

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

GÖRÜNÜRDE İLİŞKİSİZ REGRESYON MODELLERİNE
DAYALI KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ FOURİER
FONKSİYONLU PANEL BİRİM KÖK TESTİ

DOKTORA TEZİ

DANIŞMAN
DOÇ. DR. VELİ YILANCI

HAZIRLAYAN
ESRA CANPOLAT

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**GÖRÜNÜRDE İLİŞKİSİZ REGRESYON
MODELLERİNE DAYALI KALINTILARLA
GENİŞLETİLMİŞ FOURIER FONKSİYONLU
PANEL BİRİM KÖK TESTİ**
DOKTORA TEZİ

DANIŞMAN
DOÇ. DR. VELİ YILANCI

HAZIRLAYAN
ESRA CANPOLAT

Jürimiz 22/10/2022 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda bu doktora tezini (oybirliği /oyçokluğu) ile başarılı bulunarak Ekonometri Anabilim, Ekonometri Bilim dalında doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyelerinin Unvan Ad Soyadı

1. Prof. Dr. Mehmet GÜNGÖR
2. Doç. Dr. Veli YILANCI
3. Doç. Dr. Emrah İsmail ÇEVİK
4. Doç. Dr. Fatma ZEREN
5. Doç. Dr. Ahmet UĞUR

imzası



İnönü Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yönetim Kurulunun tarih vesayılı kararıyla bu tezin kabulü onaylanmıştır.

Unvan Ad Soyad
Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürü

ONUR SÖZÜ

Doç. Dr. Veli YILANCI'nın danışmanlığında doktora tezi olarak hazırladığım “GÖRÜNÜRDE İLİŞKİSİZ REGRESYON MODELLERİNE DAYALI KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ FOURİER FONKSİYONLU PANEL BİRİM KÖK TESTİ” başlıklı bu çalışmanın, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün yapıtların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterildiğini belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Tarih:

Ad-Soyad:

İmza:

BİLDİRİM

Doç. Dr. Veli YILANCI'nın danışmanlığında hazırladığım “GÖRÜNÜRDE İLİŞKİSİZ REGRESYON MODELLERİNE DAYALI KALINTILARLA GENİŞLETİLMİŞ FOURİER FONKSİYONLU PANEL BİRİM KÖK TESTİ” başlıklı doktora tezimin tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, doktora tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının İnönü Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

- Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.
- Tezim sadece İnönü Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.
- Tezimin 1 yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

27.10.2017

Esra CANPOLAT

ÖNSÖZ

Tez çalışmam süresince bilgi ve öneri anlamında hiçbir zaman desteğini esirgemeyen ve bu tezin oluşmasında büyük rol oynayan değerli hocam Doç. Dr. Veli YILANCI'ya,

Tez hazırlama aşamasında bilgi ve tecrübesini benden esirgemeyen bölümde çalıştığım süre boyunca sürekli bizlere destek olan çok değerli bölüm başkanım Prof. Dr. Mehmet Güngör'e,

Değerli Hocalarım Doç. Dr. Fatma ZEREN'e ve Doç. Dr. Ahmet UĞUR'a,

Çalışmalarım sırasında bana destek olan tüm çalışma arkadaşlarıma,

Beni bu yaşa kadar büyütüp her anımda yanımda olan dünyalar kadar sevdiğim anne ve babama,

Canım kardeşim Burak'a,

Hayatıma dokunan Ayşe Kavuncu ve Şenay Eray'a,

Can dostum Nurten'e,

Yüreğimin neşesi Mustafa'ya,

Sonsuz teşekkür ederim.

ÖZET

Zaman serisi ve panel veri literatüründe durağanlık sınamaları önemli yer tutmaktadır. Çünkü durağan olmayan serilerle yapılacak ekonometrik analizler sahte regresyon sorununa sebep olabilmektedir. Bu bağlamda geliştirilen durağanlık sınamaları birim kök testleri ile sistematik hale getirilmiştir. Zaman serilerinde uzun dönemler boyunca farklı sebeplerden dolayı iniş çıkışlar yaşanabilmektedir. Doğal afetler, savaşlar, ekonomide yaşanan krizler, politika değişiklikleri bu sebeplerden bazılarıdır. Belirtilen sebeplerden dolayı seride meydana gelen iniş çıkışlar, yapısal değişim veya kırılma olarak isimlendirilir. Sözü geçen bu yapısal değişimler serilerin ortalamasında olabileceği gibi trendinde de meydana gelebilir. Serinin ortalama veya trendinde meydana gelen kırılmaların birim kök testlerinde göz ardı edilmesi eğimli sonuçlar elde etmemize neden olabilir. Yapısal değişim içeren serilere uygulanan klasik birim kök testleri geçerliliğini yitirecektir.

Bu çalışma da Breuer vd. (2001,2002) tarafından önerilen ikinci nesil birim kök testlerinden biri olan görünürde ilişkisiz regresyon modellerine (Seemingly Unrelated Regression- SUR) dayanan SURADF birim kök testinin yapısal değişimleri dikkate alan yapıya nasıl genişletildiği gösterilmiştir. Chang (2012) tarafından, SURADF birim kök testinde yapısal değişimlerin dikkate alınabilmesi için fourier fonksiyonları eklenmiştir. Yapısal değişimlerin fourier fonksiyonları ile dikkate alınmasının yanı sıra hataların normal dağılmama bilgiside modele eklenerek daha güçlü test sonuçları veren panel birim kök testi geliştirilmiştir. Yapısal değişimlerin sayısının, konumunun ve yapısının bilinmediği durumlarda değişimleri doğru şekilde yakalayabilen Fourier fonksiyonları kullanılarak, deterministik bileşenin modellenmesinde, Enders ve Lee (2012) tarafından önerilen süreç takip edilmiştir. Fourier fonksiyonları sayesinde yumuşak geçişli yapısal değişimler daha doğru şekilde saptanabilmektedir. Ayrıca hataların normal dağılmama bilgisi, Im ve Schmidt (2008) tarafından yapılan birim kök testi çalışmasında, modele dahil edilerek daha güçlü birim kök testi sonuçları elde edilmiştir. Bu çalışmada Im ve Schmidt (2008) tarafından önerilen normal dağılmayan hatalar durumunda daha güçlü tahminçiler olan RALS tahminçileri fourier fonksiyonlu SURADF yapısına dahil edilerek birim kök testinin gücü artırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Birim Kök, Panel Veri, SURADF, Fourier, RALS.

ABSTRACT

Stability tests are important in the time series and panel data literature. Because econometric analyzes to be made with non-stationary series can cause spurious regression problems. In this context, the stationarity tests developed with unit root tests have become systematic. Time series can experience ups and downs due to different reasons during long periods. Natural disasters, wars, economic crises, policy changes are some of these reasons. For this reason, the ups and downs coming from the serendipitous are called structural change or fracture. These structural changes mentioned may occur in the average of the series as well as in the trend. To ignore in unit root tests of breaks from the average of the series or its trend may cause to get sloping results. Conventional unit root tests applied to the series containing structural change will lose their validity.

This study shows how the SURADF that is one of the second-generation unit root tests proposed by Breuer vd. (2001 2002) unit root test and based on seemingly unrelated regression models (Seemingly Unrelated Regression- SUR), is extended to the structure taking structural changes into consideration. Chang (2012) added fourier functions to take account of structural changes in the SURADF unit root test. In addition to considering the structural changes with fourier functions, the panel unit root test, which gives stronger test results by adding the models to the normal non-scattering information of the errors, has been developed. The process recommended by Enders and Lee (2012) was followed in the model of the deterministic component using Fourier functions that can catch changes correctly, in cases where the number of structural changes, their location and structure are unknown. Thanks to the Fourier functions, smooth transitional structural changes can be detected more correctly. In addition, the stronger unit root test results were obtained by including to the model information of normal non-distribution of faults in the unit root test study run by Im and Schmidt (2008). In this study, the power of the unit root test It has been increased by including to the SURADF with fourier functional RALS estimators, which are stronger predictors in the case of normal non-distributing faults proposed by Im and Schmidt (2008).

Key words: Unit Root, Panel Data, SURADF, Fourier, RALS.

İçindekiler Tablosu

ONUR SÖZÜ	ii
BİLDİRİM	iii
ÖNSÖZ	iv
ÖZET	v
ABSTRACT	vi
İçindekiler Tablosu	vii
Kısaltmalar	xi
Tablolar.....	xiii
GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 1	5
1) DURAĞANLIK KAVRAMI VE BİRİM KÖK TESTLERİNİN ÖNEMİ.....	5
1.1. Durağanlık.....	7
1.2. Durağanlık Sınamaları.....	9
1.3. Birim Kök Süreci	11
1.4. Birim Kök Testi ve Yapısal Değişimler	11
BÖLÜM 2	13
2) ZAMAN SERİSİ BİRİM KÖK TESTLERİ	13
2.1. Geleneksel Birim Kök Testleri	13
2.1.1. Dickey Fuller Birim Kök Testi (1979).....	13
2.1.2. Genişletilmiş Dickey Fuller Birim Kök Testi (1981)	18
2.1.3. Phillips Perron Birim Kök Testi (1988)	19
2.1.4. Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin Durağanlık Testi (1992).....	22
2.1.5. DF-GLS Birim Kök Testi (1996).....	24
2.1.6. Ng ve Perron Birim Kök Testi (1996)	25

2.2.	Yapısal Değişimlere İzin Veren Birim Kök Testleri	28
2.2.1.	Perron Birim Kök Testi (1989)	29
2.2.2.	Perron Birim Kök Testi (1990)	32
2.2.3.	Zivot-Andrews Birim Kök Testi (1992)	34
2.2.4.	Lumsdaine Papell Birim Kök Testi (1997).....	36
2.2.5.	Lee-Strazicich Birim Kök Testi (2003)	38
2.2.6.	Lee-Strazicich Birim Kök Testi (2004)	40
2.2.7.	Carrion-i Silvestre vd. Birim Kök Testi (2009)	41
2.2.8.	Narayan ve Popp Birim Kök Testi (2010)	43
2.3.	Doğrusal Olmayan Modellere Dayanan Birim Kök Testleri.....	46
2.3.1.	Enders ve Granger Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi (1998).....	52
2.3.2.	Caner ve Hansen Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi (2001).....	53
2.3.3.	Kapetanios, Shin ve Snell Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi (2003)	54
2.3.4.	Leybourne, Newbold ve Vougas Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi (1998)	55
2.3.5.	Sollis Doğrusal Olmayan Asimetrik Birim Kök Testi (2004).....	56
2.3.6.	Cuestas ve Ordenez Doğrusal Olmayan Asimetrik Birim Kök Testi (2014)	57
2.4.	Fourier Birim Kök Testleri	58
2.4.1.	Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2004).....	58
2.4.2.	Becker, Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2006)	60
2.4.3.	Christopoulos ve Leon-Ledesma Fourier Birim Kök Testi (2010)....	63
2.4.4.	Christopoulos ve Leon-Ledesma Fourier Birim Kök Testi (2011)....	65
2.4.5.	Enders ve Lee Dickey Fuller Tipi Fourier Birim Kök Testi (2012) ..	66
2.4.6.	Enders ve Lee LM Tipi Fourier Birim Kök Testi (2012).....	67
2.4.7.	Rodrigues ve Taylor GLS Fourier Birim Kök Testi (2012).....	68
2.4.8.	Furuoka Fourier Birim Kök Testi (2016)	70

