

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NEWTONİEN OLMAYAN AKIŞKANLARLA
İLGİLİ BAZI HESAPLAMALAR

VELİ BAKIRCIOĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

MALATYA
EKİM 2007

ONUR SÖZÜ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Newtonien Olmayan Akışkanlarla İlgili Bazı Hesaplamalar” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Veli BAKIRCIOĞLU

ONAY SAYFASI

Tezin Başlığı: Non-Newtonien Akışkanlarla İlgili Bazı Hesaplamalar

Tezi Hazırlayan: Veli Bakırcıoğlu

Sınav Tarihi: 22.10.2007

Saat: 13.30

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Sınav Jürisi Üyeleri (ilk isim jüri başkanı, ikinci isim tez danışmanı)

Doç. Dr. Suat CANBAZOĞLU

Yrd. Doç. Dr. A.Muttalip ŞAHİNARSLAN

Yrd. Doç. Dr. İ. Gökhan AKSOY

İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

Prof. Dr. Ali ŞAHİN
Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

NEWTONYEN OLMAYAN AKIŞKANLARLA İLGİLİ BAZI HESAPLAMALAR

Veli BAKIRCIOĞLU

İnönü Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

41 + xiii Sayfa

2007

Danışman: Doç. Dr. Suat CANBAZOĞLU

Bu çalışmada non-Newtonien bir akışkan olan Power-Law akışkanı ile yağlanmış kaymalı yatak problemi ele alınmıştır. Çalışmada önce akışkana ait hareket denklemleri çıkartılmıştır. Denklemlerin çözümü için perturbasyon tekniği kullanılmıştır. Perturbasyon açılımı ile önce hız dağılımı sonra da basınç dağılımı yaklaşık olarak bulunmuştur. Bulunan bu sonuçlar boyutsuzlaştırılarak uygun bir formda ifade edilmiştir. Non-Newtonien parametrenin artmasıyla ve yatak boyutlarının değişmesiyle hız ve basınç dağılımının nasıl bir değişim gösterdiği çizilmiştir.

ANAHTAR KELİMELELER: Non-Newtonien Akışkanlar, Entropi, Eksenel Kaymalı Yataklar, Hız Dağılımı, Navier-Stokes Denklemleri

ABSTRACT

Master Degree Thesis

SOME CALCULATIONS ABOUT NON-NEWTONIAN FLUIDS

Veli BAKIRCIOĞLU

İnönü Üniversitesi
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineer

41 + xiii Pages

2007

Supervisor: Doç. Dr. Suat CANBAZOĞLU

In this study, a slider bearing lubricated with a non-Newtonian fluid namely a Power-Law fluid is considered. First the equations of motion are derived. Perturbation methods are employed in search of approximate solutions. The velocity distribution and the pressure distribution are calculated approximately. The solutions are expressed in dimensionless form for convenience. The variation of pressure and velocity with the non-Newtonian behaviour and bearing dimensions are plotted.

ANAHTAR KELİMELELER: Non-Newtonian Fluids, Entropy, The Slider Bearings, Velocity distribution, Navier-Stokes Equations

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın her aşamasında yardım, öneri ve desteğini esirgemeyen danışman hocam Sayın Doç. Dr. Suat CANBAZOĞLU'na;

Çalışmalarım boyunca bana destek olan Makine Mühendisliği Anabilim Dalından saygı değer hocalarım Yrd. Doç. Dr. A.Muttalip ŞAHİNARSLAN ve Yrd. Doç. Dr. İ. Gökhan AKSOY'a;

Eğitimim süresince yardımlarını esirgemeyen Fen Bilimleri Enstitüsü Sekreteri Sevinç TERTEMİZ'e;

Her zaman olduğu gibi bu çalışmamda da sonsuz desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen İlkay SAVAŞERİ ve değerli AİLEM'e

Teşekkür ederim...

İÇİNDEKİLER

ONUR SÖZÜ.....	i
ONAY SAYFASI	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR.....	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
KAYNAKLAR	x
ÖZGEÇMİŞ	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1. Akışkan Yaklaşımı.....	1
1.2. Akışkan Yaklaşımının Sınıflandırılması.....	2
1.2.1. Newtonien Akışkan Yaklaşımı	2
1.2.2. Non-Newtonien Akışkan Yaklaşımı	4
1.3 Zamandan Bağımsız Akışkan:	5
1.3.1 Psödoplastik Akışkanlar	6
1.3.2. Viskoplastik Akışkan Davranışı:	11
1.3.3. Dilatant Akışkan Davranışı.....	13
1.4 Zaman Bağımlı Akışkan Davranışları:	14
1.4.1. Tiksotropi.....	15
1.4.2. Reopeksi veya Negatif Tiksotropi	16
1.5.Visko-Elastik Akışkan Davranışları	18
1.6 Sabit Kaymalı Akışlarda Normal Gerilmeler	19
1.7 Kaynak özetleri	20
2. KURAMSAL TEMELLER	21
2.1 Navier-Stokes denklemleri	21
2.1.1 Temel kabuller	21

2.1.2 Gerçek türev.....	22
2.1.3 Korunum kanunları	22
2.1.4 Denklemler.....	24
2.1.5 Denklemlerin Özel Formları	25
2.2 Diverjans.....	30
2.3 Kronecker delta.....	30
2.5 Viskozite	31
2.5.1 Newton teorisi.....	31
2.5.2 Viskozitenin ölçümü	32
2.5.3 Birimler.....	32
2.5.4 Akışkanlık.....	33
3. MATERYAL ve YÖNTEM	33
3.1 Materyal	33
3.2 Yöntem.....	33
4. ARAŞTIRMA BULGULARI.....	36
4.1 Entropi ve non-Newtonien parametre ilişkisi	36
5. SONUÇ ve ÖNERİLER	41

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Tek yönlü kaymalı akış.....	2
Şekil 1.2 Pişirme yağı ve mısır şurubunun kayma hızının kayma gerilmesine oranı.....	4
Şekil 1.3 Zamandan bağımsız akışkanlar için akış davranışı	7
Şekil 1.4 Azalan-kayma Akışkanının şematik gösterimi	7
Şekil 1.5 Azalan-kayma polimer solüsyonu için sıfır kayma viskozite ve sonsuz kayma viskozitenin eğrisi [Boger, 1977]	8
Şekil 1.6 Üç farklı psödoplastik polimer için kayma gerilmesi ve görünen viskozite dağılımları	9
Şekil 1.7 Su bazlı polimer bir çözelti (yield-psödoplastik) ve et parçası (Bingham Plastik) üzerindeki kayma hızı ve kayma gerilmesi dağılımı	12
Şekil 1.8 %59 (ağırlık oranı) olan kırmızı çamur süspansiyonu için tiksotropik davranış [Nguyen and Uhlherr, 1983]	16
Şekil 1.9 Zaman bağımlı akışkanlar için kayma gerilmesi kayma hızı dağılımının şematik gösterimi.	16
Şekil 3.1. Kaymalı yatağın şematik gösterimi.	33
Şekil 4.1. Farklı non-Newtonien parametreleri için hız-y-ekseni dağılımı	36
Şekil 4.2: Üç farklı x değeri için entropi üretiminin y-eksenine göre dağılımı	38
Şekil 4.3: Farklı y değerleri için entropi üretiminin x-eksenine göre dağılımı.....	39
Şekil 5.1: Farklı non-Newtonien parametreleri için entropi üretiminin yatak açıklığıyla değişimi,.....	40
Şekil 5.2: Entropi üretiminin non-Newtonien parametre ile değişimi.....	41

SİMGELER VE KISALTMALAR

b	Yatak açıklık uzunluğu
b_1	Sol taraftaki yatak açıklığı
b_2	Sağ taraftaki yatak açıklığı
k	Non-Newtonien parametre
L	Yatak eksenel uzunluğu
m	Yatak açıklık oranı
N_s	Entropi üretim numarası
p^*	Yataktaki basınç
p	Boyutsuz basınç
p_∞	Yatak dışındaki basınç
u^*	x^* yönündeki hız
u	x yönündeki boyutsuz hız
v^*	y^* yönündeki hız
v	y yönündeki boyutsuz hız
β	Üçüncü derece akışkan için materyal sabiti ($N.s/m^2$)
ε	β nin μ ye oranı
μ	Vizkozite

KAYNAKLAR

- Hashimoto H, Non-Newtonian effects on the static characteristics of one dimensional slider bearings in the inertial flow regime, 1994, ASME J. Tribol. 116: 303–309
- Mahmud S, Fraser R A, Inherent irreversibility of channel and pipe flows for non-Newtonian fluids. Int. Commun., 2002, Heat Mass Transfer 29: 577–587
- Massoudi M, Christie I 1995 Effect of variable viscosity and viscous dissipation on the flow of a third-grade fluid in a pipe. Int. J. Non-Linear Mech. 30: 687–699
- Naduvanamani N B 1997 Non-Newtonian effects of second-order fluids on double-layered porous Rayleigh-step bearings. Fluid Dynamics Res. 21: 495–507
- Peterson J, Finn W E, Dareing D W 1994 Non-Newtonian temperature and pressure effects of a lubricant slurry in a rotating hydrostatic step bearing. Tribol. Trans. 37: 857–863
- Wu Z 1994, Non-Newtonian effects of power-lubricant slurries in hydrostatic and squeeze-film bearings. Tribol. Trans. 37: 836–842
- Yilbas B S, Entropy analysis of concentric annuli with rotating outer cylinder. Exergy Int. J. 1,2001,:60-66
- Yurusoy M, Pressure distribution in a slider bearing lubricated with second- and third-grade fluids. Math. Comput. Appl. 7,2002,: 15–22
- Yurusoy M, Pakdemirli M, Lubrication of a slider bearing with a special third-grade fluid. Appl. Mech. Eng. 4,1999,: 759–772
- Astarita, G., J. Rheol. 34 ,1990, 275; ibid 36 ,1992, 1317.
- Barnes, H.A., J. Rheol. 33 ,1989, 329.
- Barnes, H.A., J. Non-Newt. Fluid Mech. 70 ,1997, 1.
- Barnes, H.A., J. Non-Newt. Fluid Mech., 81 ,1999, 133.
- Barnes, H.A., Edwards, M.F. and Woodcock, L.V., Chem. Eng. Sci., 42 ,1987, 591.
- Barnes, H.A., Hutton, J.F. and Walters, K., An Introduction to Rheology. Elsevier, Amsterdam ,1989,.
- Barnes, H.A. and Walters, K., Rheol. Acta 24 ,1985, 323.
- Bird, R.B., Annu. Rev. Fluid Mech. 8 ,1976, 13.

Bird, R.B., Armstrong, R.C. and Hassager, O., Dynamics of Polymeric Liquids, Vol. 1, Fluid Dynamics, 2nd edn. Wiley, New York ,1987,.

Bird, R.B., Dai, G.C. and Yarusso, B.J., Rev. Chem. Eng. 1 ,1983, 1.

Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N., Transport Phenomena. Wiley, New York ,1960,.

Bird, R.B. and Wiest, J.M., Annu. Rev. Fluid Mech. 27 ,1995, 169.

Boersma, W.H., Levan, J. and Stein, H.N. AIChEJ. 36 ,1990, 321.

Boger, D.V., J. Non. Newt. Fluid Mech. 3 ,1976, 87.

Boger, D.V., Nature 265 ,1977, 126.

Boger, D.V. and Walters, K., Rheological Phenomena in Focus. Elsevier, Amsterdam ,1992,.

Carreau, P.J., Trans. Soc. Rheol. 16 ,1972, 99.

Carreau, P.J., Dekee, D. and Chhabra, R.P., Rheology of Polymeric Systems: Principles and Applications. Hanser, Munich ,1997,.

Evans, I.D., J. Rheol. 36 ,1992, 1313.

Freundlich, H. and Julisberger, F., Trans. Faraday Soc. 31 ,1935, 920.

Goddard, J.D. and Bashir, Y., in Recent Developments in Structured Continua II. Longman, London ,1990, Chapter 2.

Govier, G.W. and Aziz, K., The Flow of Complex Mixtures in Pipes. Krieger, Malabar, FL ,1982,.

Grimm, R.J., AIChEJ. 24 ,1978, 427.

Gupta, R.K. and Sridhar, T., in Rheological Measurements ,edited by Collyer A.A. and Clegg, D.W., Elsevier, Amsterdam, ,1988, 211.

James, D.F. and Walters, K., in Techniques in Rheological Measurements ,edited by Collyer, A.A., Elsevier, Amsterdam, ,1994,.

Jones, D.M., Walters, K. and Williams, P.R., Rheol. Acta 26 ,1987, 20.

Keller, D.S. and Keller, Jr., D.V., J. Rheol. 34 ,1990, 1267.

Kulicke, W.-M. and Wallabaum U., Chem. Eng. Sci. 40 ,1985, 961.

Larson, R.G., Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions Butterworth-Heinemann, Stoneham, MA ,1988,.

Leider, P.J. and Bird, R.B., Ind. Eng. Chem. Fundam. 13, 1972, 342.

Macosko, C.W., Rheology: Principles, Measurements and Applications. VCH, Munich ,1994,.

Metzner, A.B., White J.L. and Denn, M.M., AIChEJ. 12, 1966, 863.

Metzner, A.B. and Whitock, M., Trans. Soc. Rheol. 2, 1958, 239.

Mewis, J., J. Non-Newt. Fluid Mech. 6 ,1979, 1.

Nguyen, Q.D. and Uhlherr, P.H. T., Proc. 3rd Nat. Conf. on Rheol. Melbourne, Australia ,1983, 63.

Pradipasena, P. and Rha, C., J. Texture Studies. 8, 1977, 311.

Prilutski, G., Gupta, R.K., Sridhar, T. and Ryan, M.E., J. Non-Newt. Fluid Mech. 12 ,1983, 233.

Schowalter, W.R., Mechanics of non-Newtonian Fluids. Pergamon, Oxford ,1978,.

Schurz, J., Rheol. Acta. 29 ,1990, 170.

Steg, I. and Katz, D., J. Appl. Polym. Sci. 9, 1965, 3177.

Tanner, R.I., Engineering Rheology. Oxford University Press, Oxford ,1988,.

Tanner, R.I. and Walters, K., Rheology: An Historical Perspective, Elsevier, Amsterdam ,1998.

ÖZGEÇMİŞ

Veli Bakırcıoğlu,

14 Mayıs 1981, Uşak doğumlu. İlköğretime Himmetdede, Kayseri’ de başladı. Öğrenimine İlkokul 4. sınıftan sonra Merkez, Malatya’da devam etti. İlkokuldan sonra Anadolu Lisesi’ne devam etti, lise 1. sınıfa kadar burada devam ettikten sonra lise 2. ve lise 3. sınıfları Malatya Sümer Lisesinde bitirdi. 1999 yılında İnönü Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümüne girmeye hak kazandı ve 2004 yılında mezun oldu. Mezun olduktan sonra Yüksek Lisans yaparak eğitime devam etti. Aynı zamanda 2006 yılında Kütahya’da şantiye saha mühendisi olarak, şuanda ise Malatya Şehir İçi Doğalgaz Dağıtım A.Ş.’ de iç tesisat kontrol mühendisi olarak görev yapmakta.

22.10.2007

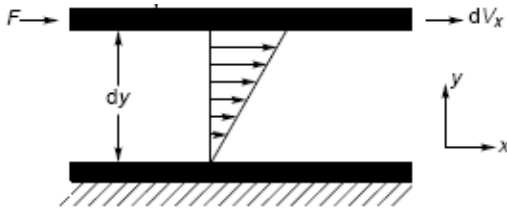
1. GİRİŞ

1.1. Akışkan Yaklaşımı

Akışkanlar iki türlü sınıflandırılabilir; harici uygulanan baskıya verdikleri tepkiyle, ya da kayma gerilmesi altında üretilen sonuçlara göre. Akışkan hacminin basınca bağlılığına göre akışkanları; sıkıştırılabilir yada sıkıştırılamayan akışkanlar diye sınıflandırabiliriz. Sıkıştırılabilirlik, gazın akışkanlık karakteristiğini etkilerken; sıvılar sıkıştırılmaz olarak değerlendirilebilir, ve sıvılarda önemli olan kayma etkisi kuvvetine verdiği tepkidir. Bu bölümde, harici uygulanan kayma gerilmesine bağlı olarak şiddetli girdapların yokluğunda süreklilik gösterdiği düşünülen basit faz sıvılar, çözeltiler, psödo-homojen karışımlar(çamur, emülsiyonlar gibi,...) dikkate alınmıştır.

