) sabit ve ışınlım ile ısı geçişi ihmal edilerek bir boyutlu olarak yapılmıştır. Bu kategoriye göre dairesel kanatçıkların optimizasyonu için S. Guceri ve C.J. Maday tarafından 1975 yılında açıklanan çalışmalarında [7] elde edilen dairesel kanatçık şekilleri karmaşık ve imalatı zor olan profillere sahipti. Buna benzer imalatı zor olan dairesel kanatçıklara ait önemli çalışmalardan bir diğeri ise I. Mikk tarafından 1980 yılında yapılmıştır [8]. Verilen kanatçık hacmine göre maksimum ısı geçişi verecek silindirik iğne kanatçık optimizasyonu konusunda ise A. Soon ve A. Bar-Cohen [9] ile C.H. Li [10] tarafından yapılan çalışmalardır. Bu çalışmalarda kanatçık ucu adyabatik varsayımına göre bir boyutlu olarak kanatçık çözümü yapılmıştır.

İmalat zorluğu göz önüne alınarak 1989 yılında A. Ullmann ve H. Kalman tarafından yapılan dairesel kanatçık optimizasyonu çalışması [11] günümüz mühendislik uygulama ve dizaynlarında sıkça kullanılmaktadır.

Gerçekte kanatçıkların iki boyutlu olmasına rağmen çözüm kolaylığı açısından yapılmış olan kanatçık optimizasyon çalışmalarının çoğu bir boyutlu yaklaşıma göre yapılmıştır. Bir boyutlu yaklaşım iki boyutlu kanatçık çözümüne göre yakın sonuçlar vermesine rağmen bazı fiziksel durumlarda kayda değer hatalı sonuçlar vermekte idi. Bu hata W. Lau ve C.W. Tan [12] ile D.C. Look ve H.S. Lang [13] tarafından belirlenerek hesap edilmiştir. Bir boyutlu kanatçık yaklaşımındaki hatanın oluşmaması için "Bir boyutlu yaklaşım geçerlilik kriteri" olarak adlandırılan Biot sayısının birden çok küçük olması durumu ( $Bi = ht / k \ll 1$ ) ilk defa A.D. Snider ve A.D. Kraus [14]

belirlenerek ifade edilmiştir. Bir boyutlu ve iki boyutlu kanatçık analizleri sonucunda boyutsuz ısı geçişindeki hata oranı ( $Bi = 0.1$  için) yaklaşık olarak % 1 olduğu A. Aziz ve V.J. Lunardini [15] tarafından hesap edilmiştir.

### 3. KANATÇIK ANALİZİ

Geniştirilmiş yüzey uygulamalarının çoğunda ısı geçişi iki türde gerçekleşir. Bu iki tür ısı geçişi birbirinden farklı olduğundan kolayca ayırt edilebilir. Birinci tür ısı geçişi kanatçık malzemesi boyunca “iletim” ile ikinci tür ısı geçişi ise kanatçığı çevreleyen akışkan arasında “taşınım ve ışıınım” ile gerçekleşir. Kanatçık yüzeyi ve çevreleyen akışkan sıcaklığı çok yüksek olmadığından ışıınım ile ısı geçişi ihmal edilebilir. Bu durumda kanatçıklardan ısı geçişinde en büyük etkiye sahip olan iletim ve taşınım ile ısı geçişi türü kanatçık analizlerinin esas unsurlarıdır.

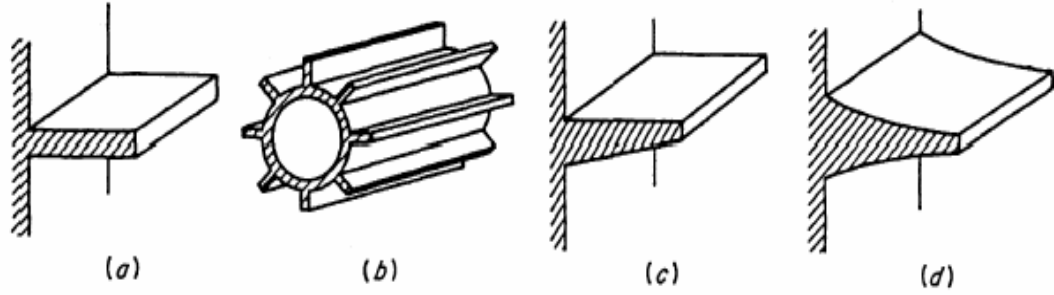
Değişik geometrilere sahip kanatçık analizlerinde gerek çözümün basitleştirilmesi gerekse problem kapsamını sınırlamak için birtakım kabullere gereksinim duyulmaktadır. Bu kabuller ilk defa W.M. Murray (1938) ve K.A. Gardner (1945) tarafından kullanıldığından “Murray-Gardner kabulleri” olarak adlandırılmış olup;

- a- Kanatçıklardan olan ısı geçişi ve kanatçık üzerindeki sıcaklık zamana bağlı olarak sabit kalacak. Diğer bir deyişle sürekli rejim olarak kabul edilmiştir.
- b- Kanatçık malzemesi homojen özelliklerde ve ısı iletkenlik katsayısı ( $k$ ) sabit olarak kabul edilmiştir.
- c- Kanatçık çevresindeki sıcaklık ( $T_{\infty}$ ) sabit olarak kabul edilmiştir.
- d- Kanatçık kalınlığı ( $t$ ); kanatçık boyuna ve enine nazaran çok küçük olduğundan dolayı kanatçık kalınlığı doğrultusunda ( $y$  doğrultusunda) sıcaklık gradyanı ihmal edilebilir. Yani bir boyutlu ısı geçişi olduğu kabul edilmiştir.
- e- Kanatçık taban sıcaklığı ( $T_b$ ) sabit ve düzenli kabul edilmiştir.
- f- Kanatçık ile kanatçığın yerleştirildiği yüzey arasında ısıl performansı olumsuz etkileyecek olan ısıl temas direnci olmadığı kabul edilmiştir.
- g- Kanatçık içerisinde ısı üretimin olmadığı kabul edilmiştir.
- h- Kanatçık ucundan olan ısı geçişi kanatçık yüzeylerinden olan ısı geçişine nazaran çok küçük olduğundan ihmal edilmiştir. Kısaca kanatçık ucu adyabatik kabul edilmiştir.
- i- Kanatçık yüzeyinden çevreye veya çevreden kanatçığa ışıınım ile olan ısı geçişi çok küçük olduğundan ışıınım ile olan ısı geçişi ihmal edilmiştir.

olarak kısaca özetlenebilir. Aşağıda yapılan değişik kanatçık analizlerinde gerekli durumlarda bu kabuller özenle kullanılmıştır.

### 3.1. Düz Kanatçıklar

Günümüz kompakt ısı değiştiricilerinde taşınım ile ısı geçişini artırmak için paralel levhalar arasında kanallar oluşturmak, elektronik cihazların soğutulması ve ısı yayan elektriksel parçalar arasında hava soğutmalı kanallar oluşturmakta en çok kullanılan genişletilmiş yüzeyler kanatçık geometrilerinden olan düz kanatçık yüzey uygulamalarının örnekleri Şekil 3.1’de gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Düz kanatçık çeşitleri: (a) dikdörtgen kesitli düz kanatçık; (b) boru üzerine dikdörtgen kesitli düz kanatçık uygulaması; (c) trapezoidal profilli düz kanatçık; (d) parabolik profilli düz kanatçık

Belli başlı düz kanatçık çeşitleri ise;

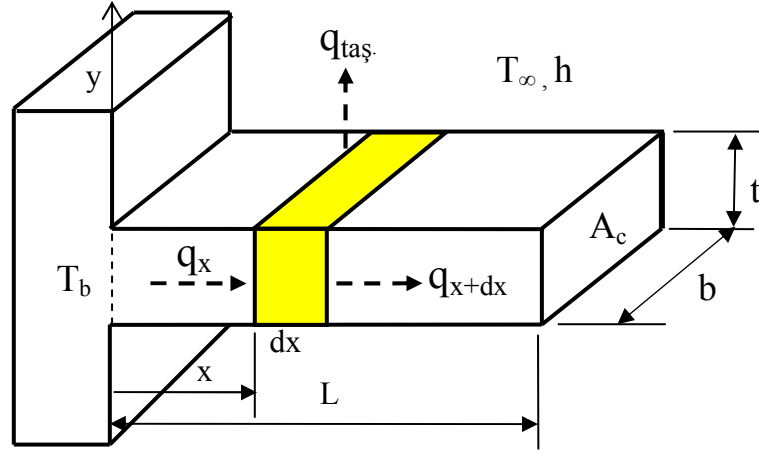
- Dikdörtgen kesitli düz kanatçık,
- Üçgen profilli düz kanatçık,
- Konkav parabolik profilli düz kanatçık,
- Konveks parabolik profilli düz kanatçık,
- Trapezoidal profilli düz kanatçık,

Dikdörtgen kesitli düz kanatçık dışındaki diğer düz kanatçıkların imalatının pahalı ve zor olmasından dolayı endüstriyel uygulamalarda çoğunlukla dikdörtgen kesitli düz kanatçık tercih edilmektedir. Söz konusu bu kanatçığın üç farklı duruma göre matematiksel analizi aşağıda yapılmıştır.

#### 3.1.1 Taşınım uçlu dikdörtgen kesitli düz kanatçık analizi

Bir kanatçıktan, kanadı çevreleyen etrafındaki akışkana olan ısı geçişinin bulunabilmesi için önce kanatçık boyunca sıcaklık dağılımı denkleminin bulunması gerekir. Şekil 3.2’de gösterilen, dikdörtgen kesitli düz kanadın kesit alanı  $A_c$  olup, kanatçık içerisinde ısı iletimi gerçekte iki boyutlu olmasına rağmen uygulamalarda

kanatçık kalınlığı çok ince ( $t \ll b$ ) olmasından dolayı kanatçık boyunca ( $x$  doğrultusunda) olan sıcaklık değişimi kanatçık kalınlığı yönüne nazaran daha büyük olduğundan kanatçık analizini bir boyutlu olarak yapacağız. Ayrıca kanatçık çözümlememizde sürekli rejim ve kanatçık yüzeyindeki ısı taşınım katsayısını sabit ve üniform olarak kabul edeceğiz. Sürekli rejim halinde sıcaklık dağılımını veren diferansiyel denklemi ve bu denklemin çözümünü bulacağız.



Şekil 3.2. Dikdörtgen kesitli düz kanatçık

Kanatçık üzerinde  $dx$  kalınlığında bir diferansiyel elemanın hacmine giren ve çıkan ısılar aşağıdaki biçimde yazılır.

İletim ile sol yüzeyden giren ısı:

$$q_x = -k A_c \frac{dT}{dx} \quad 3.1$$

İletim ile sağ yüzden çıkan ısı:

$$q_{x+dx} = q_x + \left(\frac{dq_x}{dx}\right)dx = -k A_c \frac{dT}{dx} - k A_c \frac{d^2T}{dx^2} dx \quad 3.2$$

Taşınım ile alt ve üst yüzeylerden çıkan ısı:

$$q_{taş} = h P (T - T_\infty) dx \quad 3.3$$

Bu bağıntılarda,  $k$  kanatçığın yapıldığı malzemenin ısı iletim katsayısını,  $A_c = bt$  kesit alanını,  $h$  kanatçık etrafındaki akışkanın ısı taşınım katsayısını,  $P = 2(b+t)$  kanatçık çevresini,  $T$  kanatçık tabanından diferansiyel hacmine kadar olan  $x$  mesafesindeki sıcaklığını,  $T_\infty$  ise kanatçık etrafındaki akışkanın sıcaklığını göstermektedir. Bu ısıları enerjinin korunumu ilkesine göre dengelersek;

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_c} (T - T_\infty) = 0 \quad 3.4$$

Bu denklem ikinci derece, lineer, homojen olmayan bir diferansiyel denklemdir. Bu denklemi standart iletim denklemleri gibi integralini alarak çözmek kolay değildir. Çünkü denklem hem  $T(x)$ 'in ikinci derece türevini hem de  $T(x)$ 'in kendisi ile beraber  $T_\infty$  ifadelerini bulundurmaktadır. Çözüm için denklemi homojen duruma getirmeliyiz; bunun için  $\theta(x) = T(x) - T_\infty$  değişken dönüşümü kullanırsa;

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0 \quad , \quad \left( m^2 = \frac{hP}{kA_c} \right) \quad 3.5$$

şeklinde diferansiyel denklem elde edilir. Burada  $m$  ile gösterilen parametre “kanatçık performans faktörü” olarak literatürlerde kullanılmaktadır. Bu denklem lineer, homojen ve sabit katsayılı ikinci dereceden bir diferansiyel denklem olup genel çözümü;

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad 3.6$$

olarak yazılabilir. Burada  $C_1$  ve  $C_2$  katsayıları, kanatçığa uygulanabilen değişik sınır koşullarında bulunması gereken integrasyon sabitleridir. Bu sınır şartları;

1. Sınır Şartı:  $x = 0$ 'da,  $T(0) = T_b$  kanatçık taban sıcaklığı olduğundan,

$$\theta(0) = T_b - T_\infty \equiv \theta_b \quad 3.7$$

eşitliği yazılabilir.

2. Sınır Şartı: Kanatçık ucunda ( $x = L$ ) taşınım ile ısı geçişi olduğu kabul edilirse ve kanatçık ucundaki kontrol yüzeyi için enerjinin korunumu ilkesi uygulanırsa,

$$-kA_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = h_L A_c [T(L) - T_\infty] \quad , \quad \left[ \frac{dT}{dx} = \frac{d\theta}{dx} \right] \quad 3.8$$

veya

$$-k \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=L} = h_L \theta(L) \quad 3.9$$

şeklinde yazılabilir. Denklem 3.7 ve 3.9, denklem 3.6'da yerine yazılırsa,

$$\theta(0) = \theta_b = C_1 + C_2 \quad 3.10$$

$$-km(C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL}) = h_L (C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL}) \quad 3.11$$

Eşitlikleri elde edilir. Gerekli matematiksel işlemler ve sadeleştirmeler sonunda  $C_1$  ve  $C_2$  integral sabitleri;

$$C_1 = \frac{\theta_b (m - \frac{h_L}{k})}{e^{2mL} (m + \frac{h_L}{k}) + (m - \frac{h_L}{k})} \quad \text{ve} \quad C_2 = \frac{\theta_b e^{2mL} (m + \frac{h_L}{k})}{e^{2mL} (m + \frac{h_L}{k}) + (m - \frac{h_L}{k})} \quad 3.12$$

olarak elde edilir. Bulunan bu integral sabitlerini sıcaklık dağılım denklemi 3.6'da yerlerine koyarak;

$$\theta(x) = \frac{\theta_b e^{mx} \left[ (m - \frac{h_L}{k}) + e^{2m(L-x)} (m + \frac{h_L}{k}) \right]}{\left[ e^{2mL} (m + \frac{h_L}{k}) + (m - \frac{h_L}{k}) \right]}, \quad (0 \leq x \leq L) \quad 3.13$$

bir boyutlu sıcaklık dağılım denklemini elde ederiz. Bu bulduğumuz bir boyutlu sıcaklık dağılım denklemi dikdörtgen kesitli düz kanatçık için elde edilmiş "ideal durumda" sıcaklık dağılım denklemdir. Sıcaklık dağılım denklemi aynı zamanda hiperbolik fonksiyonlar ile de ifade edilebilir. Denklem 3.6'ya benzer şekilde genel sıcaklık dağılım denklemi;

$$\theta(x) = B_1 \sinh(mx) + B_2 \cosh(mx) \quad 3.14$$

olarak ifade edilir. Yukarıda belirtilen sınır şartlarından birinci sınır şartı  $x = 0$  için;

$$\theta(0) = \theta_b = T_b - T_\infty \quad 3.15a$$

$$\theta_b = B_1 \sinh(0) + B_2 \cosh(0) \Rightarrow B_2 = \theta_b \quad 3.15b$$

İkinci sınır şartı olan  $x = L$ 'de taşınım ile ısı transferi olan kontrol yüzeyi için denklem 3.14'den;

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = m B_1 \cosh(mL) + m B_2 \sinh(mL) \quad 3.16a$$

$$-k A_c \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = h_L A_c \theta(L) \quad 3.16b$$

$$\theta(L) = B_1 \sinh(mL) + B_2 \cosh(mL) \quad 3.17a$$

$$km [ B_2 \sinh(mL) - B_1 \cosh(mL) ] = h_L [ B_1 \sinh(mL) + B_2 \cosh(mL) ] \quad 3.17b$$

Denklem 3.15b'de bulduğumuz  $B_2$  değerini denklem 3.17b'de yerine koyarsak integral sabiti  $B_1$ ,

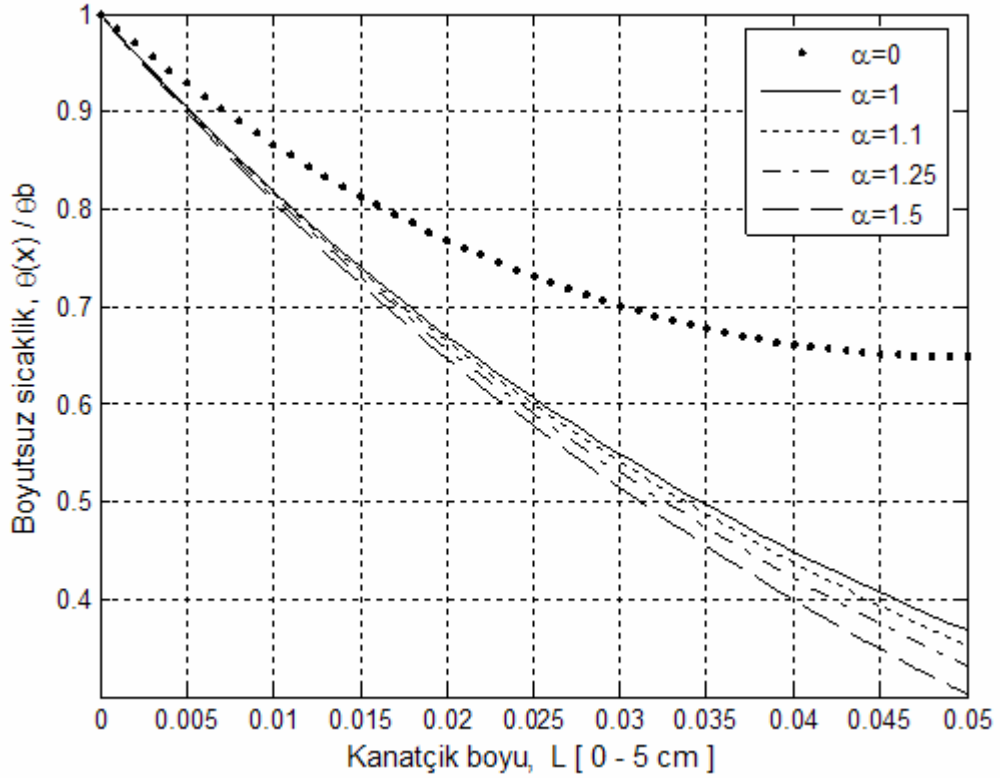
$$B_1 = \frac{\theta_b [ k m \sinh(mL) - h \cosh(mL) ]}{h_L \sinh(mL) + k m \cosh(mL)} \quad 3.18$$

olarak bulunur. Bulunan bu integral sabitlerini genel sıcaklık dağılımı denklemini olan denklem 3.14'de yerlerine koyarak bir takım matematiksel işlem ve sadeleştirmeler sonunda ideal durumda dikdörtgen kesitli düz kanatçık boyunca bir boyutlu sıcaklık dağılımı denklemini;

$$\theta(x) = \frac{\theta_b [ \cosh(m(L-x)) + (h_L/km) \sinh(m(L-x)) ]}{\cosh(mL) + (h_L/km) \sinh(mL)}, \quad (0 \leq x \leq L) \quad 3.19$$

$$[ \theta(x) = T(x) - T_\infty \quad \text{ve} \quad \theta_b = T_b - T_\infty ]$$

olarak bulunur. Kanatçık boyunca sıcaklık dağılımını gösteren denklem 3.19'un grafiği  $m = 20 \text{ m}^{-1}$  ve  $L = 5 \text{ cm}$  boyundaki örnek bir kanatçık için  $\alpha = h_L / km$  parametresine bağlı olarak Şekil 3.3'de gösterilmiştir.



Şekil 3.3. Dikdörtgen kesitli düz kanatçık boyunca boyutsuz sıcaklığın ( $\theta(x) / \theta_b$ )  $\alpha = 0 - 1.5$  arasında değişimi ( $m = 20 \text{ m}^{-1}$  ve  $L = 5 \text{ cm}$ .)

Boyutsuz sıcaklık grafiği olan Şekil 3.3'den de görüleceği gibi kanatçık tabanından uzaklaştıkça sıcaklık azalmakta olup bu eğilim  $x$ 'in artması ile iletim yoluyla ısı geçişindeki azalmanın bir sonucudur. Ayrıca kanatçık ucu adyabatik olduğunda ( $h_L = \alpha = 0$ ) olduğunda kanatçık ucu sıcaklığı, taşınım uçlu kanatçıklara nazaran ( $\alpha = 1, 1.1, 1.25$  ve  $1.5$ ) daha yükseklerde kalmaktadır. Kanatçık ucunun adyabatik olması kanatçık ucundan taşınım ile ısı geçişine izin vermemesinden dolayı kanatçık ucu sıcaklığı yüksek olmaktadır.

Kanattan geçen toplam ısı geçişi  $q_f$ , iki değişik yöntem ile hesap edilebilir. Bu yöntemlerden birincisi en basit yöntem olup kanatçık tabanında Fourier yasaının uygulanması ile bulunur. Birinci yöntemle göre kanatçıktan geçen toplam ısı;

$$q_f = -k A_c \left. \frac{dT(x)}{dx} \right|_{x=0} = -k A_c \left. \frac{d\theta(x)}{dx} \right|_{x=0} \quad 3.20$$

formülü yardımı ile bulunabilir. Denklem 3.19'dan yararlanarak kanatçık tabanında ( $x = 0$ )'da sıcaklık gradyanı;

$$\left. \frac{d\theta(x)}{dx} \right|_{x=0} = -\theta_b \left[ \frac{m \left( \sinh(mL) + \frac{h_L}{mk} \cosh(mL) \right)}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{mk} \sinh(mL)} \right] \quad 3.21$$

olur. Şimdi bulduğumuz denklem 3.21'i kanatçıktan geçen toplam ısıyı veren denklem 3.20'de yerine konup düzenlenirse;

$$q_f = k A_c \theta_b \left[ \frac{m \left( \sinh(mL) + \frac{h_L}{mk} \cosh(mL) \right)}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{mk} \sinh(mL)} \right] \quad 3.23$$

bulduğumuz denklem 3.23'ü daha düzenli yazmak istersek;

$$q_f = \theta_b m k A_c \left[ \frac{\left( \sinh(mL) + \frac{h_L}{mk} \cosh(mL) \right)}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{mk} \sinh(mL)} \right] \quad 3.24$$

Kanatçık performans faktörü formülü olan  $m = (hP / kA_c)^{1/2}$  değerini denklem 3.24'de yerine yazıp pay ve paydayı  $\cosh(mL)$  ile çarpıp düzenlersek, ideal durumda kanatçıktan geçen toplam ısı transferi;

$$q_f = \sqrt{h P k A_c} \theta_b \left[ \frac{\left( \tanh(mL) + \frac{h_L}{mk} \right)}{1 + \frac{h_L}{mk} \tanh(mL)} \right], \quad (\theta_b = T_b - T_\infty) \quad 3.25$$

olarak bulunur.

Enerjinin korunumu prensibine göre kanatçık tabanından iletim ile geçen ısı kanatçık yüzeylerinden taşınım ile geçen ısıya eşit olmasını gerektirir. Buna göre kanatçıktan geçen toplam ısıyı bulmak için ikinci yöntem olarak kanatçıktan taşınım ile geçen toplam ısı geçişi  $q_f$ ,

$$q_f = \int_{A_s} h(T(x) - T_\infty) dA_s + h_L A_c (T(x) - T_\infty) \Big|_{x=L} \quad 3.26$$

$$q_f = \int_{A_s} h \theta(x) dA_s + h_L A_c \theta(L) \quad 3.27$$

Denklem 3.26 ve 3.27'de belirtilen eşitliğin integral ile belirtilen ilk terimindeki  $A_s$ , kanatçık yüzey alanı olup kanatçık yüzeyinden taşınım ile ısı geçiş miktarını, ikinci kısımdaki terim ise kanatçık ucundan olan ısı geçiş miktarını ifade etmektedir. Kanatçık yüzeyinden taşınım yolu ile toplam ısı geçiş miktarı iki terimin toplamına eşittir. Denklem 3.19'u denklem 3.27'de yerine koyarsak,

$$q_f = \int_{A_s} h \frac{\theta_b \left[ \cosh(m(L-x)) + \frac{h_L}{k m} \sinh(m(L-x)) \right]}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mL)} dA_s + \frac{h_L A_c \theta_b}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mL)} \quad 3.28$$

olur ve diferansiyel elemanın yüzey alanı,  $dA_s = P dx$  olup, yukarıdaki integrali çözmek için  $u = m(L-x)$  dönüşümü kullanırsa,  $du = -m dx$  ve  $dx = -du / m$  olur. Bu dönüşümleri denklem 3.28'de yerine koyarak,

$$q_f = -hP \frac{\theta_b}{m} \left[ \frac{\sinh(u) + \frac{h_L}{k m} \cosh(u)}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mL)} \right]_{u=mL}^{u=0} + \frac{h_L A_c \theta_b}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mL)} \quad 3.29$$

$$q_f = -hP \frac{\theta_b}{m} \left[ \left( \frac{\frac{h_L}{km}}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{km} \sinh(mL)} \right) - \left( \frac{\sinh(mL) + \frac{h_L}{km} \cosh(mL)}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{km} \sinh(mL)} \right) \right] + \frac{h_L A_c \theta_b}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mL)} \quad 3.30$$

eşitliği elde edilir ve  $m^2 = hP / kA_c$  değişken dönüşümünü yukarıdaki denklemde yerine yazıp pay ve paydayı  $\cosh(mL)$  ile çarpıp gerekli matematiksel sadeleştirme ve düzenlemeleri yaparak taşınım ile kanatçık yüzeyinden olan toplam ısı geçişi,

$$q_f = \sqrt{h P k A_c} \theta_b \left[ \frac{\left( \tanh(mL) + \frac{h_L}{mk} \right)}{1 + \frac{h_L}{mk} \tanh(mL)} \right] \quad 3.31$$

formülü elde edilir. Denklem 3.31'den de görüldüğü gibi ikinci yöntem olan bütün kanatçık yüzeyinden taşınım ile olan toplam ısı transferi birinci yöntemde denklem 3.25'de bulduğumuz kanatçık tabanından olan ısı geçişi ile aynı sonucu vermiştir. Bu analiz yönteminde aynı şekilde sürekli rejimde kanatçık alt ve üst yüzeyinde ısı taşınım katsayısı (h) olarak, kanatçık ucunda ise farklı ısı taşınım katsayısına ( $h_L$ ) olacağı varsayımına göre kanatçık ucundan akışkana ısı geçişi olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda kanatçık verimi,  $\eta_f$ ;

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{\max.}} = \frac{\sqrt{h P k A_c}}{[2 L h(t+b) + t h_L b]} \left[ \frac{\frac{h_L}{mk} + \tanh(mL)}{1 + \frac{h_L}{mk} \tanh(mL)} \right] \quad 3.32$$

olur. Kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_f$ ;

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{q_{\text{unf.}}} = \sqrt{\frac{k P}{h A_c}} \left[ \frac{\left( \frac{h_L}{mk} + \tanh(mL) \right)}{1 + \frac{h_L}{mk} \tanh(mL)} \right] \quad 3.33$$

olarak elde edilir.

### 3.1.2. Adyabatik uçlu dikdörtgen kesitli düz kanatçık analizi

Bu kanatçık çalışmamızın ilerleyen kısımlarında optimum kanatçık boyutlarını belirleyebilmek için zaman zaman kanatçık ucunun adyabatik olması kabulüne göre çözümler yapacağız. Bir ön bilgi amacı ile önce kanatçık ucunun adyabatik olması durumunda kanatçık boyunca sıcaklık dağılımını ve kanatçıktan çevreye olan ısı geçişini veren denklemleri bulacağız. Öncelikle kanatçık diferansiyel denklemini ve çözümünü tekrar yazarak,

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0 \quad 3.34$$

olup bu denklemde  $m^2 = hP / kA_c$  olup kanatçık kesit alanı  $A_c = b t$  ve kanatçık çevresi  $P = 2(b+t)$ 'ye eşittir.

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad 3.35$$

adyabatik uçlu kanatçık için sınır şartları ise;

1. Sınır Şartı:  $x = 0$ 'da,  $T(0) = T_b$  kanatçık taban sıcaklığı olduğundan,

$$\theta(0) = \theta_b = T_b - T_\infty \quad 3.36$$

2. Sınır Şartı: kanatçık ucunda  $x = L$ 'de ısı geçişi yok (adyabatik uç) ise

$$-k A_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0 \quad 3.37$$

Yukarıda belirtilen ikinci sınır şartına göre denklem 3.35'de gösterilen kanatçık diferansiyel denkleminin genel çözümünde yerine koyarsak, integral sabitleri  $C_1$  ve  $C_2$ ,

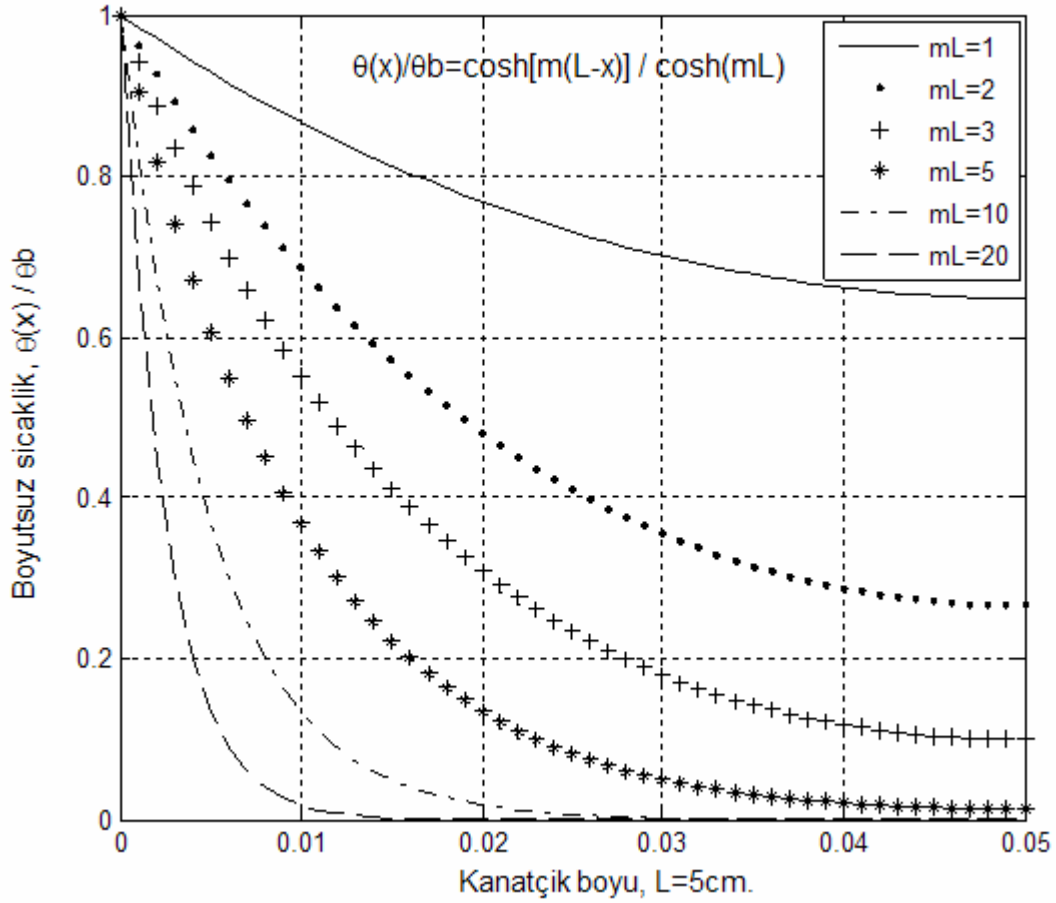
$$C_1 = \frac{\theta_b e^{-2mL}}{1 + e^{-2mL}} \quad \text{ve} \quad C_2 = \frac{\theta_b}{1 + e^{-2mL}} \quad 3.38$$

denklem 3.38'da bulduğumuz integral sabitlerini  $\cosh(x) = (e^x + e^{-x}) / 2$  özdeşliğini kullanarak denklem 3.35'de yerine koyarsak, basitleştirilmiş durumda (adyabatik uçlu) kanatçık için bir boyutlu sıcaklık dağılım denklemi,

$$\theta(x) = \frac{\theta_b \cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)} \quad , \quad \left[ m = \sqrt{\frac{hP}{k b t}} \right] \quad 3.39$$

olarak bulunur. Bu sıcaklık dağılım denklemi dikdörtgen kesitli düz kanatçık için "basitleştirilmiş durum" olarak literatürlerde adlandırılmaktadır. Denklem 3.39'a bir örnek olması amacı aynı ısı iletim ( $k$ ), taşınım ( $h$ ) katsayısına sahip olmak üzere aynı boy ( $L = 5$  cm) ve genişlikte değişik kalınlıkta ( $t$ ) kanatçıklara ait farklı  $mL$  değerlerine göre boyutsuz sıcaklık değişiminin grafiği Şekil 3.4'de gösterilmiştir. Buna göre kanatçık kalınlığı azaldığında  $m$  değeri ve aynı zamanda  $mL$  değeri de artacaktır. Bu  $mL$  değerinin artması denklem 3.39'un paydasının artmasına ve boyutsuz sıcaklık değişiminin azalmasına sebep olacaktır. Bu sonuca göre kanatçık boyu sabit kalmak

şartı ile kanatçık kalınlığı azaldıkça kanatçık yüzeyi ve uç sıcaklıkları daha da azalarak kanatçığın bulunduğu ortam sıcaklığına ( $T_\infty$ ) daha çabuk ulaşacaktır.