BÖLÜM 3	72
3) PANEL VERİ BİRİM KÖK TESTLERİ.....	72
3.1. Panel Veri Modelleri, Zaman Boyutu ve Durağanlık	72
3.2. Birinci Nesil Panel Birim Kök Testleri	74
3.2.1. Levin ve Lin Panel Birim Kök Testi (1992)	74
3.2.2. Hadri Panel Birim Kök Testi (1999, 2000).....	75
3.2.3. Breitung Panel Birim Kök Testi (2000).....	78
3.2.4. Levin, Lin, Chu Panel Birim Kök Testi (2002)	79
3.2.5. Im, Pesaran ve Shin Panel Birim Kök Testi (1997, 2002).....	83
3.2.6. Maddala ve Wu Panel Birim Kök Testi (1999)	86
3.2.7. Choi Panel Birim Kök Testi (2001).....	87
3.3. İkinci Nesil Panel Birim Kök Testleri.....	90
3.3.1. Breur vd. Panel Birim Kök Testi (2001, 2002)	90
3.3.2. Choi Panel Birim Kök Testi (2002).....	93
3.3.3. Phillips ve Sul Panel Birim Kök Testi (2003)	95
3.3.4. Bai ve NG Panel Birim Kök Testi (2004)	97
3.3.5. Moon ve Perron Panel Birim Kök Testi (2004).....	100
3.3.6. Pesaran Panel Birim Kök Testi (2007).....	101
3.3.7. Wu ve Lee Panel Birim Kök Testi (2009).....	104
3.3.8. Sul Panel Birim Kök Testi (2009)	104
3.3.9. Bai ve Ng Panel Birim Kök Testi (2010)	107
3.3.10. Hadri ve Kurozumi Panel Birim Kök Testi (2012)	110
3.3.11. Pesaran, Smith ve Yamagata Panel Birim Kök Testi (2013).....	112
3.4. Yapısal Değişimlere İzin Veren Panel Birim Kök Testleri.....	117
3.4.1. Im, Lee, Tieslau Panel Birim Kök Testi (2005, 2010, 2012).....	118
3.4.2. Carrion-i-Silvestre, Barrio-Castro ve Lopez-Bazo Panel Birim Kök Testi (2005)	122

3.4.3.	Westerlund Panel Birim Kök Testi (2012)	125
3.4.4.	Bahmani-Oskooe vd. Panel Birim Kök Testi (2013).....	127
3.4.5.	Karavias ve Tzavalis Panel Birim Kök Testi (2014).....	129
3.4.6.	Lee, Wu ve Yangs Panel Birim Kök Testi (2016)	131
BÖLÜM 4		137
4)	NORMAL DAĞILMAYAN KALINTILAR İLE DAHA GÜÇLÜ PANEL BİRİM KÖK TESTİ.....	137
4.1.	Kalıntılarla Genişletilmiş EKK (RALS) Tahmincileri.....	138
4.2.	Kalıntılarla Genişletilmiş Birim Kök Testleri.....	140
4.2.1.	Kalıntılarla Genişletilmiş ADF (RALS-ADF) Birim Kök Testi.....	141
4.2.2.	Kalıntılarla Genişletilmiş LM (RALS-LM) Birim Kök Testi	145
4.3.	Kalıntılarla Genişletilmiş (RALS) Fourier Fonksiyonlu SURADF Panel Birim Kök Testi	148
BÖLÜM 5		153
5)	OECD ÜLKELERİ İÇİN YAKINSAMA HİPOTEZİNİN SINANMASI.....	153
5.1.	YAKINSAMA HİPOTEZİ.....	153
5.2.	VERİ SETİ	155
5.3.	AMPİRİK BULGULAR.....	155
SONUÇ		165
Kaynakça		167

Kısaltmalar

ABD	: Amerika Birleşik Devletleri
ADF	: Genişletilmiş Dickey-Fuller
AR	: Otoregresif Süreç
ARMA	: Otoregresif Hareketli Ortalamalar Süreci
BADF	: Kırılmalar Ve Yatay Kesit Bağımlılığı Durumu İçin Genişletilmiş ADF
BCIPS	: Kırılmalara Genişletilmiş CIPS
CADF	: Yatay Kesit Bağımlılığı Durumu İçin Genişletilmiş ADF
CIPS	: Yatay Kesit Bağımlılığına Genişletilmiş IPS
DF	: Dickey Fuller
EKK	: En Küçük Kareler
ESTAR	: Üstel Dağılım Fonksiyonlu Yumuşak Geçişli Otoregresif Süreç
GLS	: Genelleştirilmiş En Küçük Kareler
GMM	: Genelleştirilmiş Momentler Metodu
GSYİH	: Gayri Safi Yurt İçi Hasıla
IPS	: Im, Pesaran ve Shin
KKT	: Kalıntı Kareler Toplamı
KPSS	: Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin
LBI	: Lokal En İyi Değişmez
LL	: Levin ve Lin
LLC	: Levin, Lin ve Chu
LM	: Lagrange Çarpanı
LSTAR	: Lojistik Dağılım Fonksiyonlu Yumuşak Geçişli Otoregresif Süreç
MA	: Hareketli Ortalamalar Süreci
MIC	: Modifiye Edilmiş Bilgi Kriteri
MTAR	: Momentum Eşik Değerli Otoregresif Süreç
OECD	: Ekonomik Kalkınma ve İşbirliği Örgütü
PANIC	: Bireysel Ve Ortak Bileşenlerdeki Durağanlığın Panel Analizi
PP	: Phillips-Perron
PF-RMA	: Yinelemeli Ortalama Düzeltmeye Dayanan Panele Uygulanabilir Genelleştirilmiş Birim Kök Testi
RALS	: Kalıntılarla Genişletilmiş En Küçük Kareler
SETAR	: Kendinden Uyarımlı Eşik Otoregresif Süreç

STAR	: Yumuşak Geçişli Otoregresif Süreç
SUR	: Görünürde İlişkisiz Regresyon
SURADF	: Görünürde İlişkisiz Regresyon Modellerine Dayalı ADF
SURADF_{Fourier}	: Görünürde İlişkisiz Regresyon Modellerine Dayalı Fourier Fonksiyonlu ADF
SURADF_{FRALS}	: Görünürde İlişkisiz Regresyon Modellerine Dayalı Kalıntılarla Genişletilmiş Fourier Fonksiyonlu ADF
TAR	: Eşikli Otoregresif Süreç

Tablolar

Tablo 1: 0.05 $SURADF_{FRALS}$ Kritik Değerler	152
Tablo 2: ADF Birim Kök Testi Sonuçları	157
Tablo 3: IPS Birim Kök Testi Sonuçları	158
Tablo 4: $SURADF$ Birim Kök Testi Sonuçları-Sabitli Model	159
Tablo 5: $SURADF$ Birim Kök Testi Sonuçları-Sabitli ve Trendli Model	160
Tablo 6: Fourier Fonksiyonlu $SURADF$ Birim Kök Testi Sonuçları-Sabitli Model	160
Tablo 7: Fourier Fonksiyonlu $SURADF$ Birim Kök Testi Sonuçları-Sabitli ve Trendli Model.....	161
Tablo 8: Kalıntılarla Genişletilmiş Fourier Fonksiyonlu $SURADF$ Birim Kök Testi Sonuçları-Sabitli Model	162
Tablo 9: Kalıntılarla Genişletilmiş Fourier Fonksiyonlu $SURADF$ Birim Kök Testi Sonuçları-Sabitli ve Trendli Model	163
Tablo 10: Ülkelerin Gelirlerinin OECD Ortalamasına Yakınsaması	164

GİRİŞ

Ekonometride zaman boyutu içeren verilerle çalışılırken, çok ciddi araştırılması gereken varsayımlardan biri olan, durağanlık varsayımını sistematik olarak sınamak için birim kök testleri kullanılır. Bu çalışmada yapısal değişimlere izin veren birim kök testlerine panel veri için görünürde ilişkisiz regresyon modelleri kapsamında yer verilmiştir.

Ekonometrik olarak yapılan çalışmalarda ilişkiler incelenirken sahte regresyon sorununun ortaya çıkması verilerin durağanlık varsayımının sağlanmasını daha önemli hale getirmiştir. “Seriler durağan değilken ilişkili olmayan değişkenlerin ilişkiliymiş gibi görünmeleri” şeklinde tanımlanan sahte regresyon örneklem çok büyük olsa bile varlığını sürdüren bir sorundur (Yule,1926: 1-64). Sahte regresyon için elde edilen R^2 ve t istatistikleri yanıltıcıdır, katsayı sınamalarında kullanılan t-istatistikleri student t dağılımına uymadığı için katsayıların anlamlılık sınamalarında kullanılmaları yanlış sonuçlara sebep olabilir (Granger, Newbold, 1974: 111-120). Bu noktada durağanlık varsayımının bu kadar büyük önem arz etmesi neticesinde serilerin durağanlığını sınamak için sistematik ve sistematik olmayan çeşitli teknikler geliştirilmiştir. Durağanlık analizi için serilerin zaman yolu grafiklerine, korelogramlarına bakılabilir, otokorelasyon fonksiyonları incelenebilir ancak bu sistematik olmayan yöntemler durağanlık sınamalarında parametrik gösterimler değildir. Bu şekilsel gösterimler durağanlık sınamalarında yeterli bilgiyi sağlayamayabilirler bu yüzden durağanlık varsayımının sınanabilmesi için sistematik teknikler geliştirilmiştir. Birim kök testleri ile durağanlık sınamaları daha sistematik hale gelmiştir. Ancak özellikle iktisadi olgulardaki karmaşıklık ister istemez verilere de yansımaktadır. Böyle olunca durağanlık için geliştirilen birim kök testleri de bu karmaşıklığı gidermek adına gelişme göstermiştir. İlk olarak geliştirilen birim kök testleri veri setindeki yapısal değişimleri dikkate almamaktadır. Birim kök literatüründeki ilk birim kök testi Dickey Fuller (DF) birim kök testidir (Dickey, Fuller, 1979). Dickey ve Fuller 1979’da yaptıkları çalışma ile durağanlığı sınamak için oluşturdukları modellerin tek tek katsayı anlamlılıklarına bakabilmek için tau test istatistiklerini hesaplamışlardır. Ancak DF testinde veri yaratma sürecinde ele alınan modelin otokorelasyonu dikkate almayan yapısındaki eksiklik

sebebiyle, DF modeline bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin farkları bağımsız değişken olarak eklenerek otokorelasyonu giderme yoluna gidilmiştir. Otokorelasyon sorununu dikkate alan bu test Genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) testi olarak isimlendirilmektedir (Dickey, Fuller, 1981). Modeldeki otokorelasyon yapısının ADF testi ile dikkate alınması modelde yer alan gecikmeli değerlerin farklarından dolayı serbestlik derecesi kaybına neden olur. ADF birim kök testindeki bu eksikliğin giderilmesi için Phillips-Perron (PP) testinde otokorelasyonu gidermek için parametrik olmayan bir yaklaşım önerilmiştir (Phillips, Perron, 1988). Geliştirilen bu testlerin temel hipotezi birim kökün varlığını sınamaktadır. Ancak Kwiatkowski vd. (1992) yaptıkları çalışmada temel hipotezde birim kökün varlığını sıyanan birim kök testlerinin başarılı olamayacağını çünkü klasik hipotez sınamalarında bir temel hipotezin reddedilebilmesi için alternatif hipotezin çok güçlü kanıtlar sunması gerektiğini ancak zaman serilerinin birim kökün varlığı ya da yokluğu ile ilgili bilgi sunmada yeterli olamayacağını, bu yüzden temel hipotezin reddinin başarılamayacağını öne sürerek KPSS birim kök testini geliştirmişlerdir. Zaman serilerinde ve panel veride birim kök testi sürecinde yapısal değişimleri dikkate almayan birim kök testlerinin temelini bu testler oluşturmaktadır.