1.2. Akışkan Yaklaşımının Sınıflandırılması

1.2.1. Newtonien Akışkan Yaklaşımı



Şekil 1.1. Tek yönlü kaymalı akış

Şekil 1.1'deki gibi aralarında dy mesafesi olan iki paralel düzlem arasında kalın bir tabaka akışkan düşünelim. Şimdi, sabit koşullar altında, F kuvvetinin uygulamasıyla kaymaya maruz kalan akışkanda, bu kayma akışkan içerisinde eşit ve ters yöndeki sürtünme kuvvetiyle dengelenir. Sıkıştırılamayan Newtonien akışkanın laminar akıştaki, kayma gerilmesinin sonucu akış ortamındaki viskozitesine ve kayma hızına eşittir. Bu basit şekliyle kayma hızı, kayma kuvvetinin dik yöndeki hız gradyentleri olarak tanımlanır.

$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = \mu \left(-\frac{dV_x}{dy} \right) = \mu \dot{\gamma}_{yx} \quad (1.1)$$

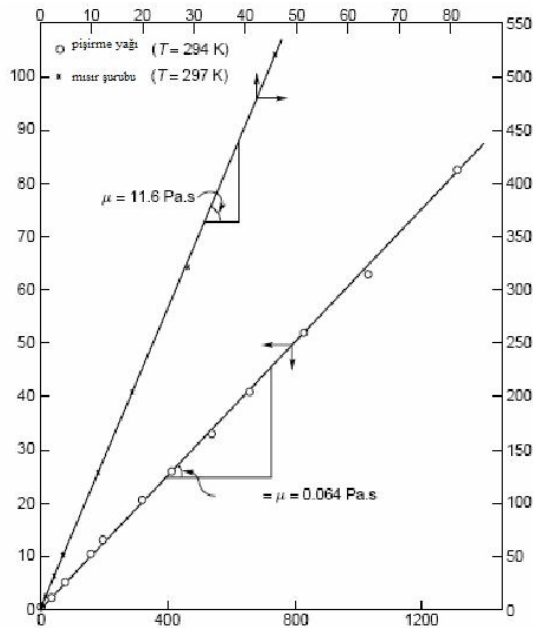
τ ve γ altsimgelerindeki birinci altsimge kaymanın yönünü ikinci altsimge uygulanan kuvvetin ve akışın yönünü göstermektedir. Bir akışkan katmanının dengesi düşünüldüğünde, açıkça görülmektedir ki herhangi bir kayma düzleminde iki eşit ve zıt kayma gerilmesi mevcuttur, pozitif yavaş hareket eden akışkan tarafındayken, negatif

olan daha hızlı hareket eden akışkan düzlemindedir. (1.1) de ki negatif işaret τ_{yx} 'ın harekete karşı direncin ölçüsü olduğunu göstermektedir. Başka bir yaklaşımla; sıkıştırılmaz akışkanlar için özkütle, ρ , (1.1) denkleminde şöyle verilir:

$$\tau_{yx} = -\frac{\mu}{\rho} \frac{d}{dy}(\rho V_x) \quad (1.2)$$

“ ρV_x ” değeri, x eksenindeki akışkanın birim hacimdeki momentumu ve “ τ_{yx} ” y ekseninde momentum değişimini gösterir ve eksi birim ise azalan hız yönündeki momentum transferini gösterir ki, bu da Fourier'in ısı transfer kanunu ve de Fick'in difüzyon kütle transferi ile benzerlik gösterir.

Eşitliğin sabitleri, Newton Viskozitesi olarak bilinen μ (kayma gerilmesinin kayma hızına oranı) , tanım olarak, kayma gerilmesi ya da kayma hızından bağımsız ve sadece materyale ve onun ısı ve basıncına bağlıdır. Bir Newton akışkanı için, kayma gerilmesinin kayma hızına karşı eğrisi, buna akış eğrisi ya da reogramı denir ki, μ 'nün tekil bir sabit olmasından bu düz bir eğimli çizgidir, orjinden geçer ki tamamıyla bir Newton akışkanının sabit bir derece ve basınçta akış davranışını karakterize eder. Gazlar, basit organik sıvılar, düşük moleküler ağırlıklı inorganik tuzların çözeltileri, erimiş metaller ve tuzların hepsi Newton akışkanlarıdır. Şekil 1.2 'de pişirme yağı ve mısır şurubunun Newton akışkan davranışını göstermektedir; bazı elementler için viskozite değerleri günlük hayatta karşımıza çıkmaktadır.



Şekil 1.2 Pişirme yağı ve mısır şurubunun kayma hızının kayma gerilmesine oranı.

Şekil 1.1 ve Denklem (1.1) hız vektörünün en basit hali yani tek bileşen olduğu hali göstermektedir, x eksenini y eksenine bağlı olarak değişmektedir. Böyle bir akış hali basit kayma akışı olarak bilinmektedir. Daha farklı karışık 3 boyutlu akış durumları için, uygun kısmi farklılık gösteren denklemleri kurmak gerekmektedir. Örneğin, sıkıştırılamaz Newton akışkanı genel durumlarda şöyle ifade edilebilir, x düzlemi için, y ve z düzlemlerinde yer alan güçler için benzer denklemler yapılabilir; her durumda, iki kayma bileşeni ve bir normal bileşen vardır. [Bird et al., 1960, 1987]

$$\tau_{xx} = -2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \quad (1.3)$$

$$\tau_{xy} = -\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \quad (1.4)$$

$$\tau_{xz} = -\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \quad (1.5)$$

Şekil 1.3 bir akışta, akışkandaki dokuz farklı gerilim bileşenini şematik olarak göstermektedir. Bir akışkan elementin dengelenmesi düşünüldüğünde, kolaylıkla şöyle gösterilebilir; $\tau_{yx} = \tau_{xy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$ ve $\tau_{yz} = \tau_{zy}$. Normal gerilmeler iki bileşenden oluşuyormuş gibi gösterilebilir; izotropik basınç ve akış sırasındaki etkiler, akıştaki etkiler τ_{xx} , τ_{yy} , τ_{zz} olarak gösterilir, bunlar Newton akışkanları için normal sapma gerilmeler ve Newton akışkanları olmayanlar için ekstra gerilmeler olarak bilinirler. Sıkıştırılamaz Newton akışkanı için, izotropik basınç aşağıdaki gibidir;

$$P_{xx} = -p + \tau_{xx} \quad (1.6a)$$

$$P_{yy} = -p + \tau_{yy} \quad (1.6b)$$

$$P_{zz} = -p + \tau_{zz} \quad (1.6c)$$

$$p = -\frac{1}{3}(P_{xx} + P_{yy} + P_{zz}) \quad (1.7)$$

(1.6) ve (1.7) denklemleri için, şu şekilde devam eder;

$$\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz} = 0 \quad (1.8)$$

Bir Newton akışkanında basit bir kayma hareketinde, sapma gerilme bileşenleri genellikle sıfırdır.

$$\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz} = 0 \quad (1.9)$$

Böylece, Newton akışkanının tam tanımı sadece sabit viskoziteye sahip olması değil, aynı zamanda tam Navier-Stokes denklemlerini sağlamasıdır. Örneğin, (1.9) denklemini sağlamayan ama sabit kayma viskozitesini gösteren Boger akışkanları [Boger, 1976; Prilutski et al., 1983], Non Newtonien akışkanlar olarak sınıflandırılırlar.

1.2.2. Non-Newtonien Akışkan Yaklaşımı

Newtonien olmayan akışkanın akış eğrisi düz değildir, ya da orijinden geçmez. Örneğin görünen viskozite, kayma hızının kayma gerilmesine oranı, verilen derece ve basınçta sabit değildir ama akış haline bağlıdır ki bunlar akış geometrisi, kayma gerilmesi vb. ve bazen akışkan elementin kinematik tarihçesi bile incelenmektedir. Böyle materyaller genellikle 3 grupta sınıflandırılırlar;

(1) Kayma hızının o andaki ve o noktadaki kayma gerilmesiyle tanımlanabildiği akışkanlardır. Bunlar zamandan “bağımsız”, “tam viskoz”, “inelastik” yada “Genelleştirilmiş Newton Akışkanları” (GNF) olarak bilinirler.

(2) Daha karışık akışkanlar, kayma gerilmesi ve kayma hızı arasındaki ilişkiyle bağıllık ve buna ek olarak kayma süresi ve kinematik geçmişe bağıllık nedeniyle bunlara ; zaman bağımlı akışkanlar olarak bilinirler.

(3) İdeal sıvılar ve elastik katı karakteristiğini sergileyen, deformasyon sonrası elastik iyileşme gösteren maddeler, bunlar visko-elastik akışkanlar olarak sınıflandırılırlar.

Bu sınıflandırma keyfi bir sınıflandırmadır, genellikle gerçek materyaller çoğunlukla iki veya daha çok Newtonien olmayan 3 özelliği de sergilerler. Genellikle dominant olan Newtonien karakteristiğini tanımlamak mümkündür ve bu da takip eden proses hesaplamalarını almada baz olarak kullanılabilir. Daha öncelerde belirtildiği gibi, görünen viskoziteyi gerilmesinin kayma hızına oranı olarak tanımlamak uygundur ki, sonraki oran kayma gerilmesinin kayma hızına oranının ve/yada zamanın bir fonksiyondur.

1.3 Zamandan Bağımsız Akışkan:

Basit bir kaymada, bu tip akışkanlarda akış davranışı aşağıdaki ilişki ile tanımlanabilir;

$$\dot{\gamma}_{yx} = f(\tau_{yx}) \quad (1.10)$$

Veya tersi;

$$\tau_{yx} = f_1(\dot{\gamma}_{yx}) \quad (1.11)$$

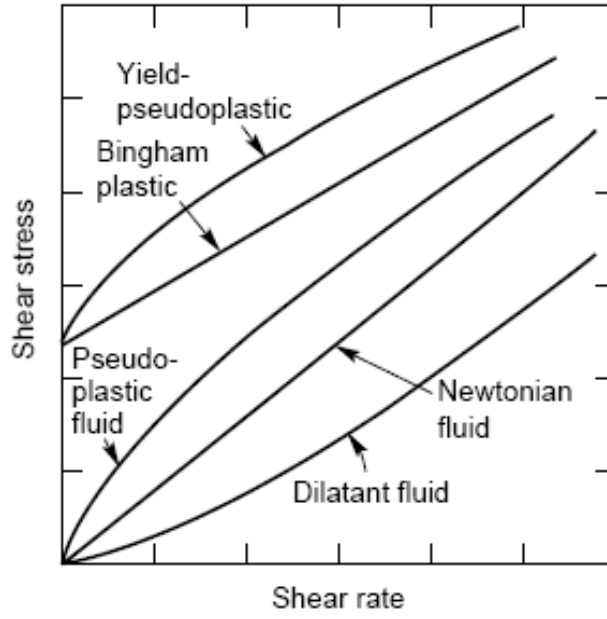
Bu eşitliğe göre, kayan akış içerisindeki herhangi bir noktadaki γ_{xy} değeri, o noktadaki ve o andaki kayma gerilmesi değeri ile tanımlanabilir veya tersi. Akışkanlar 1.10 ve 1.11 e bağlı olarak 3 e ayrılırlar:

- (a) psödo-plastik
- (b) visko-plastik
- (c) dilatant

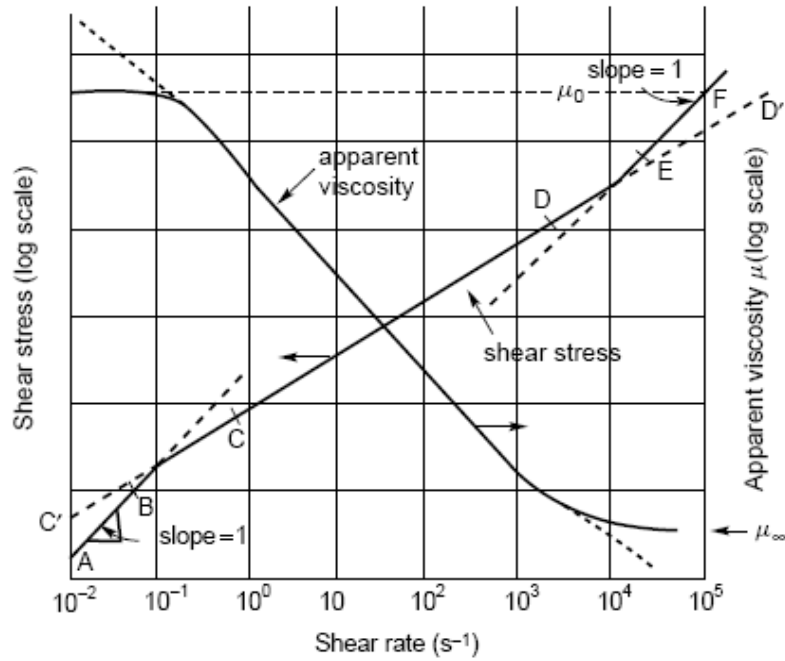
Lineer skalada kalitatif akış eğrileri bu üç akışkan hali için Şekil 1.3'te gösterilmiştir; tipik Newtonien akışkan lineer ilişkisi de bu şekilde vardır.

1.3.1 Psödoplastik Akışkanlar

Zamandan Bağımsız Non Newtonien Akışkan davranışının en çok gözlemleneni psödoplastikler'dir ya da azalan-kayma'dır. Görünen viskozitenin kayma hızının artmasına bağlı olarak küçülmesiyle karakterize edilirler. Hem çok düşük hem de çok yüksek kayma oranlarında, çoğu polimer çözeltiler ve eriyikleri Newtonien davranış sergilerler; kayma gerilmesi ve kayma hızı eğrileri Şekil 1.4'de olduğu gibi düz çizgi halini alırlar ve skalada orijinden geçerler. Çok yüksek ve çok düşük kayma oranlarında görünür viskozite anılan sıraya göre sıfır kayma viskozitesi olarak bilinir; μ_0 , ve öteki sonsuz kayma viskozitesi, μ_∞ . Bu nedenle, azalan-kayma akışkanında görünen viskozite kayma hızının artmasıyla μ_0 'dan μ_∞ 'a düşer.