Şekil 3.4. Boyutsuz sıcaklığın değişik  $mL$  değerlerine göre değişimi ( $L = 5$  cm)

Kanatçıktan çevreye ısı geçişi  $q_f$  ise kanatçık tabanından iletim ile kanatçığa geçen ısıya eşit olduğundan,

$$q_f = -k A_c \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} = -k t b m \theta_b \left( \frac{1 - e^{-2mL}}{1 + e^{-2mL}} \right) \quad 3.40$$

basitleştirilmiş durumda (adyabatik uçlu) kanatçıktan ısı geçişi,  $q_f$

$$q_f = k t b m \theta_b \tanh(mL) \quad \left( m = \sqrt{\frac{hP}{kA_c}} \text{ ve } P = 2(b+t) \right) \quad 3.41$$

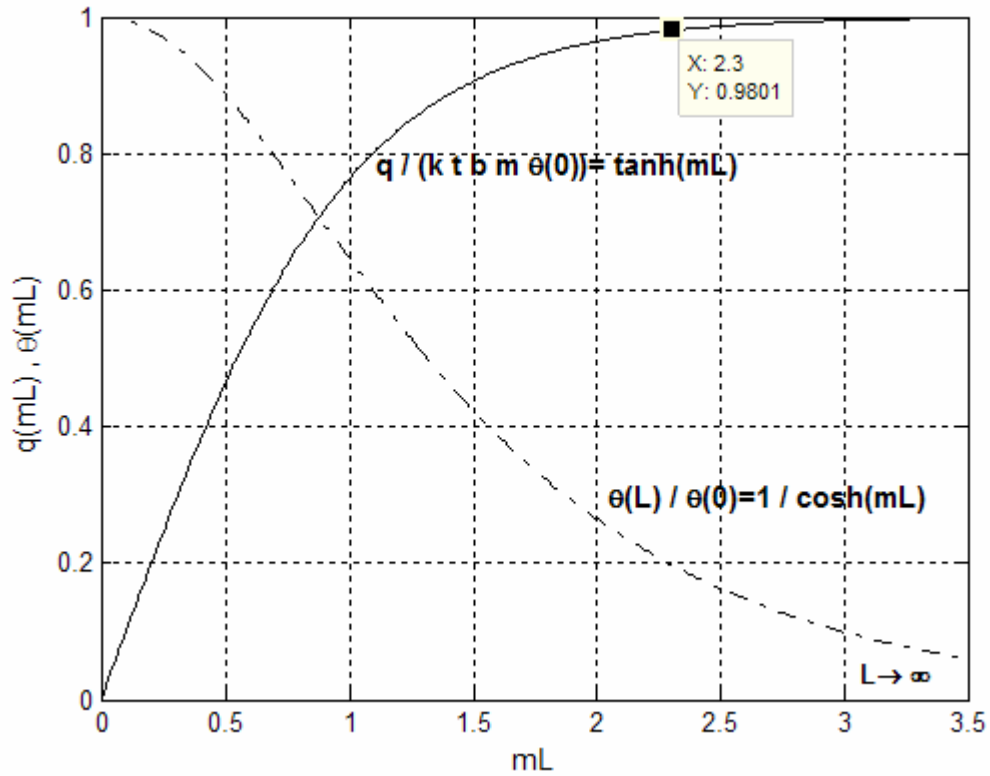
olarak bulunur. Bu analiz yönteminde aynı şekilde sürekli rejimde olarak ele alınıp kanatçık alt ve üst yüzeyinde ısı taşınım katsayısı (h) olarak, kanatçık ucunda ise farklı ısı taşınım katsayısına ( $h_L$ ) olacağı varsayımına göre kanatçık ucundan akışkana ısı geçişi olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda kanatçık verimini ( $\eta_f$ );

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{\max.}} = \frac{\tanh(mL)}{mL} \quad , \quad \left( m = \sqrt{\frac{hP}{kA_c}} \right) \quad 3.42$$

veren denklem elde edilir. Kanatçık etkinliği ise ( $\varepsilon_f$ );

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{q_{\text{unf.}}} = \sqrt{\frac{kP}{hA_c}} \tanh(mL) \quad , \quad ( A_c = bt \text{ ve } P = 2(b+t) ) \quad 3.43$$

olarak bulunur.



Şekil 3.5. Boyutsuz kanatçık ucu sıcaklığı ve ısı geçişinin kanatçık boyuna (L) göre değişimi

Dikdörtgen kesitli adyabatik uçlu düz kanatçık için boyutsuz kanatçık ucu sıcaklığı ( $\theta(L) / \theta(0)$ ) ile kanatçıktan ortama geçen boyutsuz ısı miktarının ( $q_f / ktbm\theta_b$ ) değişimleri Şekil 3.5’de gösterilmiştir. Şekilden de görüleceği gibi kanatçık boyu L

sonsuz giderken ısı geçişinde belirgin bir artış olmamaktadır. Maksimum ısı geçişini elde etmeye çalışmak için çok uzun kanatçık kullanmak şart değildir. Çünkü kanatçıktan olabilecek en fazla ısı geçişi (%98)  $mL=2.3$  olduğu zaman gerçekleşmektedir [16].

### 3.1.3. Dikdörtgen kesitli düz kanatçık için Harper-Brown yaklaşımı

Sabit dikdörtgen kesitli düz kanatçıktan ısı geçişini veren denklem 3.41'i kullanmak kanatçık analizlerinde zorluklar yaratmakta olup taşınım uçlu gerçek kanatçık yerine;  $L_c = L + t / 2$  şeklinde düzeltilmiş kanatçık boyunu kullanarak adyabatik uçlu kanatçık varsayımı kanatçık analizlerini daha da basitleştirecektir. Ayrıca pratikte ve endüstriyel uygulamalarda kanatçık ucundan ısı geçişi ihmal edilebilir [17]. Diğer bir ifade ile taşınım uçlu kanatçığın  $L$  kanatçık boyu  $t/2$  kadar artırılırsa kanatçık boyu ( $L_c = L + t / 2$ ) kadar olan adyabatik uçlu kanatçık ile aynı ısı geçişini verir. Bu varsayıma göre taşınım uçlu gerçek kanatçıkları adyabatik uçlu kanatçık varsayarak denklem 3.39 ve 3.41'i;

$$\theta(x) = \frac{\theta_b \cosh[m(L_c - x)]}{\cosh(m L_c)} \quad \left( L_c = L + \frac{t}{2} \right) \quad 3.44$$

$$q_f = k t b m \theta_b \tanh(m L_c) \quad 3.45$$

olarak yazılabilir. Bu yaklaşım yönteminde taşınım uçlu gerçek kanatçık yerine  $L_c = L + t / 2$  şeklinde düzeltilmiş kanatçık boyunu kullanarak adyabatik uçlu kanatçık varsayımına göre kanatçık analizi yapılması "ideal durumda" elde edilen değerlere çok yakın olmaktadır. Bu analiz yöntemine göre kanatçık verimi ve kanatçık etkenliği;

$$\eta_f = \frac{\tanh(m L_c)}{m L_c} \quad , \quad \left( m = \sqrt{\frac{h P}{k A_c}} \right) \quad 3.46$$

$$\varepsilon_f = \sqrt{\frac{k P}{h A_c}} \tanh(m L_c) \quad , \quad \left( A_c = b t \text{ ve } P = 2(b + t) \right) \quad 3.47$$

olarak elde edilir. Denklem 3.44 ve 3.45'de  $m^2 = hP / kA_c$  olup kanatçık kesit alanı  $A_c = bt$  ve kanatçık çevresi  $P = 2(b+t)$  olarak hesaplamalarda kullanılacaktır. Bu düzeltme taşınım uçlu gerçek kanadın ısı geçişi ile adyabatik uçlu daha uzun bir kanadın eşdeğer

davranış gösterdiği varsayımına dayanmakta olup taşınım uçlu kanatçık için sıcaklık dağılımı ve ısı geçişini bulmak için sırası ile denklem 3.44 ve 3.45 kullanılmalıdır. Bulduğumuz bu sıcaklık dağılım ve ısı geçiş denklemleri “Harper-Brown yaklaşımı” olarak adlandırılmaktadır.

### 3.1.4. Dikdörtgen kesitli düz kanatçık için kullanılabilirlik kriteri

Dikdörtgen kesitli düz kanatçıktan olan gerçek ısı geçişini veren denklem 3.33’ü tekrar göz önüne alırsak,

$$q_f = k t b m \theta_b \left[ \frac{\left( \frac{h_L}{m k} + \tanh(m L) \right)}{1 + \frac{h_L}{m k} \tanh(m L)} \right] \quad 3.48$$

olarak ifade edilen bu denklemde kanatçık boyu  $L$  dışında diğer bütün parametreler birer sabittir. Kanatçık boyu  $L$ ’nin alabileceği bir tek değer bu kanatçık için optimum değerdir ve kanatçıktan olan ısı geçişinin maksimum değerini verir. Bu maksimum değer analitik olarak  $dq_f / dL = 0$  durumunu sağlayan tek bir  $L$  değerinde sağlar. Bu durumu denklem 3.48 için uygularsak;

$$\begin{aligned} \frac{dq_f}{dL} &= \frac{k t b m \theta_b \left[ \frac{h_L}{m k} \tanh(m L) + 1 \right] m \operatorname{sech}^2(m L)}{\left[ 1 + \frac{h_L}{m k} \tanh(m L) \right]^2} \\ &\quad - \frac{k t b m \theta_b \left[ \frac{h_L}{m k} + \tanh(m L) \right] \left( \frac{h_L}{k} \right) \operatorname{sech}^2(m L)}{\left[ 1 + \frac{h_L}{m k} \tanh(m L) \right]^2} \end{aligned} \quad 3.49$$

Yukarıdaki eşitliğin sağ tarafını 0’a eşitleyip gerekli sadeleştirmeleri yaparsak,

$$\frac{h_L}{k} \tanh(m L) + m = \frac{h_L^2}{m k^2} + \frac{h_L}{k} \tanh(m L) \quad 3.50$$

Eğer kanatçık ucundaki ısı taşınım katsayısı kanatçık yüzeyindeki ısı taşınım katsayısına eşit ( $h_L = h$ ) olursa,

$$m^2 = \frac{h^2}{k^2} \Rightarrow h = mk = \frac{2k}{t} \quad , \quad \left( m = \sqrt{\frac{2h}{kt}} \right) \quad 3.51$$

eşitliği elde edilir. Elde edilen  $h = 2k / t$  sonucu kanatçıktan olan ısı geçişini maksimum yapan değerdir. Denklem 3.51’de bulduğumuz bu değeri ve kanatçık bütün yüzeyleri için ısı taşınım katsayısını  $h$  olarak kabul edip denklem 3.48’de yerine koyarsak,

$$q_f = h t b \theta_b \quad 3.52$$

eşitliği elde edilir. Bulduğumuz bu eşitlik kanatçığın kanatçık tabanında işgal ettiği yüzeyden olan ısı geçişi miktarıdır. Aynı zamanda bu kanatçıksız yüzeyden ısı geçişini ifade eder. Eğer denklem 3.51’de belirtilen  $mk > h$  ise denklem 3.48’e göre  $q_f$ ’ de artar ve bu durumda kanatçık kullanılmasının bir anlamı olur. O halde kanatçık için faydalı olma kriteri;

$$\frac{mk}{h} > 1 \quad 3.53$$

olarak tespit edilir.

Kanatçık kalınlığı kanatçık boyu ve genişliğine göre çok küçük olduğundan kanatçık kalınlığı boyunca sıcaklık dağılımı ve ısı geçişi ihmal edilebilir (Murray-Gardner kabullerinin 5. maddesine göre). Kısaca bir boyutlu sürekli rejim olarak kabul edilebilir. Ayrıca kanatçık çevresi  $P = 2(t+b)$  olmasına rağmen çözümlenmeleri kolaylaştırmak için  $t \ll b$  olduğundan kanatçık çevresini,  $P = 2b$  olarak kabul edersek bu kabulümüze göre  $m$  parametresini ise,

$$m = \sqrt{\frac{h P}{k A_c}} = \sqrt{\frac{h (2b)}{k (tb)}} \Rightarrow m = \sqrt{\frac{2h}{kt}} \quad 3.54$$

olarak bulunur ve kanatçık performans faktörü olan  $m$  değerini denklem 3.53’da yerine yazarsak;

$$\frac{2k}{ht} > 1 \quad 3.55$$

olması halinde teorik olarak kanatçık yararlıdır. Eğer kanatçık boyu çok kısa ise, ısı geçişi iki boyutlu olur. Bu durumda denklem 3.55 ifadesinin elde edilmesinde kullandığımız varsayımlar geçersiz sayılır. Çünkü denklem 3.55'in sayısal değeri değişecektir. Bu nedenle emniyetli bir değer olarak;

$$\frac{2k}{ht} > 5 \quad 3.56$$

seçilir ise kanatçık uygulaması bir avantaj sağlar [18].

Ayrıca kanatçık etkenliği ve kanatçık verimi yönünden bir kanatçığın sahip olması gereken özellikleri aşağıdaki gibi sıralayabiliriz,

- Kanatçık etkenliğini artırmak için kanatçık malzemesi ısı iletim katsayısı (k) yüksek olan bir malzemeden olmalı. Çünkü kanatçık etkenliği formüllerinde k değeri pay'da olduğundan k artıkça kanatçık etkenliği ( $\varepsilon_f$ )'de artacaktır.
- Eğer kanatçık etrafındaki akışkanın ısı taşınım katsayısı (h) azaltılırsa kanatçık etkenliği ( $\varepsilon_f$ ) azalacaktır. Çünkü ısı taşınım katsayısı payda'da olduğundan h azaldıkça kanatçık etkenliği artar. Bundan dolayı eğer bir sıvı ve bir gaz akışkan arasında ısı geçişi sağlamak için kanatçık uygulaması yapmak isteniyorsa ısı taşınım katsayısı küçük olan tarafa kanatçık uygulaması yapılmalı. Örneğin bir klima santrali ısıtıcı veya soğutucu serpantini içindeki su hızı büyük olduğundan ısı taşınım katsayısı' da büyüktür. Fakat serpantin dışında ise cebri çekilen dış hava veya karışım havasının hızı suyun boru içindeki hızına nazaran çok küçük olduğundan bu gibi serpantinlerde kanatçıklar boru dışında hava kısmına yerleştirilmektedir
- Kanatçık kalınlığı ince olduğunda kanatçık çevresi  $P = 2(b + t)$  olmasına rağmen,  $b \gg t$  olduğu için  $P = 2b$  ve  $A_c = bt$  olmaktadır, fakat kanatçık kare kesitli ( $t = b$ ) olduğunda  $P = 4b$  ve  $A_c = b^2$  olur ve bu durumda kanatçık çevresi daha da büyük olur. Bu duruma göre, kanatçık kalınlığı t olursa;

$$\varepsilon_f = \frac{k}{h} \left( \frac{P}{A_c} \right) = \frac{k}{h} \left( \frac{2b}{bt} \right) = \frac{2k}{ht} \quad 3.57$$

kanatçık kalınlığı b olduğunda;

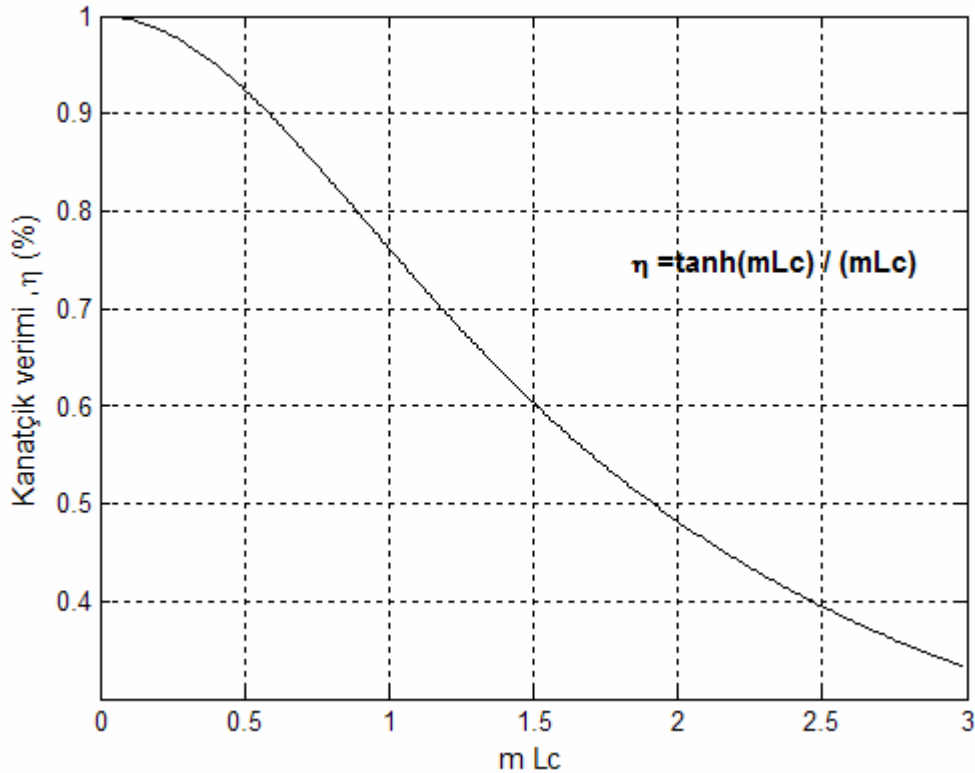
$$\varepsilon_f = \frac{k}{h} \left( \frac{P}{A_c} \right) = \frac{k}{h} \left( \frac{4b}{b^2} \right) = \frac{4k}{hb} \quad 3.58$$

olduğundan kare kesitli kanatçık kullanıldığında ve kanatçık genişliği  $b$  küçük olduğunda kanatçık etkenliği yükselecektir.

Adyabatik uçlu sabit kesitli dikdörtgen kanatçık için kanatçık verimini ifade eden denklemi yazmak istersek denklem 3.47'den ve  $A_c = tb$  ile  $A_s = PL_c$  eşitliklerinden yararlanarak;

$$\eta_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} \quad 3.59$$

olarak bulunur. Herhangi bir kanatçığın belirli bir ısı geçişinde etkinliğini belirlemek amacı ile kanatçık verimi ifadesi kullanılmakta olup Şekil 3.6'da taşınım uçlu dikdörtgen kesitli bir kanadın verimi  $mL_c$  (düzeltilmiş kanatçık boyu,  $L_c$ ) parametresinin bir fonksiyonu olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.6. Dikdörtgen kesitli düz kanatçık verimi

Yukarıda anlatmaya çalıştığımız kanatçık veriminin izahı çok açık olmasına rağmen, kanatçıktan ısı geçişi fiziki olarak çok karışık bir kavramdır. Çünkü sadece

kanatçık boyunca ısı geçişini değil aynı zamanda kanatçık yüzeyinden etrafındaki akışkana taşınım ile ısı geçişini de göz önüne almalıyız. Bu iki husus doğrudan birbirine bağlıdır. Çünkü kanatçık sıcaklığındaki değişim kanatçık yüzeyi ile etrafındaki akışkan arasındaki yerel ısı taşınım katsayısını etkileyecektir. Şekil 3.6'dan da görüleceği gibi kanatçık verimi, ısı taşınım katsayısı arttıkça azalmaktadır. Aynı şekilde kanatçık boyu arttıkça kanatçık verimi azalmaktadır. Buradan da anlaşılacağı gibi kanatçık boyunun çok uzun olmasına gerek yoktur.

Dikdörtgen kesitli düz kanatçık analizini yukarıda açıklanan üç yöntemle göre örnek bir problem ile yapalım. Örneğin kalınlığı 8 mm, eni 1 m olan, boyu 10 cm uzunluktaki bir kanatçık, ısı iletim katsayısı  $k = 30 \text{ W/m.K}$  olan bir çelikten yapılmıştır. Kanatçık taban sıcaklığı  $T_b = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ , kanatçık  $T_\infty = 50 \text{ }^\circ\text{C}$  sıcaklıkta, bütün yüzeylerinde  $h = 50 \text{ W/m}^2.\text{K}$  olan bir akışkan içinde olduğunda kanatçık analizini basitleştirilmiş, ideal ve Harper-Brown yaklaşımına göre çözer isek;

Basitleştirilmiş Duruma göre:

Kanatçık Çevresi,  $P = 2.016 \text{ m}$

Kanatçık Kesit alanı,  $A_c = 0.008 \text{ m}^2$

Kanatçık performans faktörü,  $m = 20.49 \text{ m}^{-1}$

Kanatçık tabanında kanatçık ile akışkan arasındaki sıcaklık farkı,  $\theta_b = 50 \text{ }^\circ\text{C}$

Kanatçık ucunda ( $x = L = 0.1 \text{ m}$ ) sıcaklık,  $T(L) = 62.67 \text{ }^\circ\text{C}$

Kanatçık yüzeyinden akışkana olan toplam ısı geçişi,  $q_f = 237.9 \text{ W}$

Kanatçık verimi,  $\eta_f = \% 47.20$

Kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_f = 11.89$

İdeal Duruma göre:

Kanatçık ucunda ( $x = L = 0.1 \text{ m}$ ) sıcaklık,  $T(L) = 61.75 \text{ }^\circ\text{C}$

Kanatçık yüzeyinden akışkana olan toplam ısı geçişi,  $q_f = 239.1 \text{ W}$

Kanatçık verimi,  $\eta_f = \% 45.63$

Kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_f = 11.95$

Harper-Brown yaklaşımına göre:

Düzeltilmiş kanatçık boyu,  $L_c = 0.104 \text{ m}$

Kanatçık ucunda ( $x = L = 0.1 \text{ m}$ ) sıcaklık,  $T(L) = 61.74 \text{ }^\circ\text{C}$

Kanatçık yüzeyinden akışkana olan toplam ısı geçişi,  $q_f = 239.1 \text{ W}$

Kanatçık verimi,  $\eta_f = \% 45.62$

Kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_f = 11.95$

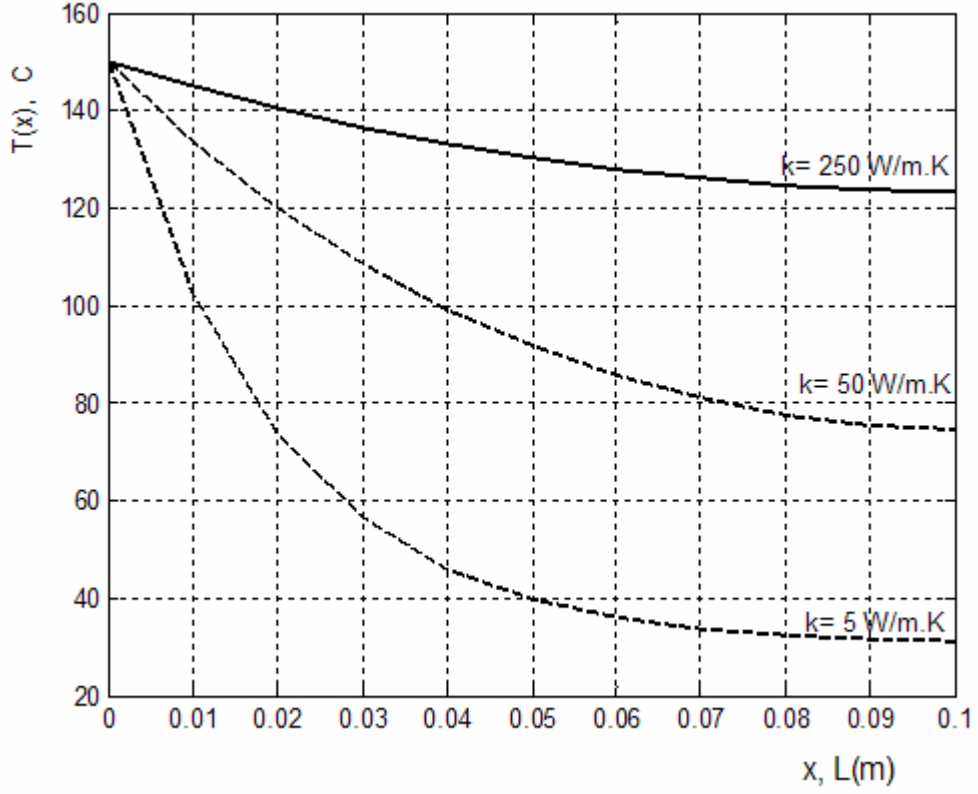
Yaptığımız üç farklı kanatçık analizinin sonucu Çizelge 3.1’de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1. Düz kanatçık örnek problemi için farklı çözüm sonuçları

	İdeal durum Çözümü	Basitleştirilmiş Çözüm	Harper-Brown Yaklaşımı
T(L) (°C)	61.75	62.67	61.74
q <sub>f</sub> (W)	239.10	237.90	239.10
η <sub>f</sub> (%)	45.63	47.20	45.62
ε <sub>f</sub>	11.95	11.89	11.95

Buna göre ideal durum çözümüne göre en yakın sonuçlar Harper-Brown yaklaşım çözümü vermiştir. Yalnızca kanatçık veriminde (η<sub>f</sub>) küçük bir fark vardır. Bunun sebebi ise kanatçık çevresini hesap ederken çoğu literatürde  $P = 2(L+t)$  olmasına rağmen  $L \gg t$  olduğu varsayımına dayanılarak  $P = 2L$  olarak m parametresi hesap edilmekte. Fakat ideal durum için gerçek kanatçık çevresi olarak  $P = 2(L+t)$  olarak alınmalıdır [19]. Bütün bunlara rağmen Harper-Brown yaklaşımı bize düzeltilmiş kanatçık boyu ( $L_c$ ) kullanımının çok uygun olduğunu göstermekte olup kanatçık uç sıcaklığı, kanatçık yüzeyinden toplam ısı geçişi ve kanatçık etkenliği değerleri ideal kanatçık çözümüne göre aynı sonucu vermiştir.

Bu örnek problem için kanatçık ebatları ve ısı taşınım katsayısı aynı kalmak şartı ile yalnızca ısı iletim katsayıları ( $k = 5 - 50 - 250$  W/m.K) değiştirilerek;  $T_b = 150$  °C ve  $T_\infty = 30$  °C olduğu durumda kanatçık sıcaklık dağılım grafiği Şekil 3.7’de gösterilmiştir.



Şekil 3.7. Farklı ısı iletim katsayılarına göre sıcaklık dağılım grafiği

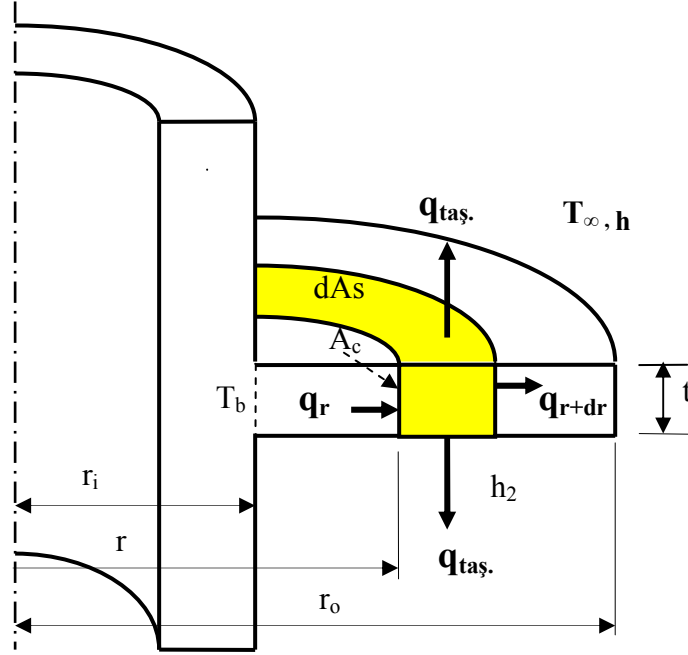
Isı iletim katsayısı ( $k$ ) arttıkça kanatçık boyunca sıcaklık dağılımı yükselmekte ve kanatçık için ideal bir durum olan kanatçık yüzeyi sıcaklığı kanatçık taban sıcaklığı değerine yaklaşmaktadır. Bu özellik her geometrideki kanatçıklar için geçerlidir.

### 3.2. Dairesel Kanatçıklar

Bu bölüme kadar sabit dikdörtgen kesitli düz kanatçığın sıcaklık dağılımı ve ısı geçişi davranışı incelendi. Denklem 3.5 lineer, homojen ve sabit katsayılı ikinci mertebeden bir diferansiyel denklem olmasından dolayı çözümü hiperbolik veya üstel formda olduğundan sıcaklık dağılımı ve kanatçıktan ısı geçişi hesap makinesi yardımıyla kolayca hesap edilebilmekte idi. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçıkta kesit alanı kanatçık boyunca sabit olmadığından dolayı ısıl davranışı biraz daha karmaşıktır. Çünkü kesit alanı uzunluğu boyunca sabit olmayan kanatçıklar için elde edeceğimiz diferansiyel denklemler ikinci mertebeden değişken katsayılı Bessel diferansiyel denklemleri olacağından çözümler dikdörtgen kesitli düz kanatçıkta olduğu gibi basit hiperbolik veya üstel formda olmayacaktır.

### 3.2.1. Adyabatik uçlu dairesel kanatçık analizi

Bu bölümde ise Şekil 3.8’de görülen  $A_c$  değişken kesit alanlı,  $k$  sabit ısı iletim katsayılı bir kanatçıktan sürekli rejimde, kanatçık ucu adyabatik kabulüne göre sıcaklık dağılımı ve ısı geçişi denklemlerini elde edeceğiz. Bu çözümlemede bir boyutlu sürekli rejim ve adyabatik uçlu olarak kabul edeceğiz.



Şekil 3.8. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık

Kanatçık içindeki alınan  $dr$  kalınlığındaki diferansiyel hacim için enerjinin korunumu ilkesini sürekli rejimde uygularsak. Diferansiyel hacme iletim ile giren ısı;

$$q_r = -k A_c \frac{dT}{dr} = -2\pi k r t \frac{dT}{dr}, \quad [ A_c = 2\pi r t ] \quad 3.60$$

diferansiyel hacimden iletim ile çıkan ısı;

$$q_{r+dr} = q_r + \frac{d(q_r)}{dr} dr \quad 3.61$$

taşınım ile diferansiyel hacimden çıkan ısı ise,

$$q_{\text{taş.}} = h \, dA_s \left( T(r) - T_{\infty} \right) \quad , \quad \left[ dA_s = 4\pi r \, dr \right] \quad 3.62a$$

$$q_{\text{taş.}} = 4\pi h r \, dr \left( T(r) - T_{\infty} \right) \quad 3.62b$$

Sürekli rejimde enerjinin korunumu ilkesine göre;

$$q_r - q_{r+dr} - q_{\text{taş.}} = 0 \quad 3.63$$

denklem 3.60, 3.61 ve 3.62b'yi denklem 3.63'de yerlerine koyarsak,

$$2\pi k t \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) dr - 4\pi h r \, dr \left( T(r) - T_{\infty} \right) = 0 \quad 3.64$$

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} - \frac{2h \left( T(r) - T_{\infty} \right)}{k t} = 0 \quad 3.65$$

Bu diferansiyel denklemi aşağıda yazılı boyutsuz dönüşümleri ve türevde zincir kuralını kullanarak, boyutsuz diferansiyel denklem haline getirmek istersek,

$$\theta(r) = \frac{T(r) - T_{\infty}}{T_b - T_{\infty}} \quad \text{ve} \quad R = \frac{r}{r_0} \quad 3.66$$

Boyutsuz dönüşümlerini kullanarak ve türevde zincir kuralını uygulayarak,

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{1}{(T_b - T_{\infty})} \frac{dT}{dr} \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{dr} = (T_b - T_{\infty}) \frac{d\theta}{dr} \quad 3.67a$$

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{d\theta}{dR} \frac{dR}{dr} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\theta}{dr} = \frac{1}{r_0} \frac{d\theta}{dR} \quad 3.67b$$

denklem 3.67b'yi denklem 3.67a'da yerine koyarsak,

$$\frac{dT}{dr} = \frac{(T_b - T_{\infty})}{r_0} \frac{d\theta}{dR} \quad 3.68a$$

$$\frac{d^2 T}{dr^2} = \frac{(T_b - T_{\infty})}{r_0} \frac{d}{dr} \left( \frac{d\theta}{dR} \right) \quad 3.68b$$

$$\frac{d^2T}{dr^2} = \frac{(T_b - T_\infty)}{r_o} \frac{d\theta}{dr} \frac{d\theta}{dR} \quad 3.68c$$

$$\frac{d^2T}{dr^2} = \frac{(T_b - T_\infty)}{r_o^2} \frac{d^2\theta}{dR^2} \quad 3.68d$$

Denklem 3.68a ve 3.68d'de bulduğumuz eşitlikleri denklem 3.65'deki diferansiyel denklemde yerlerine koyup gerekli sadeleştirmeleri yaparsak, yeni boyutsuz parametrelere bağlı diferansiyel denklemimiz aşağıdaki şekli alır.

$$\frac{d^2\theta}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\theta}{dR} - \frac{2h r_o^2}{k t} \theta = 0 \quad 3.69$$

Denklem 3.69'da eşitliğin her iki tarafını  $R^2$  ile çarpıp, boyutsuz termogeometrik parametre [20] diye adlandırılmakta olan  $\beta$ ;

$$\beta^2 = \frac{2h r_o^2}{k t} \quad 3.70$$

şeklinde kısaltırsak denklem 3.69'u aşağıdaki gibi,

$$R^2 \frac{d^2\theta}{dR^2} + R \frac{d\theta}{dR} - \beta^2 R^2 \theta = 0 \quad 3.71$$

yazabiliriz. Bu denklem değişken katsayılı ( $R$ ), ikinci derece lineer diferansiyel denklem olduğundan “sıfıncı mertebeden değiştirilmiş Bessel denklemi” olarak adlandırılır. Bu diferansiyel denklemin genel çözümü olan boyutsuz sıcaklık dağılım denklemi;

$$\theta(R) = C_1 I_0(\beta R) + C_2 K_0(\beta R) \quad 3.72$$

olup bu denklemde gösterilen  $I_0$  “birinci türden değiştirilmiş sıfıncı mertebeden” ve  $K_0$  ise “ikinci türden değiştirilmiş sıfıncı mertebeden” Bessel fonksiyonlarıdır. Bu genel denklemi çözmek için  $C_1$  ve  $C_2$  integral sabitlerini bulunması gerekir. Bunun için aşağıdaki sınır şartlarını kullanarak,

1. Sınır Şartı: kanatçık tabanında ( $r = r_i$ ) kanatçık taban sıcaklığı  $T(r_i) = T_b$  ise boyutsuz dönüşümler;

$$R = \frac{r}{r_o} = \frac{r_i}{r_o} = c, \quad \theta(r_i) = \frac{T(r_i) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{T_b - T_\infty}{T_b - T_\infty} \Rightarrow \theta=1 \quad 3.73$$

olur ve bu denklem 3.73'de belirtilen sınır şartını denklem 3.72'deki genel denklemde yerine koyarsak,

$$C_2 = \frac{1 - C_1 I_0(\beta c)}{K_0(\beta c)} \quad 3.74$$

olarak bulunur. Kanatçık ucunu adyabatik kabul edersek 2. bir sınır şartı yazma imkânı oluşur. Bu sınır şartı;

2. Sınır Şartı: kanatçık ucunda ( $r = r_o$ ), kanatçık ucu adyabatik ( $dT(r_o) / dr = 0$ ) ise, boyutsuz dönüşümler;

$$R = \frac{r}{r_o} = \frac{r_o}{r_o} \Rightarrow R=1, \quad \left. \frac{d\theta}{dR} \right|_{R=1} = 0 \quad 3.75$$

Denklem 3.72'in türevini alıp sıfıra eşitleyerek ve  $R = 1$  olarak yerine koyarsak,

$$C_1 = \frac{C_2 K_1(\beta)}{I_1(\beta)} \quad 3.76$$

bulduğumuz  $C_1$  değerini denklem 3.74'de yerine koyar ve  $C_2$  'yi çekersek;

$$C_2 = \frac{I_1(\beta)}{I_1(\beta) K_0(\beta c) + K_1(\beta) I_0(\beta c)} \quad 3.77a$$

$$C_1 = \frac{K_1(\beta)}{I_1(\beta) K_0(\beta c) + K_1(\beta) I_0(\beta c)} \quad 3.77b$$

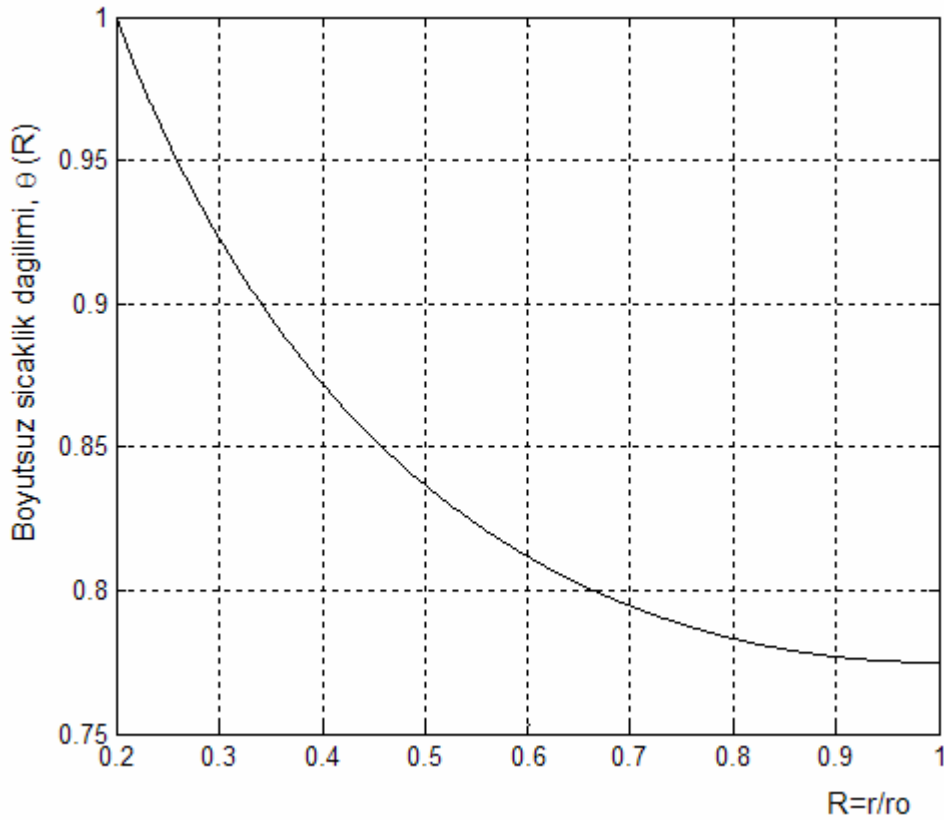
Bulunan bu integral sabitlerini boyutsuz sıcaklık dağılımının genel denklemi olan denklem 3.72'de yerine koyarsak,

$$\theta(R) = \frac{K_1(\beta) I_0(\beta R) + I_1(\beta) K_0(\beta R)}{I_1(\beta) K_0(\beta c) + K_1(\beta) I_0(\beta c)}, \quad (c \leq R \leq 1) \quad 3.78$$

olarak boyutsuz sıcaklık dağılım denklemini basitleştirilmiş durum için elde ederiz. Burada gösterilen  $I_1$  “birinci türden, birinci mertebeden düzeltilmiş” ve  $K_1$  ise “ikinci türden, birinci mertebeden düzeltilmiş” Bessel fonksiyonlarıdır. Denklem 3.78’de gösterilen boyutsuz sıcaklık dağılım denkleminde belirtilen diğer parametreler ise,

$$m = \sqrt{\frac{2h}{kt}} \quad , \quad \beta = m r_0 \quad , \quad c = \frac{r_i}{r_0} \quad 3.79$$

olup  $\beta^2 = 0.5$  ve  $c = 0.2$  için boyutsuz sıcaklık dağılım grafiği Şekil 3.9’da gösterilmiştir.