Nelson ve Plosser (1982) neredeyse bütün iktisadi makroekonomik değişkenlerin bir birim köke sahip oldukları görüşündeydi ve bir birim kök içeren değişkenler $AR(p)$ süreci ile modellenenebilir. Ancak Perron (1989) yaptığı çalışma ile bu görüşe karşı çıkarak ekonomilerde meydana gelen ve nadiren karşılaşılan durumların serilerin izlediği süreci kalıcı olarak değiştirebileceği görüşünü öne sürmüştür (Byrne, Perman, 2006). Bu değişimler kesikli veya kademeli olarak gerçekleşebilir ve serilerde yapısal değişimler meydana getirebilirler. Bu yapısal değişimlerin varlığı serilerin, zaman boyunca izledikleri süreçlerde yapısal değişim sayısına bağlı olarak, farklı ortalama seyirleri izlemelerine neden olabilmektedir. Serilerde stokastik trend mevcutsa bu durum serilerin ortalama ve varyansının zaman boyunca sabit bir yol izlemediğini gösterir ve serilerin birim köklü olduğu sonucuna varılır. Ancak serilerin birim köklü olduğunu söyleyen temel hipotezi reddedememek demek temel hipotezin kesin olarak doğru olduğundan ziyade temel hipotezi reddetmek için yeterli kanıtın olmadığını gösterir. Serilerde kesikli veya kademeli yapısal değişimlerin oluşma sebepleri farklılık arzedebilir. Özellikle iktisadi zaman serilerinde meydana gelen yapısal değişimlerin serinin ortalamasını kalıcı olarak etkilediğini söyleyen Perron (1989)'a göre değişimleri

ya da kırılmaları göz önüne almadan yapılan birim kök testleri aslında durağan olan serilerin birim köklü olduğu sonucuna varılmasına neden olabilir. Kurulan regresyon modelleri çıkarsama ve öngörüler için yanıltıcı sonuçlar verebilirler. Perron (1989) geliştirilen bu birim kök testleri sistem içerisinde meydana gelebilecek yapısal değişimleri dikkate almadığından yapısal değişimlerin olduğu durumlarda bu testlerin yanlış sonuçlar verebileceğini söyleyerek serilerde yapısal değişime izin veren ilk birim kök testini geliştirmiştir. Yapısal değişimlerin konumuna, sayısına ve içsel veya dışsal olarak belirlenme durumlarına göre farklı birim kök testleri geliştirilmiştir. Zaman serisi birim kök testi literatüründe ilk yapısal değişim yapısının 1989 yılında dikkate alınmasına rağmen panel veri birim kök çalışmalarında yapısal değişimlerin göz önünde bulundurulma süreci daha yakın zamanlara denk düşmektedir. Panel veri kapsamında birim kök testinde yapısal değişime izin veren yapıyı ilk olarak Im, Lee ve Tieslau 2005’de geliştirilmiştir. Geliştirdikleri bu test Lee ve Strazicich (2003,2004) tarafından zaman seriler için geliştirilen en çok iki yapısal değişime izin veren LM test istatistiğine dayanan birim kök testinin panel versiyonudur. KPSS testinin panel versiyonunu Carrion-i Silvestre vd. (2005) geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri bu test çoklu yapısal değişimlere izin verir. Im vd. (2005) geliştirdikleri testte sadece ortalamadaki yapısal değişimlere izin vermişlerdir daha sonra geliştirdikleri testte hem sabitte hem de trenddeki yapısal değişimlere izin verilen yeni birim kök testini geliştirmişlerdir (Im vd., 2010, 2012). Panel veri setinde heterojenliği ve otokorelasyonu dikkate alan T sabit ve N büyük olduğu durumlarda kullanılabilen yapısal değişimli birim kök testi Karavias ve Tzavalis (2012,2014) tarafından geliştirilmiştir. Lee, Wu ve Yang, panel veri setindeki yatay kesitsel bağımlılığı dikkate alan yapısal değişimleri dikkate almayan Pesaran (2013) tarafından geliştirilen birim kök testini yapısal değişimleri dikkate alan yapıya genişleterek yeni birim kök testi geliştirmişlerdir (Lee vd., 2016).

Seride meydana gelen yapısal değişimin yapısının ani ve doğrusal olmadığı durumlar için doğrusal olmayan modellere dayanan birim kök testleri geliştirilmiştir (Leybourne vd. 1998, Kapetanios 2003). Ancak yapısal kırılmaların sayısının, yapısının ve konumunun bilinmediği durumlarda bahsi geçen birim kök testleri geçerliliğini yitirir. Kırılmaların yapısının, sayısının ve konumunun bilinmediği durumlar için Becker vd. (2004) fourier fonksiyonlarının kullanılmasını önermişlerdir. Bu yaklaşım

ile birlikte kırılmaların yapısının, sayısının ve konumunun bilinmesi gerekliliği kalmamıştır. (Enders ve Lee, 2012).

Breuer vd. (2001, 2002) tarafından önerilen görünürde ilişkisiz regresyon modellerine (Seemingly Unrelated Regression-SUR) dayanan ADF (SURADF) birim kök testi, Chang (2012) tarafından fourier fonksiyonları kullanılarak yapısal değişimlere izin veren yapıya genişletilmiştir. Bu çalışmada Chang (2012) tarafından önerilen birim kök testi, modelin hatalarının normal dağılmadığı durumlarda, normal dağılmama bilgisi kullanılarak daha güçlü hale getirilmiştir.

Çalışmanın ilk bölümünde durağanlık ve birim kök kavramları açıklanmıştır. İkinci bölümde zaman serisi birim kök testlerine, yapısal değişimlere izin veren birim kök testlerine, doğrusal olmayan modellere dayanan birim kök testlerine ve fourier birim kök testlerine yer verilmiştir. Üçüncü bölümde panel birim kök testlerine birinci nesil ve ikinci nesil birim kök testlerine, yapısal değişimlere izin veren panel birim kök testlerine yer verilmiştir. Dördüncü bölümde Breuer vd. (2001, 2002) tarafından geliştirilen SURADF birim kök testinin, fourier fonksiyonları kullanılarak, yapısal değişimlere izin veren yapıya nasıl genişletildiğine değinilmiştir. Yapısal değişimlerin yanı sıra normal dağılmayan hatalar durumunda daha güçlü sonuçlar veren ve Im ve Schmidt (2008) tarafından önerilen kalıntılara genişletilmiş en küçük kareler (Residual Augmented Least Squares- RALS) tahmincilerinin nasıl elde edildiği gösterilmiştir. Ardından normal dağılmama bilgisini kullanan RALS tahmincileri fourier fonksiyonlu SURADF birim kök testine eklenerek elde edilen yeni birim kök testi ile ilgili yapı anlatılmıştır. Son olarak beşinci bölümde yapısal değişimleri ve normal dağılmama bilgisini kullanarak önerilen yeni birim kök testi, OECD'ye üye 18 ülkeye ait gayri safi yurt içi hâsıla (GSYİH) verileri kullanılarak, 18 ülke için yakınsama hipotezinin geçerliliği sınanmıştır ve sonuç kısmı ile çalışma sonlandırılmıştır.

BÖLÜM 1

1) DURAĞANLIK KAVRAMI VE BİRİM KÖK TESTLERİNİN ÖNEMİ

Ekonometrik araştırmalarda zaman serileri ya da panel veri setleri ile çalışılırken verilerin zaman boyunca izledikleri süreç ayrı olarak analize tabi tutulmalıdır çünkü verilerin izledikleri bu süreç kullanılan teknik bakımından büyük önem arz etmektedir. Serilerin zaman boyunca izledikleri yolda ortalama ve varyanslarının değişmediği varsayımı ekonometrik çalışmaların temellerinden birisini oluşturmaktadır, ekonometrik teknikleri kullanırken yapılan önsel varsayımsal yanlışlıklar ortaya koyulmaya çalışılan sosyal gerçekliği tam olarak yansıtamayabilecektir. Şöyle ki; ekonometrik çalışmalar sosyal gerçeklikleri anlayabilmenin ve sosyal sorunları tanımlayıp çözüm yolları geliştirmenin nicel bir aracıdır. Sosyal gerçeklikleri anlayabilmek için kullanılan veri ve veriye uygulanan teknikler, gerekli varsayımları sağlamalıdır. Aksi takdirde tanımlamak istenilen gerçeklikler yanlış tanımlanmış olur ve sorunlar karşısında, elde edilen sonuçlar doğrultusunda, sunulan çözüm önerileri geçersiz olur. Genelde sosyal olguları özelde iktisadi olguları¹ açıklarken sık sık başvurulanan ekonometrik tekniklerin iktisadi sistemi açıklamada başarılı olmasının yolu kullanılan tekniğin güçlü olmasına bağlıdır. Kullanılan tekniklerin güçlü sonuçlar verebilmesi de tekniklerin varsayımlarının sağlanmasına bağlıdır. Bu varsayımların sağlanıp sağlanmadığı farklı tekniklerle test edilebilir. Stock ve Watson (2011:551) yatay kesit verileri ile tahmin edilen regresyon modelinin dört temel varsayımının zaman serisi regresyonu için uyarlanmış şeklinin şu şekilde olduğunu ifade etmektedir:

- 1) Zaman serisi verisinin kullanıldığı regresyonda hata teriminin koşullu ortalaması sıfırdır.
- 2) (a) Veriler durağan bir dağılımdan gelmektedir ve verilerin bugünkü dağılımıyla geçmişteki dağılımları aynıdır. Bu varsayım, yatay kesit verilerindeki en küçük kareler (EKK) varsayımlarından değişkenlerin bağımsız özdeş dağılımlı (i.i.d) olması varsayımına karşılık gelir. Yatay kesit verilerinde varsayım dağılımın özdeş olması iken zaman serilerinde ise değişkenlerin gecikmeleri de dahil, birleşik dağılımın özdeş olması ve bu dağılımın zamana bağlı olarak değişmediği şartı bulunmaktadır. (b) Rastsal değişkenler arasındaki zaman farkı

¹ Ekonometri bilimi daha ziyade iktisadi ilişkileri incelediği için.

arttıkça, değişkenlerin dağılımları bağımsız hale gelmelidir. Yatay kesit verilerinde koşul gözlemden gözleme bağımsızlık iken zaman serilerinde ise bu koşul uzun zaman dönemlerinde dönemler arası dağılımın bağımsız olması şekline dönüşmüştür. Bu varsayım zayıf bağımlılık veya zayıf durağanlık olarak geçmektedir.

- 3) Tüm değişkenler sıfır olmayan tanımlı dördüncü momente sahiptir.
- 4) Bağımsız değişkenler arasında tam çoklu doğrusallık yoktur.

Bu dört varsayım altında zaman serisi verisiyle regresyon analizleri yapılabilir. Buradaki ikinci varsayım zaman serilerinde analizler yapılırken serilerin durağan olmaları gerektiği koşulunu dile getirir. Teoride sağlanması gereken bu varsayımın pratikte sağlanması biraz güçtür. Özellikle iktisadi verilerle çalışılırken bu varsayımı sağlayan veriyi elde etmek oldukça zordur. İktisadi sistemleri açıklarken kullanılan iktisadi değişkenler zaman içerisinde sistemlerdeki belirsizliklerden, değişikliklerden, krizlerden ve daha birçok benzer nedenlerden dolayı tek düze ilerlemezler. İktisadi değişkenler zaman içerisinde çok fazla değişkenlik gösterebilirler. Ancak ekonometrik tekniklerden bazıları örneğin EKK vb. teknikler, zaman boyutunu incelerken serilerin zaman boyunca ortalamalarının ve varyanslarının değişmediğini yani serilerin durağan olduğunu varsayar. Bu varsayım sağlanmadığı takdirde, yani analizler yapılırken durağan olmayan serilerle çalışıldığı zamanlarda yapılan tahminler, kestirimler kısacası tüm analizler hatalı sonuçlar verebilir. Seri durağan değilken durağanlık varsayımı sağlanamaz ve varsayım ihlaline bağlı olarak büyük örneklemelerde bile elde edilen sonuçlar hatalı olur. Ayrıca seriler durağan değilse kurulan regresyon ilişkileri sahte olabilir. İlişkilerin sahte olması durumunun kavramsal karşılığı ilk olarak Yule (1926) tarafından verilmiştir. Yule (1926: 1-64) tarafından önerilen sahte regresyon kavramı “Seriler durağan değilken ilişkili olmayan serilerin ilişkiliymiş gibi görünmeleridir.” şeklinde tanımlanmaktadır. Yule eğer seriler durağan değilse örneklem çok büyük olsa bile sahte ilişkinin varlığını sürdürdüğünü göstermiştir. Sahte regresyon durumunda R^2 oldukça yüksek tahmin edilir ve katsayı sınamalarında kullanılan t-istatistikleri student-t dağılımına uymadığı için katsayıların anlamlılık sınamalarında kullanılmaları halinde hatalı sonuçlar elde edilebilir (Granger, Newbold, 1974: 111-120). Ayrıca durağan olmayan değişkenlerle yapılan nedensellik analizlerinin sonuçları da, temeli EKK yöntemiyle tahmin edilen vektör otoregresif

modellere dayandığından, hatalı sonuçlar verebilir. Dolayısıyla zaman serisi değişkenlerinin durağan olup olmadıklarını belirlemek oldukça önemlidir. Serilerin durağanlığını sınamak için serilerin zaman yolu grafikleri incelenebilir, korelogramları veya otokorelasyon fonksiyonları incelenebilir ancak bu sistematik olmayan yöntemler durağanlığın test edilmesinde her zaman güvenilir sonuçlar vermemektedir. Günümüzde birim kök testleri ile durağanlık sınamaları daha sistematik hale gelmiştir. Ancak özellikle iktisadi olgulardaki karmaşıklık ister istemez verilere de yansımaktadır. Böyle olunca durağanlık için geliştirilen birim kök testleri de bu karmaşıklığı dikkate alabilmek adına gelişme göstermektedir. Özellikle 1980'lerin ilk yarısında geleneksel birim kök testleri ile sınamalar yapılırken 1990'lı yıllarla birlikte serilerde meydana gelen değişimleri dikkate alabilmek için yapısal değişimlere izin veren birim kök testleri geliştirilmiştir. Yapısal değişimlerin yapılarının ve sayılarının belirlenmesi sorunu farklı birim kök testlerinin geliştirilmesini gerekli kılmıştır. Bu bağlamda yapısal değişimlerin yapılarının doğrusal olmadığı durumlarda, doğrusal olmayan yapısal değişimlerin daha doğru şekilde tahmin edilebilmesi için doğrusal olmayan modellere dayanan birim kök testleri geliştirilmiştir. Hem doğrusal hem de doğrusal olmayan modellere dayanan yapısal değişimleri dikkate alan birim kök testleri yapısal değişimlerin sayısının, yapısının ve konumunun bilinmesi gerekliliğine dayanır ancak her zaman yapısal değişimlerin yapısının, sayısının ve konumunun bilinmesi mümkün olmayabilir. Bu durumlar için yapısal değişimlerin yapısının, sayısının ve konumunun bilinmesini gerekli kılmayan fourier fonksiyonlu birim kök testleri geliştirilmiştir. Bu bağlamda birim kök testleri incelenirken zaman içerisindeki değişimleri görebilmek için önce geleneksel birim kök testleri sonrasında yapısal değişimlere izin veren birim kök testleri incelenmelidir.