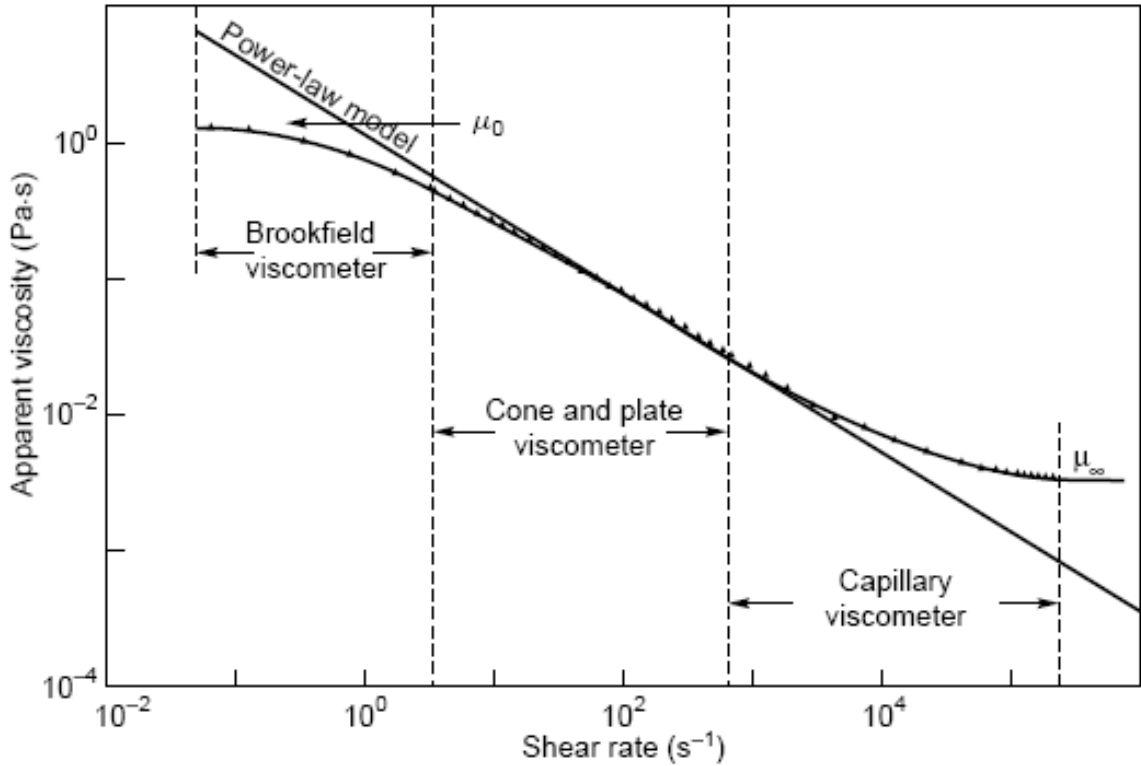
Şekil 1.3 Zamandan bağımsız akışkanlar için akış davranışı



Şekil 1.4 Azalan-kayma Akışkanının şematik gösterimi

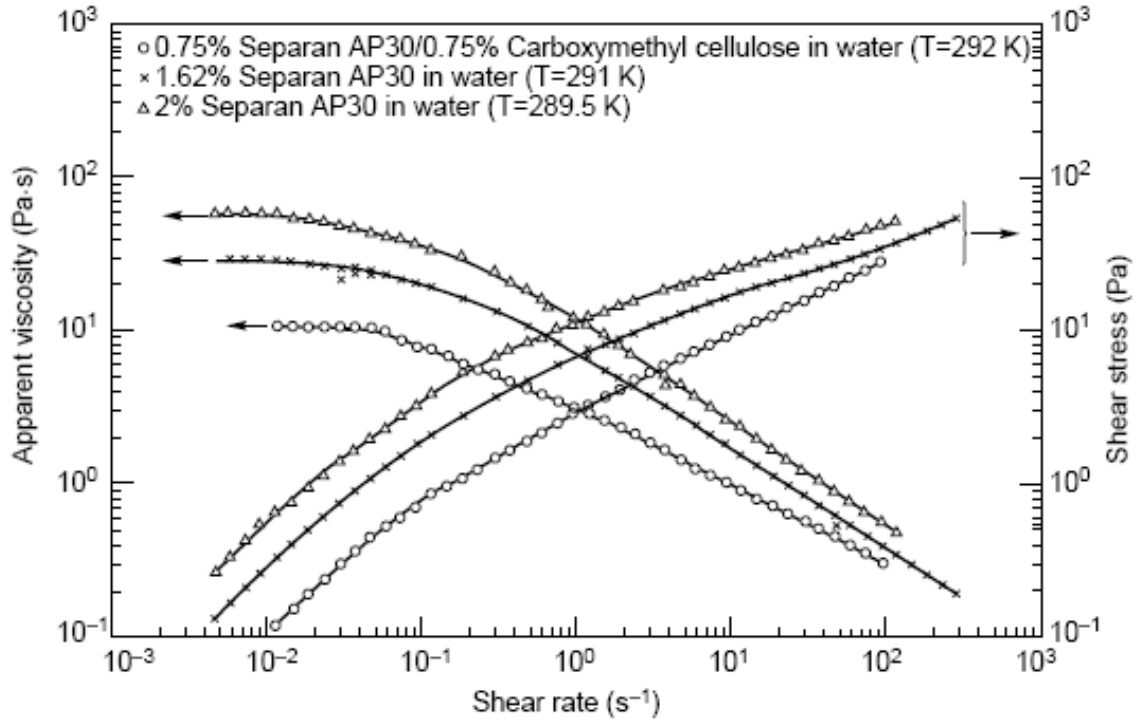
Günümüzdeki verilerle tam bir psödoplastik davranışları spektrumu elde etmek zordur ve bu spektrum seyrektr. Bu amaca ulaşmak için bir cihaz ile düşük kayma oranlarında yeterli hassasiyet ve de yüksek kayma gerilmelerinde yeterli sağlamlık sağlanamaz, bunun için birkaç cihaza ihtiyaç duyulur. Şekil 1.5’da 293K’da su bazlı

polyacrylamide solüsyonunun görünür viskozite ve kayma hızı ilişkisi gösterilmektedir, kayma hızının hemen hemen on üzeri yediyi geçtiği bir durumda.



Şekil 1.5 Azalan-kayma polimer solüsyonu için sıfır kayma viskozite ve sonsuz kayma viskozitenin eğrisi [Boger, 1977]

Görünür viskozite 1400mPa.s'den 4.2mPa.s'ye düşer ki, bu da böyle bir akışkan için tek bir ortalama değer bulmayı zorlaştırır. Kayma hızı değerleri üst ve alt limitli viskoziteler olarak birçok faktöre bağlıdır, bunlar polimerin konsantrasyonu ve tipi, moleküler ağırlık dağılımı ve çözücünün doğası gibi... Bu yüzden, kesin genellemelere ulaşmak zordur fakat çoğu materyal için viskozite sırasıyla $10^{-2}s^{-1}$ üstünde ve 10^5s^{-1} altındaki kayma hızı değerleri ile sergilemektedir. Genellikle görünür viskozitenin sabit olduğu kayma hızı aralığında, polimerin moleküler ağırlığı düşmektedir, moleküler ağırlık dağılımı daralmakta ve çözeltideki polimer konsantrasyonu düşmektedir. Benzer olarak, görünür viskozitenin kayma hızıyla azalma oranı materyalden materyale değişmektedir. Bu durum Şekil 1.6'de farklı kimyasal polimerlerin sıvı çözeltileri için gösterilmiştir.



Şekil 1.6 Üç farklı psödoplastik polimer için kayma gerilmesi ve görünen viskozite dağılımları

1.3.1.1 Güç Yasası ya da Ostwald de Waele Modeli

Azalan-kayma akışkanları için sınırlı bir kayma hızı (ya da gerilmesi) aralığı için kayma gerilmesi ve kayma hızı eğrisi düz bir eğriymiş gibi düşünülebilir. Bu aralıktaki akış eğrisi için şu ifade kullanılabilir;

$$\tau_{yx} = m(\dot{\gamma}_{yx})^n \quad (1.12)$$

Buna göre Güç Yasası ya da Ostwald de Waele akışkan modeli için görünen viskozite şu şekilde tanımlanır;

$$\mu = \tau_{yx} / \dot{\gamma}_{yx} = m(\dot{\gamma}_{yx})^{n-1} \quad (1.13)$$

Burada ;

$n < 1$ için akışkan azalan-kayma akışkanı gibi davranış gösterir

$n = 1$ için akışkan Newtonien akışkan davranışı gösterir

$n > 1$ için akışkan artan-kayma akışkanı gibi davranış gösterir.

Bu denklemlerde, m ve n iki amprik eğri düzeltme parametresidir ve sırasıyla akışkan kararlılık sabiti ve akışkan indeksi olarak bilinirler. Azalan-kayma akışkanı için, indeks 0 ile 1 arasında herhangi bir değeri alabilir. En küçük n değeri, en büyük azalan-kayma derecesidir. Bir artan-kayma akışkanı için, n indeksi 1'den büyük olacaktır. $n = 1$ olduğunda (1.12) ve (1.13) denklemleri 1.1'i sağlayacaktır ki, bu da Newtonien akışkan davranışdır.

Güç Yasası modeli en basit azalan-kayma akış davranışı gösterimini önerse de, çeşitli sayıda kusurlara da sahiptir. Genellikle, sınırlı bir kayma hızı aralığında uygulanabilirliği olduğundan, m ve n değerleri bu aralıktaki kayma gerilmelerine bağlıdır. Daha önemlisi, Şekil 1.4' deki noktalı çizgilerle gösterilen, sıfır ve sonsuz kayma viskozitelerinde öngörülemez bir modeldir. Sonuç olarak, m , n 'in nümerik değerine bağlıdır ve bu yüzden n değişirken m değerleri karşılaştırılmamalıdır. Diğer taraftan, birim zamana bağlı olarak m değeri birim kayma hızındaki görünür viskozite değeri olarak görülebilir. Bu sınırlamalara rağmen, bu model proses mühendislik uygulamaları için en geniş anlamda kullanılan modeldir.

1.3.1.2 Carreau Viskozite Denklemi

Şekil 1.5 da gösterildiği gibi, çok yüksek ve çok düşük kayma oranlarında güç yasası modelinde çok belirli sapmalar oluşuyorsa, sınırlanmış viskozite değerlerini μ_0 ve μ_∞ 'u hesaba katan bir modeli kullanmak gerekmektedir.

Moleküler network çalışmalarından temel alarak, Carreau [1972] aşağıdaki viskozite yöntemini sunmuştur;

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \{1 + (\lambda \dot{\gamma}_{yx})^2\}^{(n-1)/2} \quad (1.14)$$

n (< 1) ve λ iki eğri düzeltme parametresidir. Bu model geniş kayma hızı aralıklarında azalan-kayma davranışını tanımlayabilir, ama 4 parametrenin eklenmesi ile çözüm karmaşıklaşır. $n=1$ veya $\lambda=0$ veya her iki eşitliğinde sağlandığı durumlarda bu model Newton akışkan davranışını $\mu_0 = \mu_\infty$ olduğunu öngörür.

1.3.1.3 Ellis Modeli

Güç yasası modelinden sapmalar eğer sadece düşük kayma oranlarında daha belirginse, Ellis modelini kullanmak daha uygun olacaktır. Önceki iki viskozite denklemleri (1.11) denkleminin formları olarak sunulmuştur. Ellis modeli bir anlamda

tersidir, yani, denklem (1.10)'dur. Basit kaymalarda, Ellis akışkan modeli için görünen viskozite aşağıdaki gibidir;

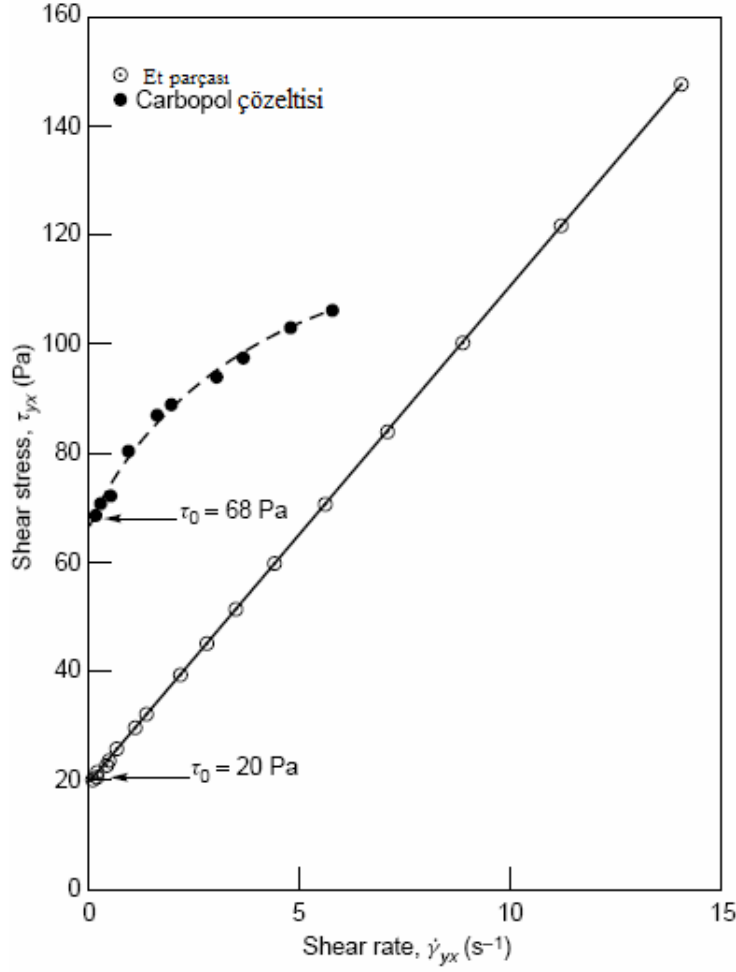
$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + (\tau_{yx}/\tau_{1/2})^{\alpha-1}} \quad (1.15)$$

Bu denklemde, μ_0 sıfır kayma viskozitesidir ve diğer iki sabit α (>1) ve $\tau_{1/2}$ ayarlanabilen parametrelerdir. α indeksi azalan-kaymanın derecesinin büyüklüğünün ölçüsü iken, $\tau_{1/2}$, sıfır kaymada görünür viskozitenin yarıya düştüğündeki kayma gerilmesinin değerini gösterir. (1.15) denklemi $\tau_{1/2} \rightarrow \infty$ limitlerinde Newton akışkan davranışını öngörebilir. Bu formdaki bir eşitlik bilinen bir gerilim dağılımındaki hız profillerinin kolay hesaplanmasına olanak sağlanmasında avantajlara sahiptir, fakat ters operasyonlarda hantal ve can sıkıcıdır.

1.3.2. Viskoplastik Akışkan Davranışı:

Bu tarz akışkan davranışı kırılma gerilmesinin (τ_0) varlığıyla karakterize edilmektedir ki bu gerilme akışkan akmadan ve deforme olmadan önce uygulanmalıdır. Tersinde, bir materyal uygulanan gerilme kırılma gerilmesinden küçük olduğunda elastiki olarak deforme olacaktır, Harici gerilme kırılma gerilmesi değerine ulaştığında, akış eğrisi doğrusal olabilir veya olmayabilir, fakat orijinden geçmez (Şekil 1.3). Bu çeşit akışkan davranışlar şu şekilde de ifade edilebilir; akışkan τ_0 'dan daha küçük gerilmelere dayanabilecek yeterli rijitliğe sahip 3 boyutsal yapıdan oluşmaktadır. τ_0 'dan büyük gerilim seviyeleri için, madde bozulur ve viskoz akışkan gibi davranmaya başlar.

$I\tau_{yx}I > I\tau_0I$ iken düzgün bir akış eğrisine sahip bir akışkana Bingham plastik akışkanı denir ve sabit plastik viskozite ve kırılma gerilmesiyle karakterize edilir. Öbür taraftan, lineer koordinatlarda ($I\tau_{yx}I > I\tau_0I$ için) non lineer akış eğrisine ve kırılma gerilmesine sahip maddeye yield-psödoplastik madde denir. Şekil 1.7'de et parçasında ve polimer çözeltide viskoplastik davranışlar gösterilmektedir.



Şekil 1.7 Su bazlı polimer bir çözelti (yield-psödoplastik) ve et parçası (Bingham Plastik) üzerindeki kayma hızı ve kayma gerilmesi dağılımı

Viskoplastik maddelerde de kayma hızının artmasıyla düşen bir görünür viskoziteyi gözlemlemek ilginçtir. Çok düşük kayma oranlarında, kırılma gerilmesi geçilip akma başlamadan hemen önce görünür viskozite efektif olarak sonsuzdur. Bu maddeleri bu yüzden azalan-kayma davranışı olarak da dikkate alabiliriz.

Gerçek bir maddenin gerçekten kırılma gerilmesine sahip olup olmadığını belirlemek sanal olarak imkansızdır, fakat bunun yanında kırılma gerilmesini, uygulamalarda kavram olarak kabul etmek, bazı maddelerin bu tip bir akış modeline çok yakın davrandıkları için daha uygundur [Barnes ve Walters, 1985; Astarita, 1990; Schurz, 1990 ve Evans, 1992]. Bir akışkanın kırılmagerilmesine sahip olup olmadığına ilişkin sorunun cevabı, gözlem yapılan zaman skalası seçimi ile ilişkilendirilebilir. Viskoplastik akışkan davranışına en yaygın örnekler; bazı süspansiyonlar, emülsiyonlar, yemek maddeleri, kan vb.... [Barnes, 1999]

1.3.2.1 Bingham Plastik Modeli

Bir akışkanın kırılma gerilmesi ile akış davranışını tanımlayan en basit denklemdir.

$$\begin{aligned}\tau_{yx} &= \tau_0^B + \mu_B(\dot{\gamma}_{yx}) & \text{for } |\tau_{yx}| > |\tau_0^B| \\ \dot{\gamma}_{yx} &= 0 & \text{for } |\tau_{yx}| < |\tau_0^B|\end{aligned}\quad (1.16)$$

Çoğunlukla, akışkanın gerçek kırılma gerilmesine sahip olup olmadığına bakılmaksızın iki model parametresi τ_0^B ve μ_B eğri düzeltme sabitleri olarak değerlendirilir.