Şekil 3.9. Dairesel kanatçık boyutsuz sıcaklık dağılımı ( $\beta^2 = 0.5$  ve  $c = 0.2$ )

Boyutlu sıcaklık dağılımını yazmak istersek, denklem 3.66 ve 3.79’de verilen dönüşümleri denklem 3.78’de yerlerine koyarak “basitleştirilmiş durumda” sıcaklık dağılım denklemini kanatçık üzerinde  $r$  ye bağımlı olarak,

$$\theta(r) = \left[ \frac{K_1(m r_o) I_0(m r) + I_1(m r_o) K_0(m r)}{I_1(m r_o) K_0(m r_i) + K_1(m r_o) I_0(m r_i)} \right], \quad [ r_i \leq r \leq r_o ] \quad 3.80a$$

$$\theta(r) = \frac{T(r) - T_\infty}{T_b - T_\infty} \quad \text{ve} \quad m = \sqrt{\frac{2h}{kt}} \quad 3.80b$$

$$T(r) = T_\infty + (T_b - T_\infty) \left[ \frac{K_1(m r_o) I_0(m r) + I_1(m r_o) K_0(m r)}{I_1(m r_o) K_0(m r_i) + K_1(m r_o) I_0(m r_i)} \right] \quad 3.80c$$

şeklinde yazabiliriz. Bu denklem sabit kesitli, dairesel bir kanatçıkta, kanatçık tabanı sabit  $T_b$  sıcaklığında “basitleştirilmiş durum” için bir boyutlu sıcaklık dağılım denklemi olup  $t \ll r_o - r_i$  olmak şartıyla geçerlidir. Aksi takdirde bir boyutlu olarak kabul edemeyiz.

Kanatçık yüzeyinden etrafındaki akışkana olan toplam ısı geçişi enerjinin korunum ilkesine göre kanatçık tabanından kanatçığa giren ısıya eşittir. Bu durumda kanatçık tabanında Fourier yasasını uygulayarak kanatçıktan toplam ısı geçişi  $q_f$ ,

$$q_f = -k A_c \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=r_i}, \quad [ A_c = 2\pi t r_i ] \quad 3.81$$

Bu denklemi boyutsuz sıcaklık gradyanı şeklinde yazmak için denklem 3.76a’dan yararlanarak,

$$q_f = -2\pi k t r_i \frac{(T_b - T_\infty)}{r_o} \left. \frac{d\theta}{dR} \right|_{R=c}, \quad ( R = \frac{r}{r_o} = \frac{r_i}{r_o} = c ) \quad 3.82$$

eşitliği yazılabilir. Denklem 3.82’de boyutsuz sıcaklık gradyanını bulmak için  $R = c$  için denklem 3.78’deki boyutsuz sıcaklık dağılım denkleminin türevini alıp denklem 3.82’de yerine yazar ve gerekli matematiksel sadeleştirmelerden sonra “basitleştirilmiş durumda” kanatçıktan geçen toplam ısı geçişi;

$$q_f = 2\pi k c t \beta (T_b - T_\infty) \left[ \frac{I_1(\beta) K_1(\beta c) - I_1(\beta c) K_1(\beta)}{I_1(\beta) K_0(\beta c) + K_1(\beta) I_0(\beta c)} \right] \quad 3.83$$

$$\beta = r_o \sqrt{\frac{2h}{kt}} \quad \text{ve} \quad c = \frac{r_i}{r_o} \quad 3.84$$

olarak bulunur. Kanatçıktan geçen maksimum toplam ısı geçişi kanatçık alt ve üst yüzeyinin taban sıcaklığına ulaştığı durumda gerçekleşeceğinden,

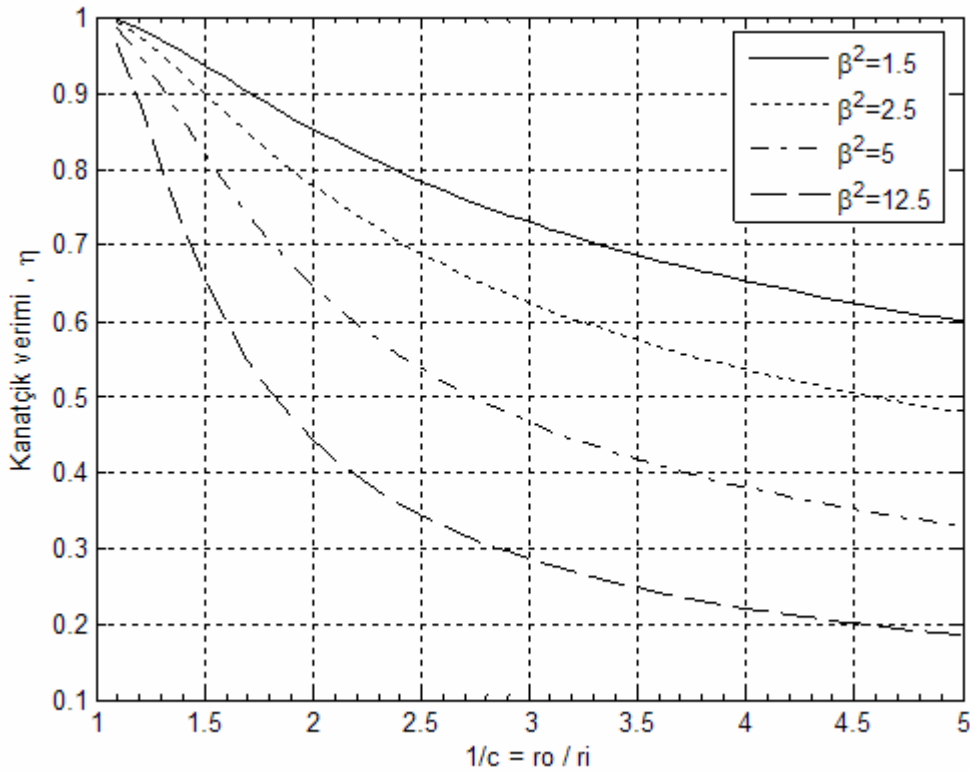
$$q_{\max.} = h A_s (T_b - T_\infty) \quad , \quad [ A_s = 2\pi(r_o^2 - r_i^2) ] \quad 285a$$

$$q_{\max.} = 2\pi h (r_o^2 - r_i^2)(T_b - T_\infty) \quad 3.85b$$

kanatçık verimi ( $\eta_f$ ) kanatçıktan geçen ısının maksimum ısı geçişine oranı olduğundan denklem 3.83 ve 3.85b'yi kullanarak,

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{\max.}} = \frac{2c}{\beta(1-c^2)} \left[ \frac{I_1(\beta) K_1(\beta c) - I_1(\beta c) K_1(\beta)}{I_1(\beta) K_0(\beta c) + K_1(\beta) I_0(\beta c)} \right] \quad 3.86$$

kanatçık verimini elde ederiz. Bu formüle göre değişik kanatçık malzemesinden veya farklı ısı taşınım katsayılarına göre kanatçık veriminin dış ve iç yarıçaplar oranına göre değişimi Şekil 3.10'da gösterilmiştir.



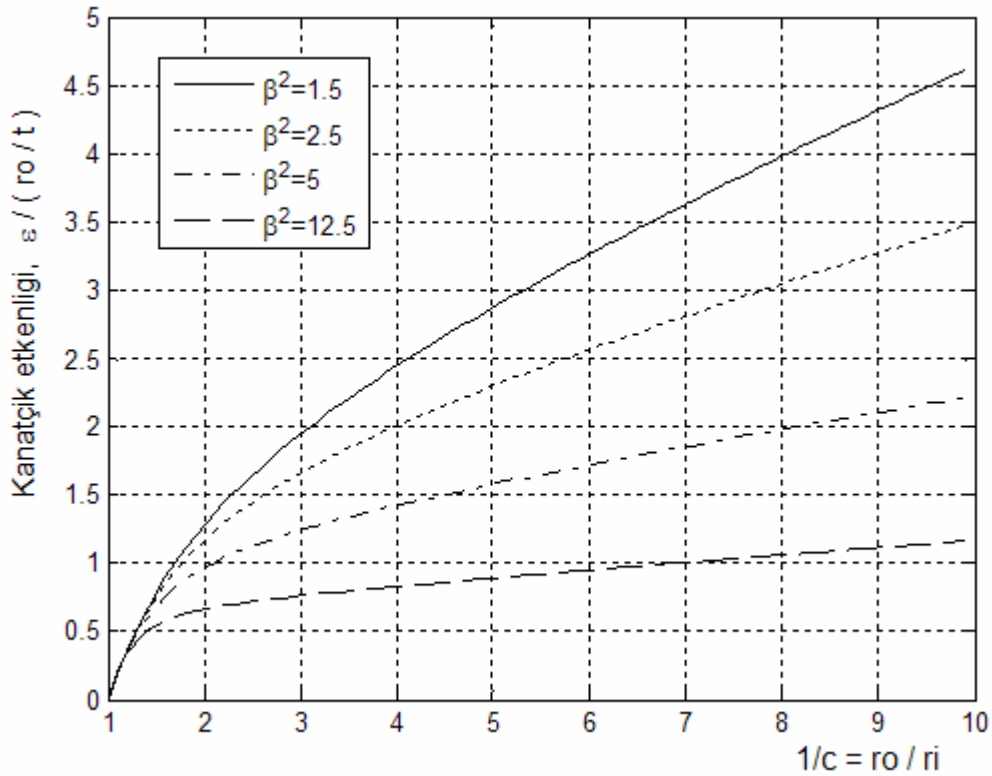
Şekil 3.10. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık veriminin yarıçaplar oranına göre değişimi

Buna göre Şekil 3.10'dan da görüldüğü gibi belirli bir yarıçap oranı ( $r_o / r_i$ ) için kanatçık malzemesi ve bulunduğu ortamı belirleyen  $\beta$  parametresi azaldıkça kanatçık verimi artmaktadır. Kanatçık malzemesinin ısı iletkenlik katsayısı arttıkça veya ısı taşınım katsayısı azaldıkça denklem 3.84'e göre de boyutsuz termogeometrik parametre ( $\beta$ ) azalmakta olup daha öncede belirttiğimiz gibi verimi yüksek bir kanatçık elde edebilmemiz için ısı iletim katsayısı yüksek bir malzemeden yapılmış kanatçık kullanılmalı veya ısı taşınım katsayısı düşük ortamlarda uygulamalıyız.

Diğer bir kanatçık kullanılabilirlik kriteri olan kanatçık etkenliği ise denklem 3.85'ün kullanılması ile

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{q_{unf.}} = \frac{2 r_o}{\beta t} \left[ \frac{I_1(\beta) K_1(\beta c) - I_1(\beta c) K_1(\beta)}{I_1(\beta) K_0(\beta c) + K_1(\beta) I_0(\beta c)} \right] \quad 3.87$$

olarak bulunur.



Şekil 3.11. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık etkenliğinin yarıçap oranına göre değişimi

Isı taşınım katsayısı (h) sabit kalmak şartı ile ısı iletim katsayısı (k) arttıkça tüm kanatçık tiplerinde ısı geçişi ve kanatçık etkenliği artar. Çünkü denklem 3.87'den de görüleceği gibi ısı iletim katsayısı arttıkça kanatçıktan olan ısı geçişi ( $q_f$ ) artarken kanatçık olmayan yüzeyden olan ısı geçişi ( $q_{unf.}$ ) sabit kalır ve böylece  $q_f / q_{unf.}$  oranı olarak adlandırılan kanatçık etkenliği ( $\epsilon_f$ ) artar. Denklem 3.84'e göre ısı iletim katsayısı arttıkça termogeometrik parametre ( $\beta$ ) azalır. Buna göre ısı iletim katsayısı yüksek malzemeden yapılmış kanatçıkların termogeometrik parametreleri azaldıkça kanatçık etkenlikleri artacaktır. Bu durum Şekil 3.11'den de açıkça görüldüğü gibi ısı taşınım katsayısı sabit kalmak şartıyla aynı geometrik ölçülerde ısı iletim katsayısı yüksek malzemelerden yapılmış kanatçıkların etkenlikleri de yüksek olur.

Değişik yarıçap oranlarına sahip dairesel kanatçıkları karşılaştırabilmemiz için c gibi kanatçık yarıçaplarının oranına bağlı kanatçık verimi denklemi yazabilmemiz gerekir. Bunun için denklem 3.86'deki parametreleri yarıçapların oranına bağlı olarak yazmalıyız. Öncelikle kanatçık profil alanı  $A_p$ 'yi kanatçık kalınlığı cinsinden ifade edersek,

$$A_p = t(r_o - r_i) \Rightarrow t = \frac{A_p}{(r_o - r_i)} \quad 3.88$$

$$\beta = m r_o \Rightarrow \beta = r_o \sqrt{\frac{2h}{k t}} = r_o (r_o - r_i)^{1/2} \left[ \frac{2h}{k A_p} \right]^{1/2} \quad 3.89$$

$$\beta c = m r_o c \Rightarrow \beta c = m r_i = r_i (r_o - r_i)^{1/2} \left[ \frac{2h}{k A_p} \right]^{1/2} \quad 3.90$$

Denklem 3.89 ve 3.90'ın pay ve paydasını  $(r_o - r_i)$  ile çarpıp gerekli matematiksel düzenlemeleri yaparsak  $\beta$  ve  $\beta c$ 'yi,

$$\beta = \frac{r_o \Phi}{r_o - r_i} \quad \text{ve} \quad \beta c = \frac{c \Phi}{1 - c} \quad , \quad \left( \Phi \equiv (r_o - r_i)^{3/2} \left[ \frac{2h}{k A_p} \right]^{1/2} \right) \quad 3.91$$

olarak buluruz. Denklem 3.91'deki  $\beta$  ve  $\beta c$  parametreleri hala  $r_o$  ve  $r_i$  değerlerini içermekte olup bu iki parametreyi yarıçapların oranı cinsinden farklı yeni parametreler şeklinde ifade edecek olursak;

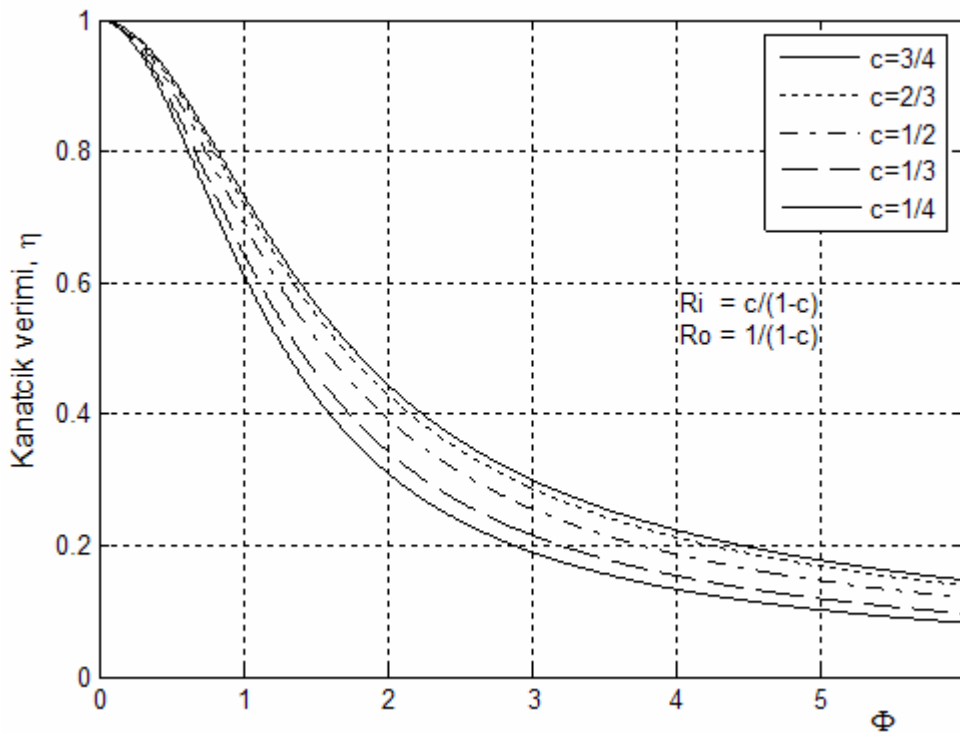
$$R_o \equiv \frac{r_o}{r_o - r_i} \equiv \frac{1}{1-c} \Rightarrow \beta = \Phi R_o, \quad \left[ c = \frac{r_i}{r_o} \right] \quad 3.92a$$

$$R_i \equiv \frac{c}{1-c} \Rightarrow \beta c = \Phi R_i \quad 3.92b$$

Bütün bu işlemlerden sonra denklem 3.92a ve 3.92b'de elde ettiğimiz yeni  $\beta$  ve  $\beta c$  parametrelerini (yarıçaplar oranı şeklinde) denklem 3.86'da yerlerine koyarsak,

$$\eta_f = \frac{2c}{\Phi(1+c)} \left[ \frac{I_1(\Phi R_o) K_1(\Phi R_i) - I_1(\Phi R_i) K_1(\Phi R_o)}{I_1(\Phi R_o) K_0(\Phi R_i) + K_1(\Phi R_o) I_0(\Phi R_i)} \right] \quad 3.93$$

olarak “basitleştirilmiş durumda” dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık verimi denklemini elde ederiz. Değişik yarıçap oranlarındaki dikdörtgen kesitli dairesel kanatçıkların profil alan parametresine ( $\Phi$ ) göre kanatçık veriminin değişimini gösteren grafik Şekil 3.12’de gösterilmiştir.



Şekil 3.12. Farklı yarıçapta dairesel kanatçıkların verimleri

Değişik iç ve dış yarıçaplara ( $r_i$  ve  $r_o$ ) haiz kanatçıklar için  $c = r_i / r_o$  oranı arttıkça kanatçıkların verimi artmakta olup  $c$  oranı azaldıkça verim azalmaktadır. Bu bize  $c$  oranı azaldıkça kanatçık üzerinde iletim ile ısı geçişi kanatçığın bir direnç göstermesi ve ucunda izole etkisi göstermesinden dolayı kanatçık verimi azalmaktadır. Bunun sonucunda  $L = r_o - r_i$  artması her zaman ısı geçişini arttırmayacağını açıkça göstermektedir.

Denklem 3.86 ve 3.93'de verilen kanatçık verimini ( $\eta_f$ ) bulmamıza yardımcı olan eşitlikler doğrudan Bessel değerlerine bağlı olduğundan bu değerleri hesaplayabilmek için Bessel değerler tablosu veya belirli bilgisayar programlarına gereksinim vardır. Bessel değerlerine bağlı kalmaksızın kolayca adyabatik uçlu dairesel kanatçık verimini bulabilmemiz için Mc Quiston ve Tree tarafından belirtilen;

$$\eta_f = \frac{\tanh(m\zeta)}{m\zeta} \quad , \quad \left[ \zeta = r_i \frac{1-c}{c} \left( 1 + 0.35 \ln \frac{1}{c} \right) \right] \quad 3.93a$$

yaklaşık kanatçık verimi denklemini alternatif olarak kullanmak büyük zaman ve kolaylık sağlayacaktır.

### 3.2.2 Taşınım uçlu dairesel kanatçık analizi

Bir önceki analitik çözümünü yaptığımız ve Şekil 3.8'de gösterilen dikdörtgen kesitli dairesel kanatçığın  $2t$  kalınlığındaki ucunda ideal durumda taşınım ile ısı geçişi ( $h_L$ ) vardır. "basitleştirilmiş durum" için denklem 3.65'de yazılı kanatçık diferansiyel denkleminizde  $\theta(r) = T(r) - T_\infty$  sıcaklık farkı dönüşüm parametresini kullanıp eşitliğin her iki tarafını  $r^2$  ile çarpıp düzenleyerek tekrar yazar isek;

$$r^2 \frac{d^2\theta}{dr^2} + r \frac{d\theta}{dr} - m^2 r^2 \theta = 0 \quad , \quad \left[ m^2 = \frac{2h}{kt} \right] \quad 3.94$$

Bu diferansiyel denklem sıfıncı mertebeden değiştirilmiş bir Bessel denklemdir ve bunun genel çözümü,

$$\theta(r) = C_1 I_0(mr) + C_2 K_0(mr) \quad 3.95$$

olup, denklem 3.95'deki integral sabitleri olan  $C_1$  ve  $C_2$  'yi bulmak için iki sınır koşulumuz vardır. Bu sınır koşullarına göre denklem 3.95'i çözersek,

1. Sınır Şartı: kanatçık tabanında ( $r = r_i$ ) kanatçık taban sıcaklığı  $T(r_i) = T_b$  olduğunda,

$$\theta(r = r_i) = T_b - T_\infty = \theta_b \quad 3.96a$$

olup bu sınır şartını denklem 3.95'de yerine koyarsak;

$$C_1 = \frac{\theta_b - C_2 K_o(m r_i)}{I_o(m r_i)} \quad 3.96b$$

2. Sınır Şartı: kanatçık ucunda,  $r = r_o$ ' da kanatçık ucunda taşınım ( $h_L$ ) ile ısı geçişi var ise,  $\theta(r_o) = T(r_o) - T_\infty = \theta_o$  olup;

$$\left. \frac{d\theta}{dr} \right|_{r=r_o} = -\frac{h_L}{k} \theta_o = -\frac{h_L}{k} [C_1 I_o(m r_o) + C_2 K_o(m r_o)] \quad 3.96c$$

denklem 3.95'in türevini alıp denklem 3.96c'de 2. sınır şartını uygulayarak ve birinci sınır şartında bulduğumuz  $C_1$  eşitliği ile beraber denklem 3.96c'de yerlerine koyarak  $C_2$  bulunduktan sonra birtakım matematiksel işlemlerden sonra integral sabitleri olan  $C_1$  ve  $C_2$  elde edilir. Daha sonra bu integral sabitlerini genel sıcaklık dağılımı denklemini 3.95'de yerlerine koyar isek;

$$\theta(r) = \theta_b \frac{I_o(m r) + \frac{\frac{h_L}{mk} I_o(m r_o) + I_1(m r_o)}{K_1(m r_o) - \frac{h_L}{mk} K_o(m r_o)} K_o(m r)}{I_o(m r_i) + \frac{\frac{h_L}{mk} I_o(m r_o) + I_1(m r_o)}{K_1(m r_o) - \frac{h_L}{mk} K_o(m r_o)} K_o(m r_i)} \quad 3.97a$$

Sıcaklık dağılım denklemini elde ederiz. Bu sıcaklık dağılım denklemini daha kısa yazmak için büyük parantezli kısmı  $\psi$  parametresi ile ifade edersek;

$$\theta(r) = \theta_b \left[ \frac{I_0(mr) + \Psi K_0(mr)}{I_0(mr_i) + \Psi K_0(mr_i)} \right] \quad 3.97b$$

$$\Psi = \frac{\frac{h_L}{mk} I_0(mr_o) + I_1(mr_o)}{K_1(mr_o) - \frac{h_L}{mk} K_0(mr_o)} \quad \text{ve} \quad m = \sqrt{\frac{2h}{kt}}$$

olacak şekilde “ideal durumda” dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık için sıcaklık dağılım denklemini buluruz.

Bu kanatçıktan olan toplam ısı geçişini bulmak için ise kanatçık tabanında Fourier yasasını uygularsak,

$$q_f = -k A_c \left. \frac{d\theta(r)}{dr} \right|_{r=r_i}, \quad (A_c = 2\pi r_i t) \quad 3.98a$$

$$q_f = 2\pi k r_i t m \theta_b \left[ \frac{\Psi K_1(mr_i) - I_1(mr_i)}{I_0(mr_i) + \Psi K_0(mr_i)} \right] \quad 3.98b$$

olarak “ideal durumda” dikdörtgen kesitli dairesel kanatçıktan olan toplam ısı geçişi denklemini elde ederiz. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık verimi, kanatçıktan gerçekte oluşan ısı geçişinin ( $q_f$ ), maksimum ısı geçişine ( $q_{max.}$ ) olan oranı bize kanatçık verimini vermekte idi. İdeal durumda bir kanatçıktan ısı geçişi ise kanatçığın yayabileceği enerjinin maksimum değeri olup bütün yüzeyi kanatçık dip sıcaklığında ( $T_b$ ) olduğunda gerçekleşen ısı geçişidir. Burada dikkat etmemiz gereken husus ise bütün kanatçığın yüzeyi göz önüne alınması durumunda, hem kanatçığın alt ve üst yüzeyleri hem de kanatçığın ucundan ısı geçişi göz önüne alınmalıdır. Buna göre kanatçıktan maksimum ısı geçişi,  $q_{max.}$ ;

$$q_{max} = 2\pi \left[ (r_o^2 - r_i^2) h + r_o t h_L \right] \theta_b \quad 3.99$$

Denklem 3.98b ve 3.99’u kullanarak,

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{\max.}} = \frac{2 \pi k r_i t m \theta_b \left[ \frac{\Psi K_1(m r_i) - I_1(m r_i)}{I_0(m r_i) + \Psi K_0(m r_i)} \right]}{2 \pi \left[ (r_o^2 - r_i^2) h + r_o t h_L \right] \theta_b} \quad 3.100a$$

$$\eta_f = \frac{k r_i t m \left[ \frac{\Psi K_1(m r_i) - I_1(m r_i)}{I_0(m r_i) + \Psi K_0(m r_i)} \right]}{\left[ (r_o^2 - r_i^2) h + r_o t h_L \right]}, \quad \left( m = \sqrt{\frac{2 h}{k t}} \right) \quad 3.100b$$

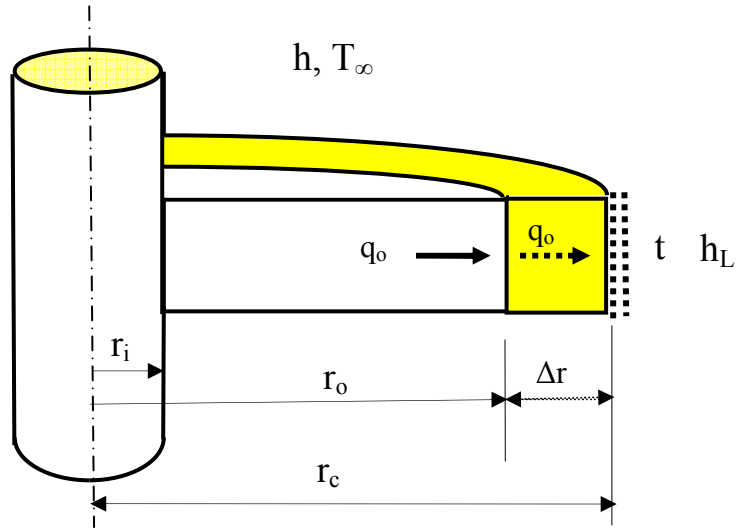
dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık için “ideal durumda” kanatçık verimi denklemini elde ederiz. Kanatçık etkenliği ise;

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{q_{\text{unf.}}} = \frac{k m}{h} \left[ \frac{\Psi K_1(m r_i) - I_1(m r_i)}{I_0(m r_i) + \Psi K_0(m r_i)} \right] \quad 3.101$$

olarak elde edilir.