Alt bölümlerde birim kök olgusunun daha iyi anlaşılabilmesi için durağanlık kavramına, durağanlık sınamalarına ve ardından yapısal değişimlere izin veren birim kök testi kavramına ayrıntılı olarak yer verilmiştir.

1.1.Durağanlık

Zaman serilerinde durağanlık kavramı geçmiş ve gelecek değerler arasındaki tarihsel ilişkileri biçimlendirmektedir. Zaman serilerinde amaç bu tarihsel ilişkileri kullanarak öngörü ve kestirimlerde bulunmaktır. Gelecek dönem değerleri, geçmiş

dönem değerlerine benziyorsa bu tarihsel ilişkiler gelecek değerleri öngörmede kullanılabilir. Ancak geçmiş gelecekte özünde farklıysa bu tarihsel ilişkiler bize çıkarsamada bulunmak için yol gösterici olmayacaktır (Stock ve Watson, 2011, 549).

Zaman serilerinde örneklem zamanın farklı noktalarından başlayarak oluşturulabilir. Zaman serisinde zamanın hangi noktasından alınırsa alınsın ortalama ve varyansın değişmediğinin kabul edilmesi durağanlık şartı olarak adlandırılır. Aslına bakılırsa bütün olası örneklem denenecek ortalama ve varyansın zamanla değişip değişmediği gözlenebilir. Ancak uygulama noktasında bütün örneklemi deneyecek veri setlerine ulaşmak çok mümkün olmamaktadır ve çok zaman gerektiren maliyetli bir süreçtir. Bu yüzden genellikle veri setinin ortalama ve varyansının zaman içerisinde değişmediği varsayılarak sistemin geneli ile ilgili çıkarımlarda bulunmaktadır. Varsayımsal olarak stokastik bir süreç bütün t ve t-s dönemleri için sonlu bir ortalama ve varyansa sahip kovaryans durağan bir süreçtir ve genel gösterimi aşağıdaki şekilde yapılabilir (Enders, 2010: 53-54):

$$E(y_t) = E(y_{t-s}) = \mu \quad (1.1)$$

$$E[(y_t - \mu)^2] = E[(y_{t-s} - \mu)^2] = \sigma_y^2, \quad [var(y_t) = var(y_{t-s}) = \sigma_y^2] \quad (1.2)$$

$$E[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)] = E[(y_{t-j} - \mu)(y_{t-j-s} - \mu)] = \gamma_s, \quad [cov(y_t, y_{t-s}) = cov(y_{t-j}, y_{t-j-s}) = \gamma_s] \quad (1.3)$$

Yukarıdaki eşitliklerde μ, σ_y^2 ve γ_s sabitlerdir. $s=0$ halinde γ_s, σ_y^2 'ye eşit olacaktır.

Daha yalın bir ifade ile tanımlanması gerekirse, bir zaman serisinin ortalaması ve bütün otokovaryansları zamanın başlangıç noktasının değişmesinden etkilenmiyorsa bu seri kovaryans durağandır. Literatürde “zayıf durağanlık”, “ikinci sıra durağanlık” ve “genel anlamda durağanlık” kavramları, kovaryans durağanlığı ile eş anlamda kullanılmaktadır (Enders, 2010: 54). Zayıf durağanlık durumunun dışında serilerin güçlü durağanlık özelliği de tanımlanabilir. Güçlü durağanlık, zaman serisinin dağılımının kesit momentleri yani ortalama varyans ve kovaryansının zaman içinde değişmemesinin yanı sıra serinin birleşik dağılımının da zamandan bağımsız olmasını

gerektirir (Mahadeva, Robinson, 2004: 6). Güçlü durağanlık gerçekleşmesi oldukça zor bir varsayımdır. Güçlü durağanlığın sağlanıp sağlanmadığını anlamak için olasılıksal süreç $\{Y_t\}_{-\infty}^{+\infty}$ 'nin dağılımının bilinmesi gerekir. Uygulamada bu olasılıksal sürecin tek gerçekleşmesi olan $\{Y_t\}_{t=1}^T$ zaman serisine sahip olunduğu için çalışmalarda durağanlık dendiğinde kastedilen kovaryans durağanlıktır (Nolte, Pohlmeier ve Voew, 2007). Kovaryans durağan bir seri için y_t ve y_{t-s} arasındaki otokorelasyon şu şekilde tanımlanır:

$$\rho_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_0} \quad (1.4)$$

γ_s ve γ_0 (1.3) nolu denklemde tanımlanmış olup zamandan bağımsızdırlar dolayısıyla otokorelasyon katsayısı (ρ_s)'da zamandan bağımsızdır (Enders, 2010: 54).

İncelenen serinin durağanlık varsayımını sağlaması halinde uzun dönem ortalaması etrafında dalgalandığı ve ortalamaya dönme eğilimi taşıdığı ifade edilebilir. Durağan serilerin ortalamaya dönme eğiliminde olmaları şokların etkisinin geçici olmasına sebep olur. Durağan süreçler bu özelliğinden dolayı, ortalamaya dönen süreçler veya kısa hafızalı süreçler olarak da adlandırılırlar. Bu ortalamaya dönüş eğiliminin hızını bulmak için ardışık ortak varyanslara bakılabilir. Ardışık ortak varyans değerleri küçükse ortalamaya dönüş hızlı, değerler büyükse ortalamaya dönüş yavaştır (Gujarati, 2012: 741). Güçlü durağanlık ve zayıf durağanlık birbirleriyle tam ilişkili değillerse de kısmen ilişki içerisindedirler. Bir olasılıksal güçlü durağan sürecinin, ortalaması ve varyansı sonlu ise bu süreç güçlü durağan olmakla birlikte aynı zamanda zayıf durağandır. Ancak zayıf durağan süreçler her zaman güçlü durağan olmayabilir. Öte yandan normal dağılan bir seri zayıf durağansa bu seri aynı zamanda güçlü durağan demektir (Tsay, 2010: 30). Serbestlik derecesi 2 olan bağımsız özdeş dağılımlı student-t dağılımı gösteren değişkenler güçlü durağanlık özelliği taşımakla beraber t'nin varyansı sonlu olmadığı için zayıf durağandır denilemez (Yavuz, 2014: 74).

1.2.Durağanlık Sınamaları

Zaman serilerinin durağanlık varsayımını sınamak için izlenebilecek iki yol bulunmaktadır. Bunlardan ilki sistematik olmayan teknikler diğeri ise sistematik tekniklerdir. Bu teknikler aslında birbirlerinin alternatifleri değil, tamamlayıcılarıdır.

Durağanlık sınaması yapılırken genel bir izlenim için önce sistematik olmayan tekniklerle serinin genel yapısına bakılır ardından sistematik teknikler kullanılarak daha güçlü bir sınama şekli ortaya koyulur. Sistematik olmayan teknik, serinin zaman yolu grafiğine bakmaya ve serinin korelogramında otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarını incelemeye dayanır. Serinin zaman yolu grafiğine bakılarak serinin ortalaması ve varyansının seyri hakkında bilgi edinilebilir. Zaman yolu grafiği incelendiğinde serinin ortalamasında zaman boyunca bir değişim gözlenmiyorsa seri “ortalama durağan”, serinin varyansında bir değişim gözlenmiyorsa “varyans durağan” olarak adlandırılır. Seriler aynı anda hem ortalama hem de varyans da durağan dışılık sergileyebilirler. Ayrıca serinin otokorelasyon katsayılarının gecikmelere karşı çizimi ortalama durağanlığı saptamanın basit yollarından biridir; durağan zaman serilerinde otokorelasyon katsayıları hızlı bir şekilde sifıra yaklaşırken durağan olmayan serilerde bu katsayı bir ya da iki zaman gecikmesinde istatistiksel olarak anlamlı çıkar (Sevüktekin, Çınar, 2014: 239-247). Serinin şekilsel olarak grafiğinin incelenmesi seri ile ilgili temel bir fikir veriyor olsa da sistematik olmayan teknikler tam olarak yeterli değildir. Serilerin grafiklerini incelemenin yanı sıra seriler sistematik olarak da sınanmalıdır. Sistematik teknik olarak ele alınan sınamalar otokorelasyon analizi ve birim kök sınamalarıdır. İki veya daha fazla değişken arasındaki birliktelik hakkında bilgi veren ölçütler; kovaryans ve korelasyon katsayılarıdır, zaman serileri için bu kavramların yerine otokovaryans ve otokorelasyon kavramları kullanılmaktadır.

Durağan olmayan seriler genelde birim kök içeren seriler olarak ifade edilmektedir. Ancak bütün durağan olmayan seriler birim köklü değildir. Bir serinin ortalaması zamana bağlı olarak değişiyorsa o seri durağan değildir, böyle bir serinin birim köklü olup olmayacağı ifade edilemez. Serideki durağan dışılığın nedeni trend olabilir. Böyle bir durumda seriden trendi arındırarak seri durağanlaştırılabilir. Böyle serilere “trend durağan” seriler denir. “Trend durağan” serilerde bahsedilen trend, deterministik trenddir. Ancak serideki deterministik trend ayrıştırıldıktan sonra da seri durağan hale gelmeyebilir. Böyle durumlarda seride durağan dışılığa sebep olanın olasılıksal trend olduğu düşünülür. Olasılıksal trend bulunan serilerde durağanlaştırma işlemi fark alınarak yapılabilir. Bir seriyi durağanlaştırmak için serinin farkının alınması gerekiyorsa böyle serilere fark durağan seriler denir. Serinin

durağanlığı fark alma işlemi ile gerçekleşiyorsa seri birim köklüdür (Kennedy, 2006: 364).

1.3.Birim Kök Süreci

Birim kök ifadesinin ekonometrideki matematiksel temelini anlayabilmek için gecikme işlemcisinin bilinmesi gerekmektedir. Gecikme işlemcisi L bir zaman serisi için birinci gecikmeyi gösterir. İlgilenilen seri x_t ise $Lx_t=x_{t-1}$, $L^2x_t=x_{t-2}$, $L^0 x_t =x_t$ olur. Daha yüksek dereceler için gecikme işlemcisinin genel formu $L^n x_t=x_{t-n}$ şeklindedir. Tek değişkenli bir AR(2) modeli şu şekildedir:

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \beta y_{t-2} + \varepsilon_t. \quad (1.5)$$

Burada y_t bir zaman serisidir, α ve β eğim katsayılarıdır. ε_t hata terimidir. Gecikme işlemcisi kullanılarak bu AR(2) süreci şu şekilde yazılabilir:

$$A(L)y_t = \varepsilon_t. \quad (1.6)$$

Burada $A(L) = 1 - \alpha L - \beta L^2$ şeklinde polinomdur. $A(L)y_t = 0$ denklemini $(1-\lambda_1 L)(1-\lambda_2 L) \dots (1-\lambda_n L) y_t = 0$ şekline getirerek kökleri elde edilebilir. Burada n polinomun derecesini gösterir. λ_i 'ler $A(L)$ 'nin kökleridir. Köklerden herhangi biri 1'e eşitse seri üzerindeki herhangi bir şok kalıcı olacaktır. 1'e eşitlik durumundan dolayı serilerin durağan olmaması haline birim köklü süreç denmektedir. Eğer seride n tane 1'e eşit kök varsa seri n . dereceden bütünleşiktir denir ve $y_t \sim I(n)$ şeklinde gösteririz (Mahadeva, Robinson, 2004).