1.3.2.2 Herschel -Bulkley Akışkan Modeli

Doğrusal olmayan akış eğrisini benimseyen ($|\tau_{yx}| > |\tau_0^B|$ için) Bingham plastik modelinin basit bir genellemesi, 3 sabitli Herschel-Bulkley akışkan modelidir. Aşağıdaki gibi yazılır;

$$\begin{aligned}\tau_{yx} &= \tau_0^H + m(\dot{\gamma}_{yx})^n & \text{for } |\tau_{yx}| > |\tau_0^H| \\ \dot{\gamma}_{yx} &= 0 & \text{for } |\tau_{yx}| < |\tau_0^H|\end{aligned}\quad (1.17)$$

Not etmek gerekir ki, m nin ölçüleri n nin değerine bağlıdır. Deneysel verilere ulaşmada bu model üçüncü parametre ile daha iyi bir sonuç sağlamaktadır.

1.3.2.3 Casson Akışkan Modeli

Çoğu yemek maddesi, biyolojik materyaller ve özellikle kan bu iki sabitli yöntem ile daha iyi tanımlanmaktadır;

$$\begin{aligned}(|\tau_{yx}|)^{1/2} &= (|\tau_0^c|)^{1/2} + (\mu_c|\dot{\gamma}_{yx}|)^{1/2} & \text{for } |\tau_{yx}| > |\tau_0^c| \\ \dot{\gamma}_{yx} &= 0 & \text{for } |\tau_{yx}| < |\tau_0^c|\end{aligned}\quad (1.18)$$

Bu model kan, yoğurt, domates püresi, erimiş çikolata, vb'nin sabit kayma gerilmesi-kayma hızı davranışını tanımlamak için kullanılmaktadır. Bazı süspansiyonların akış davranışları da bu tip davranışa yakınlık göstermektedir.

1.3.3. Dilatant Akışkan Davranışı

Dilatant akışkanlar psödoplastik sistemlerle benzerlikler gösterirler ki, kırılma gerilmesi yoktur ve görünür viskozite artarken kayma hızı da artmaktadır ki, bu yüzden bunlara artan-kayma akışkanları denir. Bu tip akışkan davranışı konsantre

süspansiyonlarda gözlemlenmektedir ve mümkün açıklama şöyledir: voidaj minimum ve sıvı alanı doldurmak için yetersizdir. Alçak kayma hızında, sıvı her hareketli parçayı yağlar ve sonuç olarak gerilmeler küçüktür. Büyük kayma oranlarında, diğer taraftan, materyal hafifçe genişler ve bu yüzden alanı doldurmak için yeterli sıvı yoktur, bu da direkt katı-katı temasını engeller, ki genellikle yüksek kayma gerilmelerinde ve artırılmış sürtünmelerde böyle sonuç vermektedir. Bu mekanizma görüne viskozitenin kayma hızının artmasıyla çok çabuk artmasına sebep olmaktadır.

Dilatant terimi artan kayma gerilmesiyle birlikte artan görünür viskozitenin olduğu diğer akışkanlar için de kullanılmaktadır. Bunlardan çoğu, nişasta hamuru gibi gerçek süspansiyon değildirler ve kaymayla genleşme göstermezler. Bu yüzden yukarıdaki açıklama uygulanabilir değildir.

Zaman bağımlı akışkanlarda, bu alt sınıflama çok az ilgi gördü, o yüzden çok az güvenilir veri mevcuttur. Dilatant akışkan davranışı kimyasal ve proses endüstrilerinde daha az yer bulmuştur. Buna rağmen, bu konudaki makaleler gelişen endüstride ve geniş hacimsel yüklemeler için kaynak olmaktadır [Barnes et al., 1987; Barnes, 1989; Boersma et al., 1990; Goddard and Bashir, 1990]. Dilatant davranış gösteren tipik örnekler, titanyum dioksit [Metzner and Whitlock, 1958], suda mısır unu gibi.

Sınırlı bilgilerden yola çıkılırsa, görünür viskozite-kayma hızı datası genellikle sınırlı kayma hızı alanı üzerinde lineer paftaların üstünde çift logaritmik koordinatlarda sonuç vermektedir ve akış davranışı güç yasası modeli ile denklem (1.13)'de akış davranışı indeksi ile birlikte sunulabilir, n , birden büyüktür.

$$\mu = m(\dot{\gamma}_{yx})^{n-1} \quad (1.13)$$

Kolayca görülüyor ki, $n > 1$ için denklem (1.13) artan viskozite ile artan kayma hızını öngörmektedir.

1.4 Zaman Bağımlı Akışkan Davranışları:

Bütün endüstriyel materyallerin akış davranışları basit bir reolojikal denklemler olan (1.12) ve (1.13) ile tanımlanamaz. Pratikte, görünür viskozite sadece kayma hızına değil aynı zamanda akışkanın kayma esnasında maruz kaldığı zamana da bağlıdır. Örneğin, bentonite-su süspansiyonları, kırmızı çamur süspansiyonları, saf yağlar ve bazı yemek maddeleri gibi örnekler uzun bir süreçte sabit bir oranda kaymaya maruz kaldıklarında, dahili yapıları bozulurken, görünür viskoziteleri giderek düşer. Görünür

viskozite oranı, yapısal bağlam düşerek bozulabilirken, sıfıra gider. Bunun tersi olarak, yapı bozulurken, yapısal bağlam artmada tekrar oluşur, böylece yenileme ve bozulma eşitlenerek dinamik bir eşitliğe ulaşılır.

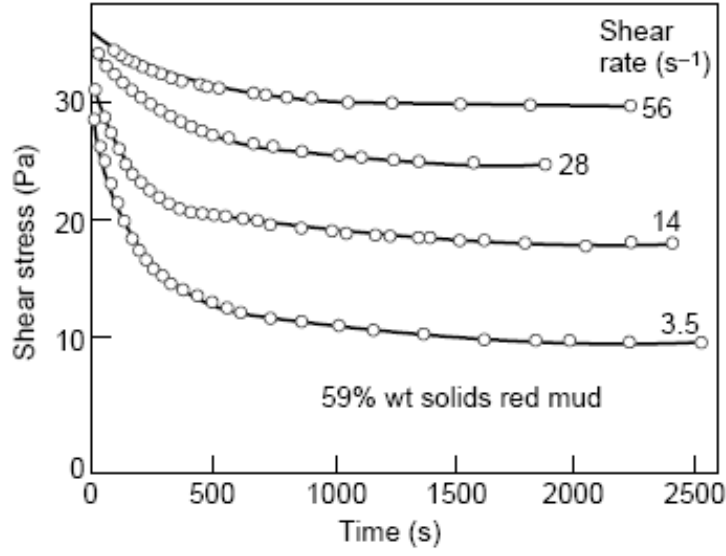
Zaman bağımlı akışkan davranışı daha sonra belki iki kategoriye ayrılabilir; tiksotropi ve reopeksi.

1.4.1. Tiksotropi

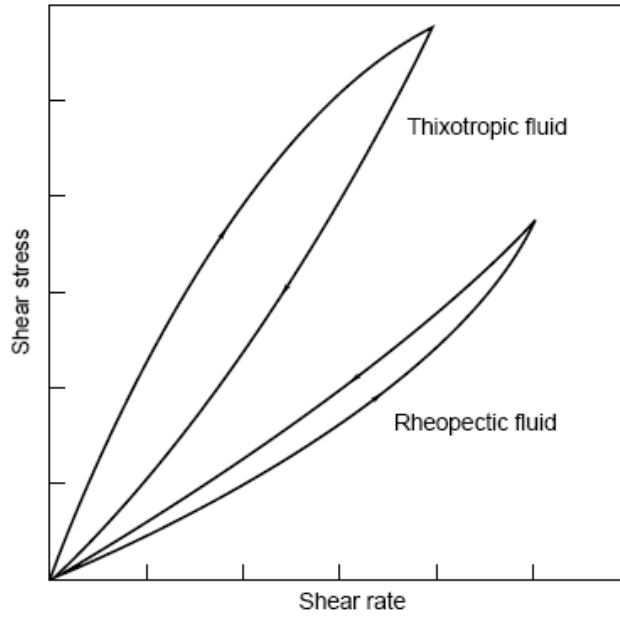
Bir materyalin tiksotropi sergilediği söylenebilmesi için, sabit bir oranda kaymaya maruz kalması, kayma süresince görünür viskozitenin düşmesi gerekir, kırmızı çamur süspansiyonu için Şekil 1.8’da görüldüğü gibi [Nguyen and Uhlherr, 1983]. Eğer akış eğrisi basit bir deney ile ölçülürse; kayma hızının belli bir oranla sıfırdan maksimum bir değere arttığı ve yine aynı oranla sıfıra düştüğü, Figür 1.11 deki histerezis çevrimi elde edilir ki, histerezis çevrimi yüksekliği, şekli ve tanımlı alanı kaymanın süresine, kaymanın artma-azalma oranına ve deneyin kinematik tarihçesine bağlıdır. Döngünün tanımlı alanı sıfır iken, zaman bağımlı akışkanlar için histerezis çevrimi gözlemlenemez.

“False Body” terimi viskoplastik materyallerin tiksotropik davranışlarını tanımlamak için ortaya çıkmıştır. Tiksotropi yapının süreç anındaki yapılanması ve kayma altında çökmesiyle ilişkilendirilse de, viskoplastik materyaller katımsı özelliklerini tamamen kaybetmezler ve kırılma gerilmesi sergileyebilirler, bu durum dokunulmamış örneğin uzun bir süre sonra tekrar kazanımından daha azdır.

Diğer tiksotropik davranış gösteren materyaller; konsantre süspansiyonlar, emülsiyonlar, protein çözeltileri ve yemek maddeleri,vb...



Şekil 1.8 %59 (ağırlık oranı) olan kırmızı çamur süspansiyonu için tiksotropik davranış [Nguyen and Uhlherr, 1983]



Şekil 1.9 Zaman bağımlı akışkanlar için kayma gerilmesi kayma hızı dağılımının şematik gösterimi.

1.4.2. Reopeksi veya Negatif Tiksotropi

Kayma zamanı ile birlikte artan görünür viskozitenin arttığı az sayıda akışkan için nispeten reopeksi gösterdiği söylenir. Yine, akış eğrisinde histerez efektler

gözlemlenir, fakat ters şekilde, tiksotropik materyaller ile karşılaştırması mümkündür, Şekil 1.9 de olduğu gibi.

Reopektik akışkanlarda yapı kayma ile kendini yeniler ve materyal durgunken çöker. Örneğin, Freundlich ve Juliusberger [1935], %42 sulandırılmış alçı hamuru kullanarak, sallamadan sonra materyalin 40 dakika durgun halde bekledikten sonra tekrar katılaştığını buldular, ama sadece kap 20s avuç içinde yavaşça sallandığında. Bu gösteriyor ki yavaşça sallanması yapının yenilenmesini kolaylaştırırken, daha fazla sallama yok eder. Bu sebeple, kritik miktardaki kayma tekrar yapılanmaya sevk etmez ama çöküşe sebep olur. Kayma hızı ve/veya katının konsantrasyonuna bağlı olarak, aynı dağılım için tiksotropi ve reopeksi gösterilmesi nadirdir.

Genel geçerliliğe sahip basit matematiksel denklemler ile zaman–bağımlı akışkan davranışlarını tanımlamak mümkün olmamakla beraber, bazı durum değerlendirme deneyleri yapmak da gerekmektedir. Eğer uygulamada belli bir çıkara hitap etmiyorsa, konvansiyonel kayma hızı-kayma gerilmesi eğrileri sınırlı faydalıdır. Örneğin, bir materyal depolama tankından bir boruya minimum kayma ile aktarıldığında özdeş durumlarda beklemiş ve başka bir kayma transferine konu olmamış (bir vana mesela) örneklerle uygulanan testlere dayandırılabilir. Diğer taraftan, bir materyal bir pompadan geçerken kuvvetli ajitasyona tabi tutulduğunda, kayma gerilmesi-kayma hızı eğrisi ancak önce karıştırılmış yüksek kaymaya tabi tutulmuş materyal kullanılarak elde edilebilir. Güvenilir bir akış verisi elde edileceği farz edilirse, sıfır kayma ve sonsuz kayma akış eğrileri bir akış sistemi dizaynı sınırları olarak kullanılabilir. Akışta sabit bir basınç için, sıfır kayma alt sınır olurken, sonsuz kayma üst sınırı sağlar. Bunun tersine, sabit bir akış hızında, sıfır ve sonsuz kayma verileri maksimum ve minimum basınç damlalarını veya pompalama gücünü tasdik etmek için kullanılabilir.

Birçok endüstri için(yemek maddeleri) materyalin reolojisinin işlemini etkilemesi yönü, reolojisindeki işlemin etkilerinden daha az belirgindir. Sergen yaşam süresi boyunca yaşlanma işlemine veya mekanik çalışmadan tamamen etkilenmiş materyallerin zaman bağımlı özelliklerinin öneminin tanınması katidir.

Yukarıdaki zaman bağımlı akışkan davranışlarının tartışma konuları konuya giriş sağlamaktadır, ama Mewis [1979] ve Barnes [1997] bu alanda günümüz geliştirmeleri ile ilgili ayrıntılı bilgi vermişlerdir. Govier ve Aziz [1982], daha çok boru içindeki zaman bağımlı akışkanların pratik görünümlerine odaklanmışlardır.

1.5.Visko-Elastik Akışkan Davranışları

Elastikiyetin klasik teorisinde, kaymaya tabi tutulmuş madde gerilme direkt olarak zorlama ile orantılıdır. Tansiyon için, Hooke'un kanunu ve oransallığın katsayısı Young modülü diye bilinir, G ;

$$\tau_{yx} = -G \frac{dx}{dy} = G(\gamma_{yx}) \quad (1.19)$$

şeklinde gösterilir, dx , kayma aralığının dy olduğu iki elamanın kayma yer değiştirmesidir. Mükemmel bir katı elastik olarak bozulduğunda, gerilmenin ortadan kalkmasıyla eski halini yeniden kazanır. Yine de, uygulanan gerilme materyalin gerilmesini geçiyorsa, tam bir geri dönüş olmayacak, sünme olacak ve katı akacaktır.

Diğer taraftan, (1.1) denklemi yani Newton akışkanında kayma gerilmesi kayma hızıyla orantılıdır. Çoğu materyal bazı durumlarda elastik ve viskoz etkiler göstermektedirler. Önceki bölümde belirtilen zaman bağımlı akışkanını yokluğunda, materyal visko-elastiktir. Visko-elastik davranışın sınırlı durumlarında mükemmel elastik deformasyonu ve viskoz akış yürürlüktedir. Bazı materyaller için, bu durum pratikte gözlemlenir. Suyun elastikiyeti ve buzun viskozitesi genellikle göz önünde bulundurulmamıştır. Materyalin yanıtı sadece yapısına değil fakat aynı zamanda maruz kaldığı kinematik kondüsyonlara bağlıdır ki, katı ile akışkan ile elastikle viskoz arasındaki ayrım öznel ve keyfidir.

Çoğu materyal visko-elastik davranış sergilerler, Şekil 1.13'de gösterildiği gibi kayma enerjisini kurtarma ve saklama yetenekleri vardır. En kolay izlenen deney "çorba kâsesi" olmalıdır. Enerji kaynağını çıkarmak için, bir kaşık ile kibarca tabak içindeki sıvı karıştırılır, böylece viskoz güçlerin sonucu olarak süregelen dolaşım ölür. Eğer materyal visko-elastik ise materyal durmaya ve çözülmeye başlayacaktır. Bu tarz davranış akışkan oluşturmak için jel yapısına eğilim gösterir, kayma güçleri rotasyon üretmek için akışkanda çift gibi davranırlar. Yeni başlayan rotasyon kayma yönüne dik gerilme üretir. Diğer birçok fenomen visko-elastik akışkanlara atfedilirler çubuk tırmanma(Weissenberg efekti), iç lastiksiz sifon, ve düşük Reynold rakamlarında ikincil akış geliştirmeleri. Bunların çoğu bir kitapta toplanmıştır [Bogers and Walters, 1992]. Visko-elastik akışkan davranışları ile ilgili ayrıntılı çalışmalar mükemmel kitapların kapsamındadır ve ilgililer konu ile ilgili günümüz kitaplarına başvurabilirler [Schowalter, 1978; Bird et al., 1987; Carreau et al., 1997; Tanner and Walters, 1998].