### 3.2.3. Dairesel kanatçık için Harper-Brown yaklaşımı

Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık ucu gerçekte adyabatik olmayıp ucundan taşınım yoluyla etrafındaki akışkana bir ısı geçişi vardır. Bu yaklaşım yönteminde kanatçık ucundan taşınım yolu ile geçen ısı miktarı  $\Delta r$  kadar dış yarıçapı artırılmış adyabatik uçlu kanatçık ile aynı davranışı gösterdiği prensibine dayanmaktadır. Bu kanatçık analizi yönteminde  $\Delta r$  kadar arttırılarak elde edilen düzeltilmiş kanatçık yarıçapı ( $r_c$ ) yardımı ile ideal sonuca varmayı amaçlar. Düzeltilmiş kanatçık yarıçapı Şekil 3.13’de geometrik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.13. Düzeltilmiş kanatçık yarıçapının geometrik gösterimi

Bu yaklaşım yöntemine göre düzeltilmiş kanatçık yarıçapı,

$$r_c = r_o + \Delta r \quad 3.102$$

olup, kanatçık dış yarıçapı artışı olan  $\Delta r$ 'yi bulabilmek için önce  $r_o$  dış yarıçaplı kanatçık ucundan olan ısı geçişini ( $q_o$ ) gösteren denklemi yazılmalıdır.

$$q_o = 2\pi r_o t h_L \theta_o \quad , \quad ( \theta_o = T(r_o) - T_\infty ) \quad 3.103$$

Bu ısı geçişi aynı zamanda  $\Delta r$  kadar dış yarıçapı arttırılmış adyabatik uçlu kanatçığın  $\Delta r$  boyundaki daire parçasının alt ve üst yüzeyinden geçen ısı miktarına eşittir. Bu ısı miktarı,

$$q_o = 2\pi(r_c^2 - r_o^2) h_L \theta_o \quad 3.104$$

bağıntısı ile ifade edilir. Arttırılmış kanatçık yarıçapından geçen ısıları birbirine eşitleyip gerekli sadeleştirmelerden sonra;

$$r_o t = (r_c - r_o) (r_c + r_o) \quad , \quad ( \Delta r = r_c - r_o ) \quad 3.105a$$

$$r_o t = \Delta r (r_c + r_o) \quad 3.105b$$

Eğer  $\Delta r$  çok küçük olduğunu varsayarsak  $r_o$  yaklaşık olarak  $r_c$ 'ye eşit olacaktır. Bu varsayımına göre denklem 3.105b'yi aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$r_o t = \Delta r (r_c + r_o) = \Delta r (2r_o) \quad 3.105c$$

$$\Delta r = \frac{t}{2} \quad 3.105d$$

Bu sonucu denklem 3.102'de yerine koyarsak, dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık için Düzeltilmiş kanatçık yarıçapı;

$$r_c = r_o + \Delta r = r_o + \frac{t}{2} \quad \Rightarrow \quad r_c = r_o + \frac{t}{2} \quad 3.106$$

Bu sonuca göre dikdörtgen kesitli dairesel kesitli kanatçığın düzeltilmiş kanatçık yarıçapı, kanatçık dış yarıçapının kanatçık kalınlığının yarısının toplamına eşittir. Elde edilen bu sonuca göre Harper-Brown yaklaşım yöntemine göre sıcaklık dağılım denklemi, adyabatik uçlu dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık sıcaklık dağılım denklemindeki kanatçık dış yarıçapı ( $r_o$ ) yerine düzeltilmiş kanatçık yarıçapını ( $r_c$ ) yazarak elde edilir. Buna göre denklem 3.80a'da  $r_o = r_c$  olarak yazarak Harper-Brown yaklaşımına uyarlırsak, boyutsuz sıcaklık dağılım denklemi;

$$\theta(r) = \left[ \frac{K_1(m r_c) I_0(m r) + I_1(m r_c) K_0(m r)}{I_1(m r_c) K_0(m r_i) + K_1(m r_c) I_0(m r_i)} \right], \quad (r_i \leq r \leq r_c) \quad 3.107a$$

olarak yazılabilir. Bu boyutsuz sıcaklık dağılım denkleminde belirtilen boyutsuz ve sabit parametreler ise;

$$\theta(r) = \frac{T(r) - T_\infty}{T_b - T_\infty}, \quad r_c = r_o + \frac{t}{2} \quad \text{ve} \quad m = \sqrt{\frac{2h}{kt}} \quad 3.107b$$

eşit olup denklem 3.107a'da yerlerine koyarak boyutlu sıcaklık dağılım denklemini;

$$T(r) = T_\infty + (T_b - T_\infty) \left[ \frac{K_1(m r_c) I_0(m r) + I_1(m r_c) K_0(m r)}{I_1(m r_c) K_0(m r_i) + K_1(m r_c) I_0(m r_i)} \right] \quad 3.107c$$

elde ederiz. Aynı şekilde kanatçıktan toplam ısı geçişi denklem 3.83 ve 3.84'de  $r_o = r_c$  olarak yazarsak;

$$q_f = 2\pi k r_i t m (T_b - T_\infty) \left[ \frac{I_1(m r_c) K_1(m r_i) - I_1(m r_i) K_1(m r_c)}{I_1(m r_c) K_o(m r_i) + K_1(m r_c) I_o(m r_i)} \right] \quad 3.108$$

Kanatçık verimi ise denklem 3.84 ve 3.86'yı  $r_o = r_c$  olacak şekilde düzenlenirse;

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{\max.}} = \frac{2 r_i}{m(r_c^2 - r_i^2)} \left[ \frac{I_1(m r_c) K_1(m r_i) - I_1(m r_i) K_1(m r_c)}{I_1(m r_c) K_o(m r_i) + K_1(m r_c) I_o(m r_i)} \right] \quad 3.109$$

Harper-Brown yaklaşımına göre kanatçık etkenliğini denklem 3.84 ve 3.87'den  $r_o = r_c$  olarak düzenlenirse,

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{q_{\text{unf.}}} = \frac{k m}{h} \left[ \frac{I_1(m r_c) K_1(m r_i) - I_1(m r_i) K_1(m r_c)}{I_1(m r_c) K_o(m r_i) + K_1(m r_c) I_o(m r_i)} \right] \quad 3.110$$

bağıntısı elde edilir.

### 3.2.4. Dairesel kanatçık için farklı durumların karşılaştırılması

Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık hakkında yukarıda açıklanan üç farklı durum için elde edilen sonuçları bir örnek üzerinde uygulayalım. Örneğin  $r_i = 20$  mm dış yarıçapındaki bir boru üzerine  $r_o = 40$  mm yarıçapında,  $t = 4$  mm kalınlığında sabit kesitli karbon silisyum çelik ( $k = 51.9$  W/m.K) bir dairesel kanatçık bulunsun. Kanatçık taban sıcaklığı  $T_b = 120$  °C, bulunduğu ortam sıcaklığı  $T_\infty = 20$  °C, ısı taşınım katsayısı  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>.K değerinde olsun. Kanatçık ucu sıcaklığı  $T(r_o)$  ve kanatçıktan ortama geçen ısı miktarını basitleştirilmiş, ideal ( $h_L = 10$  W/m<sup>2</sup>.K) ve Harper-Brown yaklaşımı yöntemlerine göre bulalım.

Basitleştirilmiş Duruma göre:

Kanatçık yarıçapları oranı,  $c = 0.5$

Kanatçık performans parametresi,  $m = 9.815$  m<sup>-1</sup>

Kanatçık parametresi,  $\beta = 0.393$

Kanatçık ucu sıcaklığı,  $T(r_o = 0.04) = 117.6$  °C

Kanatçıktan ortama geçen ısı miktarı,  $q_f = 7.42$  W

Kanatçık verimi,  $\eta_f = \%98.3$

Kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_f = 14.73$

İdeal Duruma göre:

Kanatçık ucu sıcaklığı,  $T(r_o = 0.04) = 117.08 \text{ }^\circ\text{C}$

Kanatçıktan ortama geçen ısı miktarı,  $q_f = 8.38 \text{ W}$

Kanatçık verimi,  $\eta_f = \%98$

Kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_f = 16.66$

Harper-Brown Yaklaşımına göre:

Düzeltilmiş kanatçık yarıçapı,  $r_c = 0.042 \text{ m}$

Kanatçık ucu sıcaklığı,  $T(r_c = 0.042) = 117.05 \text{ }^\circ\text{C}$

Kanatçıktan ortama geçen ısı miktarı,  $q_f = 8.38 \text{ W}$

Kanatçık verimi,  $\eta_f = \% 97.8$

Kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_f = 16.65$

Bu üç değişik yöntem ile elde ettiğimiz sonuçlar Çizelge 3.2' de gösterilmiştir.

Çizelge 3.2. Dairesel kanatçık örnek problemi için farklı çözüm sonuçları

	Basitleştirilmiş Durum	İdeal Durum	Harper-Brown Yaklaşımı
$T(r_o) \text{ (}^\circ\text{C)}$	117.6	117.08	117.05
$q_f \text{ (W)}$	7.42	8.38	8.38
$\eta_f \text{ (\%)}$	98.3	98	97.8
$\varepsilon_f$	14.73	16.66	16.65

Bu örnek problemde de görüldüğü gibi dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık için Harper-Brown yaklaşımı ile ideal durum yaklaşımı yöntemine göre olan sonuçlar yaklaşık olarak aynı sonuçları vermektedir. Bu da bize düzeltilmiş kanatçık yarıçapının ne kadar doğru bir yaklaşım olduğunu göstermektedir.

### 3.3. İğne Kanatçıklar

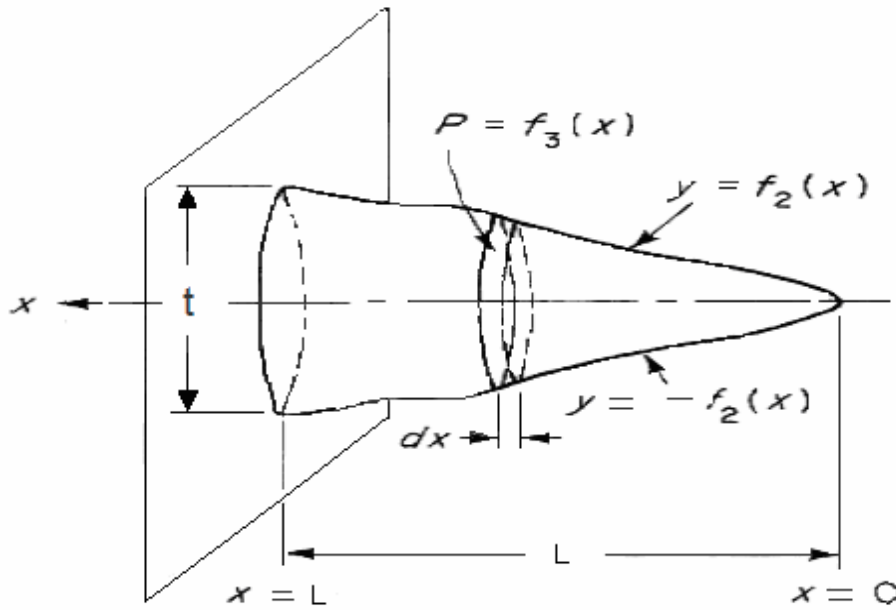
İğne kanatçıklar konusunda Gardner'ın 1945 yılındaki çalışması sonucunda bütün iğne kanatçıklar için genel bir profil fonksiyonu denklemi belirlemiştir. Bu genel profil fonksiyonu denklemi,

$$f_2(x) = \frac{t}{2} \left( \frac{x}{L} \right)^{(1-2n)/(2-n)}$$

3.111

Bu denklemde  $n$  parametresi değişik iğne kanatçıklar için profil fonksiyonu denklemini belirlemede kullanılmaktadır. Örneğin dairesel kesitli iğne kanatçık ( $n = 1/2$ ), konik iğne kanatçık ( $n = -1$ ) ve konveks parabolik iğne kanatçık ( $n = 0$ ) çeşitlerine göre  $n$  parametresi değişmektedir.

Herhangi bir iğne kanatçık profili Şekil 3.14'de gösterilmiştir. Bu şekilde de görüleceği gibi ısı geçişine dik olan bir diferansiyel elemanın çevresi ( $P = f_3(x)$ ) ve kanatçık profili ( $y = f_2(x)$ ) tamamen kanatçık ucundan  $x$  mesafede birer fonksiyon olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.14. Sıradan bir iğne kanatçık profili

Şekil 3.14'deki  $dx$  boyundaki diferansiyel elemanın kesit alanı olan  $f_1(x)$  yüzeyine iletim ile giren ve çıkan ısı farkını ( $dq$ ) sıcaklık farkı dönüşüm parametresi olan  $\theta(x) = T(x) - T_\infty$  cinsinden kullanarak,

$$dq = k \frac{d}{dx} \left[ f_1(x) \frac{d\theta}{dx} \right] dx$$

3.112

şeklinde yazılabilir.  $dq$  ısı farkı,  $dx$  kalınlığındaki diferansiyel elemanın  $f_3(x)$  yüzey alanından taşınım ile çıkan ısıya eşit olur. Buna göre aynı zamanda  $dq$ ,

$$dq_{\text{taş.}} = h f_3(x) dx \theta(x) \quad 3.113$$

eşit olup bu denklemde belirttiğimiz  $f_3(x)$  fonksiyonu kanatçık ucundan  $x$  mesafedeki kanatçık çevresinin fonksiyonunu  $P(x) = f_3(x)$  şeklinde ifade edilir. Denklem 3.112 ve 3.113'ü kullanarak diferansiyel eleman için enerji dengesi,

$$k \frac{d}{dx} \left[ f_1(x) \frac{d\theta}{dx} \right] = h f_3(x) \theta(x) \quad 3.114a$$

şeklinde yazılabilir. Bu diferansiyel denklem düzenlenirse;

$$f_1(x) \frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{df_1(x)}{dx} \frac{d\theta}{dx} - \frac{h}{k} f_3(x) \theta(x) = 0 \quad 3.114b$$

bağıntısı elde edilir. Bu genel diferansiyel denklemdeki katsayıların ( $f_1(x)$  ,  $f_2(x)$  ve  $f_3(x)$ ) birbirleri ile olan ilişkileri ise,

$$f_1(x) = \pi [f_2(x)]^2 \quad \text{ve} \quad f_3(x) = 2\pi f_2(x) \quad 3.115$$

olup bu eşitlikleri denklem 1.114b'deki genel diferansiyel denklemde yerlerine konursa,

$$[f_2(x)]^2 \frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{d}{dx} [f_2(x)]^2 \frac{d\theta}{dx} - \frac{2h}{k} f_2(x) \theta(x) = 0 \quad 3.116$$

Bu ikinci derece değişken katsayılı diferansiyel denklem ısı geçişinin dik olduğu kesit alanın sabit olmadığı iğne kanatçıklar için geçerli genel bir denklemdir [21]. Bu denklemin genel çözümü ise basitleştirilmiş durum ve ideal durumlar için sırasıyla,

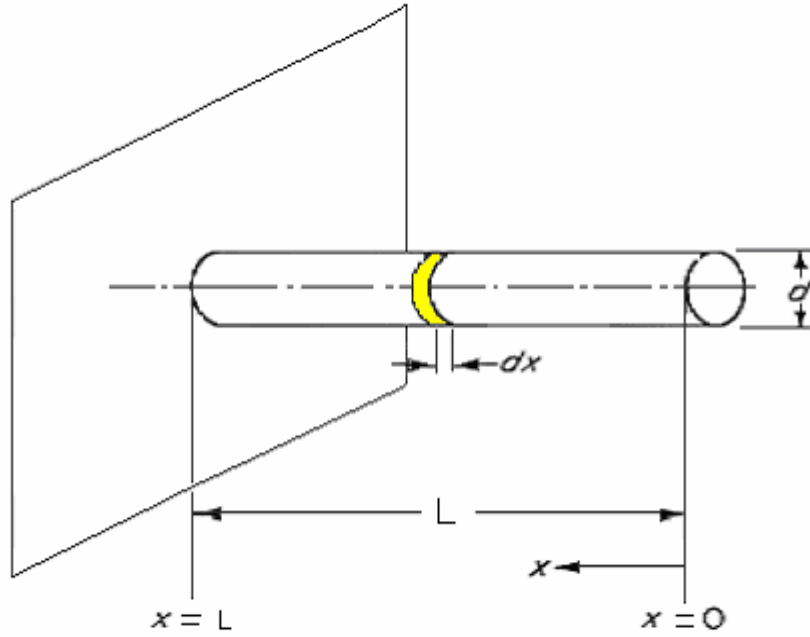
$$\theta(x=L) = \theta_b \quad \text{ve} \quad \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad 3.117a$$

$$\theta(x=L) = \theta_b \quad \text{ve} \quad \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} = \frac{h_L}{k} \theta_o \quad 3.117b$$

sınır koşullarının yardımı ile bulunur.

### 3.3.1. Adyabatik uçlu silindirik iğne kanatçık analizi

Silindirik iğne kanatçığın profil fonksiyonu denklemini Gardner tarafından önerilen denklem 3.111’de  $n = 1/2$  olarak kolayca bulabiliriz. Silindirik iğne kanatçığın görünümü Şekil 3.15’de verilmiş olup kanatçık tabanında silindirik iğne kanatçığın çapı  $d$  olarak belirtilmiştir. Basitleştirilmiş durumda iğne kanatçık çözümünü sürekli rejimde kanatçık ucunun adyabatik olması kabulüne göre yapılacaktır.



Şekil 3.15. Silindirik iğne kanatçık ve geometrik boyutları

Buna göre  $n = 1/2$  ve  $t = d$  için denklem 3.111’den silindirik iğne kanatçığın profil fonksiyonu denklemini;

$$f_2(x) = \frac{d}{2} \quad \text{ve} \quad [f_2(x)]^2 = \frac{d^2}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{dx} [f_2(x)]^2 = 0 \quad 3.118$$

Denklem 3.118’de elde edilen bu değerleri diferansiyel denklem 3.116’de yerine koyarsak;

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \quad , \quad \left[ m^2 = \frac{4h}{kd} \right] \quad 3.119$$

şeklini alır ve bu denklem lineer, homojen ve sabit katsayılı ikinci dereceden bir diferansiyel denklem olup genel çözümü;

$$\theta(x) = B_1 \sinh(mx) + B_2 \cosh(mx) \quad 3.120$$

olup denklem 3.117a'daki sınır şartlarını kullanarak integral sabitleri olan  $B_1 = 0$  ve  $B_2 = \theta_b / \cosh(mL)$  olarak buluruz ve denklem 3.120'de yerlerine koyup,

$$\theta(x) = \theta_b \frac{\cosh(mx)}{\cosh(mL)} \quad , \quad \left[ \theta(x) = T(x) - T_\infty \quad , \quad m = \sqrt{\frac{4h}{kd}} \right] \quad 3.121a$$

$$T(x) = T_\infty + \theta_b \frac{\cosh(mx)}{\cosh(mL)} \quad , \quad (L \geq x \geq 0) \quad 3.121b$$

olarak silindirik iğne kanatçık boyunca bir boyutlu sıcaklık dağılım denklemini elde ederiz. İğne kanatçık tabanında Fourier yasaının uygularsak;

$$q_f = -k A_c \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} \quad , \quad \left[ A_c = \frac{\pi d^2}{4} \right] \quad 3.122a$$

$$q_f = \frac{\pi k d^2 m \theta_b}{4} \tanh(mL) \quad , \quad \left[ m = \sqrt{\frac{4h}{kd}} \right] \quad 3.122b$$

olarak silindirik iğne kanatçıktan olan toplam ısı geçişini ifade eden denklemi elde ederiz. Kanatçık verimi ise;

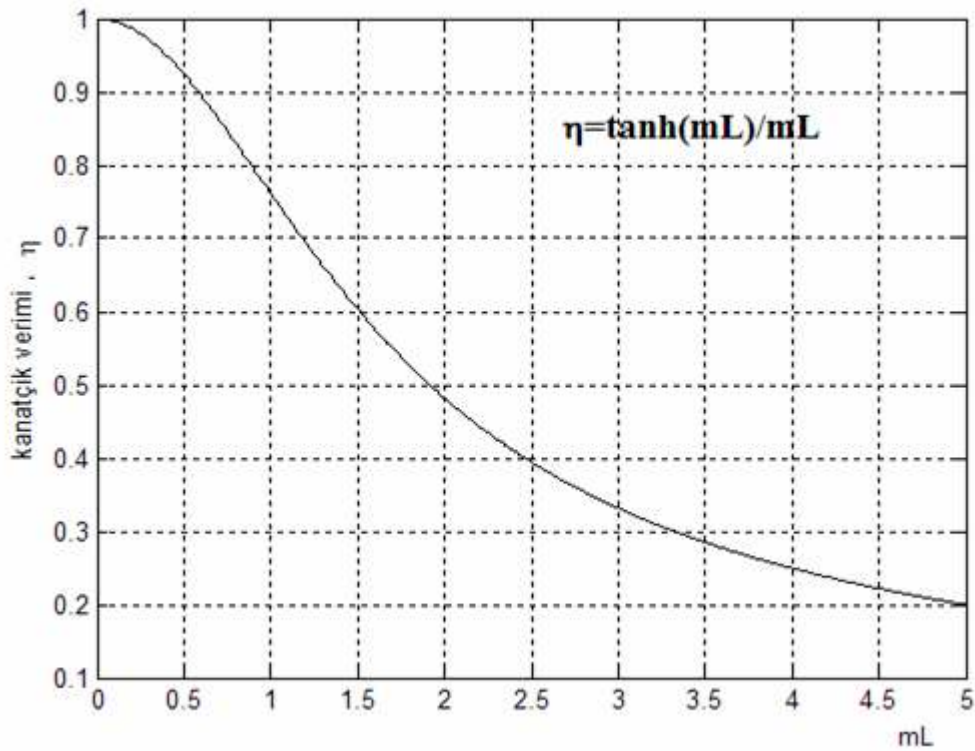
$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{\max.}} = \frac{\frac{\pi k d^2 m}{4} \theta_b \tanh(mL)}{h A_s \theta_b} \quad , \quad (A_s = \pi d L) \quad 3.123a$$

$$\eta_f = \frac{\tanh(mL)}{mL} \quad 3.123b$$

olarak bulunur. İğne kanatçık için kanatçık veriminin ( $\eta_f$ ) kanatçık boyuna göre değişimi Şekil 3.16'da gösterilmiştir. Kanatçık etkinliği ise;

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{q_{unf.}} = \frac{\pi k d^2 m \theta_b \tanh(mL)}{4 h A_c \theta_b}, \quad \left[ A_c = \frac{\pi d^2}{4} \right] \quad 3.124a$$

$$\varepsilon_f = \frac{k m \tanh(mL)}{h} \quad 3.124b$$



Şekil 3.16. İğne kanatçık veriminin kanatçık boyuna göre değişimi

olarak iğne kanatçık için basitleştirilmiş durumda kanatçık etkinliği formülü elde edilir.

### 3.3.2. Taşınım uçlu silindirik iğne kanatçık analizi

Diğer kanatçık analizlerinde olduğu gibi ideal durumda iğne kanatçık ucunda gerçekte taşınım ile ısı kaybının olduğunu ve bu ısı taşınım katsayısını da  $h_L$  ile gösterecek olursak; bu durumda denklem 3.120'deki iğne kanatçık için genel sıcaklık dağılım denklemini ideal durum için denklem 3.117b'deki sınır şartlarını kullanmalıyız. Bu sınır şartlarına göre  $B_1$  ve  $B_2$  integral sabitlerini;

$$B_1 = \frac{h_L}{k m} \left[ \frac{\theta_b}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mL)} \right] \text{ ve } B_2 = \left[ \frac{\theta_b}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mL)} \right] \quad 3.125$$

olarak buluruz. Bu integral sabitlerini denklem 3.120'deki genel sıcaklık dağılım denkleminde yerlerine koyarsak;

$$\theta(x) = \theta_b \left[ \frac{\cosh(mx) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mx)}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mL)} \right], \quad \left[ m = \sqrt{\frac{4h}{kd}} \right] \quad 3.126a$$

$$T(x) = T_\infty + \theta_b \left[ \frac{\cosh(mx) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mx)}{\cosh(mL) + \frac{h_L}{k m} \sinh(mL)} \right], \quad (L \geq x \geq 0) \quad 3.126b$$

olarak ideal durumda iğne kanatçık boyunca bir boyutlu sıcaklık dağılım denklemini elde ederiz. Bu denkleme göre kanatçık ucu ısı taşınım katsayısı ( $h_L$ ) ve kanatçık çapı arttıkça kanatçık ucu sıcaklığı adyabatik uçlu kanatçığa nazaran bariz şekilde azalacaktır. Kanatçıktan geçen toplam ısı geçişini ise kanatçık tabanında Fourier yasasını uygular isek;

$$q_f = k A_c \left. \frac{dT(x)}{dx} \right|_{x=L} = k A_c \left. \frac{d\theta(x)}{dx} \right|_{x=L}, \quad \left[ A_c = \frac{\pi d^2}{4} \right] \quad 3.127$$

Sıcaklık dağılım denklemini olan 3.126a'nın türevini alarak  $x = L$  değerini koyup matematiksel sadeleştirmelerden sonra,

$$q_f = \frac{\pi k m d^2 \theta_b}{4} \left[ \frac{\tanh(mL) + \frac{h_L}{k m}}{1 + \frac{h_L}{k m} \tanh(mL)} \right] \quad 3.128$$

İğne kanatçıktan ideal durumda olan toplam ısı geçiş formülünü buluruz. İğne kanatçık için verimi ( $\eta_f$ ) ise kanatçıktan geçen toplam ısı geçişinin kanatçık bütün yüzeyinin

taban sıcaklığında olduğu zamanki maksimum toplam ısı geçişine ( $q_{\max.}$ ) olan oranı olduğundan;

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{\max.}} = \frac{q_f}{(A_{s1} h + A_{s2} h_L) \theta_b} , \quad \left[ A_{s1} + A_{s2} = \pi d \left( L + \frac{d}{4} \right) \right] \quad 3.129a$$

şeklinde yazılabilir.

Denklem 3.129a'da  $A_{s1}$  ve  $A_{s2}$  ile gösterilen ifadeler sırası ile iğne kanatçık yüzey alanı ve kanatçık ucundaki yüzey alanlardır. Gerekli sadeleştirme ve düzenlemelerden sonra,

$$\eta_f = \frac{k m d}{(4 L h + d h_L)} \left[ \frac{\tanh(mL) + \frac{h_L}{k m}}{1 + \frac{h_L}{k m} \tanh(mL)} \right] \quad 3.129b$$

ifadesi ile ideal durumda iğne kanatçık için kanatçık verimi formülü elde edilir. Diğer bir kanatçık kullanılabilirlik kriteri olan kanat etkenliği ( $\varepsilon_f$ ) ise kanatçıktan geçen toplam ısı geçişinin ( $q_f$ ) kanatçık olmadığı zaman kanatçığın yerleştirildiği yüzeyden taşınım ile olan ısı geçişine ( $q_{unf.}$ ) eşit olduğundan;

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{q_{unf.}} = \frac{q_f}{h A_c \theta_b} , \quad \left[ A_c = \frac{\pi d^2}{4} \right] \quad 3.130a$$

$$\varepsilon_f = \frac{k m}{h} \left[ \frac{\tanh(mL) + \frac{h_L}{k m}}{1 + \frac{h_L}{k m} \tanh(mL)} \right] \quad 3.130b$$

olarak ideal durumda iğne kanatçık için kanatçık etkenliği formülünü elde ederiz.

### 3.3.3. Silindirik iğne kanatçık için Harper-Brown yaklaşımı

Diğer kanatçık analizlerinde olduğu gibi dairesel kesitli iğne kanatçığın ucu adyabatik olmayıp gerçek durumda kanatçık ucundan da taşınım ile etrafındaki akışkana ısı geçişi vardır. Bu yaklaşım yönteminde de kanatçık boyu  $\Delta L$  kadar arttırılarak sürekli rejimde bir boyutlu ucu adyabatik (basitleştirilmiş durum) kabul edilerek çözümlenmelerin yapılması prensibine dayanmaktadır. Kanatçık boyunun  $\Delta L$  kadar

artırılması ile elde edilen yeni kanatçık boyuna “düzeltilmiş kanatçık boyu” denir ve  $L_c$  olarak gösterilir. Bu yaklaşım yöntemi ile ideal durum için kanatçık çözümlemesine çok yakın sonuçlar elde edilmektedir. Burada önemli olan düzeltilmiş kanatçık boyunun tespit edilmesi olup bundan sonraki işlemlerde ise basitleştirilmiş durum için elde edilen formüllerde kanatçık boyu ( $L$ ) yerine düzeltilmiş kanatçık boyu ( $L_c$ ) değerinin konarak hesaplamaların yapılmasından ibarettir. Dairesel kesitli iğne kanatçık için düzeltilmiş kanatçık boyunu;  $L_c = L + \Delta L$  olarak ifade eder isek, gerçek durumda kanatçık ucundan etrafındaki akışkana olan taşınım ile ısı geçişi ( $q_o$ ) ise;

$$q_o = \frac{\pi d^2}{4} h \theta_o \quad , \quad [ \theta_o = T(0) - T_\infty ] \quad 3.131$$

olur. Kanatçık boyunun  $\Delta L$  kadar kısmının yüzeylerinden ( $A_{\Delta L} = \pi d \Delta L$ ) etrafındaki akışkana olan ısı geçişi gerçek durumdaki kanatçığın ucundan olan ısı geçişine eşit olacağından  $\Delta L$  miktarının bütün yüzeylerinden olan ısı geçişini,

$$q_o = h (\pi d \Delta L) \theta_o \quad 3.132$$

olarak yazabiliriz. Bu durumda denklem 3.131 ile 3.132’yi birbirine eşitler isek;

$$\Delta L = \frac{d}{4} \quad 3.133$$

olarak dairesel kesitli iğne kanatçık için “düzeltilmiş kanatçık boyu” değerini tespit etmiş oluruz.

Düzeltilmiş kanatçık boyunun tespitinden sonra Harper-Brown yaklaşım prensibine göre denklem 3.121b, 3.122b, 3.123b ve 3.124b ‘de kanatçık boyu ( $L$ ) yerine düzeltilmiş kanatçık boyu olan  $L_c$  yazarak, dikdörtgen kesitli dairesel iğne kanatçık için sürekli rejimde bir boyutlu sıcaklık dağılım denklemini;

$$\theta(x) = \theta_b \frac{\cosh(mx)}{\cosh(mL_c)} \quad , \quad \left[ \theta(x) = T(x) - T_\infty \quad , \quad L_c = L + \frac{d}{4} \right] \quad 3.134a$$

$$T(x) = T_\infty + \theta_b \frac{\cosh(mx)}{\cosh(mL_c)} \quad , \quad \left[ L_c \geq x \geq 0 \quad , \quad m = \sqrt{\frac{4h}{kd}} \right] \quad 3.134b$$

olarak yazabiliriz. Sıcaklık dağılım denkleminde dikkat edilirse kanatçık tabanındaki ( $x=L$ 'de) sıcaklığı bulmak istediğimizde gerek analitik olarak gerekse nümerik olarak  $T(L) < T_b$  olduğunu göreceğiz. Bunun sebebi  $L \neq L_c$  olması ve buna bağlı olarak denklem 3.134b'deki  $\cosh(mL) \neq \cosh(mL_c)$  olmasından kaynaklanmaktadır. İğne kanatçıktan toplam ısı geçişini,

$$q_f = \frac{\pi k d^2 m \theta_b}{4} \tanh(mL_c) \quad 3.135$$

İğne kanatçık verimini,

$$\eta_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} \quad 3.136$$

İğne kanatçık etkenliğini ise,

$$\varepsilon_f = \frac{k m \tanh(mL_c)}{h} \quad 3.137$$

olarak yazabiliriz.

### 3.3.4. Silindirik iğne kanatçık için farklı durumların karşılaştırılması

Buraya kadar dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık analizi üç farklı duruma göre yapılmış olup; bir örnek ile bu üç farklı duruma göre kanatçık çözümünü yapalım. Örneğin 8.75 mm çapında ve 80 mm uzunluğunda silindir bir çelik çubuk ( $k = 32$  W/m.K),  $30^\circ\text{C}$  sıcaklık ve  $50$  W/m<sup>2</sup>.K ısı taşınım katsayısına sahip bir ortamda ve  $85^\circ\text{C}$  taban sıcaklığındadır. Bu dairesel kesitli iğne kanatçık çözümünü basitleştirilmiş, ideal ve Harper-Brown yaklaşım yöntemine göre yaparsak;

Basitleştirilmiş Durum:

Kanatçık Parametreleri,  $m = 26.726$  m<sup>-1</sup> ve  $mL = 2.138$

Kanatçık ucu sıcaklığı,  $T(0) = 42.79^\circ\text{C}$

Kanatçıktan toplam ısı geçişi,  $q_f = 2.75$  W

Kanatçık verimi,  $\eta_f = \% 45.49$

Kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_f = 16.64$

İdeal Durum:

Kanatçık ucu sıcaklığı,  $T(0) = 42.1 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Kanatçıktan toplam ısı geçişi,  $q_f = 2.76 \text{ W}$

Kanatçık verimi,  $\eta_f = \% 44.41$

Kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_f = 16.69$

Harper-Brown Yaklaşımı:

Düzeltilmiş kanatçık boyu,  $L_c = 0.0822 \text{ m}$

Kanatçık ucu sıcaklığı,  $T(0) = 42.08 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Kanatçıktan toplam ısı geçişi,  $q_f = 2.76 \text{ W}$

Kanatçık verimi,  $\eta_f = \% 44.41$

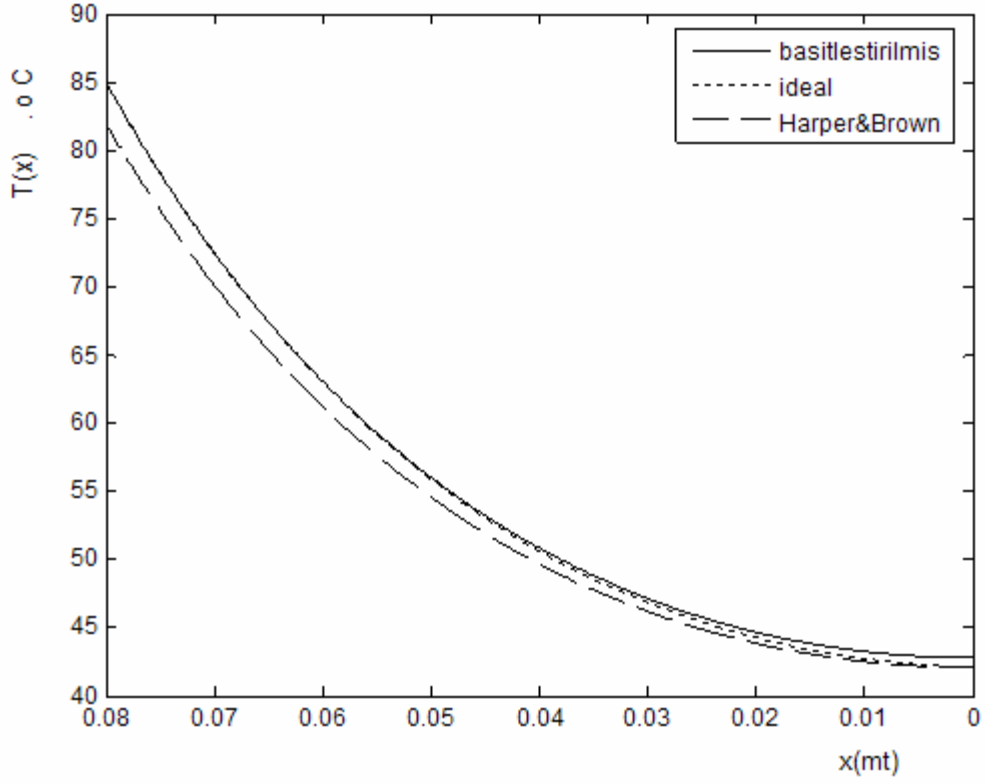
Kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_f = 16.69$

Yukarıda elde edilen sonuçlar Çizelge 3.3’de özetlenmiştir. İğne kanatçık çözümünü

Çizelge 3.3. İğne kanatçık örnek problemi için farklı çözüm sonuçları

	Basitleştirilmiş Durum	İdeal Durum	Harper-Brown Yaklaşımı
$T(0) \text{ (}^{\circ}\text{C)}$	42.79	42.1	42.08
$q_f \text{ (W)}$	2.75	2.76	2.76
$\eta_f \text{ (\%)}$	45.49	44.41	44.41
$\varepsilon_f$	16.64	16.69	16.69

yaptığımız örnek problem için hazırlanan Çizelge 3.3’e dikkat edilirse; ideal durum ile Harper-Brown yaklaşım yöntemi kanatçık verimi dışında diğer hesaplamalar yaklaşık aynı sonucu vermiştir.



Şekil 3.17. İğne kanatçık örnek problemi için kanatçık boyunca sıcaklık dağılımı

Kanatçık veriminin farklı olmasının sebebi ise Şekil 3.17'den de görüleceği gibi kanatçık ucundan kanatçık tabanına gidildikçe ideal duruma göre sıcaklık değerlerindeki sapmanın kanatçık verimini etkilemesinden kaynaklanmaktadır.

#### 4. KANATÇIK OPTİMİZASYONU

Doğal taşınımı yatay yüzeyler üzerindeki bazı çalışmalarda görülmüştür ki kanatçık üstündeki ve altındaki ısı taşınım katsayıları birbirinden belirgin olarak farklılık göstermektedir. İlk defa yatay kanatçıklar üzerine çalışmalar D.C. Look Jr. tarafından yapılmış ve bu çalışma 1988 yılında ASME Journal of Heat Transfer dergisinde yayınlanmıştır.