1.4.Birim Kök Testi ve Yapısal Değişimler

Nelson ve Plosser (1982: 132-162) neredeyse bütün iktisadi makroekonomik değişkenlerin bir birim köke sahip oldukları görüşündeydi ve bir birim kök içeren değişkenler AR(p) süreci ile modellenebilirdi. Ancak Perron (1989:1361-1401) yaptığı çalışma ile bu görüşe karşı çıkarak ekonomilerde meydana gelen ve nadiren karşılaşılan durumların serilerin izlediği süreci kalıcı olarak değiştirebileceği görüşünü öne sürmüştür (Byrne, Perman, 2006). Bu değişimler kesikli veya kademeli olarak gerçekleşebilir ve serilerde yapısal değişimler meydana getirirler. Bu yapısal değişimlerin varlığı serilerin, zaman boyunca izledikleri süreçlerde yapısal değişim

sayılarına bağılı olarak, farklı ortalama seyirleri izlemelerine neden olacaktır. Serilerde stokastik trend mevcutsa bu durum serilerin ortalama ve varyansının zaman boyunca sabit bir yol izlemediğini gösterir ve serilerin birim köklü olduğu sonucuna varılır. Ancak serilerin birim köklü olduğunu söyleyen temel hipotezi reddedememek demek temel hipotezin kesin olarak doğru olduğundan ziyade hipotezi reddetmek için yeterli kanıtın olmadığını gösterir. Serilerde kesikli veya kademeli yapısal değışimlerin oluşma sebepleri farklılık arzedebilir. Özellikle iktisadi zaman serilerinde meydana gelen yapısal değışimlerin serinin ortalamasını kalıcı olarak etkilediğini söyleyen Perron (1989)'a göre yapısl değışimleri ya da kırılmaları göz önüne almadan yapılan birim kök testleri aslında durağan olan serilerin birim köklü olduğu sonucuna varmamıza neden olabilir. Kurulan regresyon modelleri çıkarsama ve öngörüler için yanıltıcı sonuçlar verebilirler.

BÖLÜM 2

2) ZAMAN SERİSİ BİRİM KÖK TESTLERİ

2.1.Geleneksel Birim Kök Testleri

Geleneksel birim kök testleri serilerin birim kök süreçlerini sınarken yapısal değişimleri dikkate almazlar. Sadece serinin zaman içerisinde izlediği süreçteki ortalama ve varyansındaki değişimler göz önünde bulundurulur. Sistemin dışında gerçekleşen krizler, şoklar ya da başka olağan üstü durumlarla ilgilenilmez. Geleneksel birim kök testlerinin başlangıcını Dickey ve Fuller (1979) oluşturmaktadır. Bu bölümde pek çok birim kök testinin temelini oluşturduğu ve bizim geliştireceğimiz yeni birim kök testi de ADF tipi bir birim kök testi olduğu için Dickey Fuller (1979) birim kök testine ve Genişletilmiş Dickey Fuller birim kök testine ayrıntılı olarak yer verilmiştir. Dickey Fuller (DF) ve Genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) birim kök testlerinin yanı sıra en yaygın kullanılan birim kök testleri olmaları sebebiyle, Phillips Perron (PP), KPSS, DF-GLS ve Ng ve Perron birim kök testlerine de yer verilmiştir.

2.1.1. Dickey Fuller Birim Kök Testi (1979)

Zaman serilerinin durağanlığını test etmek için birçok birim kök testi geliştirilmiştir. Dickey ve Fuller'in 1979'da yaptıkları çalışma birim kök testlerinin başlangıcını oluşturmuştur. Bu çalışma ile durağanlık sistematik olarak sınanmaya başlanmıştır.

Y_t serisi T gözlemden oluşan ve gözlem değerleri $Y_1, Y_2, \dots, Y_t$ şeklinde olan bir zaman serisi olsun. Dickey ve Fuller (1979) bu seriyi otoregresif bir süreç olarak şu şekilde göstermiştir:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

Burada $Y_0=0$, ρ gerçekte bir sayı, $\{e_t\}$ ortalaması sıfır, varyansı sabit bağımsız normal dağılımlı bir seridir, yani $e_t \sim NID(0, \sigma^2)$ şeklindedir. Eğer $|\rho| < 1$ ise Y_t zaman serisi $t \rightarrow \infty$ iken durağan bir zaman serisine yaklaşır. Eğer $|\rho| = 1$ ise zaman serisi durağan değildir ve Y_t 'nin varyansı $t\sigma^2$ 'dir. $\rho=1$ ise böyle bir zaman serisi “rastsal yürüyüş” olarak adlandırılır. Eğer $|\rho| > 1$ ise böyle bir zaman serisi durağan değildir ve bu

serinin varyansı t arttıkça artar. n gözlemlili $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ verildiğinde ρ 'nun maximum olabilirlik tahmincisi en küçük kareler tahmincisine eşittir ve şu şekilde hesaplanır:

$$\hat{\rho} = (\sum_{t=1}^n Y_{t-1}^2)^{-1} \sum_{t=1}^n Y_t Y_{t-1}. \quad (2.2)$$

Rubin (1950) $\hat{\rho}$ tahmin edicisinin, ρ 'nun tutarlı bir tahmincisi olduğunu göstermiştir. White (1958) yaptığı bir çalışmada $\hat{\rho} - \rho$ normalleştirilmiş pay ve paydası için birleşik moment yaratan fonksiyonu elde etmiştir. $|\rho| \neq 1$ ise $\hat{\rho} - \rho$ farkının limit dağılımını elde etmek için birleşik moment yaratan fonksiyonun tersi alınabilir. $|\rho| < 1$ ise $n^{1/2}(\hat{\rho} - \rho)$ ifadesinin limit dağılımının normal, $|\rho| > 1$ ise $|\rho|^n(\rho^2 - 1)^{-1}(\hat{\rho} - \rho)$ ifadesinin limit dağılımının Cauchy ve $|\rho| = 1$ ise $n(\hat{\rho} - 1)$ 'in limit dağılımının iki integralin oranı olarak bilinen Wiener süreci olarak tanımlandığını göstermiştir. Burada n gözlem sayısıdır.

Uygulamalarda $|\rho| = 1$ hipotezi ile ilgilenilmektedir. Çünkü bu hipotez zaman serilerinin fark alınarak dönüştürülmesinin uygun olması duruma karşılık gelir.

Bu modelin her iki tarafından Y_{t-1} çıkartılarak model şu şekilde yazılabilir:

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + e_t \quad (2.3)$$

$$\Delta Y_t = (\rho - 1)Y_{t-1} + e_t \quad (2.4)$$

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + e_t. \quad (2.5)$$

(2.1) nolu denklemdeki $\rho = 1$ hipotezi ile (2.5) nolu denklemdeki $\delta = 0$ yokluk hipotezini sınamak aynı anlama gelmektedir. Bu işlemin yapılma sebebi hipotez sınamaları yapılırken hesaplamalarda sağlanan kolaylıktır. Dickey Fuller(DF) birim kök sınaması için oluşturulan hipotezler şu şekildedir:

$H_0: \rho = 1$ veya $\delta = 0$ (Seri durağan değildir, birim kök içermektedir)

$H_0: \rho < 1$ veya $\delta < 0$ (Seri durağandır, birim kök içermez).

DF birim kök testi (2.5) nolu denklemdeki δ katsayısının anlamlı olup olmadığına dayanır. En küçük kareler yöntemi kullanılarak tahmin edilen modelde ρ 'nun en küçük kareler tahmincisi normal dağılıma uymamaktadır. Bu yüzden anlamlılık sınamasında t-

dağılımı kullanılamaz. Bunun için Dickey ve Fuller (1979) yeni tablo değerleri üretmişlerdir.

Dickey ve Fuller (1979) çalışmalarında $|\rho| = 1$ için $\hat{\rho}$ ve $\hat{t}$ değerlerinin limit dağılımlarını göstermiştir. İstatistiklerin anlamlılık düzeyleri için tablo değerleri üretmiş, sabitli ve trendli modeller için farklılaşan kritik değerleri oluşturmuştur. Dickey ve Fuller'in oluşturduğu 3 farklı model türü ve test istatistikleri şu şekildedir:

$$\text{Model a: } Y_t = \rho Y_{t-1} + e_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (2.6)$$

$$\text{Model b: } Y_t = \mu + \rho Y_{t-1} + e_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

$$\text{Model c: } Y_t = \mu + \beta t + \rho Y_{t-1} + e_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (2.8)$$

Dickey ve Fuller (1979) bu modeller için geleneksel student-t değerlerinin kullanılamayacağını gösterip her bir model için sırasıyla $\tau, \tau_\mu, \tau_\tau$ olmak üzere test istatistikleri oluşturmuşlardır. Bu test istatistiklerini hesaplamak için oluşturulan vektörler ve hesaplamalar şu şekildedir:

Y_t , n gözlem içeren $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ ve analiz için yeterli gözleme sahip zaman serisi olsun. (n-1) boyutlu tanımlanan vektörler şu şekildedir:

$$\mathbf{1}' = (1, 1, 1, \dots, 1) \quad (2.9)$$

$$\mathbf{t}' = \left(1 - \binom{n}{2}, 2 - \binom{n}{2}, 3 - \binom{n}{2}, \dots, n - 1 - \binom{n}{2} \right) \quad (2.10)$$

$$\mathbf{Y}'_t = (Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n) \quad (2.11)$$

$$\mathbf{Y}'_{t-1} = (Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_{n-1}) \quad (2.12)$$

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{Y}_{t-1}, \quad \mathbf{U}_2 = (\mathbf{1}, \mathbf{Y}_{t-1}), \quad \mathbf{U}_3 = (\mathbf{1}, \mathbf{t}, \mathbf{Y}_{t-1}). \quad (2.13)$$

Buradan hareketle $\hat{\rho}_\mu$ aşağıda gösterilen vektörün son elemanıdır:

$$(\mathbf{U}_2' \mathbf{U}_2)^{-1} \mathbf{U}_2' \mathbf{Y}_t. \quad (2.14)$$

Aynı şekilde $\hat{\rho}_\tau$ aşağıda verilen matrisin son elemanı olarak tanımlanır:

$$(\mathbf{U}_3' \mathbf{U}_3)^{-1} \mathbf{U}_3' \mathbf{Y}_t. \quad (2.15)$$

$\rho=1$ hipotezinin testi için test istatistikleri regresyonda hesaplanan t istatistiklerine benzer şekilde hesaplanır:

$$\hat{\tau} = (\hat{\rho} - 1)(S_{e1}^2 c_1)^{-1/2} \quad (2.16)$$

$$\hat{\tau}_\mu = (\hat{\rho}_\mu - 1)(S_{e2}^2 c_2)^{-1/2} \quad (2.17)$$

$$\hat{\tau}_\tau = (\hat{\rho}_\tau - 1)(S_{e3}^2 c_3)^{-1/2}. \quad (2.18)$$

$$S_{ek}^2 = (n - k - 1)^{-1}[\mathbf{Y}'_t(\mathbf{I} - \mathbf{U}_k(\mathbf{U}'_k \mathbf{U}_k)^{-1} \mathbf{U}'_k) \mathbf{Y}_t]. \quad (2.19)$$

Burada c_k $(\mathbf{U}'_k \mathbf{U}_k)^{-1}$ matrisinin sağ en alttaki elemanıdır, S_{ek}^2 ise regresyonun kalıntı kareler ortalamasıdır.

τ istatistiği, büyük örneklerde bile t-dağılımına uymaz. Bu yüzden tau istatistiğinin kritik değerleri Dickey ve Fuller tarafından tablolaştırılmıştır ancak bu tabloların sınırlılığından dolayı Mac Kinnon (1990) tarafından yeniden düzenlenmiştir.