Tasarlanan uygulamalarda visko-elastik etkilerin önemini ayırmak ve materyalin visko-elastik olup olmadığını sınıflandırmak için normal gerilme farklılıkları gözlemlenmiştir.

1.6 Sabit Kaymalı Akışlarda Normal Gerilmeler

Bir akışkanının bir boyutlu kayma hareketini düşünelim; Şekil 1.14’de iki düzlem arasında çok az elementin geliştirdiği kaymanın geliştirdiği gerilmeler görülmektedir. Sabit kayma akışkanının yaradılışı gereği, x yönünde y bir fonksiyon iken, y ve z yönlerinde bileşenlerin hızları sıfırdır. Kayma gerilmesine ek olarak, (1.6) denkleminde verildiği gibi 3 normal gerilme olarak ifade edilir. Weissenberg [1947], visko-elastik akışkanların kayma hareketlerinin eşit olmayan normal streslere artış verdiğini gözlemleyen ilk kişiydi. Newton olmayan bir akışkandaki basınç (1.7) ile tanımlanamaz, $P_{xx}-P_{yy}=N_1$ ve $P_{yy}-P_{zz}=N_2$ kişisel gerilmelerden daha çok ölçülebilirler ve bu yüzden N_1 ve N_2 ve τ_{yz} alışımlı olarak ve kayma gerilmesinin fonksiyonu olarak γ_{yx} basit bir kayma akışında visko-elastik materyalin reolojikal davranışını tanımlamak için kullanılır. Bazen birinci ve ikinci normal stres farkları N_1 ve N_2 olarak tanımlanır ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\psi_1 = \frac{N_1}{\dot{\gamma}_{yx}^2} \quad (1.20)$$

$$\psi_2 = \frac{N_2}{\dot{\gamma}_{yx}^2} \quad (1.21)$$

Genellikle kayma hızı ile düşen ψ_1 oranı görünen viskozitenin düşmesinin oranından daha büyüktür. Düşük kayma hızlarında, ilk normal stres farkı, N_1 , kayma hızının karesi ile orantılı olduğu düşünülür ψ_1 ‘dir, değişmez ψ_0 ’a yönelir. Yaygındır ki ilk normal stres farkı N_1 aynı kayma hızında kayma gerilmesi τ ‘dan yüksektir. Bir sıvının ne kadar elastik olduğunu bilmek için, N_1 in τ ya oranı alınır; genellikle $(N_1/2\tau)$ geri kazanılan kayma olarak bilinir. Polimer çözeltilerde ve erimişlerde geri kazanılan kaymanın 0.5 olması pek yaygın değildir. Yüksek elastik davranışı sergilerler. Hâlbuki yüksek kayma oranlarında ψ_1 ‘in limitli değerlere ulaştığına dair bir kanıt yoktur. Şunu söylemek adil olacaktır ki, normal gerilme farkı kayma gerilmesinden çok daha az yaygın olarak araştırılmıştır.

Böylece daha az ilgi ve çalışma ikinci normal stres farkına ayrılmıştır. En önemli nokta N_2 nin negatif ve büyüklük sırasında N_1 den küçüktür. Şimdi inanılmasa

da, Weissenberg hipotezine göre $N_2=0$ dır. Literatürdeki bazı verilere göre N_2 değişme emareleri göstermektedir. Basit kayma hareketleri bir yana, visko-elastik materyalin diğer iyi tanımlanmış akış konfigürasyonlardaki yanıtları(akış, sünme, küçük genişleme, vb...) mükemmel viskoz akışkanlarda ve mükemmel elastik katılarda yatmaktadır.

Bunun tersine, bu testler materyal hakkında reolojik bilgi almak için kullanılır. Daha detaylı tartışmalar, yeterli sayıda kitapta mevcuttur.[Walters, 1975; Makowsko, 1994]

1.7 Kaynak özetleri

Sürtünmesiz yatak sistemlerindeki akış alanını açıklamak için önemli derecede araştırma çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Bir düz yüzey ile bir yatağın Reynolds denklemine yönelik yaklaşık analitik çözümü 1991 yılında Wang tarafından gerçekleştirilmiştir. Wang, yağlama maddesinin reolojik özelliklerinin ve taşıma yüzeyindeki pürüzün önemli bir etkiye sahip olduğunu ve yükleme kapasitesinin ve sürtünme kayıplarının buna bağlı olduğunu göstermiştir.

Tek boyutlu sabit yatakların içerisindeki iç akış statik karakteristiği üzerindeki Non-Newtonien akışkan etkileri 1994 yılında Hoshimoto tarafından incelendi. Hoshimoto tek boyutlu yataklardaki akış için değiştirilmiş Reynolds sayılarını kullanarak rejimin analitik çözümünü sundu. Hidrostatikteki tozlaştırılmış yağ çamurları ve sıkılaştırılmış ince yatak tabakalarının Non-Newtonien akışkan etkileri 1994 yılında Wu tarafından araştırılmıştır. Non-Newtonien akışkan grafit toz yağının sıcaklık ve basıncı Newtonien akışkana eklenmesi ve döner hidrostatik mihver yatağı içinde uygulanması 1994 yılında Peterson tarafından araştırıldı. Peterson sıcaklığın yatak dönme hızıyla arttığını ve uygun biçimde matematik öngörülerıyla karşılaştırdıklarını göstermiştir. Non-Newtonien akışkan yağ maddesi ile iki lob kayma yatağının geçici fonksiyonu 1995 yılında Sinhason ve Goyal tarafından araştırılmıştır. Yağ gibi ikinci sıra akışkan ile birlikte çift tabakalanmış gözenekli mihver yataklarının model çalışması 1997 yılında Naduvanamani tarafından sunuldu. Yatağın özel üçüncü derecede bir akışkanla yağlanması 1999'da Yurusoy ve Pakdemirli tarafından göz önüne alındı. Yağların doğrusal olmayan davranışının mihver yatağı üzerindeki etkisini ele alan, teorik çalışma Sharpe tarafından 2000 yılında ortaya konulmuştur.

Günümüzdeki açık literatürde kaymalı yatak içerisindeki non-Newtonien akışkanların entropi üretimi üzerine hem deneysel hem de teorik olarak çok az çalışma gösterilmektedir. . Bu yüzden bu çalışmada amaç üçüncü derece özel akışkanla yapılmış

yataktaki entropi üretimini formülize etmek ve araştırmak olacaktır. Yatak sistemindeki entropi üretim oranı analitik olarak formüle edilmiştir. İzotermal akış durumu saptanmış ve non-Newtonien etkileri izah etmek için bir üçüncü derecede akış modeli sağlanmıştır. Entropi üretim denklemi farklı non-Newtonien parametreleri ve açık yatak oranları için incelenmiştir.

2. KURAMSAL TEMELLER

2.1 Navier-Stokes denklemleri

Navier-Stokes denklemleri, ismini Claude-Louis Navier ve George Gabriel Stokes'tan almış olan, sıvılar ve gazlar gibi akışkanların hareketini tanımlamaya yarayan bir dizi denklemden oluşmaktadır.

Bu denklemler; akışkan içerisindeki birim kütleye etki eden momentum (ivmelenme) değişimlerinin, basınç değişimleri ve sürtünme kayıplarına neden olan viskoz kuvvetlerin (sürtünmeye benzer) toplamına eşit olduğunun doğruluğunu ortaya koymaktadır. Bu viskoz kuvvetler moleküller arası etkileşimlerden meydana gelmekte ve akışkanın ne kadar yapışkan (viskoz) olduğunu göstermektedir. Böylece, Navier-Stokes denklemlerinin, verilen akışkanın herhangi bir bölgesindeki kuvvetler dengesinin dinamik ifadesi olduğu söylenebilir.

Bu denklemler en kullanışlı denklemlerin başında gelmektedirler. Çünkü gerek akademik gerekse ekonomik birçok fenomenin fiziğini açıklamaktadır. Hava akımları ve okyanus akıntılarının, boru içindeki su akışının, galaksideki yıldız hareketlerinin, kanat etrafındaki hava akımlarının modellenmesinde ve hesaplarında sıkça kullanılırlar.

2.1.1 Temel kabuller

Navier-Stokes denklemlerinin detayına girmeden önce, akışkanlar hakkında bazı kabuller yapılması gereklidir. Öncelikle akışkanın sürekli olduğu kabul edilir. Yani akışkanın tamamının aynı özellikte olduğu içinde farklı biçimler (formlar) bulunmadığı kabul edilir. Bir başka gerekli kabulde konu ile ilgili tüm alanların basınç, hız, yoğunluk, sıcaklık vs. diferansiyel olduğudur. (faz değişimleri olmadan)

Denklemler, momentum ve enerji ve kütle korunumunun temel prensiplerinden elde edilir. Bunun için, bazı hallerde kontrol hacmi adı verilen, rasgele seçilmiş sonlu bir hacim belirlemek gereklidir, bu hacim üzerinde bu prensipler kolayca uygulanabilir. Bu sonlu hacim Ω ile gösterilir ve yüzeyi sınırlandırılır $\partial\Omega$. Kontrol hacmi, sabit

kalabilir veya akışkan ile hareket edebilir. Temel kabuller bunlardır, bununla beraber, farklı uygulamalarda özel kabullerde yapılabilir.

2.1.2 Gerçek türev

Hareket eden akışkanın özelliklerinin değişiminin ölçülebilmesi için iki yol vardır. Örneğin dünya atmosferindeki rüzgâr hızının değişimleri ele alınacak olursa; bu değişiklikler bir meteoroloji istasyonu ölçüm cihazı (anemometre) veya bir hava balonu yolu ile ölçülebilir. Şüphesiz, ilk durumdaki anemometre boşlukta sabit bir nokta boyunca geçiş yapan tüm hareketli parçacıkların hızını ölçerken, ikinci durumda bahsedilen aygıt akışkan ile beraber hareket ederken hızdaki değişimi ölçer.

Aynı durumda, yoğunluk, sıcaklık vb. değişimlerde ölçümü etkileyecektir. Bu nedenle, bu iki hal için bir ayırım yapılmalıdır. Bir alanın boşluktaki sabit bir pozisyona göre türevi uzaysal (spatial) veya Euleryen türev (Eulerian derivative) olarak adlandırılır. Hareketli bir parçacığın izlenmesi türevi gerçek (substantive), Lagrangyan (Lagrangian) veya maddi (material) türev olarak adlandırılır.

Gerçek türev şu şekilde tanımlanır:

$$\frac{D}{Dt}(\star) \equiv \frac{\partial(\star)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla(\star) \quad (2.1)$$

Burada $\mathbf{v}$ akışkanın hızıdır. Denklemin sağ tarafındaki ilk terim alışılmış Euleryen türevi (sabit bir referans üzerindeki türev) iken, ikinci terim akışkan hareketi ile oluşan değişiklikleri ifade eder. Bu etki adveksiyon olarak adlandırılır.

2.1.3 Korunum kanunları

Navier-Stokes denklemleri, aşağıdaki korunum kanunlarından türetilir:

Kütle

Enerji

Momentum

Açısal momentum

Ek olarak, akışkan için bir durum denklemi bağıntısı kabulü yapılması gereklidir

En genel biçimde, bir korunum kanunu şunu ifade eder, bir kontrol hacmi üzerinde tanımlanmış hacim özelliği (bulk property) değişiminin oranı L hacim sınırları boyunca hareket eden akışkanın dışarı taşıdığı kayıp ve artı kontrol hacminin iç

tarafındaki kazançlar ve kayıplara eşit kabul edilir. Bu, aşağıdaki integral denklemi ile ifade edilir.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} L d\Omega = - \int_{\partial\Omega} L \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} d\partial\Omega + \int_{\Omega} Q d\Omega \quad (2.2)$$

Bu denklemde $\mathbf{v}$ akışkanın hızı ve Q akışkan içindeki kazançlar ve kayıplar olarak ifade edilir.

Eğer kontrol hacmi boşluk içinde sabitlenmiş ise bu integral denkleminden aşağıdaki şekilde bir ifade yazılabilir.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} L d\Omega = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (L \mathbf{v}) d\Omega + \int_{\Omega} Q d\Omega \quad (2.3)$$

Ayrıca, kontrol hacminin içinde, bu son denklemde elde edilmiş olan sağ taraftaki ilk terimin ifade edilmesi için diverjans teoremi kullanılmıştır. Böylece:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} L d\Omega = - \int_{\Omega} (\nabla \cdot (L \mathbf{v}) - Q) d\Omega \quad (2.4)$$

Yukarıdaki ifade boşlukta sabit kalan bir kontrol hacminde Ω için geçerlidir.

Çünkü Ω zaman içinde sabittir, değişmez. Bu sayede " $\frac{d}{dt}$ " ve " $\int_{\Omega}$ " ifadeleri birbirinin yerine yazılabilir. Böylece ifade tüm alanlar için geçerli olur ve integral çıkartılabilir.

Gerçek türev, $Q = 0$ olduğunda (kazanç ve kayıp yokken) elde edilir.

$$\frac{\partial}{\partial t} L + \nabla \cdot (L \mathbf{v}) = \frac{D}{Dt} L + L (\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0 \quad (2.5)$$

Süreklilik denklemi

Kütlenin korunumu şu şekilde yazılır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0 \\ &= \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \rho \\ &= \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Burada ρ kütle yoğunluğu (birim hacim başına kütle), $\mathbf{v}$ akışkanın hızıdır.

Sıkıştırılamaz bir akışkan için ρ akış hattı boyunca değişmez ve denklem şu hale indirgenir:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.7)$$

Momentumun korunumu, yoğunluk yerine momentumun vektör bileşenleri ve akışkan üzerine etkiyen kuvvetler ile süreklilik denkleminin benzer bir yaklaşım yapılarak ifade edilir. Süreklilik denkleminde ρ yerine belirli bir yönde birim hacim başına net momentum yazılır, ρv_i , burada v_i hızın i^{th} bileşenidir. (hız x, y veya z yönleri boyunca olmak üzere)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \nabla \cdot (\rho v_i \mathbf{v}) = \rho f_i. \quad (2.8)$$

ρf_i , akışkan üzerine etkiyen kuvvetin i^{th} bileşenidir (her birim hacim başına gerçek kuvvet). Genel kuvvetler yerçekimi ve basınç gradyentlerini kapsar. Bu şu şekilde de ifade edilebilir:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = \rho \mathbf{f} \quad (2.9)$$

Ayrıca, $\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}$ bir tensor'dür, $\otimes$ tensor çarpımını ifade eder.

Süreklilik denkleminin kullanımı daha da basitleştirilebilir ve şu hale gelir:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho f_i \quad (2.10)$$

Genel kullanımda aşağıdaki gibi de yazılabilir

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \rho \mathbf{f} \quad (2.11)$$

Bu bağlamda $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ifadesi doğrulanmış olur.

2.1.4 Denklemler

Genel biçim

Denklemlerin elde edilişi

Momentumun korunumu için Navier-Stokes denklemlerinin genel biçimi:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla \cdot \mathbb{P} + \rho \mathbf{f} \quad (2.12)$$

Burada ρ akışkan yoğunluğu, $\mathbf{v}$ hız vektörü ve $\mathbf{f}$ kütle kuvvet vektörüdür.

$\mathbb{P}$ tensörü, akışkan parçacığı üzerine uygulanmış yüzey kuvvetleri olarak tanımlanır (gerilme tensörü). Akışkan girdap gibi bağımsız bir eğme bükme hareketi yapmadıkça, $\mathbb{P}$ simetrik bir tensördür. Genel olarak, biçim:

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_{xx} + p & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} + p & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} + p \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Burada σ normal gerilmeler, τ teğetsel gerilmeler (kesme gerilmeleri) ve p gerilme tensörünün izotropik parçası ile birleştirilmiş statik basınçtır.

$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$ matris izi (İng. trace) akışkanın dengede olup, olmadığı mutlaka tanımlanması (hacim viskozitesi (bulk viscosity) olmadıkça) ile daima $-3p$ 'dir.

Sonuç olarak:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{f} \quad (2.14)$$

Burada $\mathbf{T}$, $\mathbb{P}$ 'nin izsiz parçasıdır.