Bu çalışma sonucunda iki boyutlu kanatçık çözümü ile bir boyutlu kanatçık varsayımına göre bulunan sonuçlar karşılaştırıldığında hatalı sonuçlar görülmüştür. Yazar bu hatanın sebebini “Alışılmış bir boyutlu kanatçıklarda oluşan hata kanatçık yüzeylerinde aynı olmayan ısı taşınım katsayısından kaynaklanmaktadır. Kanatçık ucunda ve yüzeylerinde ısı taşınım katsayıları farklıdır. Bir boyutlu kanatçık kabulündeki sınırlama kanatçığın diğer yüzeylerinde ısı taşınım katsayılarının farklı olmasına izin vermemektedir.” olarak açıklamıştır [22]. Yazar bu sözleri ile bize kanatçık yüzeylerinde ısı taşınım katsayılarının farklılığını ve bundan dolayı bir boyutlu kanatçık yaklaşımı kullanmanın doğru sonuçlar veremeyeceğini ima etmektedir. Kanatçık analizlerinde en doğru sonuçları elde edebilmek için iki boyutlu kanatçık analizi yapmak gereklidir. Fakat analitik olarak iki boyutlu kanatçık optimizasyonu yapmak mümkün değildir.

Razelos ve Georgiou'nun yapmış oldukları çalışmalar sonucunda [23] yüzeylerinde sabit ısı taşınım katsayısı ve kanatçık ucu adyabatik kabulüne göre dikdörtgen kesitli düz kanatçık için Biot sayısı ( $Bi = ht / k$ )  $\leq 0.1$  olduğunda bir boyutlu kanatçık analizine göre olan ısı geçişi miktarı ( $q_f$ ) iki boyutlu kanatçık analizi sonucuna göre karşılaştırıldığında kayda değer bir hata (maksimum % 1) oluşmamaktadır. Biot sayısının bu kriterinden daha büyük değerler için bir boyutlu kanatçık tasarımı yapmak sakıncalıdır. Çünkü bir boyutlu kanatçık analizi çok büyük hata oranları vermektedir. Bununla birlikte kanatçık verimi olarak ise hata oranı maksimum % 1.441 olmaktadır [24].

Kanatçıkların optimum termal tasarımı genellikle bir problem gibi göz önüne alınmış olup bu problemin çözümüne iki farklı şekilde yaklaşmıştır. Bu yaklaşım şekilleri [25];

a- “Optimum kanat dizisini” belirlemek için tek bir kanatçık optimizasyonu yapıp; verilen kanatçık sayısına göre oluşan kanatçık dizisinin “optimum kanat dizisi” olarak kabul edilmesi.

b- Bütün kanat dizisi göz önüne alınıp minimum basınç kaybı ve ısı dirence göre optimum kanatçık sayısı, kanat aralığı (hatve) ve kanatçık ebatlarının belirlenmesidir.

İlk belirtilen çözüm genellikle endüstriyel uygulamalardaki cihazların tasarımında, ikinci çözüm şekli ise ileri teknoloji cihazlarda elektronik donanımlarının termal kontrolü amacı için tasarımı yapılan araçlar için kullanılmaktadır. Günümüzde kanat dizisi optimizasyonu yapılırken genellikle tek bir kanatçığın optimizasyonundan yola çıkılarak hesaplamalar yapılmaktadır. Analitik ve nümerik olarak kanatçık optimizasyonu üç değişik prensibe göre yapılmaktadır [26]. Bu optimizasyon prensipleri kısaca;

- Kanatçık için verilen toplam ısı geçişi ( $q_f$ ), kanatçık taban sıcaklığı ( $T_b$ ), kanatçığın bulunduğu ortamın durumu ( $T_\infty$  ve  $h$ ), kanatçığın imal edildiği malzemenin ısı iletim katsayısı ( $k$ ) değerlerine göre kanatçıktan ısı geçişi ( $q_f$ ) maksimum olacak şekilde minimum hacim veya ağırlıkta olan kanatçık ebatlarının belirlenmesi.
- Kanatçık için verilen kanatçık hacmi ( $V$ ), kanatçık taban sıcaklığı ( $T_b$ ), kanatçığın bulunduğu ortamın durumu ( $T_\infty$  ve  $h$ ), kanatçığın imal edildiği malzemenin ısı iletim katsayısı ( $k$ ) değerlerine göre kanatçıktan maksimum ısı geçişini veren kanatçık ebatlarının belirlenmesi.
- Herhangi bir yüzeye kanal formu verilmiş değişik profillere sahip kanatçıklar uygulayarak, her bir kanatçığın optimum ebatlarda maksimum ısı geçişini sağlamak.

İleriki bölümlerde açıklayacağımız kanatçık optimizasyonu için üçüncü bölümde ayrıntılı olarak açıklanan “Murray-Gardner kabulleri” dikkate alınarak yapılmıştır.

Bu çalışmanın dikdörtgen kesitli düz kanatçık ve dikdörtgen kesitli dairesel kanatçıkların optimizasyonunda farklı olarak kanatçık üst ve alt yüzeylerindeki ısı taşınım katsayıları sırası ile sabit  $h_1$  ve  $h_2$  (simetrik olmayan) ve kanatçık ucu adyabatik olarak kabul edilmiştir. Dairesel kesitli iğne kanatçık optimizasyonunda ise bütün kanatçık yüzeyinde ise ısı taşınım katsayısı ( $h$ ) sabit ve kanatçık ucu adyabatik olarak kabul edilmiştir.

#### 4.1. Dikdörtgen Kesitli Düz Kanatçık Optimizasyonu

Bu çalışmada kanatçık alt ve üst yüzeylerindeki ısı taşınım katsayılarının özellikle farklı seçilmesi sebebi ile kanatçık diferansiyel denklemini bu özel duruma göre yeniden belirlememiz gerekir. Kanatçık içerisinde ısı geçişinin bir boyutlu, ısı üretimi ve ışıyım ile ısı geçişinin göz ardı edilebileceğini kabul ederek sürekli rejimde  $dx$  kalınlığındaki diferansiyel eleman üzerinde enerji dengesini yazarak başlayabiliriz. Şekil 4.1'deki diferansiyel eleman için enerji dengesi;

$$q_x = q_{x+dx} + q_{\text{taş.1}} + q_{\text{taş.2}} \quad 4.1$$

olarak yazılabilir. Diferansiyel elemana iletim yolu ile giren ve çıkan ısılar,

$$q_x = -k A_c \frac{dT}{dx} \quad , \quad q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx} dx \quad 4.2$$

taşınım yolu ile kanatçıktan çıkan ısılar ise,

$$q_{\text{taş.1}} = h_1 dA_{s1} (T - T_\infty) \quad , \quad \left[ dA_{s1} = \frac{P}{2} dx \right] \quad 4.3a$$

$$q_{\text{taş.2}} = h_2 dA_{s2} (T - T_\infty) \quad , \quad \left[ dA_{s2} = \frac{P}{2} dx \right] \quad 4.3b$$

Diferansiyel elemana giren ve çıkan ısıları yukarıda yazdığımız enerji dengesini ifade eden denklem 4.1'de yerine koyup gerekli matematiksel düzenleme ve sadeleştirmelerden sonra;

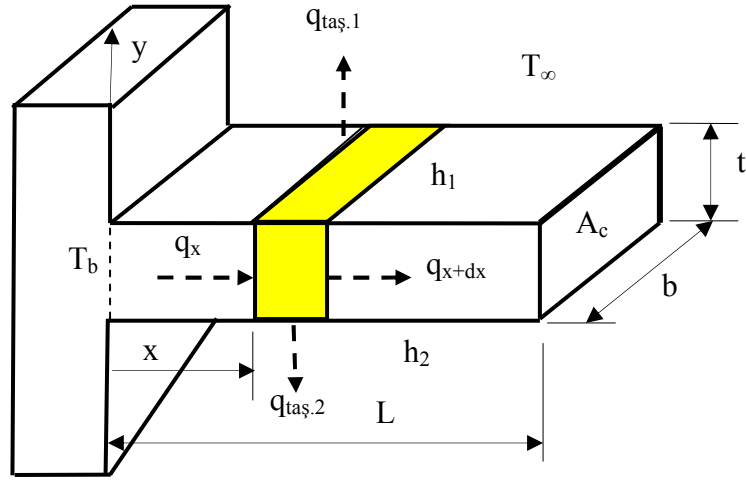
$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{P}{kA_c} \frac{(h_1 + h_2)}{2} (T - T_\infty) = 0 \quad 4.4a$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{P h_{\text{ort.}}}{kA_c} \theta = 0 \quad , \quad \left[ h_{\text{ort.}} = \frac{(h_1 + h_2)}{2} \quad , \quad \theta = T - T_\infty \right] \quad 4.4b$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0 \quad , \quad \left[ m^2 = \frac{P h_{\text{ort.}}}{kA_c} \right] \quad 4.4c$$

genel diferansiyel denklem durumuna gelir. Dikdörtgen kesitli düz kanatçık için bir boyutlu kanatçık denklemi olan denklem 4.4c daha önce bölüm 2.1.1’de elde edilen denklem ile aynı olup yalnızca kanatçık yüzeylerindeki ısı taşınım katsayısı ( $h$ )  $h_{ort.}$  olarak değişmiştir. Bundan sonra kanatçık optimizasyonu çözümlerinde kanatçık yüzeylerinde farklı  $h_1$  ve  $h_2$  olan ısı taşınım katsayılarının yerine  $h_{ort.}$  olarak dikkate alınması gereklidir.

Kanatçık optimizasyonuna başlar iken temel alacağımız Murray-Gardner kabullerinden birisi olan kanatçık kalınlığının kanatçık boyuna ve enine nazaran çok küçük olmasından dolayı;



Şekil 4.1. Dikdörtgen kesitli düz kanatçığın geometrik gösterimi

Kanatçık kalınlığı,  $t \ll L$  ve  $t \ll b$  olduğunda kanatçık çevresi,  $P$ ;

$$P = 2(b + t) \quad , \quad t \ll b \quad \Rightarrow \quad P = 2b \quad 4.5$$

olur. Bu kanatçık çevresi değerini bölüm 3.1.2’de belirtilen kanatçık performans faktörü,  $m^2 = h_{ort.}P / kA_c$  denkleminde yerine konursa;

$$m^2 = \frac{h_{ort.}P}{kbt} \quad , \quad P = 2b \quad \Rightarrow \quad m^2 = \frac{2h_{ort.}}{kt} \quad 4.6$$

Adyabatik uçlu dikdörtgen kesitli düz kanatçık için denklem 3.41’de belirtilen sıcaklık dağılım denklemini,

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)} \quad , \quad \left[ m = \sqrt{\frac{2h_{\text{ort.}}}{kt}} \right] \quad 4.7a$$

olarak düzenleyip  $\cosh[m(L-x)]$  terimini açıp özdeş şeklini yazarsak,

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{\cosh(mL)\cosh(mx) - \sinh(mL)\sinh(mx)}{\cosh(mL)} \quad 4.7b$$

gerekli sadeleştirmeleri yapıp  $\theta(x) = T(x) - T_\infty$  dönüşümünü kullanarak,

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \cosh(mx) - [\tanh(mL)\sinh(mx)] \quad 4.7c$$

denklem 4.6'daki kanatçık performans faktörünü ( $m$ ) denklem 4.7c'de yerine koyup parantez içerisindeki  $(mx)$ 'li terimleri  $L$  ile çarpıp,  $L$ 'e bölersek,

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \cosh\left[\left(\frac{2h_{\text{ort.}} L^2}{kt}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{x}{L}\right] - \left[ \tanh(mL) \sinh\left[\left(\frac{2h_{\text{ort.}} L^2}{kt}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{x}{L}\right] \right] \quad 4.7d$$

normal bir kanatçık için sıcaklık dağılım denklemini elde etmiş oluruz. Eğer bu kanatçığı optimum ebatlarda bir kanatçık olarak kabul edersek; yukarıdaki denklemdeki parantezli ifadeleri,

$$N = \left(\frac{2h_{\text{ort.}} L_{\text{opt.}}^2}{kt_{\text{opt.}}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad mL_{\text{opt.}} = N \quad 4.8$$

şeklinde yazabiliriz. Bu durumda denklem 4.8'de belirtilen ve  $N$  ile gösterdiğimiz parametre "optimizasyon parametresi" olarak adlandırılmaktadır. Bu denklemde  $L_{\text{opt.}}$  ve  $t_{\text{opt.}}$  ise sırası ile optimum kanatçık uzunluğu ve kalınlığıdır. Buna göre optimum kanatçık boyunca sıcaklık dağılım denklemi;

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \cosh\left[N\left(\frac{x}{L_{\text{opt.}}}\right)\right] - \left[ \tanh(N) \sinh\left[N\left(\frac{x}{L_{\text{opt.}}}\right)\right] \right] \quad , \quad (0 \leq x \leq L_{\text{opt.}}) \quad 4.9$$

olarak elde edilir. Bu sıcaklık dağılım denklemi optimizasyon parametresine (N) ve optimum kanatçık boyuna ( $L_{opt.}$ ) bağlı bir denklemdir. Kanatçıktan ortama geçen ısı aynı zamanda kanatçık tabanından iletim ile olan ısı geçişine eşit olduğundan,

$$q_f = q_b = -k A_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0}, \quad (A_c = b t_{opt.}) \quad 4.10a$$

olarak yazabiliriz. Buna göre öncelikle sıcaklık dağılım denkleminin türevini alıp  $x = 0$  için sıcaklık gradyanını belirlemeliyiz. Bunun için;

$$\frac{1}{T_b - T_\infty} \frac{dT}{dx} = \frac{N}{L_{opt.}} \left[ \sinh\left(N \frac{x}{L_{opt.}}\right) - \tanh(N) \cosh\left(N \frac{x}{L_{opt.}}\right) \right] \quad 4.10b$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = \theta_b \left[ -\frac{N}{L_{opt.}} \tanh(N) \right], \quad (\theta_b = T_b - T_\infty) \quad 4.10c$$

Bulduğumuz bu değeri denklem 4.10a'da yerine koyarsak, kanatçıktan olan ısı geçişi;

$$q_f = \frac{k b t_{opt.}}{L_{opt.}} \theta_b N \tanh(N) \quad 4.10d$$

olarak bulunur. Bu denklemde kanatçık boyutlarını ifade eden  $L_{opt.}$  ve  $t_{opt.}$  değerlerini de kanatçık optimizasyon parametresi olan N'nin fonksiyonu cinsinden yazmalıyız. Yapacağımız optimizasyon yönteminde kanatçık ağırlığını sabit tutarak kanatçıktan ısı geçişini maksimum yapan kanatçık ebatlarını belirleyeceğiz. Bunun için optimum kanatçık hacmi ( $V_{opt.}$ ) formülünden yararlanarak,

$$a = V_{opt.} \rho, \quad (V_{opt.} = b t_{opt.} L_{opt.}) \quad 4.11$$

$$a = b t_{opt.} L_{opt.} \rho \Rightarrow t_{opt.} = \frac{a}{\rho b L_{opt.}}$$

Denklem 4.11'i kullanarak kanatçıktan olan ısı geçişini ifade eden denklem 4.10d'de yerine koyarsak;

$$q_f = \frac{k a \theta_b}{\rho L_{opt.}^2} N \tanh(N) \quad 4.12$$

Denklem 4.8'den optimum kanatçık uzunluğunu ( $L_{opt.}$ ) çekerek kanatçık kalınlığı yerine ise denklem 4.11'deki değerini yazarsak optimizasyon parametresine (N) bağlı optimum kanatçık uzunluğu;

$$L_{opt.}^2 = \left( \frac{k a}{2 h_{ort.} b \rho} \right)^{2/3} N^{4/3} \quad 4.13$$

olarak elde ederiz. Bu eşitliği denklem 4.12'de yerine koyarsak, optimum ebatlardaki kanatçıktan olan ısı geçişi ( $q_f$ ) ;

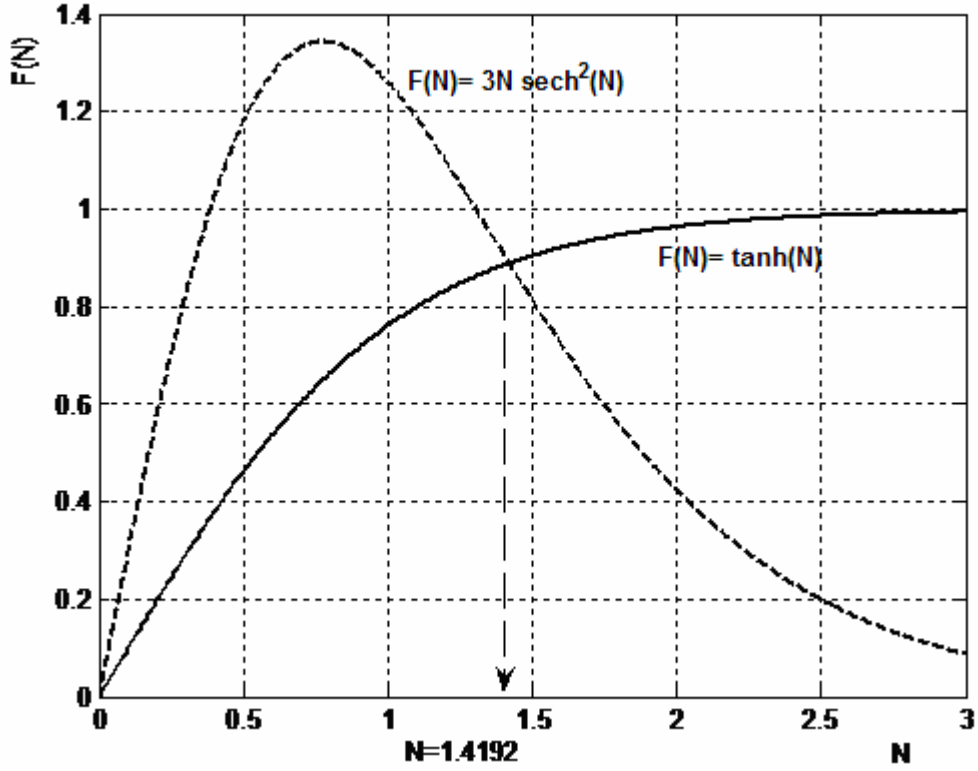
$$q_f = \frac{(k a)^{1/3} (2 b h_{ort.})^{2/3}}{\rho^{1/3}} \theta_b N^{-1/3} \tanh(N) \quad 4.14$$

olup bu denklemden görüleceği gibi optimum kanatçıktan olan ısı geçişi yalnızca kanatçık optimizasyon parametresi (N)'ye bağlı bir fonksiyon (k,  $h_{ort.}$ , a, b,  $\rho$  ve  $\theta_b$  birer sabit olmak üzere) durumuna geldi. Maksimum ısı geçişini veren kanatçık optimizasyon parametresi (N) değerini  $dq_f / dN = 0$  sonucun veren çözümdür. Bunun için optimum kanatçıktan geçen ısı geçişini veren denklem 4.14'un türevini alırsak;

$$\frac{(k a)^{1/3} (2 b h_{ort.})^{2/3} \theta_b}{\rho^{1/3}} \left[ -\frac{1}{3} N^{-4/3} \tanh(N) + N^{-1/3} \operatorname{sech}^2(N) \right] = 0 \quad 4.15a$$

$$3N \operatorname{sech}^2(N) = \tanh(N) \quad 4.15b$$

Denklem 4.15b'nin çözümü sayısal yöntem veya grafiksel olarak bulunabilir. Şekil 4.2'den de görüleceği gibi bu denklemin iki çözümü vardır. Bunlardan birincisi  $N = 0$  olmasına rağmen denklem 4.8'e göre  $N = 0$  olamayacağı için ikinci çözüm olan  $N=1.4192$  denklemin esas çözümüdür.



Şekil 4.2 Denklem 4.15b'nin grafiksel çözümü

Elde ettiğimiz optimizasyon parametresi  $N = 1.4192$  değerini denklem 4.13'de yerine koyarsak,

$$L_{\text{opt.}} = 1.2628 \left( \frac{ka}{2b h_{\text{ort.}} \rho} \right)^{1/3} \Rightarrow (ka)^{1/3} = 0.7918 L_{\text{opt.}} (2b h_{\text{ort.}} \rho)^{1/3} \quad 4.16$$

Bu eşitliği optimum kanatçıktan ısı geçişini veren denklem 4.14'de yerine koyarak,

$$L_{\text{opt.}} \cong \frac{0.7978}{b h_{\text{ort.}}} \left( \frac{q_f}{\theta_b} \right), \quad [ \theta_b = T_b - T_\infty ] \quad 4.17$$

Optimum kanatçık boyutunu veren bağıntıyı elde ederiz. Bu bağıntı, kanatçıktan olan ısı geçişi ( $q_f$ ), kanatçık taban sıcaklığı ( $T_b$ ) ve kanatçığın bulunduğu ortam özelliklerine ( $h_{\text{ort.}}$ ,  $T_\infty$ ) göre  $b$  genişliğindeki kanatçıktan olan ısı geçişi maksimum olacak optimum kanatçık boyunu ( $L_{\text{opt.}}$ ) veren denklemdir. Optimum kanatçık kalınlığını ise denklem 4.8'den optimum kalınlık ( $t_{\text{opt.}}$ ) çekilip, optimum kanatçık boyu ( $L_{\text{opt.}}$ ) yerine denklem 4.17'deki değeri konularak,

$$t_{opt.} = \frac{2h_{ort.}}{k} \left( \frac{L_{opt.}}{N} \right)^2, \quad [ N = 1.4192 ] \quad 4.18a$$

$$t_{opt.} = \frac{2h_{ort.}}{k} \left[ \frac{0.7978 \left( \frac{q_f}{\theta_b} \right)}{1.4192} \right]^2 \quad 4.18b$$

gerekli matematiksel düzenleme ve işlemlerden sonra kanatçığın optimum kalınlığını ( $t_{opt.}$ ),

$$t_{opt.} \cong \frac{0.632}{k h_{ort.}} \left( \frac{q_f}{b \theta_b} \right)^2, \quad ( \theta_b = T_b - T_\infty ) \quad 4.19$$

veren denklemi elde ederiz. Elde ettiğimiz bu sonuçları aynı şartlarda değişik malzemelerden yapılmış dikdörtgen kesitli düz kanatçıklara bir örnek problem ile uygulayalım.

Örnek problem: Dikdörtgen kesitli düz kanatçık tasarımı için verilen; Birim genişlikteki ( $b = 1$  m) kanatçıktan olan ısı geçişi,  $q_f = 250$  W/m, kanatçık tabanı ile çevresi arasındaki sıcaklık farkı,  $\theta_b = 100$  °C ve kanatçığın bütün yüzeyindeki ısı taşınım katsayısı,  $h_1 = h_2 = h_L = h_{ort.} = 60$  W/m<sup>2</sup>.K ise optimum kanatçık ebatlarını saf alüminyum ( $k = 240$  W/m.K), saf bakır ( $k = 393$  W/m.K) ve karbon silisyum ( $k = 49.8$  W/m.K) için belirleyelim.

Denklem 4.17'yi kullanarak her üç malzemeden yapılmış kanatçık için optimum kanatçık boyu,  $L_{opt.} = 3.32$  cm olarak elde edilir. Çünkü aynı şartlar altında optimum kanatçık boyu kanatçık malzemesi ısı iletim katsayısına bağlı değildir. Optimum kanatçık kalınlığı ( $t_{opt.}$ ) ise denklem 4.19'a göre;

Saf alüminyumdan yapılmış optimum kanatçık kalınlığı,  $t_{opt.} = 0.274$  mm

Saf bakırdan yapılmış optimum kanatçık kalınlığı,  $t_{opt.} = 0.168$  mm

Karbon silisyumdan yapılmış optimum kanatçık kalınlığı,  $t_{opt.} = 1.32$  mm

olarak buluruz. Üç değişik malzemeden yapılmış dikdörtgen kesitli düz kanatçıklar için elde edilen optimum ebatları ve hacimleri Çizelge 4.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1. Değişik malzemelerden yapılmış dikdörtgen kesitli düz kanatçıkların optimum ebatları

Malzeme Adı	$t_{opt.}$ (mm)	$L_{opt.}$ (cm)	$V_{opt.}$ ( $m^3$ )
Saf Alüminyum ( $k = 237$ W/m.K)	0.28	3.32	$9.3 \times 10^{-6}$
Saf Bakır ( $k = 401$ W/m.K)	0.16	3.32	$5.3 \times 10^{-6}$
Karbon Silisyum ( $k = 51.9$ W/m.K)	1.27	3.32	$42.2 \times 10^{-6}$

Çizelge 4.1'e dikkat edilirse aynı şartlar altında optimum kanatçık tasarımı yapılırken saf bakır yerine alüminyumdan yapılır ise % 75.5, karbon silisyumdan yapılır ise % 696.2 daha fazla hacme sahip kanatçığa gerek vardır. Diğer bir deyişle saf bakıra yerine alüminyum kanatçık olursa 1.75 kat, karbon silisyum kanatçık olur ise 7.96 kat daha büyük hacme gerek vardır.

#### 4.2. Dikdörtgen Kesitli Dairesel Kanatçık Optimizasyonu

Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık optimizasyonunda da aynı şekilde kanatçık alt ve üst yüzeyinde ısı taşınım katsayılarının farklı ( $h_2$  ve  $h_1$ ) ve kanatçık ucunun adyabatik olduğunu kabulü ederek kanatçık diferansiyel denklemini yeniden bu kabullere göre bulacağız. Diğer kabullerimiz ise dikdörtgen kesitli düz kanatçıkta olduğu gibi kanatçık içerisinde ısı geçişinin bir boyutlu, ısı üretimi ve ışınlam ile ısı geçişinin göz ardı edilebileceğini kabul ederek sürekli rejimde  $dr$  kalınlığındaki diferansiyel eleman üzerinde enerji dengesini yazarak başlayabiliriz. Şekil 4.3'deki diferansiyel eleman için enerji dengesi;

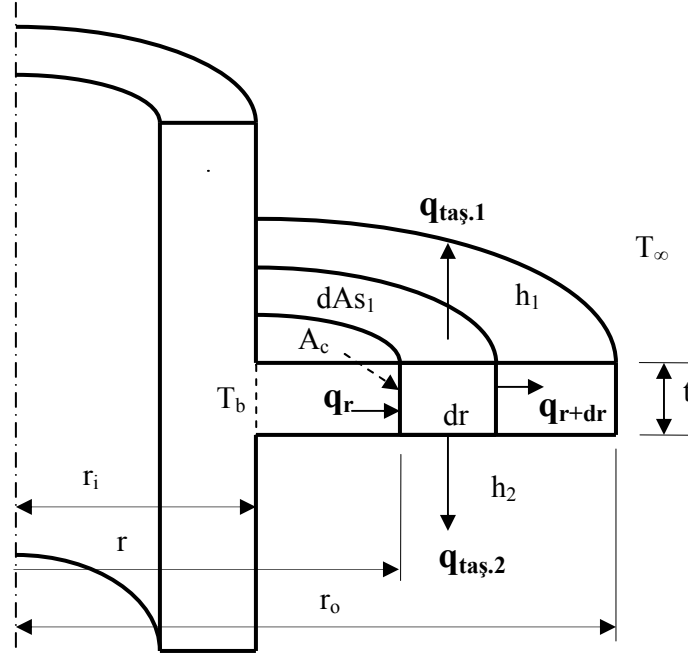
$$q_r - q_{r+dr} - q_{taş.1} - q_{taş.2} = 0 \quad 4.20$$

olup, diferansiyel elemana iletim ve taşınım ile giren ve çıkan ısılar ise,

$$q_r = -k A_c \frac{dT}{dr} \quad , \quad q_{r+dr} = q_r + \frac{dq_r}{dr} dr \quad 4.21a$$

$$q_{taş.1} = h_1 dA_{s1} (T - T_\infty) \quad , \quad q_{taş.2} = h_2 dA_{s2} (T - T_\infty) \quad 4.21b$$

Denklem 4.21a ve 4.21b’de belirtilen  $A_c$  diferansiyel elemanın kanatçığın yerleştirildiği dairesel yüzeyin merkezinden  $r$  mesafedeki kesit alanı,  $dA_{s1}$  ve  $dA_{s2}$  ise sırası ile diferansiyel elemanın üst ve alt yüzey alanları olup;



Şekil 4.3. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık geometrik gösterimi

$$A_c = 2\pi r t \quad , \quad dA_{s1} = dA_{s2} = 2\pi r dr \quad 4.22$$

Denklem 4.21a ve 4.21b’de yazılan diferansiyel elemana giren ve çıkan ısılar ile denklem 4.22’deki alanlar ile beraber denklem 4.20’deki enerji denkleminde yerine koyup gerekli matematiksel sadeleştirmeler ve düzenlemeler sonunda dikdörtgen kesitli dairesel kanatçığa ait diferansiyel denklemi;

$$\frac{d^2T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} - \frac{2h_{ort.}}{kt} (T - T_{\infty}) = 0 \quad , \quad \left[ h_{ort.} = \frac{h_1 + h_2}{2} \right] \quad 4.23$$

olarak elde ederiz. Bu denklemi bölüm 2.2.1’deki denklem 2.73 ile karşılaştırsak her iki denklemde aynı olduğunu, yalnızca ısı taşınım katsayısının değiştiğini ve  $h$  yerine  $h_{ort}$  ifadesinin geldiğini görebiliriz. Aynı şekilde 2. bölümde yapılan kanatçık analizi çözümlmesine göre yaparsak sonucunda dikdörtgen kesitli dairesel kanatçıktan olan ısı geçişi denklemini,

$$q_f = 2\pi r_i t k m (T_b - T_\infty) \left[ \frac{I_1(m r_o) K_1(m r_i) - I_1(m r_i) K_1(m r_o)}{I_1(m r_o) K_0(m r_i) + K_1(m r_o) I_0(m r_i)} \right] \quad 4.24$$

elde ederiz. Bu denklemde kanatçık performans faktörü olarak adlandırdığımız  $m$ ,

$$m = \sqrt{\frac{2 h_{ort.}}{k t}} \quad 4.25$$

olmaktadır. Şekil 4.3'de gösterilen dikdörtgen kesitli dairesel kanatçığın hacmi ( $V$ ) ise,

$$V = \pi t (r_o^2 - r_i^2) \quad \Rightarrow \quad r_o = \left[ \frac{V}{\pi t} + r_i^2 \right]^{1/2}, \quad r_i = \left[ r_o^2 - \frac{V}{\pi t} \right]^{1/2} \quad 4.26$$

olmaktadır. Denklem 4.25 ve 4.26'daki eşitlikleri beraber kanatçıktan geçen ısı formülü olan denklem 4.24'de yerlerine koyarsak,

$$q_f = 2\pi k r_i (T_b - T_\infty) \left( \frac{2 t h_{ort.}}{k} \right)^{1/2} \left[ \frac{I_1(Z_o) K_1(Z_i) - I_1(Z_i) K_1(Z_o)}{I_1(Z_o) K_0(Z_i) + K_1(Z_o) I_0(Z_i)} \right] \quad 4.27$$

olarak kanatçıktan geçen ısı miktarını veren denklemi elde ederiz. Bu denklemde belirtilen  $Z_o$  ve  $Z_i$  boyutsuz parametrelerinin değerleri,

$$Z_o = \left( \frac{2 h_{ort.} r_i^2}{k t} \left( 1 + \frac{V}{\pi t r_i^2} \right) \right)^{1/2}, \quad Z_i = \left( \frac{2 h_{ort.} r_i^2}{k t} \right)^{1/2} \quad 4.28$$

olup denklem 4.27'nin daha kısa olarak yazılması amacı ile kullanılmıştır. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçıktan olan ısı geçişini ( $q_f$ ) ifade eden denklem 4.27 k,  $h_{ort.}$ ,  $T_b$ ,  $T_\infty$ ,  $r_i$  ve kanatçık hacmi ( $V$ ) sabit olmak şartı ile kanatçık kalınlığının ( $t$ ) bir fonksiyonunu ifade etmektedir. Buna göre denklem 4.27'den boyutsuz ısı geçiş denklemini yazarsak,

$$Q = \frac{q_f}{2\pi k r_i (T_b - T_\infty)} = \left( \frac{2 t h_{ort.}}{k} \right)^{1/2} \left[ \frac{I_1(Z_o) K_1(Z_i) - I_1(Z_i) K_1(Z_o)}{I_1(Z_o) K_0(Z_i) + K_1(Z_o) I_0(Z_i)} \right] \quad 4.29$$

şeklini alır. Bu boyutsuz ısı geçiş denkleminde dikkat edilirse, boyutsuz ısı geçiş ( $Q$ ) ısı iletim katsayısı, ısı taşınım katsayısı, kanatçık iç yarıçapı, kanatçık hacmi, kanatçık taban sıcaklığı ve çevre sıcaklığı sabit olmak üzere kanatçık kalınlığı olan  $t$ 'ye bağımlı

$[Q(t) = (k, h_{\text{ort.}}, r_i, V) F(t)]$  bir denklem haline geldi. Optimum kanatçık ebatlarını bulmak için  $dq_f / dt = 0$  sonucunu veren çözümden elde edilecek optimum kanatçık kalınlığı ( $t_{\text{opt.}}$ ) değeri kanatçıktan olan boyutsuz ısı geçişini ( $Q$ ) maksimum yapan değer olacaktır. Buna göre denklem 4.27'nin kanatçık kalınlığı olan  $t$ 'ye göre türevini alıp sifıra eşitleyip düzenlersek,

$$\frac{dq_f}{dt} = 0, \Rightarrow \frac{u}{Q} - Q w + [u w(1 + v w)]^{1/2} \left( \frac{1}{v w + 1} \right) A_1 A_2 + 2 = 0 \quad 4.29$$

olarak elde edilir. Bu eşitlik daha kısa yazılmak amacı ile  $A_1$  ve  $A_2$  parametreleri cinsinden ifade edilmiş olup bu parametreler;

$$A_1 = \frac{I_1(Z_i)K_0(Z_i) + I_0(Z_i)K_1(Z_i)}{I_1(Z_o)K_0(Z_i) + I_0(Z_i)K_1(Z_o)} \quad 4.30a$$

$$A_2 = \frac{I_1(Z_o)K_0(Z_o) + I_0(Z_o)K_1(Z_o)}{I_1(Z_i)K_1(Z_o) - I_1(Z_o)K_1(Z_i)} \quad 4.30b$$

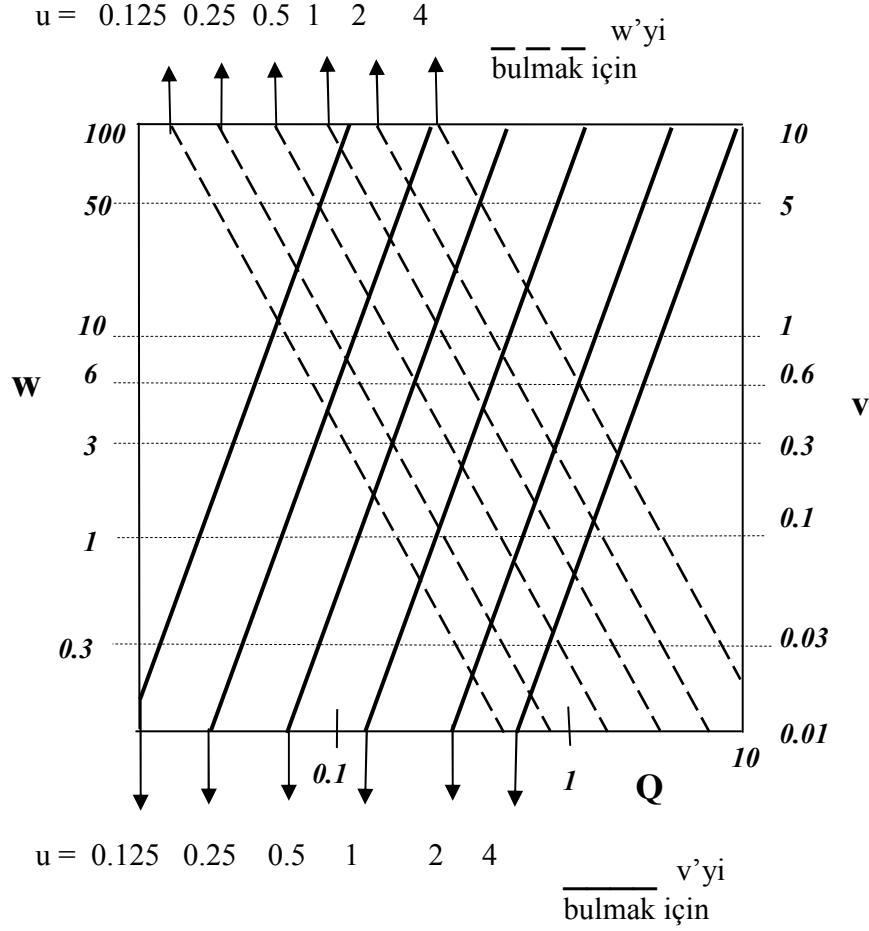
değerlerine eşittir. Denklem 4.29'da  $Q$ ,  $u$ ,  $v$  ve  $w$  olarak yazdığımız boyutsuz parametreler ise,

$$Q = \frac{q_f}{2 \pi k r_i \theta_b}, \quad ( \theta_b = T_b - T_\infty ) \quad 4.31a$$

$$u = \left( \frac{2 h_{\text{ort.}} r_i}{k} \right)^{1/2}, \quad w = \frac{r_i}{t_{\text{opt.}}}, \quad v = \frac{V_{\text{opt.}}}{\pi r_i^3} \quad 4.31b$$

değerlere eşit olup denklem 4.29'un çözümü belirli  $Q$  ve  $u$ 'ya bağlı olarak  $v$  ve  $w$ 'lerin bulunmasına bağlıdır. Bu çözüm yöntemi grafiksel olarak Şekil 4.4' de gösterilmiştir. Bu sonuç aynı zamanda A. Brown'ın çözümü [27] ile aynı sonuçları vermiştir.