Hesaplanan tau istatistiğinin mutlak değeri tau tablo değerini aşıyorsa boş hipotez reddedilerek serinin birim kök içermediğine yani durağan olduğuna karar verilir.

Dickey ve Fuller 1979'da yaptıkları bu çalışma ile durağanlığı sınamak için oluşturdukları modellerin tek tek katsayı anlamlılıklarına bakabilmek için tau test istatistiklerini hesaplamışlardır. 1981' de yaptıkları çalışmada benzerlik oran testi (likelihood ratio test) ile katsayıların anlamlılık sınamalarını kurdukları ortak hipotezle sınamak için test istatistikleri geliştirmişlerdir. Kurdukları modeller, hipotezler ve test istatistikleri şu şekildedir:

$$\text{Model:} \quad Y_t = \alpha + \rho Y_{t-1} + e_t \quad (2.20)$$

$$\text{Temel hipotez: } (\alpha, \rho) = (0, 1)$$

$$\text{Test istatistiği: } \hat{\tau}_{\alpha\mu} = S_{\alpha\mu}^{-1} \hat{\alpha}_\mu \quad (2.21)$$

$$\hat{\alpha}_\mu = \bar{y}_{(0)} - \hat{\rho}_\mu \bar{y}_{(-1)} \quad (2.22)$$

$$\hat{\rho}_\mu = \left[\sum_{t=2}^n (Y_{t-1} - \bar{y}_{(-1)})^2 \right]^{-1} \sum_{t=2}^n (Y_t - \bar{y}_{(0)})(Y_{t-1} - \bar{y}_{(-1)}) \quad (2.23)$$

$$S_{\alpha\mu}^2 = S_{e\mu}^2 \left[(n-1)^2 + \bar{y}_{(-1)}^2 \left\{ \sum_{t=2}^n (Y_{t-1} - \bar{y}_{(-1)})^2 \right\}^{-1} \right] \quad (2.24)$$

$$S_{e\mu}^2 = (n-3)^{-1} \sum_{t=2}^n (Y_t - \hat{\alpha}_\mu - \hat{\rho}_\mu Y_{t-1})^2 \quad (2.25)$$

$$\text{Model: } Y_t = \alpha + \beta t + \rho Y_{t-1} + e_t \quad (2.26)$$

Temel hipotez: $(\alpha, \beta, \rho) = (0, 0, 1)$

$$\text{Test istatistiği: } \hat{t}_{\alpha\tau} = (C_{11}S_{e\tau}^2)^{-\frac{1}{2}} \hat{\alpha}_\tau \quad (2.27)$$

$$\text{Model: } Y_t = \alpha + \beta t + \rho Y_{t-1} + e_t \quad (2.28)$$

Temel hipotez: $(\alpha, \beta, \rho) = (\alpha, 0, 1)$

$$\text{Test istatistiği: } \hat{t}_{\beta\tau} = (C_{22}S_{e\tau}^2)^{-\frac{1}{2}} \hat{\beta}_\tau \quad (2.29)$$

$$S_{e\tau}^2 = (n - 4)^{-1} Y' [I - X(X'X)^{-1}X'] Y. \quad (2.30)$$

Burada X , i. satırı $(1, i-1/2, Y_i)$ olan $(n-1) \times 3$ boyutlu matristir ve $Y' = (Y_2, Y_3, \dots, Y_n)$ şeklindeki matristir.

α, β ve ρ 'nun en küçük kareler tahmincileri matrisi ise şöyledir:

$$\hat{\theta}_\tau = (\hat{\alpha}_\tau, \hat{\beta}_\tau, \hat{\rho}_\tau)' = X(X'X)^{-1}X'Y. \quad (2.31)$$

$C_{ij}, (X'X)^{-1}$ matrisinin ij . elemanıdır.

$$\text{Model: } Y_t = \alpha + \rho Y_{t-1} + e_t \quad (2.32)$$

Temel hipotez: $(\alpha, \rho) = (0, 1)$

$$\text{Test istatistiği: } \varphi_1 = (2S_{e\mu}^2)^{-1} [(n-1)\hat{\sigma}_0^2 - (n-3)S_{e\mu}^2] \quad (2.33)$$

$$\text{Model: } Y_t = \alpha + \beta t + \rho Y_{t-1} + e_t \quad (2.34)$$

Temel hipotez: $(\alpha, \beta, \rho) = (0, 0, 1)$

$$\text{Test istatistiği: } \varphi_2 = (3S_{e\tau}^2)^{-1} [(n-1)\hat{\sigma}_0^2 - (n-4)S_{e\tau}^2] \quad (2.35)$$

$$\text{Model: } Y_t = \alpha + \beta t + \rho Y_{t-1} + e_t \quad (2.36)$$

Temel hipotez: $(\alpha, \beta, \rho) = (\alpha, 0, 1)$

$$\text{Test istatistiği: } \varphi_3 = (2S_{e\tau}^2)^{-1} [(n-1)\{\hat{\sigma}_0^2 - (\bar{y}_{(0)} - \bar{y}_{(-1)})^2 - (n-4)S_{e\tau}^2\}]. \quad (2.37)$$

Burada hesaplanan $(\hat{t}_{\alpha\mu}, \hat{t}_{\alpha\tau}, \hat{t}_{\beta\tau})$ ilgili regresyonların t istatistikleridir, $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ ise regresyonların F istatistikleridir. Bütün bu test istatistikleri için kritik değerleri Dickey ve Fuller (1981) çalışmalarında tablo halinde vermişlerdir.

2.1.2. Genişletilmiş Dickey Fuller Birim Kök Testi (1981)

Otoregresif veri yaratma süreci p. mertebeden olmasına rağmen model 1. dereceden otoregresif süreç olarak kurulursa modele dahil edilmeyen değişkenlerin etkisi hata teriminde toplanacak ve hata terimi otokorelasyonlu olabilecektir. DF testi hata teriminin ardışık değerleri ile ilişkisiz olduğu, yani otokorelasyonun olmadığı, varsayımına dayanır. Modeldeki otokorelasyon sorununu giderecek şekilde AR(p) sürecini Dickey ve Fuller 1981’de yaptıklarıalışmada modellemişlerdir.

Dickey ve Fuller (1981) bu otokorelasyon sorununu aşmak için Dickey Fuller testinde kullandıkları modelleri genişleterek AR(p) süreçli aşağıdaki denklemleri geliştirmişlerdir:

$$Y_t = Y_{t-1} + Z_t \quad t=2,3,\dots \quad (2.38)$$

$$Z_t = \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2} + \dots + \theta_p Z_{t-p} + e_t \quad (2.39)$$

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i (Y_{t-i} - Y_{t-1-i}) + e_i \quad (2.40)$$

$$Y_t = \alpha + \beta \left[t - \frac{1}{2}(n-p+1) \right] + \rho Y_{t+p-1} + \sum_{i=1}^p \theta_i Z_{t+p-i} + e_{t+p}. \quad (2.41)$$

Bu denklemlerde birim kökün varlığı araştırılırken kurulacak hipotezlerin ve test istatistiklerinin ve kritik değerlerinin DF testinin değerleriyle aynı olduğunu Dickey ve Fuller 1981’dekialışmalarında göstermişlerdir. Ancak bu testte uygun gecikme sayısına karar vermek önemlidir. Gecikme sayısına karar vermenin birden fazla yolu vardır. Modele eklenecek uygun gecikme uzunluğunu belirleyebilmek için Akaike bilgi kriteri ya da Schwarz bilgi kriteri gibi kriterlerden yararlanılabilir. Bilgi kriterleri modele eklenecek gecikme sayılarını mümkün olduğunca azaltmayaalışır. Bu kriterler doğru gecikme sayısının belirlenebilmesi için bir ceza fonksiyonu kullanarak gecikme sayısını aşağıdaki şekilde belirler:

$$IC(k) = T * \ln \hat{\sigma}^2(p) + p[f(t)]$$

$\hat{\sigma}^2(p)$, p gecikme için hesaplanan varyans değeridir, $p[f(t)]$ ise farklı gecikme sayıları için belirlenen ceza fonksiyonudur. Akaike Bilgi Kriteri (AIC) $f(T)=2$ alırken, Schwarz Bilgi Kriteri (SIC) $f(T)=\ln T$ olarak alır. SIC bilgi kriteri büyük örneklemelerde daha

doğru sonuçlar verirken, AIC bilgi kriteri sonlu örneklemelerde daha güçlü sonuçlar vermektedir.

Uygun gecikme sayısını belirleme yollarından biri de genelden özele ya da özelden genele yaklaşımıdır. Genelden özele yaklaşımında öncelikle modele eklenecek maksimum gecikme sayısı $p_{\max}$ 'a karar verilir. Belirlenen maksimum p sayısı ile model kurulur ve bu gecikmelerin birleşik olarak sıfıra eşit olup olmadığı F testi ile sınanır. Aşama aşama anlamsız olan gecikmeler modelden çıkarılarak F değerinin anlamlı olduğu gecikme sayısı uygun gecikme sayısı olarak belirlenir. Özelden genele yaklaşımında ise gecikme sayısı olarak 1'den başlanır ve gecikme sayısı birer birer artırılarak eklenen gecikmelerin anlamlılığına t-testi ile tek tek bakılır. Son eklenen gecikme anlamsız olduğunda anlamsız olan gecikme sayısından bir önceki gecikme sayısı uygun gecikme olarak belirlenir (Sevüktekin, Çınar, 2014).

2.1.3. Phillips Perron Birim Kök Testi (1988)

DF testi hata terimleri arasında serisel ilişki olmadığını ve hata terimlerinin sabit varyansa sahip olduklarını varsayar. ADF testinde hata terimindeki var olan serisel ilişkiyi gidermek için bağımlı değişkenin gecikmeleri modele dâhil edilir. Ancak gecikmelerin modele dâhil edilmesi ve doğru sonuçlar alabilmek için uygun gecikmenin doğru belirlenmesi gerekmektedir. Aksi takdirde test güvenilir sonuçlar vermeyecektir. Bunun yanı sıra gecikme uzunluğu arttıkça seride serbestlik derecesinin azalmasına bağlı olarak bilgi kaybı oluşacaktır. Phillips ve Perron (1988) yaptıkları çalışmada hata teriminde oluşacak ilişkiyi dikkate alabilmek için otokorelasyonu düzelten parametrik olmayan bir düzeltme önermişlerdir ve hata terimi ile ilgili varsayımları esnetmişlerdir. DF testinde otoregresif süreç (AR) kullanılarak modelleme yapılırken Phillips Perron testinde modeller veri yaratma süreci olarak otoregresif-hareketli ortalamalar süreci (ARMA) kullanılarak oluşturulmuştur.

Phillips Perron testi için şu iki denklem önerilmiştir:

$$y_t = \hat{\mu} + \hat{\alpha}y_{t-1} + \hat{u}_t \quad (2.42)$$

$$y_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta}\left(t - \frac{1}{2}T\right) + \tilde{\alpha}y_{t-1} + \tilde{u}_t \quad (2.43)$$

Burada $(\hat{\mu}, \hat{\alpha})$ ve $(\tilde{\mu}, \tilde{\beta}, \tilde{\alpha})$ sıradan en küçük kareler (EKK) regresyonu katsayılarıdır, T gözlem sayısı ve u_t hata terimini göstermektedir. Model (2.43)'deki bağımsız değişkenler $T \times 3$ boyutlu $\mathbf{X}$ matrisi olarak tanımlanmıştır. Bu modeller için Phillips ve Perron'un tanımladıkları regresyonun t-istatistikleri şu şekildedir:

$$t_{\hat{\alpha}} = (\hat{\alpha} - \alpha) \{ \sum (y_{t-1} - \bar{y}_{-1})^2 \}^{\frac{1}{2}} / \hat{s}, \quad t_{\hat{\mu}} = (\hat{\mu} - \mu) \{ \sum (y_{t-1} - \bar{y}_{-1})^2 \}^{\frac{1}{2}} / \hat{s} \quad (2.44)$$

$$t_{\tilde{\mu}} = (\tilde{\mu} - \mu) / (\tilde{s}^2 c_1)^{\frac{1}{2}}, \quad t_{\tilde{\beta}} = (\tilde{\beta} - \beta) / (\tilde{s}^2 c_2)^{\frac{1}{2}}, \quad t_{\tilde{\alpha}} = (\tilde{\alpha} - \alpha) / (\tilde{s}^2 c_3)^{\frac{1}{2}} \quad (2.45)$$

Burada $\hat{s}$ ve $\tilde{s}$ (2.42) ve (2.43) numaralı regresyon denklemlerinin standart hatalarıdır, $c_i (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ matrisinin i. köşegen elemanıdır ve $\bar{y}_{-1} = T^{-1} \sum y_{t-1}$.