Bu denklemler hala tamamlanmamıştır. Tamamlamak için, $\mathbb{P}$ 'nin şekli üzerinde bir varsayım yapılmalıdır, şöyle ki, gerilme tensörü için aşağıda gösterildiği gibi bir süreklilik kanununa ihtiyaç vardır.

Akış, sürekli ve diferansiyel kabul edilmiş ve korunum kanunları çerçevesinde kısmi diferansiyel denklemler ile ifade edilmiştir. Akışın sıkıştırılmaz (sabit yoğunluk) olduğu durumda, değişkenler, basınç ve hız bileşenleri için çözülmüştür. Bu değişkenler, Navier-Stokes denklemlerinin üç bileşeni, kütle korunumu (süreklilik denklemi) ilave edilerek, kapalı bir sistem için kısmi diferansiyel denklemler ile sınır şartlarına uygun olarak çözülebilir. Sıkıştırılmaz akış durumunda, yoğunluk sistem için diğer bir bilinmeyen haline gelir, sistem için bir durum denklemi ilavesi ile saptanır. Durum denkleminde genelde akışkanın sıcaklığı için içine girer, o yüzden denklem enerjinin korunumu için de mutlaka çözülmelidir. Bu denklemler non-lineer'dir (yani lineer değildir) ve kapalı formdaki analitik çözümleri sadece çok basit sınır şartları için bilinir.

Denklemler, akım ve girdap fonksiyonu ikinci değişkenleri için Wilkinson denklemlerine dönüştürülebilir. Çözüm akışkan özelliklerine (viskozite, özgül ısı ve ısı iletkenlik gibi) ve çalışma alanındaki sınır şartlarına bağlıdır.

2.1.5 Denklemlerin Özel Formları

Denklemler akışkanlarla ilgili problemlerin çözümü için, genel bazı durumlar için sadeleştirilip, genelleştirilerek kullanılabilir.

Newtonien akışkanlar için:

$$p_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\nabla \cdot \mathbf{v} \right) \quad (2.15)$$

Burada;

μ akışkanın viskozitesidir.

δ_{ij} ise Kronecker delta olarak adlandırılan matematik işlemini ifade eder. (1 için $i=j$; 0 için $i \neq j$).

Buradan denklemi türetebilmek için, öncelikle denge hali ifade edilir, $p_{ij} = -p\delta_{ij}$. Newtonien bir akışkan için, bu denge değerinden gerilim tensörünün sapması, hızın gradyeni içinde lineerdir. Galile sabiti (Galilean covariance) nedeni ile açık şekilde hız üzerinde bağımlı değildir. Diğer bir ifade ile $p_{ij} + p\delta_{ij}$, $\partial_i v_j$ de lineerdir. Akışkanların dönme sabiti belirlenir (sıvı kristal (liquid crystal) olmayanlar). $p_{ij} + p\delta_{ij}$ izli ve izsiz simetrik tensörlerine ayrılır. Benzer olarak $\partial_i v_j$ izli, izsiz simetrik ve asimetrik tensörlere ayrılır. Asimetrik parça sıfıra gider, izli parça ve izsiz simetrik parçaya uygun iki katsayı vardır. $\partial_i v_j$ nin izsiz simetrik parçası, $\partial_i v_j + \partial_j v_i - \frac{2}{d}\delta_{ij}\partial_k v_k$ dir, burada d uzaysal ölçü sayısıdır ve izli parça $\delta_{ij}\partial_k v_k$ dir. Bu nedenle, en genel lineer dönme sabiti şu şekilde verilir;

$$p_{ij} + p\delta_{ij} = \mu \left(\partial_i v_j + \partial_j v_i - \frac{2}{d}\delta_{ij}\nabla \cdot \mathbf{v} \right) + \mu_B \delta_{ij}\nabla \cdot \mathbf{v} \quad (2.16)$$

μ ve μ_B bazı katsayılardır. μ kesme viskozitesi (shear viscosity) ve μ_B hacim viskozitesi (bulk viscosity) olarak adlandırılır. Bu ampirik (deneysel) bir incelemedir, hacim viskozitesi çoğu akışkan için ihmal edilebilir, bu nedenle çoğu zaman ihmal edilir.

Denklem içinde $-2/3$ ile çarpım görünmesi bununla açıklanır. Bu çarpım, 1 veya 2 uzaysal boyut içinde değiştirilebilir.

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \left(\nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) \quad (2.17)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad (2.18)$$

Burada, Einstein notasyonu kullanılmıştır.

Tamamı için yazıldığında, bu karmaşık denklem şu hali alır:

Momentumun korunumu:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = k_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \cdot \left(2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \quad (2.19)$$

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = k_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \cdot \left(2 \cdot \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (2.20)$$

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = k_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \cdot \left(2 \cdot \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (2.21)$$

Kütlenin korunumu:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} = 0 \quad (2.22)$$

Yoğunluk bilinmediği zaman, diğer bir denklem gereklidir.

Enerjinin korunumu:

$$\rho \left(\frac{\partial e}{\partial t} + u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial y} + w \frac{\partial e}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) - p \cdot (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} + \rho \cdot \dot{q}_s + \mu \cdot \Phi \quad (2.23)$$

Burada:

$$\Phi = 2 \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \quad (2.24)$$

Φ yüksek süpersonik ve hipersonik uçuşlar gibi sıradışı örnekler hariç, çoğunlukla ihmal edilebilir.

İdeal gaz kabul edilir:

$$e = c_p \cdot T - \frac{p}{\rho} \quad (2.25)$$

Altı bilinmeyen (u, v, w, T, e ve ρ) ve altı denklemden oluşan yukarıdaki gibi bir çözüm sistemi elde edilmiş olur.

Bingham akışkanları

Bingham akışkanlarında, bazı yerlerde durum biraz daha farklıdır:

$$\tau_{ij} = \tau_0 + \mu \frac{\partial v_i}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_j} > 0 \quad (2.26)$$

Bunlar, akış başlamadan önce bir miktar kesme dayanım kabiliyetleri olan akışkanlardır. Örnek olarak, diş macunu verilebilir.

Güçlü akışkan (Power-law fluid)

Bu akışkan, kesme gerilimi için, ideal hal almış akışkandır, τ şu şekilde verilir;

$$\tau = K \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^n \quad (2.27)$$

Bu form, hemen hemen genel akışkanların tüm çeşitlerine uygulanır.

Burada K akışkan kararlılık sabitidir ve n ise akış davranış sabitidir. Newtonien üssü olarak anılır.

Sıkıştırılamaz akışkanlar

Navier-Stokes denklemleri,

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[2\mu \left(e_{ij} - \frac{\Delta \delta_{ij}}{3} \right) \right] \quad (2.28)$$

Momentumun korunumu ve

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

Kütlenin korunumu için

Burada

ρ yoğunluk,

u_i ($i = 1,2,3$) hızın üç bileşeni,

f_i gövde kuvvetleri (yerçekimi gibi),

p basınç,

μ akışkanın o noktadaki dinamik viskozitesi;

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \quad (2.29)$$

$\nabla = e_{ij}$ diverjans,

δ_{ij} Kronecker delta.

Eğer, μ akışkan üzerinde eşit dağılmış ise, momentum denklemi üzerinde şu basitleştirmeler yapılır:

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{3} \frac{\partial \Delta}{\partial x_i} \right) \quad (2.30)$$

(Eğer $\mu = 0$ fakat akışkan sıkıştırılabilir ise sonuçta Euler denklemleri olarak bilinen denklemler elde edilir; burada, önemli olan sıkıştırılabilir akış ve akış içindeki şok dalgalarıdır.)

Ek olarak, eğer ρ sabit farz edilirse şu sistem elde edilir:

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \mu \left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x \quad (2.31)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \mu \left[\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y \quad (2.32)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \mu \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z \quad (2.33)$$

Süreklilik denklemi (sıkıştırılamazlık kabulü ile):

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.34)$$

Silindirik koordinatlar

Navier-Stokes Süreklilik denklemi silindirik koordinatlar için şöyledir:

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (2.35)$$

Silindirik koordinatlar için Navier-Stokes denklemleri de şu şekilde yazılır:

Momentum:

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\theta^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) + F_r$$

θ momentum:

$$\rho \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_r u_\theta}{r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) + F_\theta$$

z momentum:

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + F_z$$

Şunu ifade etmek gerekir ki, Navier-Stokes denklemleri akışkan akışını sadece yaklaşık olarak tanımlayabilir ve çok küçük ölçeklerde veya sıra dışı şartlarda, gerçek akışkanlar diğer maddeleri ve molekülleri içeren karışımlardır, Navier-Stokes denklemleri ile homojen ve sürekli akışlar modellenmiş ve bunun üzerinden sonuçlar

elde edilmiştir. Bununla beraber Navier-Stokes denklemleri pratikteki problemlerin çözümü için, geniş bir aralıkta faydalı olur.

2.2 Diverjans

$\vec{F}(x, y, z)$ ile gösterilen bir vektör alanın diverjansı fiziksel anlamda en basit olarak alanın akısıyla betimlenebilir. Diverjans, hacim sifıra giderken, $\vec{F}(x, y, z)$ 'in birim hacme düşen akısı olarak tanımlanabilir. Sembolik olarak

$$\text{div} \vec{F} \equiv \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{s}}{\Delta v} \quad \text{şeklinde gösterilir.}$$

Burada S hacmi saran kapalı yüzeyi belirtmektedir. Diverjans teoremi yardımıyla, diverjansın nabla operatörü ($\vec{\nabla}$) ile $\vec{F}$ 'nin skaler çarpımına eşit olduğu belirlenebilir. Kartezyen koordinatlarda

$$\text{div} \vec{F} = \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

Genel olarak u_1, u_2, u_3 gibi genel dik koordinatlarda $\vec{F} \equiv (F_1, F_2, F_3)$ için diverjansın tanımı şöyledir,

$$\nabla \cdot \vec{F} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial u_1} h_2 h_3 F_1 + \frac{\partial}{\partial u_2} h_1 h_3 F_2 + \frac{\partial}{\partial u_3} h_1 h_2 F_3 \right]$$

Burada h_1, h_2, h_3 ilgili koordinatların metrik katsayılarının karekökünü belirtmektedir.

Diverjansın tansör notasyonunda yazılımı,

$$\text{div} \vec{F} = \partial_i F_i \text{ veya } \text{div} \vec{F} = F_{i,i} \text{ olur.}$$

ϕ skaler bir alan $\vec{F}$ ve $\vec{G}$ de vektörel bir alan olmak üzere, diverjans alma işleminin özellikleri şöyle sıralanabilir:

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{F} + \vec{G}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{F} + \vec{\nabla} \cdot \vec{G}$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{F}) = (\vec{\nabla} \phi) \cdot \vec{F} + \phi (\vec{\nabla} \cdot \vec{F})$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{F} \times \vec{G}) = \vec{G} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{F}) - \vec{F} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{G})$$

2.3 Kronecker delta

Kronecker delta veya Kronecker delta fonksiyonu, Leopold Kronecker tarafından tanımlandığından onun adını almıştır.

Kronecker delta fonksiyonu şu şekilde verilir;

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases}$$

Bunun dışında rezidü hesabını düşünürsek Kronecker deltanın bir başka temsili de C, sıfır etrafında saat yönüne ters kapalı bir kontür olmak üzere şu şekilde verilir.

$$\delta_{x,n} = \frac{1}{2\pi i} \oint dz z^{x-n-1},$$

Fonksiyon karakterinden çok notasyonda kolaylaştırıcı eleman olarak kullanıldığından genellikle Kronecker delta (veya Kronecker deltası) olarak anılır. Özellikle diklik bağıntılarında sıkça kullanılan bir özelliği $j \in \mathbb{Z}$ olmak üzere şöyle verilir.

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} \delta_{ij} a_i = a_j.$$

Kronecker delta ve Dirac delta arasında kesiklilik ve süreklilik ilişkisinin aynısı vardır. Diğer bir deyişle Kronecker delta Dirac deltanın kesikli uzaydaki halidir.

2.5 Viskozite

Viskozite bir akışkanın, yüzey gerilimi altında deforme olmaya karşı gösterdiği direncin ölçüsüdür. Akışkanın akmaya karşı gösterdiği iç direnç olarak da tanımlanabilir. Süper akışkanlar hariç tüm gerçek akışkanlar yüzey gerilimine karşı direnç gösterirler. Öte yandan, yüzey gerilimine hiç direnç göstermeyen bir akışkan "ideal akışkan" olarak adlandırılır.

2.5.1 Newton teorisi

Genellikle herhangi bir akış esnasında akışkanın tabakaları farklı hızlarda hareket ederler ve akışkanın viskozitesi, uygulanan kuvvete karşı direnç gösteren tabakalar arasındaki yüzey gerilimlerinden dolayı ortaya çıkar.

Isaac Newton'un öne sürdüğü üzere, laminar ve paralel bir akışta, tabakalar arasındaki yüzey gerilimi (τ) bu tabakalara dik yöndeki hız gradyeni ($\partial u / \partial y$) ile orantılıdır ve $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ şeklinde tanımlanır.

Buradaki μ sabiti, viskozite sabiti, viskozite veya dinamik viskozite olarak bilinir. Su ve gazların çoğu Newton yasasına uyarlar ve Newtonien akışkanlar olarak adlandırılırlar. Newtonien olmayan akışkanlarda ise, yüzey gerilimi ile hız gradyeni arasındaki basit lineer ilişki çok daha karmaşık bir hal alır.

Pek çok durumda, viskoz kuvvetlerin atalet kuvvetlerine olan oranı ile ilgilenilir. Atalet kuvvetlerinin akışkanın yoğunluğu (ρ) ile karakterize edildiği bilindiğinden bu oran kinematik viskozite olarak adlandırılır ve gösterimi: $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ şeklindedir.

2.5.2 Viskozitenin ölçümü

Viskozite genellikle farklı viskozimetrelerle ve 25°C'de ölçülür. Bazı akışkanların viskozitesi, geniş bir yüzey gerilimi aralığında sabittir. Viskozitesi sabit olmayan akışkanlar Newtonien olmayan akışkanlar olarak adlandırılır.

2.5.3 Birimler

Viskozite (dinamik viskozite): μ

Dinamik viskozitenin SI birimi (Yunan sembol: μ) pascal-saniye (Pa·s) olup $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ye eşdeğerdir.

Dinamik viskozitenin cgs birimi, Jean Louis Marie Poiseuille adına ithafen poise (P) dır. Genellikle yüzde birlik miktarı olan centipoise (cP) kullanılır. Örneğin suyun viskozitesi 20°C'de 1,0020 cP dir.

$$1 \text{ poise} = 100 \text{ centipoise} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = 0,1 \text{ Pa} \cdot \text{s}.$$

$$1 \text{ centipoise} = 0.001 \text{ Pa} \cdot \text{s}.$$

Kinematik viskozite: $\nu = \mu / \rho$

Kinematik viskozite'nin (Yunan sembol: ν) SI birimi ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$) dir. Kinematik viskozite'nin cgs birimi George Gabriel Stokes'un adına ithafen stokes olup S veya St şeklinde kısaltılır. Bazen centistokes (cS veya cSt) şeklinde de kullanılabilir.

$$1 \text{ stokes} = 100 \text{ centistokes} = 1 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 0,0001 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}.$$

Kinematik ve dinamik viskozite arasındaki dönüşüm ise $\nu \rho = \mu$ şeklinde verilir ve eğer $\nu = 1 \text{ St}$ ise $\mu = \nu \rho = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot (\rho / (\text{g}/\text{cm}^3)) = 0,1 \text{ poise} \cdot (\rho / (\text{g}/\text{cm}^3))$.

Dinamik viskozitenin sıcaklıkla değişimini hesaplamak amacıyla Sutherland formülü (Crane, 1988) kullanılabilir:

$$\mu = \mu_o \frac{T_o + C}{T + C} \left(\frac{T}{T_o} \right)^{3/2}$$

Burada:

μ = T sıcaklığındaki viskozite değeri (Pa/s)

μ_o = referans sıcaklığı T_o da referans viskozite değeri (Pa/s)

T = Kelvin cinsinden sıcaklık

T_0 = Kelvin cinsinden referans sıcaklığı

C = Sutherland sabiti'dir.

$0 < T < 555K$ arasındaki sıcaklıklar için geçerlidir.