Bu çözüm yönteminde verilen kanatçık iç yarıçapı ( $r_i$ ) ve kanatçıktan olan ısı geçişine ( $q_f$ ) göre önce boyutsuz ısı geçişi ( $Q$ ) denklem 4.31a'ya göre hesap edilir. Daha sonra denklem 4.31b'ye göre boyutsuz parametre  $u$  hesap edildikten sonra Şekil 4.4' deki grafikten  $Q$  ve  $u$ 'ya karşılık gelen  $w$  ve  $v$  belirlenir. Daha sonra grafikten



Şekil 4.4. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçığın optimum ebatlarını belirleme grafiği (Brown 1965)

belirlenen  $w$  değerine göre denklem 4.31b'de yerine konularak optimum kanatçık kalınlığı ( $t_{opt.}$ ) bulunur. Aynı şekilde grafikten belirlenen  $v$  değerinin denklem 4.31b'de yerine konulması ile optimum kanatçık hacmi ( $V_{opt.}$ ) hesaplanır. Optimum Kanatçık hacmi formülünden,

$$V_{opt.} = \pi t_o (r_{o,opt.}^2 - r_i^2) \quad \Rightarrow \quad r_{o,opt.} = \left( \frac{V_{opt.}}{\pi t_{opt.}} + r_i^2 \right)^{1/2} \quad 4.32$$

optimum kanatçığın dış yarıçapı ( $r_{o,opt.}$ ) kolayca hesap edilir. A. Brown'ın bu çözüm yöntemi endüstriyel uygulamalarda tasarım amacı ile pratik yoldan grafiksel olarak optimum kanatçık ebatlarını bulmak için kullanılmaktadır. Ayrıca optimum kanatçıktan olan ısı geçişi,

$$q_{f,opt.} = 2\pi k r_i (T_b - T_\infty) \left( \frac{2 t_{opt.} h_{ort.}}{k} \right)^{1/2} \left[ \frac{I_1(Z_{o,o}) K_1(Z_{i,o}) - I_1(Z_{i,o}) K_1(Z_{o,o})}{I_1(Z_{o,o}) K_0(Z_{i,o}) + K_1(Z_{o,o}) I_0(Z_{i,o})} \right] \quad 4.33$$

olup bu denklemde belirtilen boyutsuz parametrelerin optimum değerleri ise,

$$Z_{o,o} = \left( \frac{2 h_{ort.} r_i^2}{k t_{opt.}} \left( 1 + \frac{V_{opt.}}{\pi t_{opt.} r_i^2} \right) \right)^{1/2}, \quad Z_{i,o} = \left( \frac{2 h_{ort.} r_i^2}{k t_{opt.}} \right)^{1/2} \quad 4.34$$

olup, optimum kanatçık verimi ise,  $\eta_{f,opt.}$ ;

$$\eta_{f,opt.} = \frac{q_{f,opt.}}{q_{max.}} = \frac{q_{f,opt.}}{2\pi h_{ort.} (r_{o,opt.}^2 - r_i^2 + r_{o,opt.} t_{opt.}) (T_b - T_\infty)} \quad 4.35$$

$$\eta_{f,opt.} = \left[ \frac{1}{r_{o,opt.}^2 - r_i^2 + r_{o,opt.} t_{opt.}} \right] \left( \frac{2 k r_i^2 t_{opt.}}{h_{ort.}} \right) \left[ \frac{I_1(Z_{o,o}) K_1(Z_{i,o}) - I_1(Z_{i,o}) K_1(Z_{o,o})}{I_1(Z_{o,o}) K_0(Z_{i,o}) + K_1(Z_{o,o}) I_0(Z_{i,o})} \right]$$

optimum kanatçık etkenliği,  $\varepsilon_{f,opt.}$ ;

$$\varepsilon_{f,opt.} = \frac{q_{f,opt.}}{q_{unf.}} = \frac{q_{f,opt.}}{2\pi r_i t_{opt.} h_{ort.} (T_b - T_\infty)} \quad , \quad \left[ q_{unf.} = 2\pi r_i t_{opt.} h_{ort.} (T_b - T_\infty) \right] \quad 4.36$$

Bu çözüm yöntemin tamamen grafikten değerlerin bulunmasına bağlı olduğundan yanlış okumadan dolayı hatalı sonuçlar ulaşma ihtimali çok olduğundan grafikten değerleri okurken büyük dikkat gerektirmektedir. Ayrıca u'nun ara değeri için grafik üzerinde özel olarak cetvel kullanarak ara değeri çizdikten sonra v ve w değerlerini tespit etmek zaman kaybına neden olmaktadır.

Örnek problem: Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık iç yarıçapı,  $r_i = 6$  cm, ısı iletim katsayısı,  $k = 228$  W/m.K, kanatçıktan geçen ısı,  $q_f = 600$  W, kanatçık etrafındaki ısı taşınım katsayısı,  $h_{ort.} = 150$  W/m<sup>2</sup>.K ve  $\theta_b = 100$  °C olduğuna göre, optimum kanatçık ebatları ve performans değerlerini bulalım.

Boyutsuz parametreler;

$$Q = \frac{q_f}{2\pi k r_i \theta_b} = \frac{600}{2\pi \times 228 \times 0.06 \times 100} \Rightarrow Q \cong 0.07 \quad 4.37$$

$$u = \left( \frac{2h_{\text{ort.}} r_i}{k} \right)^{1/2} = \left( \frac{2 \times 150 \times 0.06}{228} \right)^{1/2} \Rightarrow u \cong 0.28 \quad 4.38$$

Bulduğumuz bu değerlere göre Şekil 4.4'den  $w = 21$  ve  $v = 0.156$  olarak buluruz. Bu değerleri denklem 4.31b'de yerlerine koyarsak,

$$w = \frac{r_i}{t_{\text{opt.}}} \Rightarrow t_{\text{opt.}} = \frac{r_i}{w} = \frac{0.06}{21} \Rightarrow t_{\text{opt.}} = 2.857 \text{ mm.} \quad 4.39$$

$$v = \frac{V_{\text{opt.}}}{\pi r_i^3} \Rightarrow V_{\text{opt.}} = 1.0586 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \quad 4.40$$

olarak optimum kanatçık kalınlığını ( $t_{\text{opt.}}$ ) ve optimum kanatçık hacmini ( $V_{\text{opt.}}$ ) buluruz. Optimum kanatçık dış yarıçapını ( $r_{\text{o,opt.}}$ ) ise denklem 4.32'den,

$$r_{\text{o,opt.}} = \left( \frac{V_{\text{opt.}}}{\pi t_{\text{opt.}}} + r_i^2 \right)^{1/2} \Rightarrow r_{\text{o,opt.}} = 12.4 \text{ cm.} \quad 4.41$$

olarak elde edilir. Optimum kanatçıktan olan ısı geçişini bulmak için önce boyutsuz parametreleri hesap edersek,

$$Z_{\text{o,o}} = \left( \frac{2h_{\text{ort.}} r_i^2}{k t_{\text{opt.}}} \left( 1 + \frac{V_{\text{opt.}}}{\pi t_{\text{opt.}} r_i^2} \right) \right)^{1/2} \Rightarrow Z_{\text{o,o}} = 2.663 \quad 4.42a$$

$$Z_{\text{i,o}} = \left( \frac{2h_{\text{ort.}} r_i^2}{k t_{\text{opt.}}} \right)^{1/2} \Rightarrow Z_{\text{i,o}} = 1.2876 \quad 4.42b$$

$$q_{\text{f,opt.}} = 2\pi k r_i (T_b - T_\infty) \left( \frac{2t_{\text{opt.}} h_{\text{ort.}}}{k} \right)^{1/2} \left[ \frac{I_1(Z_{\text{o,o}}) K_1(Z_{\text{i,o}}) - I_1(Z_{\text{i,o}}) K_1(Z_{\text{o,o}})}{I_1(Z_{\text{o,o}}) K_0(Z_{\text{i,o}}) + K_1(Z_{\text{o,o}}) I_0(Z_{\text{i,o}})} \right] \quad 4.43a$$

$$q_{\text{f,opt.}} = 611.42 \text{ W} \quad 4.43b$$

optimum kanatçık verimi ise;

$$\eta_{f,opt.} = \frac{q_{f,opt.}}{q_{max.}} = \frac{q_{f,opt.}}{2\pi h_{ort.} (r_{o,opt.}^2 - r_i^2 + r_{o,opt.} t_{opt.}) (T_b - T_\infty)} \quad 4.44a$$

$$\eta_{f,opt.} = \%53.48 \quad 4.44b$$

optimum kanatçığın etkenliğini ise,

$$\varepsilon_{f,opt.} = \frac{q_{f,opt.}}{q_{unf.}} = \frac{q_{f,opt.}}{2\pi r_i t_{opt.} h_{ort.} (T_b - T_\infty)} \quad 4.45a$$

$$\varepsilon_{f,opt.} = \frac{611.42}{2\pi \times 0.06 \times 2.857 \times 10^{-3} \times 150 \times 100} \Rightarrow \varepsilon_{f,opt.} = 37.85 \quad 4.45b$$

olarak elde ederiz. Bu örnek problemde dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık için verilen kanatçıktan olan ısı geçişi ( $q_f$ ) 600 W olmasına rağmen optimum kanatçıktan olan ısı geçişi ( $q_{f,opt.}$ ) 611.42 W olarak bulundu. Bu hatanın (% 1.9) sebebi daha önce belirttiğimiz gibi Şekil 4.4'deki grafikten boyutsuz parametreleri (u, v ve w) okuyarak belirlemede oluşan hatadan kaynaklanmaktadır.

Dairesel kanatçıkların optimizasyonu konusunda I. Mikk tarafından yapılan çalışmada [28] kanatçığın optimum ebatları boyutsuz parametreler olan;

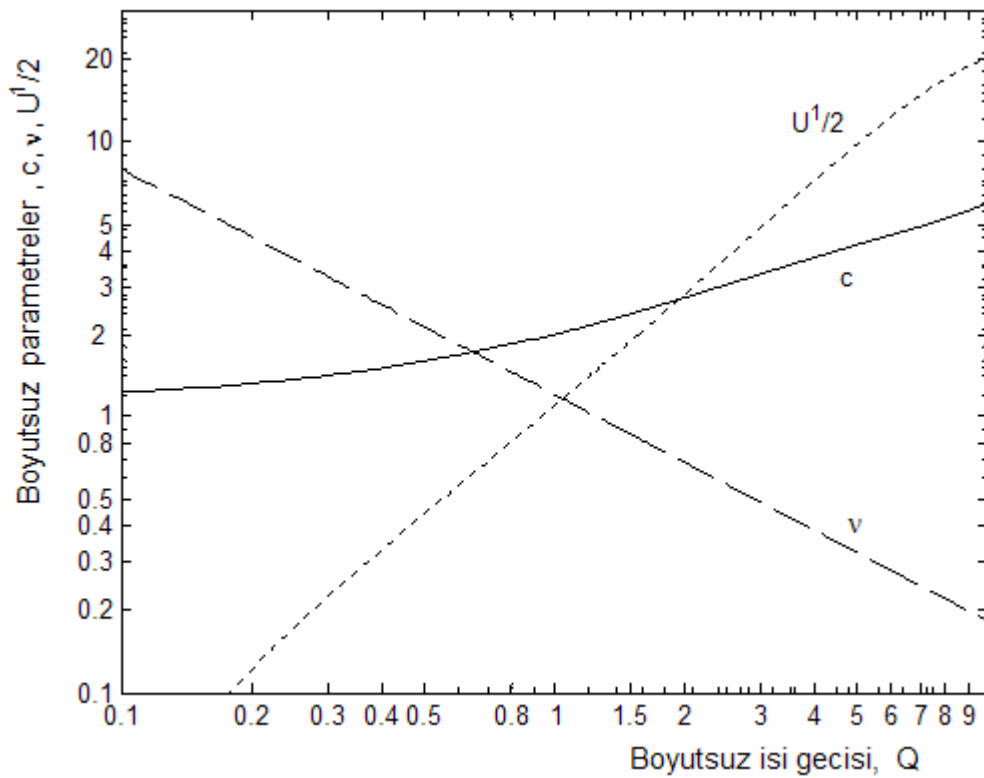
$$\phi = \frac{r_o}{r_i}, \quad \sigma = \frac{h_{ort.} (r_o - r_i)^2}{k t_{opt.}} \quad 4.46a$$

$$v = 8\pi^3 r_i^2 h_{ort.}^2 k t_{opt.} (r_o^2 - r_i^2) \left( \frac{\theta_b}{q_{f,opt.}} \right)^3 \quad 4.46b$$

değerlere göre bulunmaktadır. Bu yöntemde verilen  $q_f$  ve  $r_i$ 'ye göre tahmini bir  $r_o$  değeri seçilerek buna göre  $\phi$  hesap edilerek ayrıca beraberinde verilen tablodan enterpolasyon ile  $\sigma$  bulunur ve denklem 4.46a'daki yerine koyarak bir optimum kanatçık kalınlığı  $t_{opt.}$  bulunur. Daha sonra tablodan aynı  $\phi$ 'ye karşılık gelen v boyutsuz parametresi belirlenerek aynı şekilde denklem 4.46b'de yerine konularak optimum kanatçıktan geçen ısı olan  $q_{f,opt.}$  elde edilir. Eğer bu elde edilen optimum ısı geçişi ( $q_{f,opt.}$ ) verilen ısı geçişi ( $q_f$ ) ile aynı değere sahip ise başlangıçta tahminen kabul edilen  $r_o$  ve buna bağlı bulunan  $t_{opt.}$  problemin çözümü olmaktadır. Aksi takdirde başka bir  $r_o$  değeri için aynı

işlemler her iki ısı geçişi birbirine eşit oluncaya kadar deneme yanılma yöntemi ile devam edecektir. Bu optimizasyon çözümündeki deneme yanılma yöntemi uzun zaman alabileceği için sağlıklı bir yol olmamaktadır.

Bugüne kadar yapılan dairesel kanatçıkların optimum ebatlarını belirleme çalışmalarından en doğru sonuçları veren çalışma Razelos ve Imre'nin çalışmalarıdır [29]. Bu çalışma Runge-Kutta yöntemi ile quasi-Newton algoritmasının birleşimine göre optimizasyon yapımıdır. Bu çalışma sonucunda elde edilen grafik Şekil 4.5'de gösterilmiştir.



Şekil 4.5. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık optimizasyonu (Razelos ve Imre'den uyarlanma)

Bu optimizasyon yönteminde verilen kanatçık iç yarıçapı ( $r_i$ ), ısı geçişi ( $q_f$ ) ve kanatçık tabanı sıcaklık farkına ( $\theta_b$ ) göre önce kanatçıktan geçen boyutsuz ısı geçişi olan;

$$Q = \frac{q_f}{4\pi r_i^2 h_{ort} \theta_b} \quad 4.47$$

eşitliğinden bulunur ve daha sonra Şekil 4.5'deki grafikten boyutsuz ısı geçişine (Q) göre boyutsuz parametreler c ve v değerleri belirlenir. Bu parametreleri aşağıda belirtilen eşitliklerde kullanarak;

$$c \cong \frac{r_{o,opt.}}{r_i} \Rightarrow r_{o,opt.} \cong c r_i \quad 4.48a$$

$$v \cong r_i \left( \frac{2 h_{ort.}}{k t_{opt.}} \right)^{1/2} \Rightarrow t_{opt.} \cong \frac{2 h_{ort.} r_i^2}{k v^2} \quad 4.48b$$

optimum kanatçık dış yarıçapı ( $r_{o,opt.}$ ) ve kalınlığı ( $t_{opt.}$ ) bulunur. Ayrıca aynı grafikten bulunan boyutsuz hacim parametresine (U) göre;

$$U^{1/2} = \left( \frac{k V}{4\pi r_i^4 h_{ort.}} \right)^{1/2} \Rightarrow V_{opt.} = \frac{4\pi r_i^4 h_{ort.} U}{k} \quad 4.48c$$

optimum kanatçık hacmi ( $V_{opt.}$ ) bulunabilir. Fakat bu şekilde optimum kanatçık hacmini bulmak doğrudan grafikten okunan değerlere bağlı olduğundan hatalı sonuç verebilir. Optimum kanatçık ebatları olan  $t_{opt.}$  ve  $r_{o,opt.}$  hesap edildiğine göre optimum kanatçık hacmi doğrudan;

$$V_{opt.} \cong \pi t_{opt.} (r_{o,opt.}^2 - r_i^2) \quad 4.49$$

kolayca bulunabilir. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık optimizasyonunun bilgisayar ortamına aktarılabilmesi için Şekil 4.5'deki grafikte belirtilen c, v ve  $U^{1/2}$  boyutsuz parametrelerini Q'ya bağlı fonksiyon halinde yazmamız gerekli. Söz konusu boyutsuz parametreleri nonlineer regresyon analizi ile polinom ve üstel fonksiyon eğri denklemleri şeklinde yazacak olursak;

$$c \cong 0.00406 Q^3 - 0.0874 Q^2 + 0.9567 Q + 1.13 \quad 4.50a$$

$$v \cong 1.2076 Q^{-0.82} \quad 4.50b$$

$$U^{1/2} \cong -0.0212 Q^3 + 0.327 Q^2 + 0.86 Q - 0.0631 \quad 4.50c$$

şeklinde ifade edilebilir ve böylece gerek grafikten okumaya gerek kalmaz gerekse kolayca bir fonksiyon olarak bilgisayar programlarına uyarlanabilir. Yukarıda açıklanan Razelos ve Imre'nin yöntemini değişik kanatçık malzemeleri için bir örnek problem ile açıklayalım.

Örnek problem: Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık tasarımı için verilen; kanatçıktan olan ısı geçişi,  $q_b = 500 \text{ W}$ , iç yarıçap,  $r_i = 6 \text{ cm}$ , kanatçık tabanı ile çevresi arasındaki sıcaklık farkı,  $\theta_b = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ , ve kanatçığın bütün yüzeyindeki ısı taşınım katsayısı,  $h_1 = h_2 = h_L = h_{ort} = 150 \text{ W/m}^2\text{.K}$  ise optimum kanatçık ebatlarını saf alüminyum ( $k = 240 \text{ W/m.K}$ ), saf bakır ( $k = 393 \text{ W/m.K}$ ) ve karbon silisyum ( $k = 49.8 \text{ W/m.K}$ ) için belirleyelim.

Denklem 4.47'yi kullanarak boyutsuz ısı geçişi,  $Q = 0.737$  değeri için Şekil 4.5'deki grafikten, boyutsuz parametreler  $c = 1.785$  ve  $v = 1.55$  değerleri elde edilir. Bu değerlere göre; Saf alüminyum için: denklem 4.48b'den, optimum kanatçık kalınlığı,  $t_{opt.} = 1.873 \text{ mm}$  olarak bulunur. Optimum kanatçık dış yarıçapı ( $r_{o,opt.}$ ) ise denklem 4.48a'dan,  $r_{o,opt.} = 10.71 \text{ cm}$  olur. Ayrıca denklem 4.49'dan optimum kanatçığın hacmi,  $V_{opt.} = 4.631 \times 10^{-5} \text{ m}^3$  bulunur.

Saf bakır için aynı şekilde optimizasyon formüllerini uygularsak, optimum kanatçık ebatlarını,  $t_{opt.} = 1.144 \text{ mm}$ ,  $r_{o,opt.} = 10.71 \text{ cm}$  ve  $V_{opt.} = 2.829 \times 10^{-5} \text{ m}^3$  olarak bulunur. Karbon silisyum için  $t_{opt.} = 9.027 \text{ mm}$ ,  $r_{o,opt.} = 10.71 \text{ cm}$  ve  $V_{opt.} = 22.32 \times 10^{-5} \text{ m}^3$  optimum değerler elde edilir. Bu elde edilen sonuçlar Çizelge 4.2'de özetlenmiştir.

Çizelge 4.2. Değişik malzemelerden yapılmış dikdörtgen kesitli dairesel kanatçıkların optimum ebatları

Malzeme Adı	$t_{opt.}$ (mm)	$V_{opt.}$ ( $\text{m}^3$ )	$r_{o,opt.}$ (cm)
Saf Alüminyum	1.873	$4.631 \times 10^{-5}$	10.71
Saf Bakır	1.144	$2.829 \times 10^{-5}$	10.71
Karbon silisyum(çelik)	9.027	$22.32 \times 10^{-5}$	10.71

Bu elde edilen sonuçlara dikkat edecek olursak; verilen sabit ısı geçişi miktarına göre kanatçık hacmi ile kanatçık malzemesi ısı iletim katsayısı ters orantılı. Bundan dolayı (denklem 4.48c) karbon silisyumdan yapılmış kanatçık aynı miktarda ısı geçişini verebilmesi için bakır kanatçığa göre yaklaşık sekiz kat, alüminyum kanatçığa göre ise beş kat daha büyük bir hacme ve kanatçık kalınlığına sahip olmalı.

Değişik malzemelerden yapılmış dikdörtgen kesitli dairesel kanatçıklar aynı şartlar altında ( $q$ ,  $r_i$ ,  $h_{ort.}$  ve  $\theta_b$ ) eşit boyutsuz ısı geçişi ( $Q$ ) değerlerine sahiptirler. Çünkü denklem 4.47'e dikkat edecek olursak, boyutsuz ısı geçiş değeri malzeme ısı iletim katsayısının bir fonksiyonu olmadığından dolayı değişik malzemelerin boyutsuz ısı geçişi değerleri aynı olacaktır.

### 4.3. Silindirik İğne Kanatçık Optimizasyonu

Adyabatik uçlu silindirik iğne kanatçıktan olan ısı geçişini ifade eden formül 2. bölümde belirtilmişti. İğne kanatçık optimizasyonu için bu formülü tekrar ele alacak olursak,

$$q_f = \frac{\pi k d^2 m \theta_b}{4} \tanh(mL) \quad , \quad \left[ m = \sqrt{\frac{4h}{kd}} \right] \quad 4.51$$

Minimum hacimde optimum kanatçığın yarıçapını  $d_{opt.}$  ve kanatçık boyunu ise  $L_{opt.}$  olarak gösterecek olursak buna göre hacim parametresi [30];

$$V = d_{opt.}^2 L_{opt.} \quad 4.52$$

olup, denklem 4.51'i  $d_{opt.}$  ve  $V$  cinsinden ifade edecek olursak gerekli matematiksel işlemler ve düzenlemeler sonucunda;

$$q_b = \frac{\pi\theta_b}{2} (hk)^{1/2} d_{opt.}^{3/2} \tanh \left[ 2V \left( \frac{h}{k} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{d_{opt.}} \right)^{5/2} \right] \quad 4.53$$

olarak yazabiliriz. Bu denklemde  $d_{opt.}$  dışındaki diğer bütün değişkenler ( $\theta_b$ ,  $h$ ,  $k$  ve  $V$ ) optimum kanatçık için birer sabittir. Denklem 4.53'ü daha kısa yazmak için,

$$A_1 = \frac{\pi\theta_b}{2} (hk)^{1/2} \quad \text{ve} \quad A_2 = 2V \left( \frac{h}{k} \right)^{1/2} \quad 4.54$$

olarak parametrelerini kullanacak olursak, optimum iğne kanatçıktan olan ısı geçişini belirten denklem 4.53'ü en sade şekilde,

$$q_b = A_1 d_{opt.}^{3/2} \tanh\left(A_2 d_{opt.}^{-5/2}\right) \quad 4.55$$

olarak yazabiliriz. Minimum hacimde maksimum ısı geçişini veren optimum kanatçık ebatlarını kanatçıktan olan ısı geçişinin ( $q_b$ ) optimum kanatçık çapının ( $d_{opt.}$ ) göre türevinin sıfıra eşitliğinden ( $dq_b / dd_{opt.} = 0$ ) ortaya çıkacak çözüme bağlıdır. Buna göre denklem 4.55'nin türevini alıp sıfıra eşitlersek;

$$\frac{3}{2} A_1 d_{opt.}^{1/2} \tanh\left(A_2 d_{opt.}^{-5/2}\right) - \left(A_1 d_{opt.}^{3/2}\right) \left(\frac{5}{2} A_2 d_{opt.}^{-7/2}\right) \operatorname{sech}^2\left(A_2 d_{opt.}^{-5/2}\right) = 0 \quad 4.56a$$

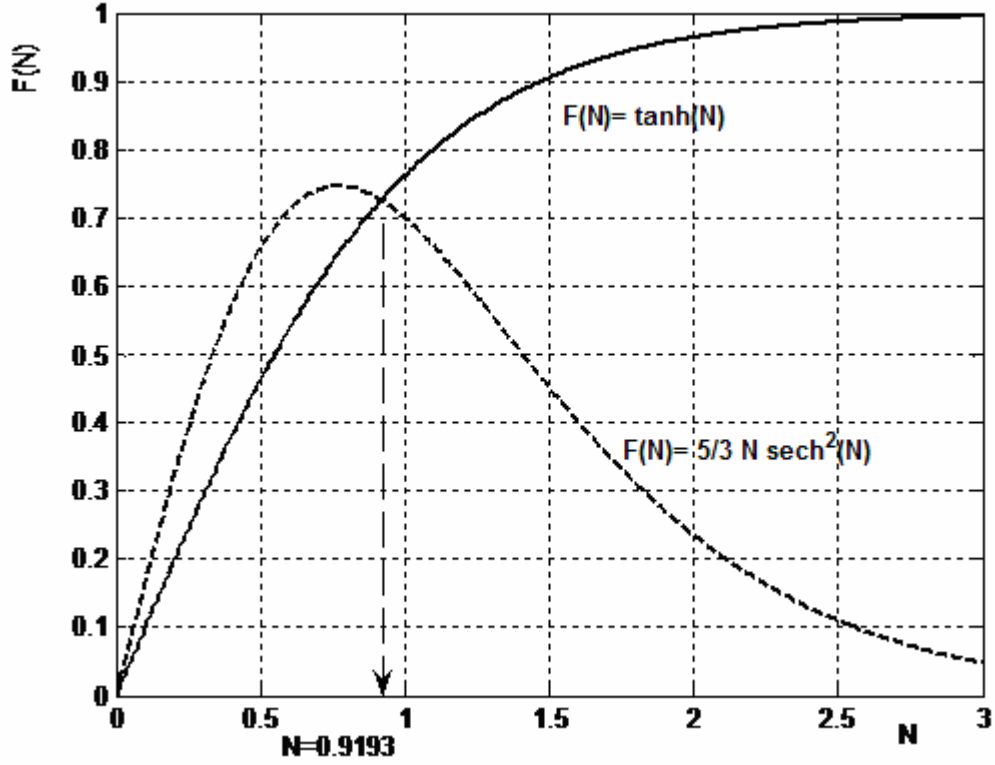
gerekli matematiksel sadeleştirmeler ve düzenlemelerden sonra,

$$\tanh\left(A_2 d_{opt.}^{-5/2}\right) - \frac{5}{3} A_2 d_{opt.}^{-5/2} \left[\operatorname{sech}^2\left(A_2 d_{opt.}^{-5/2}\right)\right] = 0 \quad 4.57b$$

olarak elde ederiz bu denklemde hiperbolik terimli ifadelerin parantez içindeki kısımlarını  $\alpha$  parametresi ile gösterirsek,

$$\tanh N = \frac{5}{3} N \operatorname{sech}^2 N \quad , \quad \left[ N = A_2 d_{opt.}^{-5/2} \right] \quad 4.58$$

şeklini alır. Bu denklem transandantal denklem olup çözümü deneme yanılma veya grafiksel olarak bulunabilir. Grafiksel çözümü Şekil 4.6'da gösterilmiş olup,



Şekil 4.6. Denklem 4.58'in grafiksel çözümü

yaklaşık olarak  $N = 0.9193$ 'dür. Bulduğumuz “optimizasyon parametresi” olarak adlandırılan  $N$  değerini ve denklem 4.54'deki  $A_2$  eşitliğini birlikte denklem 4.58'de yerine koyarsak, optimum iğne kanatçık yarıçapını;

$$d_{\text{opt.}} \cong 1.3647 \left( \frac{h V^2}{k} \right)^{1/5} \quad 4.59$$

kanatçık hacmine ( $V$ ) bağlı olarak buluruz. Bulduğumuz bu optimum kanatçık yarıçapı eşitliğini denklem 4.52'de ifade edilen hacim parametre denkleminde yerine koyarsak,

$$L_{\text{opt.}} \cong 0.5369 \left( \frac{V k^2}{h^2} \right)^{1/5} \quad 4.60$$

aynı şekilde kanatçık hacmine bağlı optimum iğne kanatçık boyunu veren eşitliği elde etmiş oluruz. Halbuki bizim bu çalışmada amacımız ısı geçişi ( $q_f$ ) ve sıcaklık farkına ( $\theta_b$ ) bağlı optimum iğne kanatçık ebatlarını bulmaktır. Bunun için denklem 4.54'deki  $A_1$

eşitliğini ve denklem 4.58'deki  $N = A_2(d_{opt.})^{-5/2} = 0.9193$  değeri ile birlikte denklem 4.55'da verilen iğne kanatçıktan optimum ısı geçişi denkleminde yerlerine koyarsak,

$$d_{opt.} \cong 0.9165 \left( \frac{q_f^2}{h k \theta_b^2} \right)^{1/3} \quad 4.61$$

optimum iğne kanatçık yarıçapını ( $d_{opt.}$ ) veren denklemi elde etmiş oluruz. Aynı şekilde iğne kanatçığın optimum boyunu ise denklem 4.51, denklem 4.54'deki  $A_2$  eşitliğini ve denklem 4.52 deki hacim parametresinin hep beraber denklem 4.58'de kullanarak;

$$N = 0.9193 = A_2 d_{opt.}^{-5/2} \quad , \quad \left[ A_2 = 2V \left( \frac{h}{k} \right)^{1/2} \quad , \quad V = d_{opt.}^2 L_{opt.} \right] \quad 4.62$$

$$L_{opt.} \cong 0.44 \left( \frac{k q_f}{h^2 \theta_b} \right)^{1/3} \quad 4.63$$

optimum iğne kanatçık boyunu ( $L_{opt.}$ ) veren denklemi elde ederiz. Optimum iğne kanatçık hacmi ise;

$$V_{opt.} \cong \frac{\pi d_{opt.}^2 L_{opt.}}{4} \quad 4.64$$

olarak elde edilir.

#### 4.4. Bilgisayar Ortamında Kanatçık Analizi ve Optimizasyonu

Günümüz iletişim çağında gerek bilgiye kolayca ulaşabilmek gerekse birtakım mühendislik hesaplamalarının çok kısa zamanda internet ortamında bilgisayar yardımı ile yapılmasının kolaylığı asla reddedilemez bir olgudur. Bu çalışmanın istenen amaca ulaşması ve internet ortamında görsel olarak her isteyene yardımcı olabilmesi için üç farklı geometriye sahip kanatçığın analizi ve optimizasyonu “Visual Basic” programlama diline çevrilmiştir.