(2.42) ve (2.43) nolu modellerde $\{y_t\}$ için veri yaratma süreci şu şekildedir:

$$y_t = \alpha y_{t-1} + u_t \quad (t=1,2,\dots) \quad (2.46)$$

$$\alpha=1. \quad (2.47)$$

Denklem (2.42) ve (2.43)'de gösterilen modellere sıfır olmayan bir sabit eklendiğinde yeni veri yaratma süreci, katsayılar ve t-istatistikleri değişmeyeceği için, aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + u_t \quad (t=1,2,\dots). \quad (2.48)$$

Phillips ve Perron (1988), parametre bağımlılığı sorununu asimptotik olarak elimine etmek için (2.42) ve (2.43) nolu regresyonlardan elde edilen geleneksel test istatistiklerini dönüştürerek aşağıdaki Z istatistiklerini tanımlamışlardır:

(2.42) numaralı model için elde edilen test istatistikleri:

$$Z(\hat{\alpha}) = T(\hat{\alpha} - 1) - \hat{\lambda} / \bar{m}_{yy}, \quad Z(t_{\hat{\alpha}}) = (\hat{s} / \hat{\sigma}_{Tl}) t_{\hat{\alpha}} - \hat{\lambda}' \hat{\sigma}_{Tl} / \bar{m}_{yy}^{\frac{1}{2}}, \quad (2.49)$$

$$Z(t_{\hat{\mu}}) = (\hat{s} / \hat{\sigma}_{Tl}) t_{\hat{\mu}} - \hat{\lambda}' \hat{\sigma}_{Tl} m_y / \bar{m}_{yy}^{\frac{1}{2}} m_{yy}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.50)$$

(2.43) numaralı model için elde edilen test istatistikleri:

$$Z(\tilde{\alpha}) = T(\tilde{\alpha} - 1) - \tilde{\lambda}/M, \quad Z(t_{\tilde{\alpha}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\alpha}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl}/M^{\frac{1}{2}} \quad (2.51)$$

$$Z(t_{\tilde{\mu}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\mu}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl}m_y/M^{\frac{1}{2}}(M + m_y^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.52)$$

$$Z(t_{\tilde{\beta}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\beta}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl}(\frac{1}{2}m_y - m_{ty})/(M/12)^{\frac{1}{2}}\bar{m}_{yy}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.53)$$

Burada;

$$m_{yy} = T^{-2} \sum y_t^2, \quad (2.54)$$

$$\bar{m}_{yy} = T^{-2} \sum (y_t - \bar{y})^2, \quad (2.55)$$

$$m_y = T^{-3/2} \sum y_t, \quad (2.56)$$

$$m_{ty} = T^{-5/2} \sum ty_t, \quad (2.57)$$

$$M = (1 - T^{-2})m_{yy} + 12m_{ty}^2 + 12(1 + T^{-1})m_{ty}m_y - (4 + 6T^{-1} + 2T^{-2})m_y^2 \quad (2.58)$$

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{Tl}^2 - \hat{s}^2) \quad (2.59)$$

$$\hat{\lambda}' = \hat{\lambda}/\hat{\sigma}_{Tl}^2 \quad (2.60)$$

$$\tilde{\lambda} = \frac{1}{2}(\tilde{\sigma}_{Tl}^2 - \tilde{s}^2) \quad (2.61)$$

$$\tilde{\lambda}' = \tilde{\lambda}/\tilde{\sigma}_{Tl}^2. \quad (2.62)$$

Bu test istatistiklerinin limit dağılımları DF testi için geliştirilen test istatistiklerinin limit dağılımları ile aynıdır. Bu yüzden Z istatistikleri için Dickey-Fuller kritik değerleri kullanılır. Test istatistiği mutlak değerce tablo değerinden küçükse yokluk hipotezi red edilemez. Serinin birim kök içerdiği yani durağan olmadığı sonucuna varılır.

Eğer birim kök süreci pozitif hareketli ortalamalı hata süreci ile modelleniyorsa Z test istatistiklerinin kullanılması daha uygundur ve diğer testlere göre daha güçlü özelliklere sahiptir. Negatif MA süreci sergileyen modeller içinse Z test istatistiklerinin

uygulanması pek kullanışlı değildir. Böyle modellerde ADF sürecinin kullanılması daha uygundur(Phillips ve Perron, 1988,sf:345)

2.1.4. Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin Durağanlık Testi (1992)

Bazı birim kök testlerinin temel hipotezleri birim köklü süreci gösterirken bazı testlerin temel hipotezi durağanlık içerir. Temel hipotezleri birim kök içeren testler birim kök testleri olarak adlandırılırken, temel hipotezinde durağanlık olan testler durağanlık testleri olarak adlandırılır. Durağanlık testlerinden bazıları şunlardır: Tanaka (1990), Park (1990), Kwiatkowski, Phillips ve Schmidt ve Shin (1992), Saikkonen ve Luukkonen (1993), Choi (1994), Leybourne ve McCabe (1994), Arellano ve Pantula (1995) (Maddala, Kim :120)

Kwiatkowski, Phillips ve Schmidt ve Shin 1992’ de yaptıkları çalışmada, temel hipotezde birim kökün varlığını sınavan birim kök testlerinin başarılı olamayacağını çünkü klasik hipotez sınamalarında bir temel hipotezin reddedilebilmesi için alternatif hipotezin çok güçlü kanıtlar sunması gerektiğini, ancak zaman serilerinin birim kökün varlığı ya da yokluğu ile ilgili bilgi sunmada yeterli olamayacağını, bu yüzden temel hipotezin reddinin başari lamayacağını öne sürmüşlerdir. Kwiatkowski vd. (1992) temel hipotezinde bir serinin deterministik bir trend etrafında durağan olduğunu söyleyen bir test önermişlerdir. Bu test birim kök alternatif hipotezine karşın durağanlık temel hipotezini sınavan bir yaklaşım sağlar. Bu çalışmada kurulan modelde zaman serisi; deterministik bir trend, bir rastsal yürüyüş ve durağan bir hata terimi bileşenlerinin toplamından oluşur. Bu testin temel hipotezi rastsal yürüyüş bileşeninin varyansının sifira eşit olduğu duruma karşılık gelir. Rastsal yürüyüş modelinin hata terimi varyansının sifir hipotezinde sınavması demek temel hipotezde durağanlık durumunun test edildiğini göstermektedir. Bu testin DF-ADF ve Perron testlerinden farkı hipotezlerde yatmaktadır. Diğer testlerin temel hipotezi serinin birim köklü yani durağan olmadığını gösterirken KPSS testinin temel hipotezi serinin durağan olduğunu söylemektedir. Bu test birim kökün varlığını sınamadan serilerin durağanlığını sınar. Bu yüzden bu test bir birim kök testi değil durağanlık testidir.

Kwiatkowski vd. (1992) yaptıkları çalışmada ele aldıkları model şu şekildedir:

$$y_t = \xi t + r_t + \varepsilon_t \quad (2.63)$$

Bu modelde t deterministik trend, $r_t = r_{t-1} + u_t$ şeklindeki rastsal yürüyüş sürecini gösteren değişkendir ve ε_t durağan bir rastsal terimdir.

Burada temel hipotez $\sigma_u^2 = 0$ şeklindedir. Bu hipotez için Kwiatkowski vd. (1992) test istatistiği olarak Nabeya ve Taraka'nın 1988'deki çalışmalarında rastsal katsayıların testi için kullandıkları LBI (Locally Best Invariant- Yerel En İyi Değişmez) test istatistiğini kullanmışlardır. Bu test istatistiği LM test istatistiği ile aynıdır.

Test istatistiği şu şekilde elde edilir:

$e_t=1,2,\dots,T$ olsun. e_t yani hatalar zaman trendi ve sabit üzerine regres edilen y regresyonundan elde edilir. $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ bu regresyondan elde edilen hata varyansının tahminidir.

Hataların kısmi toplamaları:

$$S_t = \sum_{i=1}^t e_i \quad t=1,2,\dots,T. \quad (2.64)$$

LM (LBI) test istatistiği:

$$LM = \sum_{t=1}^T S_t^2 / \hat{\sigma}_\varepsilon^2. \quad (2.65)$$

Hata terimlerinin bağımsız ve aynı dağılımlı olduğu durumlar için yukarıdaki LM test istatistiği kullanılırken bu varsayımın sağlanmadığı durumlarda $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ yerine σ^2 kullanılır.

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(S_T^2). \quad (2.66)$$

σ^2 'nin tutarlı tahmincisi $s^2(l)$ ise şu şekildedir:

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s, l) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s}. \quad (2.67)$$

Burada $w(s,l)$ ağırlık fonksiyonunu, l ise gecikmeyi ifade eder. Test istatistiği şu şekildedir:

$$\hat{\eta} = T^{-2} \sum \frac{s_t^2}{s^2(l)} \quad (2.68)$$

Test istatistikleri için gerekli kritik değerleri Kwiatkowski vd. (1992) tarafından tablolandırılmıştır. Test istatistiği tablo değerinden büyükse serinin durağan olduğunu gösteren temel hipotez reddedilir.

2.1.5. DF-GLS Birim Kök Testi (1996)

Dickey Fuller testinin küçük örneklerde gücünün düşük olması sorunu gidermek için Elliott, Rothenberg ve Stock tarafından 1996 yılında yeni bir test geliştirilmiştir. ERS testi olarak da bilinen bu test seride sabit ve/veya trend bulunduğu durumlarda uygulanabilmektedir. Test, seride trend arındırma işlemi yapılarak uygulanmaktadır.

Bu testte veri yaratma süreci için kullanılan model şu şekildedir:

$$y_t = d_t + u_t \quad (2.69)$$

$$u_t = \alpha u_{t-1} + v_t. \quad (2.70)$$

Burada d_t deterministik bileşendir, $\{v_t\}$ durağan sıfır ortalamaya sahip sıfır frekansında pozitif spektral yoğunluk fonksiyonlu hata sürecidir.

Testin temel hipotezi $\alpha=1$ (seri birinci dereceden bütünleşiktir-seri birim köklüdür), alternatif hipotezi ise $|\alpha| < 1$ (seri sıfırıncı dereceden bütünleşiktir-seri birim köklü değildir) şeklinde kurulmuştur.

d_t biliniyorken u_t gözlemlenebilir ve logaritmik olabilirlik fonksiyonu şu şekilde olur:

$$L(\alpha) = [\Delta u - (\alpha - 1)u_{-1}]' \Sigma^{-1} [\Delta u - (\alpha - 1)u_{-1}]. \quad (2.71)$$

Burada $\Delta u = (u_1, u_2 - u_1, \dots, u_T - u_{T-1})'$, $u_{-1} = (0, u_1, \dots, u_{T-1})'$ ve $\Sigma v_1, \dots, v_T$ için tekil olmayan varyans kovaryans matrisidir. Burada $\alpha=1$ temel hipotezine karşın $\alpha = \bar{\alpha}$ alternatif hipotezi sınanır. Benzerlik oran istatistiği $L(\bar{\alpha})-L(1)$ ile hesaplanır. $c = T(\alpha - 1)$ şeklindedir bu durumda $\bar{c} = T(\bar{\alpha} - 1)$ olur. Test istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$L(\bar{\alpha}) - L(1) = \bar{c}^2 T^{-2} u'_{-1} \Sigma^{-1} u_{-1} - 2\bar{c} T^{-1} u'_{-1} \Sigma^{-1} \Delta u. \quad (2.72)$$

DF-GLS testi yapılırken y_t serisi yerine trendden arındırılmış y_t^d serisi kullanılmalıdır. Trendden arındırılmış seri $y_t^d = y_t - \hat{\beta}'z_t$ şeklindedir. Seri trendden arındırıldıktan sonra seriyeye DF testi uygulanmaktadır (Elliott vd., 1996).