2.5.4 Akışkanlık

Viskozitenin tersi akışkanlık'tır ve genellikle ϕ ($= 1/\mu$) veya F ($= 1/\eta$) ile gösterilir. Birimi poise'in tersi olup ($\text{cm}\cdot\text{s}\cdot\text{g}^{-1}$), rhe olarak okunur. Mühendislik uygulamalarında nadiren kullanılır.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

Eksen etrafındaki dönüş veya hareketli mekanik bölümler arasındaki sürtünme kayıplarını azaltmak için sürtünmesiz yataklar birçok mekanik alanda kullanım alanına sahiptir. Sürtünmesiz yatak sistemlerinde kullanılan yağ maddeleri genellikle tozlaştırılmış grafit veya taşıyıcı akışkan olan etil glikol gibi non-Newtonien akışkanlardır. Sistem içerisinde farklı değişkenlerin olmasından, bu sistemin hidrodinamik çözümü yüksek bir matematiksel çaba istemektedir. Ancak, non-Newtonien akışkanın uniform akış varsayımı akış denklemlerinin analitik olarak çözülmesine olanak sağlar. Non-Newtonien akışkan akım tarzını hesaplamak için çeşitli modeller geliştirilmiştir. Bu modellerden bir tanesi diferansiyel tipi akışkan modelidir. Üçüncü derece akışkan diferansiyel tipin özel bir modeli olup son yıllarda ilgi görmektedir.

3.1 Materyal

Non-Newtonien akışkanla yağlanmış eksenel kaymalı yatak incelenmiştir. Non-Newtonien akışkan etkisini öngörebilmek için üçüncü derece akışkan seçildi. Yatak açıklığının Şekil1' de gösterildiği gibi lineer bir şekilde değiştiği varsayıldı. Ve akış halinin düşük bir hızda izotermal bir akış olduğu düşünüldü. Hız ve hız gradyentlerinin basınç gradyentlerine bağlı olduğu düşünülerek, basınç gradyentlerinin nümerik çözümü yapıldı. Perturbasyon açılımı kullanılarak basınç ve hız dağılımları yaklaşık olarak hesaplanmıştır.

3.2 Yöntem

Yatağın geometrisi Şekil1'de gösterilmiştir. Aşağıdakiler gibi boyutsuz büyüklükler boyutlu parametrelerden belirlenmiştir.(yıldız işaretiyle belirtilmiştir.)

$$x = \frac{x^*}{L}, \quad y = \frac{y^*}{b}, \quad m = \frac{b_2}{b_1}, \quad u = \frac{u^*}{U}, \quad v = \frac{Lv^*}{bU}, \quad p = \frac{p^*}{(\mu UL/b_1^2)}. \quad (3.1)$$

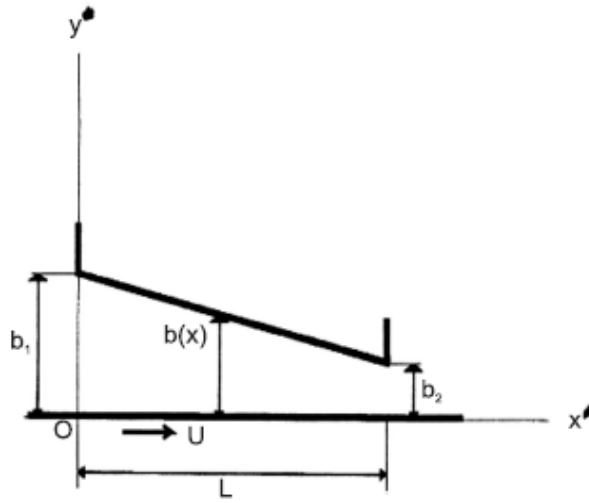
Üçüncü derecede bir akışkan için boyutsal viskoz dağılımı ikinci derecedeki etkileri ihmal edilebilir.[Massoudi&Christie, 1995]

$$\phi^* = \mu(\partial u^*/\partial y^*)^2 + 2\beta(\partial u^*/\partial y^*)^4 \quad (3.2)$$

$$\beta = \varepsilon\mu \quad (3.3)$$

Ve açıklık x'in doğrusal fonksiyonudur.

$$b = b_1[1 - (1 - m)x] \quad (3.4)$$



Şekil 3.1. Kaymalı yatağın şematik gösterimi.

Bilindiği gibi izotermal bir akış için boyutsal entropi üretimi $S''_{gen} = \phi^*/T_0$ dir.(T_0 referans bir sıcaklık.) (3.1), (3.3), (3.4) formülleri (3.2) de yazılırsa;

$$S'''_{gen} = \frac{\mu U^2}{T_0 b_1^2} \frac{1}{[1 - (1 - m)x]^2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\varepsilon U^2}{b_1^2} \frac{1}{[1 - (1 - m)x]^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^4 \right] \quad (3.5)$$

olur.

Referans bir entropi üretimi ve non-Newtonien parametresi aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$S'''_G = \mu U^2 / (T_0 b_1^2), \quad k = \varepsilon U^2 / b_1^2. \quad (3.6)$$

(3.6)'daki eşitlikleri kullanıp boyutsuz bir entropi üretimi denklemi elde edebiliriz. Referans entropi denklemini boyutsal entropi denklemine bölüp daha sonra non-Newtonien parametresini bu eşitlikte yerine yazarsak;

$$Ns = \frac{1}{[1 - (1 - m)x]^2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{2k}{[1 - (1 - m)x]^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^4 \right] \quad (3.7)$$

olur.

Bu sonuçlardan sonra Yurusoy ve Pakdemirli (1999) tarafından geliştirilen yaklaşık hız ve basınç denklemlerini bu boyutsuz denklemde kullanırsak;

$$\begin{aligned} u = & [1 - (1 - m)x]^2 \left(\frac{y^2}{2} - \frac{y}{2} \right) \frac{dp}{dx} + 1 - y \\ & - k \left\{ [1 - (1 - m)x]^4 \left(\frac{y^4}{2} - y^3 + \frac{3y^2}{4} - \frac{y}{4} \right) \left(\frac{dp}{dx} \right)^3 \right. \\ & \left. + [1 - (1 - m)x]^2 (-2y^3 + 3y^2 - y) \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 + 3(y^2 - y) \frac{dp}{dx} \right\} + \dots \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} p = & p_\infty + \frac{6x(1 - x)(1 - m)}{(1 + m)[1 - (1 - m)x]^2} + k \left\{ \frac{6}{25(1 - m)[1 - (1 - m)x]^6(1 + m)^3} \right. \\ & (648m^2 [1 - (1 - m)x](1 + m) + 140(1 + m)^3 [1 - (1 - m)x]^3 - 360m^3 \\ & - 480m [1 - (1 - m)x]^2 (1 + m)^2) + \frac{24(1 - m)(13 + 13m^2 - m)}{25m(1 + m)^3 [1 - (1 - m)x]^2} \\ & \left. - \frac{24(13 + 13m^2 + 8m)}{25m(1 - m)(1 + m)^3} \right\} + \dots \end{aligned} \quad (3.9)$$

Hız ve basınç gradyentleri yukarıdaki ifadelerin diferansiyel çözümleriyle elde edilebilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} = & [1 - (1 - m)x]^2 \left(y - \frac{1}{2} \right) \frac{dp}{dx} - 1 \\ & - k \left\{ [1 - (1 - m)x]^4 \left(2y^3 - 3y^2 + \frac{3y}{2} - \frac{1}{4} \right) \left(\frac{dp}{dx} \right)^3 \right. \\ & \left. + [1 - (1 - m)x]^2 (-6y^2 + 6y - 1) \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 + 3(2y - 1) \frac{dp}{dx} \right\} + \dots, \end{aligned} \quad (3.10)$$

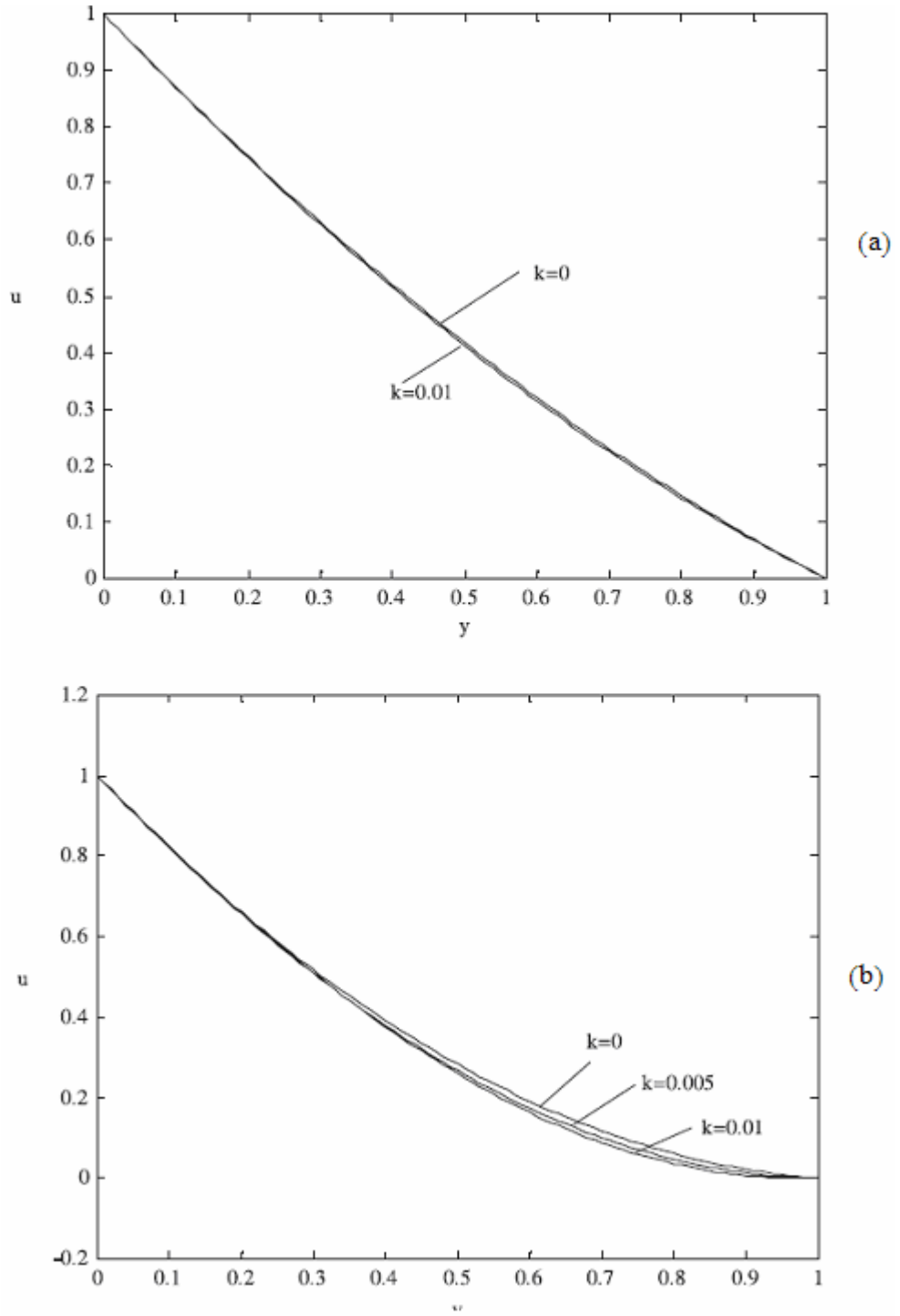
$$\begin{aligned}
\frac{dp}{dx} = & \frac{6(1-x)(1-m)}{(1+m)[1-(1-m)x]^2} - \frac{6x(1-m)}{(1+m)[1-(1-m)x]^2} \\
& + \frac{12x(1-x)(1-m)^2}{(1+m)[1-(1-m)x]^3} + k \left\{ \frac{36}{25[1-(1-m)x]^7(1+m)^3} \right. \\
& (648m^2[1-(1-m)x](1+m) + 140(1+m)^3[1-(1-m)x]^3 - 360m^3 \\
& - 480m[1-(1-m)x]^2(1+m)^2) + \frac{6}{25(1-m)[1-(1-m)x]^6(1+m)^3} \\
& (-648m^2(1-m)^2 - 420(1-m)(1+m)^3[1-(1-m)x]^2 \\
& + 960m(1-m)(1+m)^2[1-(1-m)x]) \\
& \left. + \frac{48(1-m)^2(13+13m^2-m)}{25m(1+m)^3[1-(1-m)x]^3} \right\} + \dots \quad (3.11)
\end{aligned}$$

(3.11)' in (3.10)' da yerine yazılmasıyla ve bu sonucun (3.7)' de yazılması bize entropi üretimini vermiş olur. Farklı parametreler için sonuçlar bir sonraki başlıkta sunulmuştur.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

4.1 Entropi ve non-Newtonien parametre ilişkisi

Eksenel kaymalı yatak içerisinde sürtünmeden kaynaklanan entropi üretimi formülize edilmiştir. Entropi üretim oranı farklı non-Newtonien parametreleri (k) ve yatak açıklık oranları (m) için bulunmuştur. Burada k ve m değerlerini Perturbasyon açılımında yaklaşık çözümler bulabilmek için; m değerlerini 0 ile 1 arasında, k değerlerini ise 0,01 den küçük seçmeliyiz. Şekil2'de farklı non-Newtonien parametreleri ve iki farklı açıklık oranı için yatağın orta noktasındaki ($x = \frac{1}{2}$) y eksenine göre hız dağılımları gösterilmiştir. Burada Newtonien akışkan ($k=0$) hızı Couette akışındaki gibi y eksenini boyunca azar azar düşmektedir. Bu yatak açıklık oranı m'nin artmasıyla daha çok fark edilmektedir (Şekil 3.2a). Hız profili y eksenine bağlı olarak önemli ölçüde değişmektedir. Özellikle $x = \frac{1}{2}$ bölgesinde hız en düşük değerine $y = 1$ noktasında ulaşmaktadır. y-ekseni boyunca hız gradyentinin minimum olduğu bölge non-Newtonien parametresi (k) 'nin değişimi ile çok az oranda kaymaktadır. Örneğin k değerinin artmasıyla y-ekseni boyunca hız gradyentlerinin minimum olduğu bölge düz yüzeye daha yakın ve yatağın köşesine doğru kaymaktadır. Sonuç olarak burada yatak duvarlarındaki kayma gerilmesi non-Newtonien akışkan parametresinin değişmesiyle değişmektedir. Bu büyük yatak açılarında ve düşük yatak açıklıklarında daha çok belli olmaktadır. Yani, non-Newtonien parametresi ve yatak geometrisinin etkisi kayma gerilmesini değiştirmektedir.