Görsel olarak bilgisayar ortamında öncelikle üç değişik kanatçık için seçenekler sunulmakta. Analizi istenen kanatçık seçilerek buna ait pencerede gerekli veri

etiketlerinin karşısındaki text box'lara (bilgi girişi) değerlerin yazılması istenmektedir. Söz konusu üç değişik kanatçık için gerekli olan veriler;

$T_b$ : taban sıcaklığı

$T_\infty$ : ortam sıcaklığı

$h_1$ : üst yüzey ısı taşınım katsayısı (düz ve dairesel kanatçıklar için)

$h_2$ : alt yüzey ısı taşınım katsayısı (düz ve dairesel kanatçıklar için)

$h$ : kanatçık etrafındaki ısı taşınım katsayısı (iğne kanatçık için)

$h_L$ : kanatçık ucu ısı taşınım katsayısı (düz, dairesel ve iğne kanatçık için)

$L$ : kanatçık boyu (düz kanatçık için)

$b$ : kanatçık eni (düz kanatçık için)

$t$ : kanatçık kalınlığı (düz ve dairesel kanatçık için)

$r_i$ : dairesel kanatçık iç yarıçapı

$r_o$ : dairesel kanatçık dış yarıçapı

$d$ : iğne kanatçık çapı

olup kanatçık analizleri için gerekli olan değişkenlerdir. Kanatçık analizlerinde üçüncü bölümde detaylı olarak açıklanan ve formülleri elde edilen üç değişik yöntem (adyabatik uçlu, taşınım uçlu ve Harper-Brown yaklaşımı) göre kanatçıktan geçen toplam ısı ( $q_f$ ), kanatçık verimi ( $\eta_f$ ) ve kanatçık etkenliği ( $\epsilon_f$ ) hesaplanmaktadır. Ayrıca kanatçık boyunca gerçek ısı dağılımı grafiği ideal duruma (taşınım uçlu) göre bilgisayar programı tarafından çizilmektedir.

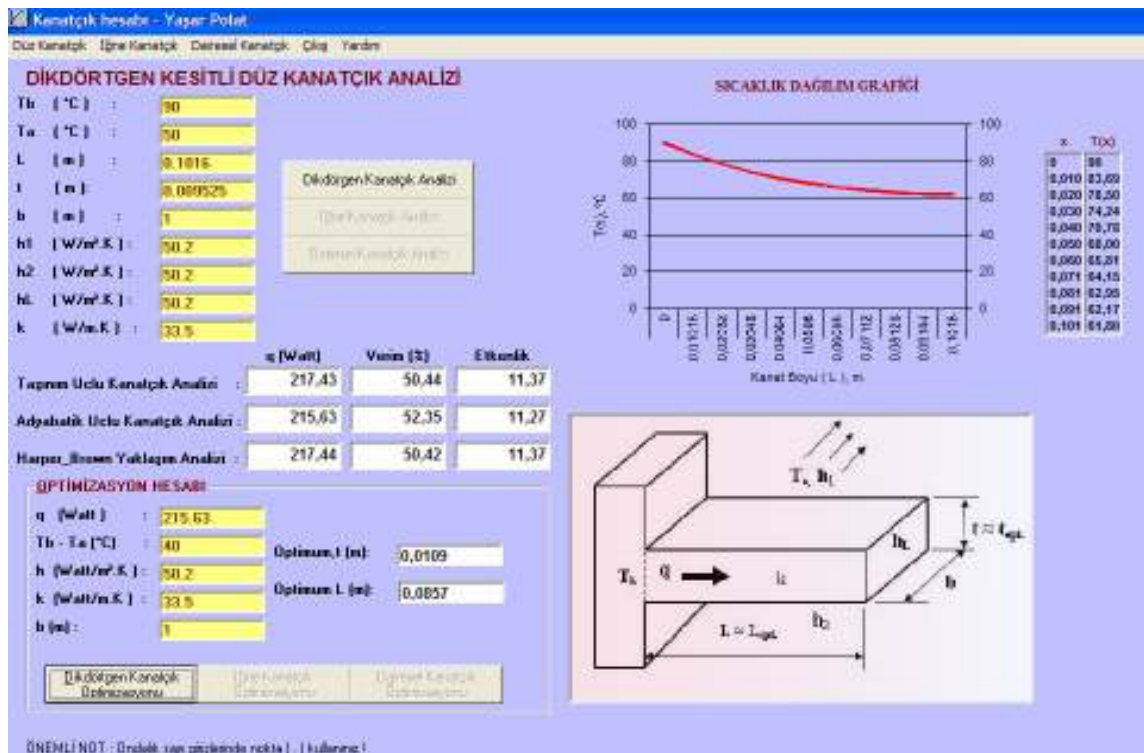
Seçilen kanatçık tipine göre aynı pencerenin ikinci kısmı ise kanatçık optimizasyonu oluşturmaktadır. Bu kısımda seçilen kanatçık tipine bağlı olarak; verilen ısı geçişi ( $q_f$ ), kanatçık tabanı ile ortam arasındaki sıcaklık farkı ( $\theta_b = T_b - T_\infty$ ), kanatçık malzemesi ısı iletim katsayısı ( $k$ ) ve ortam ısı taşınım katsayısına ( $h$ ) göre kanatçıktan geçen ısı miktarı maksimum olacak şekilde minimum ağırlık ve hacimde olabilecek kanatçık ebatları belirlenmektedir. Görsel kanatçık programının optimizasyon kısmında ise bu çalışmanın dördüncü bölümünde elde edilen optimizasyon formülleri visual basic programlama diline çevrilerek optimizasyon hesapları yapılmıştır.

Dairesel kanatçık analizi için yapılan visual basic programlama aşamasında birinci ve ikinci türden değiştirilmiş sıfıncı mertebeye Bessel fonksiyonları ( $I_0$  ve  $K_0$ ) ile birinci ve ikinci türden, birinci mertebeden düzeltilmiş Bessel fonksiyonları ( $I_1$  ve  $K_1$ ) "polinom yaklaşım denklemleri" olarak [31] programa uyarlanmıştır. Bu polinom denklemlerinin belli kısmı alınarak formüllere uyarlandığından dolayı dairesel kanatçık

analizi ve optimizasyonu için elde edilen sonuçlar ile analitik olarak bulunan sonuçlar arasında küçük farklar oluşması kaçınılmazdır.

Bir boyutlu kanatçık analizi için Biot sayısı ( $Bi = h_{ort} \cdot t / k$ ) kriteri olan  $Bi \leq 0.1$  zorunluluğu seçilen kanatçık için gerekli değerler girildikten sonra program içinde kontrolü yapılarak kanatçık analizine başlanılmaktadır. Eğer  $Bi \leq 0.1$  durumu sağlanamıyor ise ısı iletim katsayısının ( $k$ ) artırılması veya ısı taşınım katsayısının ( $h_{ort.}$ ) azaltılması konusunda uyarı mesajı ekranda belirtilmektedir. Eğer bu şekil bir kontrol sağlanamasa idi bir boyutlu kanatçık analizi sonuçları hatalı olacaktır. Biot sayısı 0.1'den büyük veya birim sayıya yaklaşırsa doğru analiz sonuçları elde edebilmek için iki boyutlu kanatçık analizi yapılması gerekir.

Program açıldığı anda ekranın sol üst kısmında görünen menüden analiz ve optimizasyonu yapılmak istenen kanatçık tipi seçilerek seçilen kanatçığa ait gerekli geometrik ebatlar ve termogeometrik değerlerin girilmesi gerekmektedir. Bu değerlerin girilmesinin doğru olarak yapılabilmesi için söz konusu kanatçık çizimleri her bir kanatçık için açılan sayfa üzerine yerleştirilmiştir. Her bir kanatçık için örnek olarak kanatçık analizi ve optimizasyonu sonucunu gösterir ekran görüntülerine ait çıktılar ve gerekli açıklamalar aşağıda detaylı olarak anlatılmıştır.



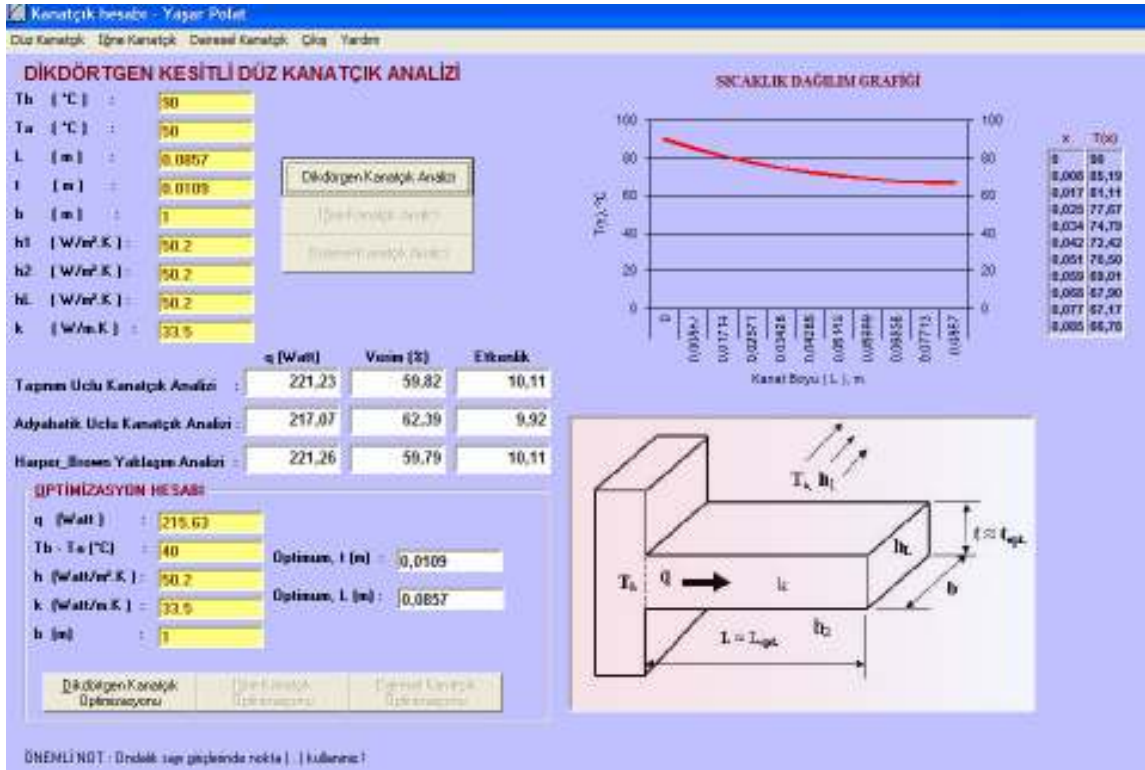
Şekil 4.7. Dikdörtgen kesitli düz kanatçık analizi ve optimizasyonu bilgisayar sonucu

Dikdörtgen kesitli düz kanatçık analiz ve optimizasyonu bir örnek problem için uygulanmış ve sonuçları Şekil 4.7’de gösterilmiştir. Bu örnek bilgisayar programında yapılırken önce ekranda görünen sayfanın üst kısmı kanatçık analizini alt kısmı ise kanatçık optimizasyonu için ayrılmıştır. Kanatçık analizi yapılırken önce analiz kısmında sarı renkteki data pencerelerine kanatçığa ait değerler girilir. Bu değerlerin hatasız girilmesi için ekranın sağ alt kısmına kanatçığa ait parametreleri gösteren geometrik çizimi konmuştur. Ayrıca sarı data pencereleri üzerine Mouse geldiği anda ilgili pencereye hangi değer girilmesi gerektiği otomatik olarak belirtilmektedir. Eğer analizi yapılacak kanatçığın çevresindeki ısı taşınım katsayısı sabit ise  $h_1$ ,  $h_2$  ve  $h_L$  değerlerinin girileceği data penceresine aynı değerlerin yazılması yeterlidir. Gerekli kanatçık değerleri sarı renkli data penceresine girildikten sonra sarı data pencereleri yanındaki aktif görünen ilgili kanatçık butonuna basılarak kanatçık analizi yapılır.

Söz konusu örnek problemin üç değişik yöntemle göre bilgisayar tarafından yapılan kanatçık analizi sonucu (toplam ısı geçişi, kanatçık verimi ve etkenliği) beyaz renkli data penceresinde görünür. Ayrıca taşınım uçlu kanatçık varsayımına (ideal durum) göre kanatçık boyunca “sıcaklık dağılım grafiği” ekranda analiz sonuçları ile beraber görünür. Yapılan bu bilgisayar programının tam bir kanatçık analizi yapması için sıcaklık dağılım grafiğinin sağ yanında kanatçık boyunun her 1/10 konumundaki sıcaklıklarını belirten değerler iki sütun halinde gösterilmektedir.

Şekil 4.7’deki örnek kanatçık analizinde kanatçık boyu,  $L = 10.16$  cm ve kanatçık kalınlığı,  $t = 9.525$  mm olarak verilmekte. Bu kanatçık ebat ve şartlarına göre adyabatik uçlu kanatçık varsayımına göre analiz sonucunda kanatçıktan olan toplam ısı geçişi 215.63 W ve kanatçık verimi % 52.35 olarak bilgisayar programı tarafından hesap edilen sonuç olarak elde edilmiştir.

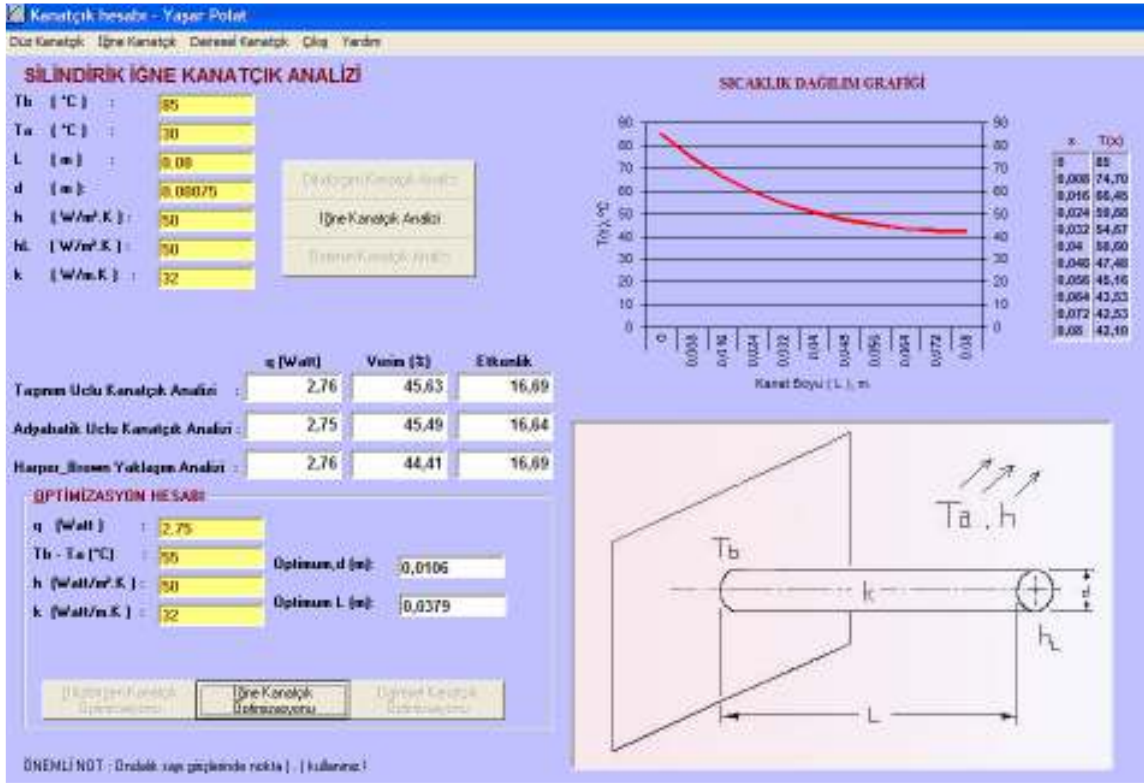
Kanatçık optimizasyonunda verilen toplam ısı geçişi maksimum olacak şekilde verilen aynı şartlarda minimum hacme sahip kanatçık ebatlarını belirlemek asıl amaçtır. Buna göre aynı şartlar geçerli olmak üzere kanatçık optimizasyonu yapıldığında ise optimum kanatçık boyu,  $t_{opt.} = 8.57$  cm ve optimum kanatçık kalınlığı,  $t_{opt.} = 10.9$  mm olarak elde edilmiştir. Bu sonuçlar yeniden bilgisayar programına veri olarak girip yeni ebatlara optimum ebatlara göre kanatçık değerleri girilmesi sonucunda analiz sonuçları Şekil 4.8’de gösterilmiştir.



Şekil 4.8. Dikdörtgen kesitli düz kanatçık analizi ve optimizasyonu bilgisayar sonucu

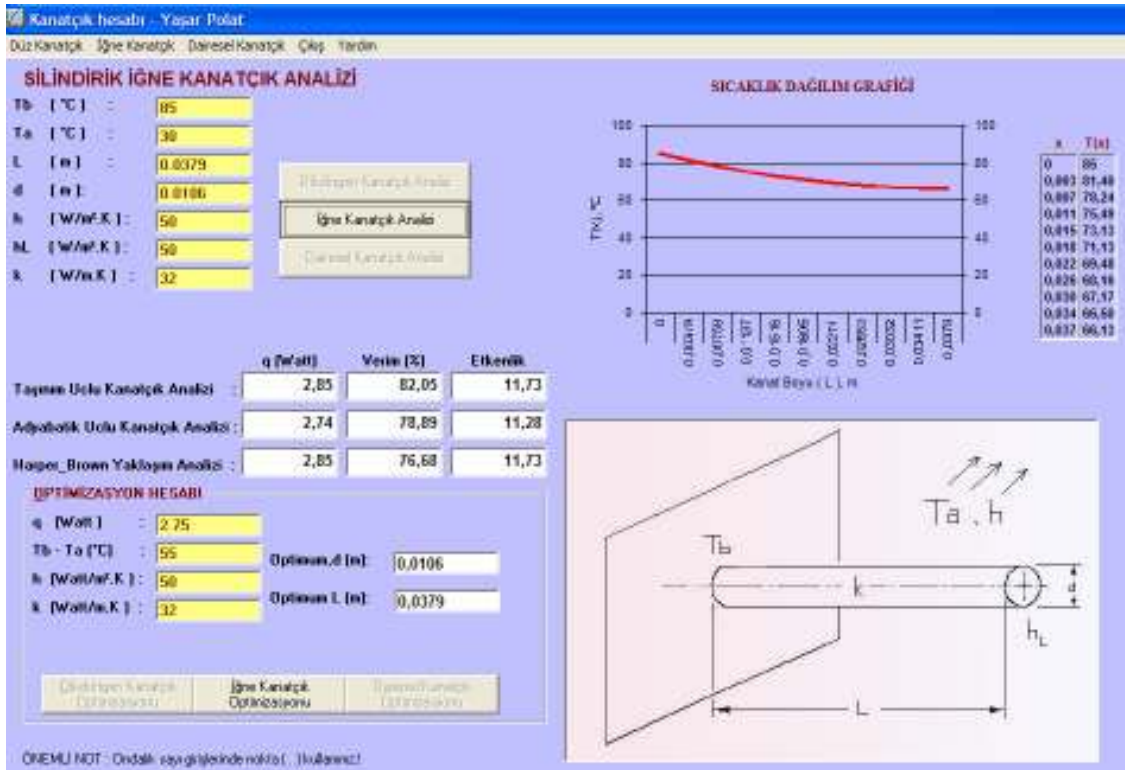
Bu program yardımı ile optimizasyon sonucunda elde edilen optimum kanatçık ebatlarına göre analiz sonucunda ise verilen toplam ısı geçişi maksimum olduğunda kanatçık verimi % 62.39 olarak elde edilmiştir. İlk verilen ebatlara göre kanatçık ucunda sıcaklık  $T(L) = 62.8 \text{ }^\circ\text{C}$  iken optimum ebatlara göre ise  $T(L) = 66.8 \text{ }^\circ\text{C}$  olmuştur. Ayrıca birim genişlikteki ( $b = 1 \text{ m}$ ) kanatçık için ilk durumda kanatçık hacmi,  $V = 9.7 \times 10^{-4} \text{ m}^3$  olmasına rağmen optimum kanatçık ebatlarına göre optimum kanatçık hacmi,  $V_{\text{opt}} = 9.3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$  olmuştur. Bu sonuçlar bize kanatçık optimizasyonuna göre imal edilecek kanatçıkların gerek kanatçık performansı gerekse maliyeti açısından çok doğru bir yaklaşım olduğunu açıklamaktadır.

Benzer şekilde silindirik iğne kanatçık analizi ve optimizasyonu ait bilgisayar sonucunu gösterir ekran çıktısı aşağıda Şekil 4.9'da gösterilmiştir. Bu örnek iğne kanatçık analizi sonucunda Şekil 4.9'dan da görüleceği üzere kanatçıktan olan toplam ısı geçişi 2.75 W ve kanatçık verimi % 45.49 olarak bulunmuş olup; kanatçık ucu sıcaklığı  $T(L) = 42.1 \text{ }^\circ\text{C}$  olmuştur.



Şekil 4.9. Silindirik iğne kanatçık analizi ve optimizasyonu bilgisayar sonucu

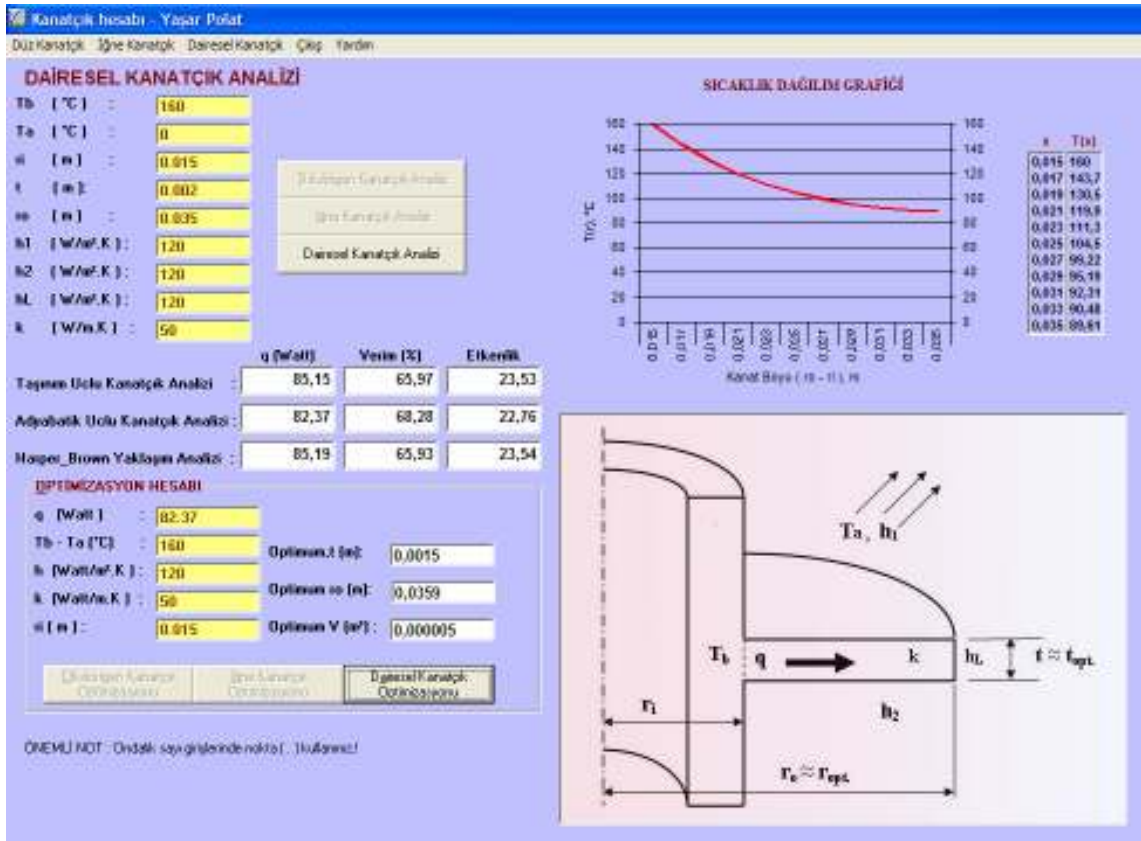
İğne kanatçıktan olan toplam ısı geçişi ve diğer şartlar aynı olmak üzere optimizasyon sonucunda ise  $d_{opt.} = 10,6$  mm ve  $L_{opt.} = 37,9$  mm olarak belirtilmektedir. Bu optimum ebatlara göre yapılan kanatçık analizi ise Şekil 4.10'da gösterilmiştir.



Şekil 4.10. Silindirik iğne kanatçık optimizasyon sonucuna göre kanatçık analizi sonucu

Bu durumda ise optimum kanatçık ebatlarına göre yapılan analiz sonucunda kanatçık verimi % 78.89'a ve kanatçık ucu sıcaklığı ise  $T(L) = 66.13$  °C'ye çıkmış bulunmaktadır. İlk durumdaki silindirik iğne kanatçık hacmi  $V = 4.81 \times 10^{-6}$  m<sup>3</sup> olur iken optimum ebatlarda ise  $V_{opt.} = 3.34 \times 10^{-6}$  m<sup>3</sup> olmuştur. Bu sonuç bize aynı şekilde daha az malzeme ile maksimum performansta kanatçık imal edilebileceği yolunu göstermektedir.

Bilgisayar programının üçüncü kısmında bulunan dairesel kanatçık analizi ve optimizasyonun örnek bir probleme uyarlaması şekil 4.11'de gösterilmiştir. Yukarıda yaptığımız analiz ve optimizasyon yöntemine göre aynı şekilde yapıldığında normal analiz sonucunda dairesel kanatçıktan olan toplam ısı geçişi 83.7 W olduğunda kanatçık verimi % 68.28 olmuştur. Aynı ısı geçişinde optimum kanatçık kalınlığı,  $t_{opt.} = 1.5$  mm ve Optimum kanatçık dış yarıçapı ise  $r_{o,opt.} = 35.9$  mm olarak belirlenmiştir.



Şekil 4.11. Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık analizi ve optimizasyonu bilgisayar sonucu

Bu sonuçlara göre verilen ebatlara göre dairesel kanatçık hacmi,  $V=1.26 \times 10^{-5} \text{ m}^3$  olmasına rağmen optimizasyon sonucunda bulunan ebatlara göre optimum kanatçık hacmi,  $V_{\text{opt}}=1 \times 10^{-5} \text{ m}^3$  olmaktadır. Bu değerlerden de anlaşılacağı üzere optimizasyon sonucunda kanatçık hacmi % 20.6 oranında azalmıştır.

Bu bilgisayar programının sol üst kısmındaki yardım menüsünde programda kullanılan bütün analitik formüller üç çeşit kanatçık için pdf sayfasında gösterilmiştir. Visual Basic programlama dilinde yapılmış olan bu kanatçık analizi ve optimizasyonu programına ait akış şemaları dikdörtgen kesitli düz kanatçık, dairesel kanatçık ve silindirik iğne kanatçık için bu çalışmanın sonunda sırası ile Ek 1, Ek 2 ve Ek 3'de verilmiştir.

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Dikdörtgen kesitli düz kanatçık için belirli çevre şartlarında ( $h$ ,  $T_{\infty}$ ) kanatçık yüzeyi ve uç sıcaklığının kayda değer miktarda azalmasında kanatçık etrafındaki hava hızının dolayısıyla ısı taşınım katsayısının artmasının büyük etkisi vardır. Ayrıca kanatçık ucundaki ısı taşınım katsayısının ( $h_L$ ) artırılması, adyabatik uçlu ( $h_L = \alpha = 0$ ) kanatçığa nazaran kanatçık ucu sıcaklığının düşmesine yardımcı olmaktadır. Kanatçık ucu ısı taşınım katsayısının değişiminin kanatçık boyunca sıcaklık dağılımına olan etkisi Şekil 3.3’de belirgin olarak görünmektedir. Bu da Newton’un soğuma yasasının bir sonucu olarak kanatçığın herhangi bir yüzeyindeki ısı taşınım katsayısının artması ile kanatçıktan ısı yayılması doğru orantılı olduğundan kanatçık yüzeyinde soğuma hızlanacaktır. Bununla birlikte kanatçık ucundan taşınım ile olan ilave ısı geçişinin de kanatçık soğumasına biraz olsun yardımcı olduğundan adyabatik uçlu kanatçıktan olan toplam ısı geçişine ( $q_f$ ) göre daha fazla ısı geçişi gerçekleşmektedir.

Aynı ortamda bulunan ( $h$ ,  $T_b$  ve  $T_{\infty}$  sabit) değişik malzemelerden (ısı iletim katsayıları farklı) ve aynı boyutlarda ( $t$ ,  $L$ ,  $b$ ) yapılmış dikdörtgen kesitli düz kanatçıkların “kanatçık performans faktörleri,  $m$ ” ısı iletim katsayısı ile doğrudan orantılı olduğundan kanatçık performans katsayısı arttıkça kanatçık üzerinde aynı konumlarda azalarak değişmektedir (Şekil 3.4). Bunun sebebi ise ısı iletim katsayısı büyük olan kanatçıklarda ısı geçişi daha az ısıl direnç ile karşılaştığından kanatçık tabanından kanatçık ucuna doğru sıcaklık gradyanının ( $dT / dx$ ) daha küçük olmasından kaynaklanmaktadır.

Kanatçık malzemesi ısı iletim katsayısının kanatçık sıcaklık dağılımı üzerine çok büyük etkisi vardır. Kanatçık tasarımında aranan en büyük husus kanatçık tabanından kanatçık ucuna kadar sıcaklık değişiminin ( $\Delta T = T_b - T_{\infty}$ ) minimum olmasıdır. Bunu sağlayabilmek için ise olabildiğince yüksek ısı iletim katsayısına sahip malzeme seçimidir. Kanatçık ucu sınır koşullarının farklılığına göre üç değişik durum için dikdörtgen kesitli düz kanatçık analizlerinden de görülmüştür ki kanatçık malzemesi aynı kalmak şartı ile ısı taşınım katsayısı arttıkça kanatçıktan olan ısı geçişi artar iken kanatçık verimi ve kanatçık etkenliği azalmaktadır. Buna göre farklı malzemelerden yapılmış aynı ebatlarda dikdörtgen kesitli düz kanatçıkları taşınım uçlu olarak analiz edelim. Örneğin  $t = 6$  mm kalınlığında,  $T_b = 100$  °C,  $T_{\infty} = -10$  °C olmak üzere  $L = 10$  cm boyunda ve  $b = 1$  m genişliğindeki dikdörtgen kesitli düz kanatçığı gaz ve sıvı olan

ortamlarda doğal ve zorlanmış taşınım yönünden analizi yapılarak aşağıda Çizelge 5.1 ve 5.2’de gösterilmiştir.

Çizelge 5.1. Değişik malzemelerden yapılmış düz kanatçıkların gaz olan ortamda doğal ve zorlanmış taşınımına göre analizi

Gaz / Doğal Taşınım, $h = 20 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$				
Malzeme Adı	$q_f$ (W)	$\eta_f$	$\varepsilon_f$	Kullanışlılık kriteri $2k/ht > 5$
Bakır (saf) $k = 401 \text{ W/m.K}$	430	% 94	32.6	6683
Alüminyum (saf) $k = 237 \text{ W/m.K}$	415	% 91	31.5	3950
Çelik (karbon silisyum) $k = 51.9 \text{ W/m.K}$	321	% 70	24.3	865
Gaz / Zorlanmış Taşınım, $h = 200 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$				
Bakır (saf) $k = 401 \text{ W/m.K}$	3030	% 66	22.5	668
Alüminyum (saf) $k = 237 \text{ W/m.K}$	2516	% 55	18.7	395
Çelik (karbon silisyum) $k = 51.9 \text{ W/m.K}$	1252	% 27	9.3	86.5

Çizelge 5.2. Değişik malzemelerden yapılmış düz kanatçıkların sıvı ortamda doğal ve zorlanmış taşınımına göre analizi

Sıvı / Doğal Taşınım, $h = 800 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$				
Malzeme Adı	$q_f$ (W)	$\eta_f$	$\varepsilon_f$	Kullanışlılık kriteri $2k/ht > 5$
Saf Bakır $k = 401 \text{ W/m.K}$	6902	% 37	12.8	167
Saf Alüminyum $k = 237 \text{ W/m.K}$	5347	% 29	9.9	98.75
Çelik (karbon silisyum) $k = 51.9 \text{ W/m.K}$	2507	% 14	4.7	21.6
Sıvı / Zorlanmış Taşınım, $h = 5000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$				
Saf Bakır $k = 401 \text{ W/m.K}$	17424	% 15	5.2	26.7
Saf Alüminyum $k = 237 \text{ W/m.K}$	13396	% 12	4	15.8
Çelik (karbon silisyum) $k = 51.9 \text{ W/m.K}$	6268	% 5	1.9	3.46

Çizelge 5.1 ve 5.2'den de görüldüğü gibi aynı geometrik ölçülere sahip aynı çevre şartlarına sahip farklı malzemelerden yapılmış kanatçıklarda, ısı iletim katsayısı arttıkça kanatçıktan olan maksimum ısı geçişi artmakta. Bunun sebebi ısı iletim katsayısı yükseldikçe iletim ısı direncinin ( $R_c = \Delta x / kA_c$ ) azalması ısı geçişini artırmaktadır. Kanatçık verimi ise kanatçıktan olan gerçek ısı geçişinin belirli bir maksimum değere sahip ideal durumda olan ısı geçişine olan oranı olduğundan kanatçıktan olan gerçek ısı geçişi arttıkça verimi de artacaktır. Aynı şekilde kanatçık etkenliği ise gerçek ısı geçişinin sabit bir değere sahip kanatçıksız yüzeyden olan ısı geçişine oranı olduğundan gerçek ısı geçişi arttıkça bir kanadın etkenliği de artacaktır.

Kullanışlılık kriteri yönünden dikdörtgen kesitli düz kanatçık değerlerine Çizelge 5.1 ve 5.2'de dikkat edecek olursak doğal taşınımlı gaz ortamlar kanatçık uygulaması için en uygun ortamlardır. Fakat zorlanmış taşınımlı sıvı ortamlarda ise her ne kadar kullanışlılık kriteri 5 den büyük olsa dahi diğer ortamlar göz önüne alındığında kanatçık uygulaması uygun değildir. Çizelge 5.2'de karbon silisyumlu malzemedan imal edilmiş kanatçığın kullanışlılık kriterine dikkat edersek 5'den küçüktür. Özellikle ısı taşınım katsayısının izafî olarak çok yüksek olduğu ve ısı iletim katsayısının ise küçük olduğu durumlarda kanatçık uygulaması her zaman yararlı olmayabilir.