Şekil 4.1. Farklı non-Newtonien parametreleri için hız-y-ekseni dağılımı; (a) ($x=1/2$, $m=0,5$), $k=0, k=0,01$; (b) ($x=1/2$, $m=0,3$), $k=0, k=0,005, k=0,01$

Şekil 3.3’de sabit k değeri için üç farklı x noktası ve iki farklı m değeri ile y -ekseni boyunca entropi üretim dağılımı verilmiştir. Burada entropi üretimi yatağın yatay yüzeyinde daha fazladır. Bu bölgede hızın ani yükselmesi entropi üretimini

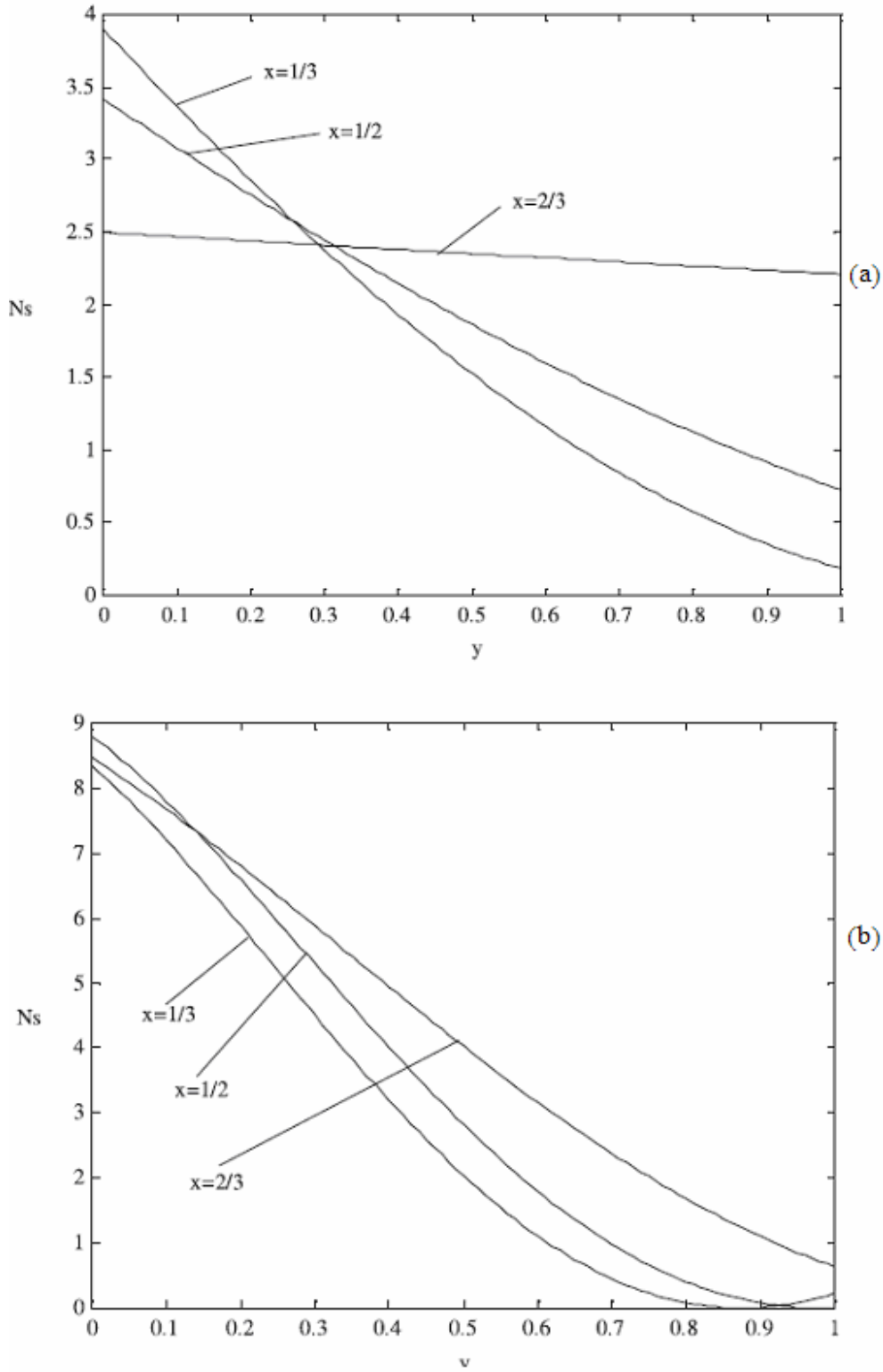
artırmaktadır. Bu en çok $m = 0,3$ değerinde belli olmaktadır. Entropi üretimi açıklık oranının değişimiyle önemli ölçüde değişmektedir. m değeri 0,5 için entropi üretimi y -ekseni boyunca minimum değerine yavaş yavaş düşerken, m değeri 0,3 için bu daha keskin bir şekilde düşmektedir. Bunun nedeni açıklık oranının değişmesiyle kayma gerilmesindeki büyük değişikliklerdir, bu da entropi üretimini etkilemektedir. $m = 0,3$ için $y = 0,85$ noktasındaki minimum entropi üretimi, orda sürtünme kayıplarının minimum olduğunu göstermektedir. x ekseninde $x=1/3$ için sürtünme kayıpları azalmaktadır. x eksenin artırılması sürtünme kayıplarının artmasına neden olmaktadır. Sonuç olarak bu yatak boyunun uzatılmasının yataktaki sürtünme kayıplarını artıracakını göstermektedir.

Şekil 3.4’de sabit k değeri için farklı y noktalarında x -ekseni boyunca entropi üretimi gösterilmektedir. $m = 0,3$ için x -ekseni boyunca yatağın kenarına doğru bütün y değerleri için entropi üretimi nerdeyse karardır. Özellikle $y=1$ için entropi üretimi yatak kenarı bölgesinde yeterince artmaktadır. Bunun nedeni hız gradyentlerinin bu bölgede büyük oranda artmasından kaynaklanmaktadır. $m = 0,5$ için x -ekseni boyunca entropi oranı büyük oranda artmaktadır. Yatak bölgesinin azalan yüzeyinde, $y=0$ noktasında, entropi üretimi $x \leq 0,5$ için en yüksek değerlere ulaşmaktadır. x değerinin artmasıyla, yatağın kenarına doğru entropi üretimi birden düşmektedir. Fakat y -ekseninde $y = 1$ için bunun tersi geçerlidir. Sonuç olarak yatak içerisinde entropi üretimi bize göstermektedir ki yatak içerisinde karmaşık kayma gerilmeleri oluşmaktadır ve bu büyük yatak açıklığı oranlarında daha çok belli olmaktadır.

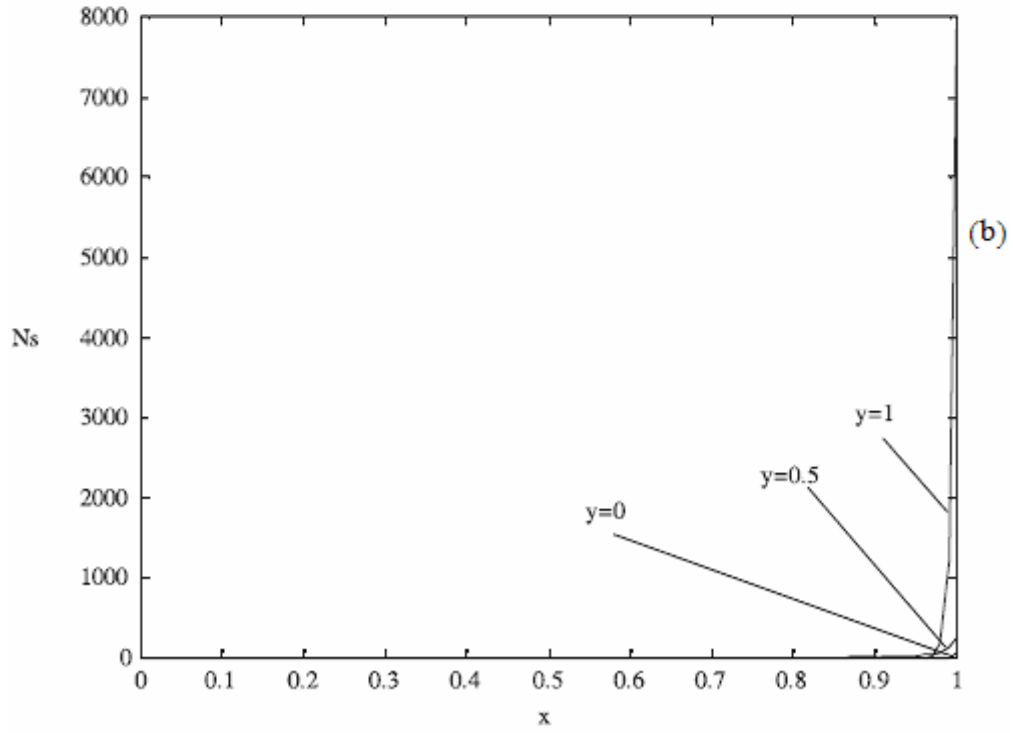
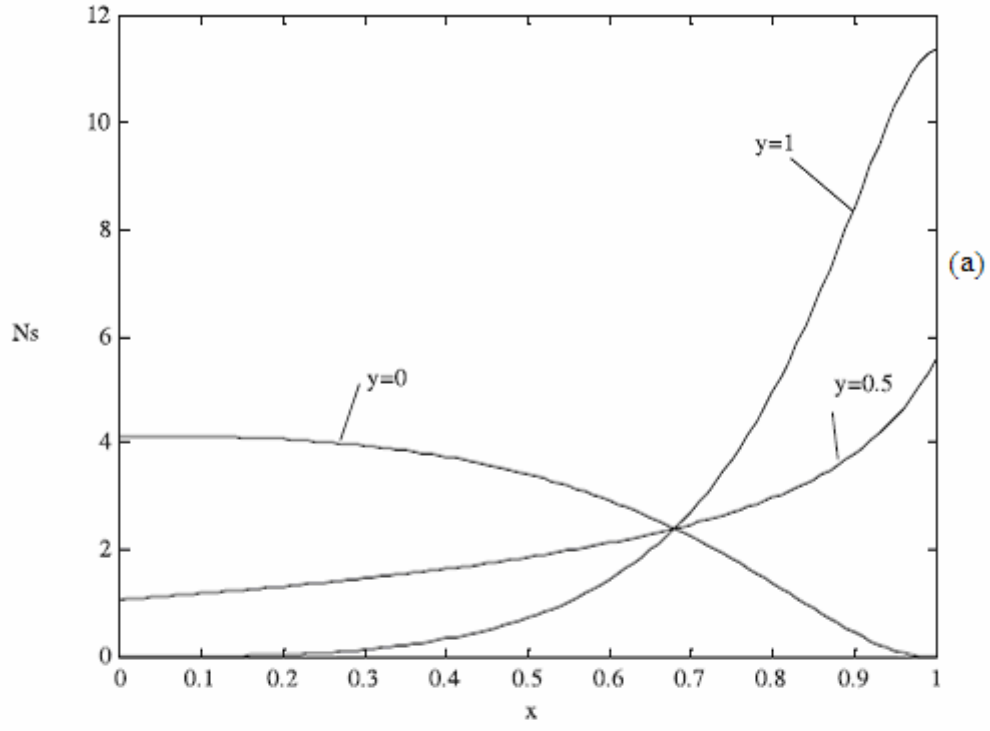
Şekil 3.5’de x ve y eksenlerinin ortasında, farklı yatak açıklığı değerleri için entropi üretimi gösterilmiştir. Açıklık oranının 0,45’i geçmesinden sonra entropi üretim oranı yavaşça düşmektedir. Bu daha çok büyük k değerleri için belli olmaktadır. Yatak açısının azalmasıyla entropi üretim oranı azalmaktadır. Yani yatağın paralel plakalar şekline yaklaşmasıyla entropi oranı da azalmaktadır. Sonuç olarak akış alanındaki akış zorlanmasının azalması, karmaşık akışı Couette akışına benzemektedir. Yüksek non-Newtonien parametrelerinde entropi oranının artması yatak açıklığının paralel plakalar şekline benzemesine rağmen akışın non-Newtonien etkiden oldukça etkilendiğini göstermektedir.

Şekil 3.6’da $m=0,5$ için orta noktadaki entropi üretimi ve non-Newtonien parametre arasındaki oranı göstermektedir. Entropi üretimi non-Newtonien parametre ile nerdeyse lineer olarak artmaktadır. $k=0$ ’ın Newtonien akışkana karşılık geldiği unutulmamalıdır. Sonuç olarak $k=0$ noktasında entropi üretimi en düşük noktaya

ulaşmaktadır ve non-Newtonien parametrenin artmasıyla Newtonien akışkan halinden sapmaktadır. Entropi üretimi non-Newtonien parametrenin artmasıyla artmaktadır.



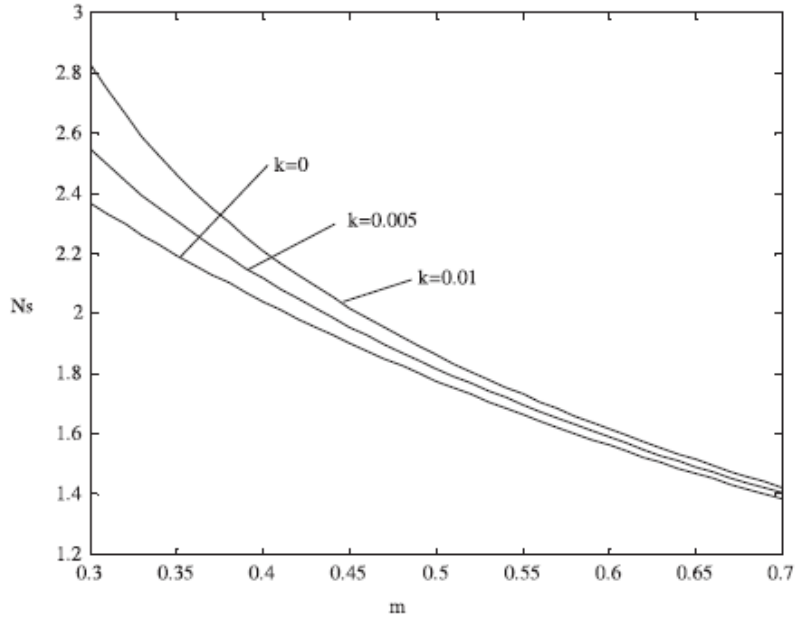
Şekil 4.2: Üç farklı x değeri için entropi üretiminin y -eksenine göre dağılımı, $x=1/2$, $1/3$, $2/3$ (a) ($k=0,01$, $m=0,5$); (b) ($k=0,01$, $m=0,3$).



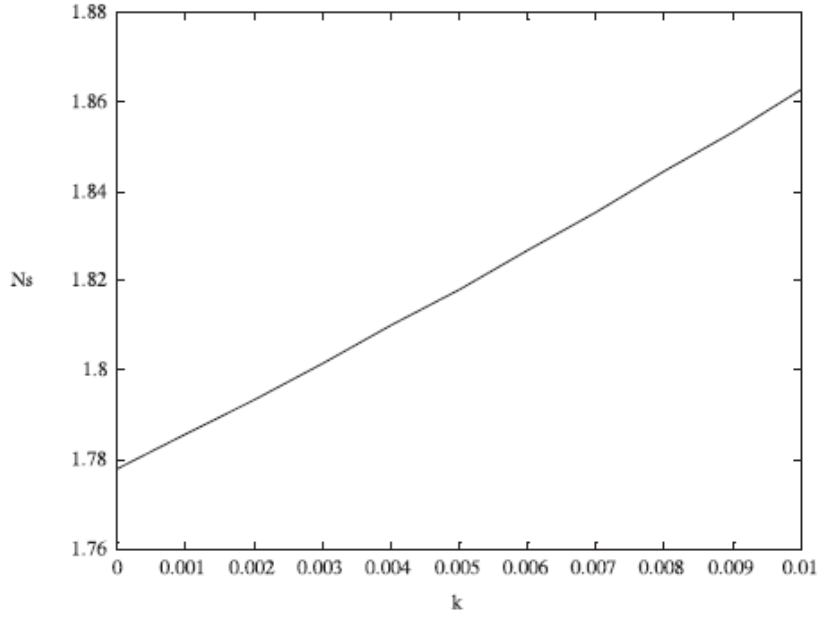
Şekil 4.3: Farklı y değerleri için entropi üretiminin x -eksenine göre dağılımı, (a) ($m=0,5$, $k=0,01$); (b) ($m=0,3$, $k=0,01$).

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Non-Newtonien akışkanı için eksenel kaymalı yataktaki entropi üretimi incelendi. Entropi üretimi hız, yatak geometrisi ve non-Newtonien parametre için tanımlandı ve formülize edildi. Non-Newtonien etkinin görülmesi için üçünü derece akışkan seçildi. Eksenel kaymalı yatak içerisindeki entropi üretiminin analitik çözümü için Perturbasyon metodu uygulandı.



Şekil 5.1: Farklı non-Newtonien parametreleri için entropi üretiminin yatak açıklığıyla değişimi, ($x=1/2$, $y=1/2$).



Şekil 5.2: Entropi üretiminin non-Newtonien parametre ile değişimi, ($x=1/2$, $y=1/2$, $m=0,5$)

Analizlerde izotermal akış hali öngörüldü ve görüldü ki yatağın geometrik yapısı entropi üretimini oldukça etkilemektedir. Bu bağlamda şu söylenebilir; düşük yatak açıklıklarında entropi üretimi yüksek olmaktadır. Üstelik daha büyük yatak açıklıklarında ($m>0,45$), yataktaki akış Couette akışına benzer ve daha düşük sürtünme kayıpları olur. Yatak açıklığının düşürülmesi ve non-Newtonien parametrenin artırılması entropi üretim oranını artırmaktadır. Akışkanın Newtonien özelliğinden sapmasıyla, yatak geometrisinden bağımsız olarak entropi üretimi artmaktadır. Bu durum, akış sisteminde, akışkanın Newtonien davranışından sapmasıyla, sürtünme kayıplarının ve akış zorlanmasının oldukça artmasına neden olduğunu göstermektedir.