Dikdörtgen kesitli düz kanatçık optimizasyonu sonucunda ise; aynı ortamda ( $T_\infty$  ve  $h_{ort.}$ ) ve aynı kanatçık taban sıcaklığına ( $T_b$ ) sahip farklı malzemelerden yapılmış dikdörtgen kesitli düz kanatçıklar aynı maksimum ısı geçişini verebilecek şekilde optimum olarak tasarlanmışlarsa; her iki kanatçığında optimum kanatçık boyları ( $L_{opt.}$ ) aynı olacaktır. Çünkü denklem 4.17'ye dikkat edecek olursak farklı malzemelerden yapılmış kanatçıkların optimum kanatçık boylarını belirleyici olan faktör ısı taşınım katsayısıdır. Bundan dolayı aynı ortam şartlarına sahip farklı malzemedan yapılmış dikdörtgen kesitli düz kanatçıklar aynı optimum kanatçık boyuna ( $L_{opt.}$ ) sahip olacaklardır. Fakat bununla birlikte denklem 4.19'a göre optimum kanatçık kalınlığını ( $t_{opt.}$ ) belirlemede en önemli unsur ısı iletim katsayısıdır. Çünkü optimum kanatçık kalınlığı ile ısı iletim katsayısı ters orantılı olduğundan ısı iletim katsayısı büyük olan malzemedan yapılmış dikdörtgen kesitli düz kanatçığın optimum kalınlığı daha küçük olacaktır.

Bölüm 4.1'in sonunda optimizasyonu yapılan dikdörtgen kesitli düz kanatçık örnek problemini ele alacak olursak; aynı ortamlarda kabul edilen farklı üç malzemedan yapılmış kanatçıkları için verilen aynı maksimum ısı geçişi ( $q_f$ ) ve aynı taban sıcaklığı için optimum kanatçık ağılıkları hesaplanarak Çizelge 5.3'de gösterilmiştir. Bu sonuca

göre saf alüminyumdan yapılan dikdörtgen kesitli düz kanatçık ağırlık olarak bakırdan yaklaşık olarak % 47 daha hafif, karbon silisyumdan yapılmış kanatçığın ise yaklaşık olarak 1 / 13 ağırlığına eşittir.

Çizelge 5.3 Aynı şartlarda farklı malzemelerden yapılmış optimum hacimdeki dikdörtgen kesitli düz kanatçıkların optimum ağırlıkları

Malzeme Adı	$V_{opt.}$ ( $m^3$ )	$\rho$ ( $kg/m^3$ )	$a_{opt.}$ (gr)
Saf Alüminyum ( $k = 237$ W/m.K)	$9.3 \times 10^{-6}$	2702	25.13
Saf Bakır ( $k = 401$ W/m.K)	$5.3 \times 10^{-6}$	8933	47.34
Karbon Silisyum ( $k = 51.9$ W/m.K)	$42.2 \times 10^{-6}$	7817	329.88

Ayrıca dikdörtgen kesitli düz kanatçıkların en yaygın olarak kullanıldığı elektronik ve bilgisayar endüstrisinde çoğunlukla alüminyum alaşımlarından yapılmış kanatçıklar kullanılmaktadır. Çünkü alüminyum alaşımlı malzemeler bakır alaşımlı malzemelere göre hem çok ucuz hem de yapılan kanatçıkların çok hafif olmasından dolayı tercih edilme sebebidir.

Dikdörtgen kesitli dairesel kanatçık optimizasyonu için elde ettiğimiz formüller  $r_i = 6$  cm,  $\theta_b = 100$  °C ve  $k = 393$  W/m.K (saf bakır) olan bir kanatçık için adyabatik uçlu varsayımına göre uygulanmıştır. Hesaplanan optimum kanatçık ebatları ile C. Arslantürk [32] tarafından elde edilen sonuçlar Çizelge 5.4’de gösterilmiştir.

Çizelge 5.4 Dairesel kanatçık optimizasyon sonuçlarının Kaynak [32] ile karşılaştırılması

Bi <sub>1</sub> = h <sub>1</sub> r <sub>i</sub> / k = 0.1 ve Bi <sub>3</sub> = 0 ( Adyabatik uçlu)										
Bi <sub>2</sub>	h <sub>1</sub>	h <sub>2</sub>	h <sub>ort</sub>	q <sub>f</sub> (W)	[32] r <sub>o,opt</sub> (mm)	Sonuç r <sub>o,opt</sub> (mm)	Fark %	[32] t <sub>opt</sub> (mm)	Sonuç t <sub>opt</sub> (mm)	Fark %
0,01	655	65,5	360,3	2816	147,6	152,6	3,4	11,9	11,1	-6,4
0,02	655	131,0	393,0	2996	145,8	150,8	3,5	12,2	11,6	-5,1
0,03	655	196,5	425,8	3173	143,6	152,6	6,3	12,7	12,1	-4,6
0,04	655	262,0	458,5	3342	142,1	147,7	3,9	13,0	12,6	-3,1
0,05	655	327,5	491,3	3504	140,8	146,2	3,8	13,3	13,0	-2,3
0,06	655	393,0	524,0	3661	139,5	144,8	3,8	13,6	13,4	-1,7
0,07	655	458,5	556,8	3811	137,8	143,5	4,2	14,0	13,8	-1,7
0,08	655	524,0	589,5	3959	137,0	142,3	3,8	14,2	14,2	-0,2
0,09	655	589,5	622,3	4101	136,6	141,0	3,3	14,4	14,5	1,0
0,1	655	655,0	655,0	4238	136,1	139,9	2,8	14,5	14,8	2,3

Çizelge 5.4'e dikkat edilecek olursa; adyabatik kanatçık ucu kabulüne göre doğal taşınımlı sıvı ortam olarak kabul edebileceğimiz ( $h_{ort.} = 360 - 655 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ ) şartlarda elde ettiğimiz optimizasyon sonuçları ile kaynak [32]'de elde edilen sonuçlarda farklar görülmektedir. Kanatçık tabanı Biot sayısı 0.01 ile 0.1 aralığında optimum kanatçık dış yarıçapındaki ( $r_{o,opt.}$ ) fark yaklaşık olarak % 2.8 ile % 6.3 arasında olmuştur. Aynı zamanda optimum kanatçık kalınlığındaki fark ise % -6.4 ile % 1 arasında gerçekleşmiştir. Her ne kadar optimum kanatçık ebatlarında farklılık kayda değer miktarda olsa bile, kanatçık imalatı için asıl olan kanatçık ağırlığı olduğundan optimum kanatçık hacimlerindeki fark ise maksimum  $2.3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$  olmaktadır. Optimum kanatçık hacmindeki bu fark fazla dikkate değer bir fark değildir. Bu farkın oluşmasındaki en büyük sebeplerden biri kanatçık etrafındaki ısı taşınım katsayısının ve dolayısı ile Biot sayısının doğal taşınımlı ortama nazaran büyük olmasından kaynaklanmaktadır. Diğer sebep ise Şekil 4.5'de verilen grafikteki boyutsuz ısı geçişine (Q) bağlı boyutsuz parametreler olan c ve v eğrilerinin nonlineer regresyon analizi sonucu elde edilen denklem 4.50a ve denklem 4.50b'deki sapma hatalarından (denklemlere ait eğriden veri noktalarının sapması) kaynaklanmaktadır.

İğne kanatçık optimizasyonu ile elde ettiğimiz optimum iğne kanatçık çapı ( $d_{opt.}$ ) ve boyunu ( $L_{opt.}$ ) bulmamızı sağlayan denklem 4.61 ve denklem 4.63 kullanarak örnek

bir iğne kanatçık optimizasyonunda kullandığımızda şu ilginç durum karşımıza çıkmaktadır. Örneğin verilen ısı geçiş miktarı 20 W, kanatçık taban sıcaklığı 100°C, kanatçık çevresi sıcaklığı 0°C, ısı taşınım katsayısı 60 W/m<sup>2</sup>.K ve saf bakırdan iğne kanatçık malzemesi ısı iletim katsayısı 393 W/m.K olan bir durum için iğne kanatçık optimizasyonu yapalım. Bu verilere göre optimum iğne kanatçık ebatlarını;  $d_{opt.} = 10.93$  mm,  $L_{opt.} = 123$  mm ve  $V_{opt.} = 1.154 \times 10^{-5}$  m<sup>3</sup> olarak elde ederiz.

Elde ettiğimiz bu çap ve boydaki iğne kanatçığın çok kaba görünümde olduğunu düşünerek, maksimum 20 W ısı geçişine sahip 1 adet iğne kanatçık yerine her birinden 10 W ısı geçişi olacak şekilde 2 adet iğne kanatçık (verilen diğer şartlar aynı kalmak şart ile) olarak göz önüne alalım. Bu yeni duruma göre 10 W ısı geçişine sahip olacak şekildeki her bir iğne kanatçığın optimum ebatlarını ise;  $d_{opt.} = 6.89$  mm,  $L_{opt.} = 97.6$  mm ve  $V_{opt.} = 3.64 \times 10^{-6}$  m<sup>3</sup> olarak buluruz. Buna göre aynı optimizasyon işlemi 4 adet 2.5 W ısı geçişine sahip iğne kanatçık tasarımı için yapılarak her üç durum için elde edilen sonuçlar Çizelge 5.5’de gösterilmiştir.

Çizelge 5.5 Silindirik iğne kanatçık sayılarının değişimine göre optimizasyon sonuçları

Kanatçık sayısı	Isı geçişi, $q_f$ (W)	Verim, $\eta_f$ (%)	Etkenlik, $\epsilon_f$	$d_{opt.}$ (mm)	$L_{opt.}$ (mm)	$V_{opt.}$ (m <sup>3</sup> )
1	20	78.92	35.52	10.93	123	$11.54 \times 10^{-6}$
2	10	78.94	44.73	6.89	97.6	$3.64 \times 10^{-6}$
4	5	78.94	56.36	4.34	77.5	$1.14 \times 10^{-6}$
5	4	78.94	60.72	3.74	71.9	$0.79 \times 10^{-6}$

Bu sonuçlara göre 1, 2 ve 4 adet iğne kanatçıktan olan ısı geçişi sırası ile 20, 10 ve 5 W için % 50 oranında azalırken kanatçıkların toplam yüzey alanları ( $A_s$ ) da aynı oranda azaldığı için kanatçık verimi ( $\eta_f$ ) aynı kalmaktadır. Kanatçık veriminin değişmemesini analitik olarak çözümlersek,

$$\frac{\eta_f(1)}{\eta_f(2)} = \frac{q_f / A_s(1) h \theta_b}{0.5 q_f / A_s(2) h \theta_b} \quad 5.1$$

Burada  $A_s(1)$  ve  $A_s(2)$  olarak gösterilen kanatçık yüzey alanları sırası ile 20 W ısı geçişi verebilen 1 adet iğne kanatçığın diğeri ise 1 adet 20 W ısı geçişi yerine 2 adet 10 W ısı geçişine sahip iğne kanatçıklardan her birinin yüzey alanı olup;

$$A_s = \pi d_{opt.} L_{opt.} \quad 5.2$$

şeklinde gösterebiliriz. Denklem 5.2'ye göre iğne kanatçıkların yüzey alanlarını denklem 5.1'de yerlerine yazıp gerekli sadeleştirmeleri yaparsak,

$$\frac{\eta_f(1)}{\eta_f(2)} = \frac{2(d_{opt.} L_{opt.})_2}{(d_{opt.} L_{opt.})_1} \quad 5.3$$

olarak bir bağıntı elde ederiz. Aynı şekilde 2 adet ( $2 \times 10 \text{ W} = 20 \text{ W}$ ) ve 4 adet ( $4 \times 5 \text{ W} = 20 \text{ W}$ ) iğne kanatçıklar için de yaparsak;

$$\frac{\eta_f(2)}{\eta_f(4)} = \frac{2(d_{opt.} L_{opt.})_4}{(d_{opt.} L_{opt.})_2} \quad 5.4$$

Aynı bağıntıyı elde ederiz. Çizelge 5.5'de elde edilen iğne kanatçık için optimum ebatları denklem 5.3 ve denklem 5.4'deki bağıntılarda yerlerine koyarsak;

$$\frac{\eta_f(1)}{\eta_f(2)} = \frac{2(d_{opt.} L_{opt.})_2}{(d_{opt.} L_{opt.})_1} \Rightarrow \frac{\eta_f(1)}{\eta_f(2)} = \frac{2(6.89 \times 97.6)}{(10.93 \times 123)} \cong 1 \quad 5.5a$$

$$\frac{\eta_f(2)}{\eta_f(4)} = \frac{2(d_{opt.} L_{opt.})_4}{(d_{opt.} L_{opt.})_2} \Rightarrow \frac{\eta_f(2)}{\eta_f(4)} = \frac{2(4.34 \times 77.5)}{(6.89 \times 97.6)} \cong 1 \quad 5.5b$$

olarak bulunan bu sonuçlardan da görüleceği gibi kanatçık verimi değişmeyecektir.

Benzer şekilde kanatçık etkenlikleri için yapacak olursak, analitik olarak kanatçık etkenlikleri oranlarından,

$$\frac{\varepsilon_f(1)}{\varepsilon_f(2)} = \frac{\varepsilon_f(2)}{\varepsilon_f(4)} \Rightarrow \frac{d_{opt.}(2)}{d_{opt.}(1)} = \frac{d_{opt.}(4)}{d_{opt.}(1)} \quad 5.6a$$

Şeklinde bir bağıntı elde edilir. Bu bağıntıyı da Çizelge 5.5'deki silindirik iğne kanatçık optimizasyonunda bulunan sonuçlar için uygularsak;

$$\frac{\varepsilon_f(1)}{\varepsilon_f(2)} = \frac{\varepsilon_f(2)}{\varepsilon_f(4)} \Rightarrow \frac{35.52}{44.73} = \frac{44.73}{56.36} \Rightarrow 0.794 = 0.794$$

5.6b

$$\frac{d_{opt.}(2)}{d_{opt.}(1)} = \frac{d_{opt.}(4)}{d_{opt.}(1)} \Rightarrow \frac{6.89}{10.93} = \frac{4.34}{6.89} \Rightarrow 0.63 = 0.63$$

Sonucun elde ederiz. Bu sonuca göre yapılan optimizasyon işlemindeki elde edilen sonuçlar analitik olarak da doğrulanmaktadır.

Silindirik iğne kanatçık için elde edilen optimum hacimlere dikkat edersek; 1 adet 20 W ısı geçişine sahip iğne kanatçık ( $11.54 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ ) yerine 2 adet 10 W iğne kanatçık kullanırsak; 2 adet  $\times 3.64 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 7.28 \times 10^{-6} \text{ m}^3$  optimum hacme sahip olacaktır. Bu durumda ise % 36.9 daha az hacimde malzeme ile aynı ısı geçişine sahip kanatçık elde etmiş oluruz. Benzer şekilde 2 adet 10 W ısı geçişine sahip iğne kanatçık ( $7.28 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ ) yerine 4 adet 5 W iğne kanatçık (4 adet  $\times 1.14 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 4.56 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ ) kullanırsak % 37.4 daha az hacimde malzeme ile aynı ısı geçişine sahip iğne kanatçık elde edilebilir. Eğer 1 adet 20 W ısı geçişine sahip iğne kanatçık yerine 4 adet 5 W iğne kanatçık kullanırsak yaklaşık % 60.5 daha az hacimde malzeme kullanarak aynı ısı performansına sahip iğne kanatçık elde edilir.

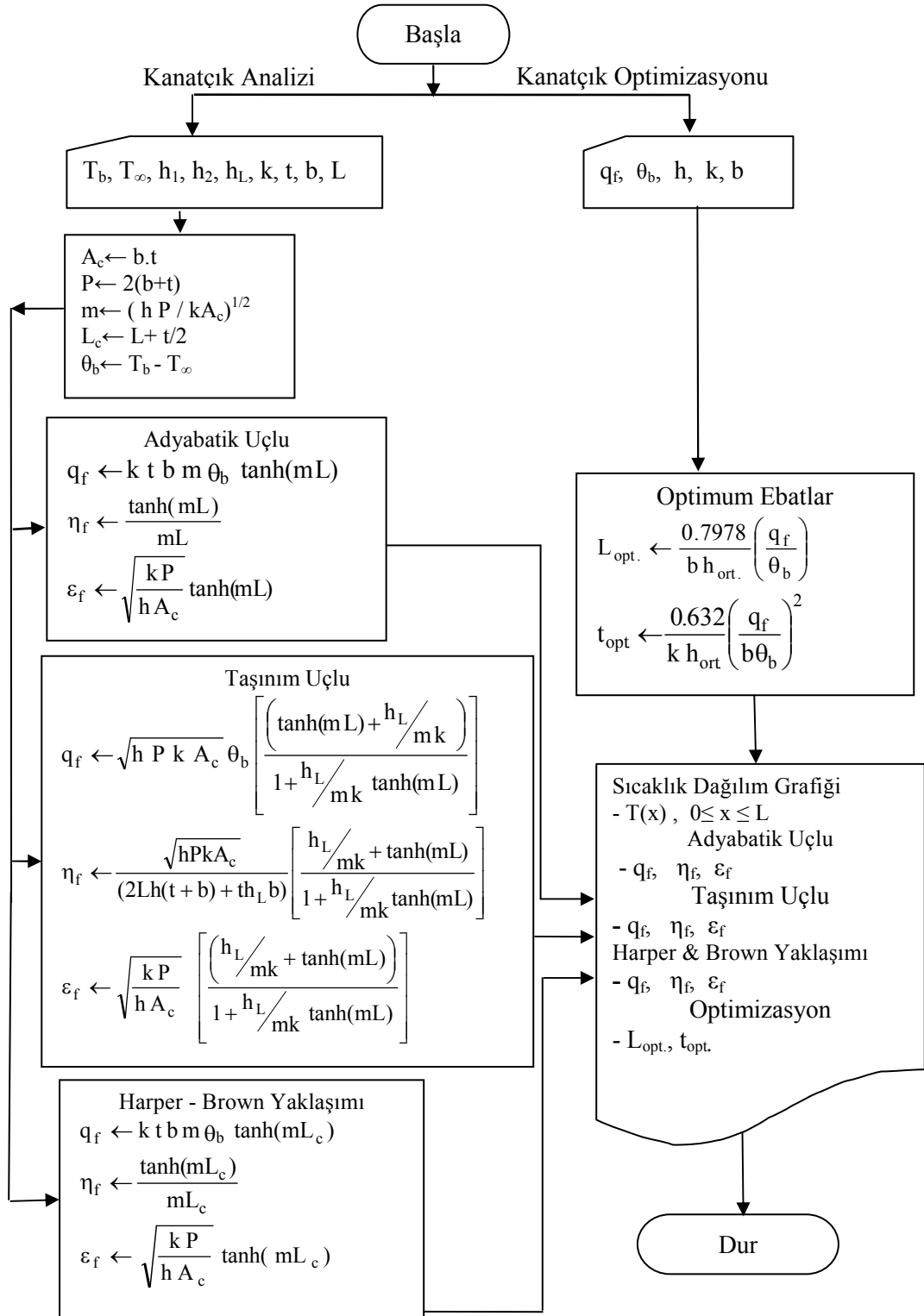
Kanatçık optimizasyonunda asıl amaç daha az hacim ve malzeme ile maksimum ısı geçişine sahip kanatçık elde etmektir. Silindirik iğne kanatçıklar için yukarıda elde edilen sonuçlara göre; İğne kanatçık uygulanacak cihaz ve donanımlarda az sayıda büyük ebatlarda iğne kanatçık kullanmak yerine daha küçük ebatlarda ve fazla sayıda iğne kanatçık kullanarak dikkate değer miktarda malzeme tasarrufu sağlanmaktadır. Bu malzeme tasarrufu cihaz maliyetinin düşmesinin yanı sıra cihaz ebatlarının küçülmesini ve ağırlıklarının azalmasına önemli katkılarda bulunmaktadır.

## 6. KAYNAKLAR

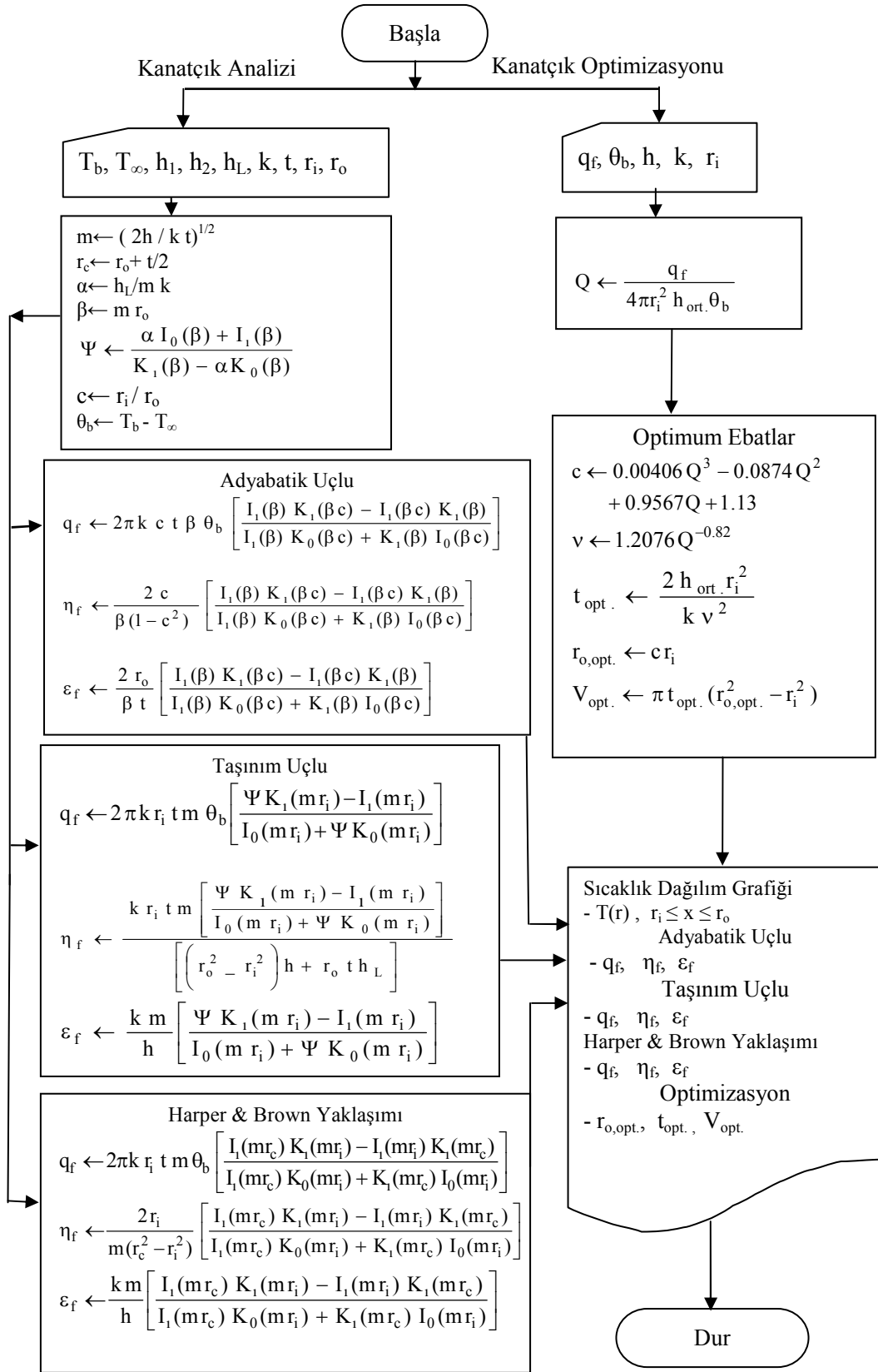
- [1] A.D. Kraus, A. Aziz and J. Welty, *Extended Surface Heat Transfer*, Wiley-Interscience, New York, 2001, p. 92.
- [2] D.R Harper and W.B Brown, *Mathematical Equations for Heat Conductions in the Fins of Air Cooled Engines*, NACA rep.158, National Advisory Committee on Aeronautics, Washington, DC, 1922, p. 679-708.
- [3] E. Schmidt, *Die Wärmeübertragung durch Rippen*, Z. Ver. Dtsch. Inc., vol. 70 (1926), p. 885-947.
- [4] R. Focke, *Die Nadel als Kühlelemente*, Forsch. Geb. Ingenieurwes, (1942), p. 13-34.
- [5] K.A. Gardner, *Efficiency of Extended Surface*, Trans. ASME, 67, (1945), p. 621.
- [6] D.Q. Kern and A.D. Kraus, *Extended Surface Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 1972.
- [7] S. Guceri and C.J. Maday, *A Least Weight Circular Cooling Fin*, J. Eng. Ind. vol. 97 (1975), p. 1190-1193.
- [8] I. Mikk, *Convective Fin of Minimum Mass*, Int. J. Heat Mass transfer, vol. 23 (1980), p. 707-711.
- [9] A.Sonn and A. Bar-Cohen, *Optimum Cylindrical Pin Fin*, Journal of Heat Transfer, vol. 103 (1981), p. 814-815.
- [10] C.H. Li, *Optimum Cylindrical Pin Fin*, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 29 (1983), p. 1043-1044.
- [11] A. Ullmann and H. Kalman, *Efficiency and Optimized Dimensions of Annular Fins of Different Cross-section Shapes*, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 32 (1989), p. 1105-1110.
- [12] W. Lau and C.W. Tan, *Errors in One-dimensional Heat Transfer Analysis in Straight and Annular Fins*, J. Heat transfer, vol. 95 (1973), p. 549-551.
- [13] D.C. Look and H.S. Lang, *Optimization of A Thermally Non-symmetric Fin; Preliminary Evaluation*, Int. J. Heat Transfer, vol. 35 (1992), p. 2057-2060.
- [14] A. Snider and A. Kraus, *Recent Developments in The Analysis and Design of Extended Surfaces*, J. Heat transfer, vol. 105 (1983), p. 302-306.
- [15] A. Aziz ve V.J. Lunardini, *Multidimensional Steady Conduction in Convecting Radiating and Convective-radiating Fins and Fin Assemblies*, Heat transfer Engineering, vol. 16 (1995), p. 32-64.
- [16] O.F. Genceli, *Çözümlü Isı İletim Problemleri*, Birsen Yayınevi, İstanbul, 2000, s. 115.
- [17] D.R Harper and W.B Brown, *Mathematical Equations for Heat Conductions in the Fins of Air Cooled Engines*, NACA rep. 158, National Advisory Committee on Aeronautics, Washington, DC, 1922, p. 682.
- [18] S. Kakaç, *Isı Transferine Giriş-I*, Tıp Teknik, Ankara, 1998, s. 120.
- [19] O.F. Genceli, *Çözümlü Isı İletim Problemleri*, Birsen Yayınevi, İstanbul, 2000, s. 113-114.
- [20] A. Campo, *Prediction of The Heat Rejection from Uniform Annular Fins by the Finite Difference Method with a Reduced System of Algebraic Equations*, Int. J. Of Mechanical Engineering, vol. 27 no. 4 (1999), p.284.
- [21] A.D. Kraus, A. Aziz and J. Welty, *Extended Surface Heat Transfer*, Wiley-Interscience, New York, 2001, p. 42.
- [22] P. Razelos and R.N. Krikkis, *Two Dimensional Fin Performance*, İnt. Comm. Heat Mass Transfer, vol. 31, no. 2 (2004), p. 203-210.

- [23] P. Razelos and E. Gergiou, *Two-dimensional Effects and Design Criteria for Convective Extended Surfaces*, Heat Transfer Engineering, vol. 13, no. 3 (1992), p. 38-48.
- [24] M.J Huang and R.K. Shahign, *Assessment of Calculation Methods for Efficiency of Straight Fins of Rectangular Profile*, Int. J. Fluid flow, vol. 13 (1992), p. 282.
- [25] C. Casarosa and A. Franco, *On the Optimum Thermal Design of Individual Longitudinal Fins with Rectangular Profile*, Heat Transfer Engineering, vol. 22, no. 1 (2001), p. 51.
- [26] A.D. Kraus, A. Aziz and J. Welty, *Extended Surface Heat Transfer*, Wiley-Interscience, New York, 2001, p. 102.
- [27] A. Brown, *Optimum Dimensions of Uniform Annular Fins*, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 8 (1965), p. 655
- [28] I. Mikk, *Convective Fin of Minimum Mass*, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 23, no. 11 (1980), p. 1471.
- [29] P. Razelos and K. Imre, *The Optimum Dimensions of Circular Fins with Variable Thermal Parameters*, J. of Heat Transfer, vol. 102 (1980), p. 420–425.
- [30] A. Sonn and A. Bar-Cohen, *Optimum Cylindrical Pin Fin*, J. of Heat Transfer, vol. 103 (1981), p. 814.
- [31] M. Abramowitz and A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*, U.S Department of Commerce, June 1964, p. 378–379.
- [32] C. Arslantürk, *Performance Analysis and Optimization of a Thermally Non-Symmetric Annular Fin*, Int. Comm. Heat Mass Transfer, vol. 31 (2004), No.8, p. 1143-1153.

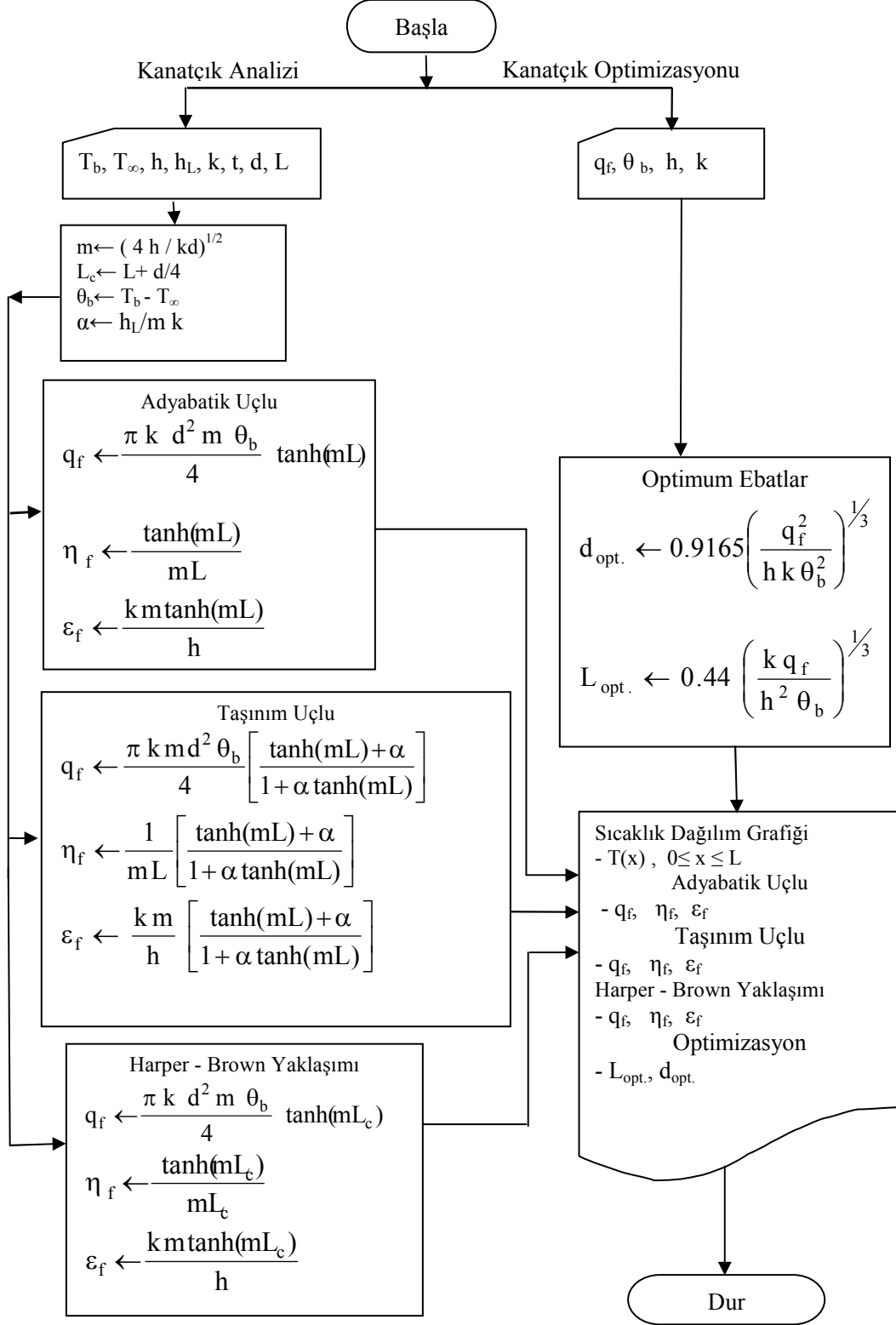
EK 1. Dikdörtgen Kesitli Düz Kanatçık Analizi ve Optimizasyonu Akış Şeması



## EK 2. Dikdörtgen Kesitli Dairesel Kanatçık Analizi ve Optimizasyonu Akış Şeması



### EK 3. Silindirik İğne Kanatçık analizi ve Optimizasyonu Akış Şeması



### EK 4. Kanatçık Analizi ve Optimizasyonu programı CD'si (1 Adet)

Yaşar Polat,

1963 yılında Ankara’da doğdu ve ilk, orta ve lise eğitimini Ankara’da tamamladı. Yüksek öğrenimini Karadeniz Teknik Üniversitesinde sürdürür iken 1983 yılında Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti Yüksek Teknoloji Enstitüsünden aldığı burs ile eğitimine burada devam etti. Daha Sonra Yüksek Teknoloji Enstitüsünün “Doğu Akdeniz Üniversitesi” olmasından sonra 1988 yılında Mühendislik Fakültesi Makine mühendisliği bölümünden mezun oldu.

Meslek yaşamına ilk olarak 1988 yılında Akbudak Turizm İnşaat A.Ş.’nin yapmış olduğu Otel Didima (5 yıldızlı) inşaatında Mekanik Tesisat’tan sorumlu Saha mühendisi olarak başladı. Bu otelin 1990 yılında tamamlanıp hizmete açılmasından sonra askerlik görevine başladı. Askerlik görevini 1991 yılında Ankara Zırhlı Birlikler Tümeni, Proje altyapı ofisinde yedek subay olarak tamamladı.

Askerlik görevi sonrası 1991 yılında Gürış İnşaat ve Mühendislik A.Ş.’inde Mekanik Tesisat Şefi olarak İnönü Üniversitesi T.Özal Tıp Merkezi Şantiyesinde çalışmaya başladı. T. Özal Tıp Merkezinin yapımı için 1994 yılında Almanya’da Trox firmasında “Değişken hava debi kontrolü ve yangın güvenliği” konusunda ve 1996 yılında ise Fransa’da Wesper firmasında “Hijyenik Klima-havalandırma, ısıtma ve soğutma cihazları ve sistemleri” konusunda uzmanlık eğitimi ve çalışmalarda bulundu. 2003 yılında İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim dalında Yüksek Lisans eğitimine başladı. Halen aynı şirkette Şantiye Şef yardımcısı olarak görev yapmakta olup evli ve iki çocuk sahibidir.