2.1.6. Ng ve Perron Birim Kök Testi (1996)

Phillips ve Perron (1988) çalışmalarında negatif hareketli ortalama (Moving Average- MA) süreci sergileyen modeller için, geliştirdikleri Z testlerinin uygun olmadığından bahsetmişlerdir. Negatif MA süreci gösteren yapılar için Phillips Perron (PP) birim kök testinin kullanılması hata teriminde boyut dağılım çarpıklığı (size distortion) sorununa sebep olur (Sevüktekin ve Çınar, 2014: 380). Perron ve NG (1996), yaptıkları yeni birim kök testi çalışmalarında hata teriminde ortaya çıkan bu boyut dağılım çarpıklığı sorununu gidermek için M testlerini geliştirmişlerdir ve PP testinde kullanılan test istatistiklerinde ve modele dahil edilecek gecikmeleri belirleyen bilgi kriterlerinde düzeltme yapmışlardır. Modifiye ettikleri test istatistiklerine M testi demişler, düzenledikleri bilgi kriterlerini ise Modifiye Edilmiş Bilgi Kriteri (Modified information Criteria- MIC) olarak adlandırmışlardır (Ng & Perron, 2001:1519-1554).

Veri yaratma süreci şu şekildedir:

$$y_t = \alpha y_{t-1} + u_t. \quad (2.73)$$

Burada $\{u_t\}$, $(0, \sigma_u^2)$ ile bağımsız ve özdeş dağılım gösterir. White (1958) normalleştirilmiş en küçük kareler istatistiğini, $T(\hat{\alpha}-1)$ şeklinde göstermiştir ve $\hat{\alpha}$ için test istatistiğini şu şekilde tanımlamıştır:

$$t_{\hat{\alpha}} = (\hat{\alpha} - 1) / \left[s_u (\sum_{t=1}^T y_{t-1}^2)^{-\frac{1}{2}} \right], \quad (2.74)$$

$$s_u^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2. \quad (2.75)$$

Bu test istatistiklerinin asimptotik dağılımları şu şekildedir:

$$T(\hat{\alpha} - 1) \Rightarrow \left(\int_0^1 W(r) dW(r) \right) \left(\int_0^1 W(r)^2 dr \right)^{-1}, \quad (2.76)$$

$$t_{\alpha} \Rightarrow \left(\int_0^1 W(r) dW(r) \right) \left(\int_0^1 W(r)^2 dr \right)^{-1/2} \quad (2.77)$$

$\{u_t\}$ serisinin otokorelasyonlu olduğu durum için Phillips (1987) istatistiklerin limit dağılımlarını şu şekilde düzenlemiştir:

$$T(\hat{\alpha} - 1) \Rightarrow \left(\int_0^1 W(r) dW(r) + \lambda \right) \left(\int_0^1 W(r)^2 dr \right)^{-1}, \quad (2.78)$$

$$t_\alpha \Rightarrow (\sigma/\sigma_u) \left(\int_0^1 W(r) dW(r) + \lambda \right) \left(\int_0^1 W(r)^2 dr \right)^{-1/2}, \quad (2.79)$$

$$\lambda = (\sigma^2 - \sigma_u^2)/2\sigma^2. \quad (2.80)$$

Phillips (1987) ve Phillips ve Perron (1988), (2.73) nolu regresyon modeli için Z_α ve Z_t istatistiklerini tanımlamışlardır:

$$Z_\alpha = T(\hat{\alpha} - 1) - (s^2 - s_u^2)(2T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2)^{-1}, \quad (2.81)$$

$$Z_t = (s_u/s)t_\alpha - (1/2)(s^2 - s_u^2)(2T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2)^{-1/2}. \quad (2.82)$$

Perron ve NG (1996) yukarıdaki bu istatistikleri dönüştürerek M testleri olarak tanımladıkları şu test istatistiklerini oluşturmuşlardır:

$$MZ_\alpha = (T^{-1}y_T^2 - s^2)(2T^{-2} \sum_{t=1}^T y_t^2)^{-1} \quad (2.83)$$

(2.83)'deki ifade şu şekilde yazılabilir:

$$MZ_\alpha = Z_\alpha + (T/2)(\hat{\alpha} - 1)^2, \quad (2.84)$$

$$MZ_t = Z_t + (1/2)(\sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 / s^2)^{1/2}(\hat{\alpha} - 1)^2. \quad (2.85)$$

Standart varsayımlar altında Z_α ve MZ_α ; Z_t ve MZ_t asimptotik olarak birbirine eşittir bu yüzden MZ_α istatistiğinin asimptotik kritik değerleri ile Z_α aynıken, MZ_t istatistiğinin asimptotik kritik değerleri ise Z_t ile aynıdır.

Perron ve NG (1996), ikinci bir istatistik olarak Sargan ve Bahargava (1983) ve Bhargava (1986)'nın çalışmalarında geliştirdikleri test istatistiğini düzenleyerek MSB istatistiğini tanımlamışlardır:

$$MSB = (T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 / s^2)^{1/2}. \quad (2.86)$$

Bu test istatistiği için kritik değerleri, Stock (1990) çalışmasında vermiştir. MSB test istatistiğinin PP test istatistikleri ile olan ilişkisi şu şekildedir:

$$Z_t = MSB.Z_\alpha. \quad (2.87)$$

Var olan bu ilişkiden yola çıkarak Perron ve NG (1996) ise dönüştürdükleri M testleri için aşağıdaki ilişkiyi tanımlamışlardır:

$$MZ_t = MSB.MZ_\alpha. \quad (2.88)$$

NG ve Perron (2001) yaptıkları çalışmada bu dönüştürülmüş test istatistiklerinin yanı sıra MP_T^{GLS} olarak tanımladıkları test istatistiklerini geliştirmişlerdir. Bu test istatistiği ADF-GLS testinin düzeltilmiş halidir. Test istatistiği seride sadece sabit ve hem sabit hem trend olma durumuna göre iki şekilde verilmiştir:

Sadece sabitli seri için:

$$MP_T^{GLS} = [\bar{c}^2 T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2 \bar{c} T^{-1} \tilde{y}_T^2] / S_{AR}^2. \quad (2.89)$$

Sabitli ve trendli seri için:

$$MP_T^{GLS} = [\bar{c}^2 T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2 (1 - \bar{c}) T^{-1} \tilde{y}_T^2] / S_{AR}^2. \quad (2.90)$$

Burada;

$$s_{AR}^2 = \hat{\sigma}_k^2 / (1 - \hat{\beta}(1))^2 \quad (2.91)$$

ifadesindeki $\hat{\beta}(1) = \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i$, $\hat{\sigma}_k^2 = (T - k)^{-1} \sum_{t=k+1}^T \hat{e}_{tk}^2$ şeklindedir. Buradaki $\hat{\sigma}_k^2$ ve $\hat{\beta}_i$ aşağıda verilen otoregresyondan elde edilen EKK tahmincileridir:

$$\Delta Y_t = d_t + \beta_0 Y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta Y_{t-j} + e_{tk}. \quad (2.92)$$

Buradaki d_t deterministik bileşendir.

NG-Perron testinde M testleri için temel hipotezler MZ_t ve MZ_α için birim kökün varlığını MSB ve MP_t test istatistikleri için ise birim kökün olmadığını gösterir. Bu test için kritik değerler NG ve Perron (2001) çalışmasında mevcuttur.

NG ve Perron (2001) Akaike ve Schwarz bilgi kriterlerini modifiye ederek modifiye edilmiş bilgi kriterini (Modified Information Criteria-MIC) geliştirmişlerdir:

$$MIC(k) = \ln(\sigma_k^2) + \frac{c_T(\tau_T(k) + (k))}{T - k_{max}}. \quad (2.93)$$

Burada $\tau_T(k) = (\hat{\sigma}_k^2)^{-1} \hat{\beta}_0^2 \sum_{t=k_{max}+1}^T \tilde{y}_{t-1}^2$ ve $\hat{\sigma}_k^2 = (T - k_{max})^2 \sum_{t=k_{max}+1}^T \hat{e}_{tk}^2$, $k_{max} = \text{int}(12(T/100)^{1/4})$ şeklindedir.

Akaike bilgi kriteri için yapılan dönüşüm MAIC olarak Schwarz bilg kriteri için yapılan dönüşüm ise MBIC olarak adlandırılmaktadır. MIC dönüşümünde $c_t=2$ olursa MAIC, $c_t=\ln(T-k_{max})$ olursa MBIC elde edilir.

2.2.Yapısal Değişimlere İzin Veren Birim Kök Testleri

Zaman serilerindeki durağan dışılığın nedenlerinden biri de serideki yapısal değişimlerdir. Ekonomi politikalarında ve yapısındaki değişimler ya da ekonominin herhangi bir alanındaki gelişmeler iktisadi zaman serilerinde yapısal değişimlere neden olabilir. Yapısal değişimin var olduğu bir durumda, yapısal değişimleri dikkate almayan birim kök testleri seriler hakkında yanıltıcı bilgiler verebilir (Sevüktekin, Çınar, 2014: 413). Bu yüzden bu yapısal değişimlerin zaman serisinin genel özelliklerini değiştirip değiştirmediği incelenmelidir (Yavuz, 2014: 308).

Nelson ve Plosser (1982) yaptığı çalışma ile zaman serisi verilerindeki birim kökün varlığı konusuna yeni ufuklar açmıştır. Nelson ve Plosser (1982) tarafından yapılan çalışmanın ışığında Perron'un 1989'da yaptığı çalışma ile birim kök incelemelerine daha ileri bir ivme kazandırılmıştır. Perron (1989) yaptığı çalışma ile birim kök testlerinin serilerdeki yapısal değişimleri de dikkate alacak doğrultuda geliştirilmesini sağlamıştır. Yapısal değişimleri dikkate alan birim kök testlerinin gelişmesi ile yapısal değişimlerle ilgili yorumlar farklılaşmıştır. Bu testler yapısal değişimlerin içsel ya da dışsal olarak belirlenmesine ve yapısal değişimlerin sayılarına göre farklılaşmaktadır. ADF testi serilerin durağanlığını sınamak için en yaygın kullanılan testlerden biri olmuştur. Ancak Perron (1989) seride mevcut olan bir yapısal değişimin durağan dışılığa sebep olabileceğini ifade etmiştir. Bunun üzerine Perron (1989) ADF testinde bilinen veya dışsal olarak belirlenen yapısal değişime izin verilmesini önermiştir. Bu çalışmayı yapısal değişimlerin içsel olarak belirlendiği pek çok çalışma izlemiştir. Zivot ve Andrews (1992), Perron (1997) serideki yapısal değişimin içsel olarak belirlendiği testler geliştirmişlerdir. Lumsdaine ve Papell (1997), Zivot ve Andrews'in (1992) geliştirdikleri modeli iki kırılmaya genişleterek iki kırılımlı birim kök testini geliştirmişlerdir. Ancak yapısal değişimlerin içsel olarak belirlendiği

testler temel hipotezleri bakımından Lee ve Strazicich(2003) tarafından eleştirilmiştir. Lee ve Strazicich'in (2003) eleştirdikleri nokta yapısal değişimlerin içsel olarak belirlendiği testlerin birim kök temel hipotezlerinde yapısal değişimli sürecin yer almamasıdır. Lee ve Strazicich (2003) iki kırılmalı minimum Lagrange Çarpanı Birim kök testini önerişlerdir. Bu testin alternatif hipotezi serilerin trend durağan olduğunu gösterir (John vd., 2007).

Bu bölümde literatürdeki çeşitli yapısal kırılmalı birim kök testleri tanıtılacak ve testler arasındaki farklılıklar ortaya koyulmaya çalışılacaktır.

2.2.1. Perron Birim Kök Testi (1989)

Perron tarafından 1989'da yapılan çalışma yapısal değişime izin veren birim kök testlerinin öncüsü olmuştur. Nelson ve Plosser'in 1982'de yaptıkları çalışmanın durağan çıkmayan bir veri setinin aslında kırılmalı bir trend etrafında durağan çıktığını göstermiştir ve serilerdeki kırılmanın birim kökün varlığını gösteren temel hipotezin kabulü eğilimine sebebiyet verdiğini göstermiştir. Perron, 1929 Büyük Buhranı ve 1973 petrol krizinin serilerde kalıcı etki yaptığını savunmuştur. Perron'a göre sadece bu iki büyük şok serileri kalıcı olarak etkilemiştir. Bu yüzden bu iki şokun tarihini kırılma olarak modele dahil etmiştir. Çalışmasının sonucunda kırılma tarihlerini dışsal olarak belirleyebildiği için Perron (1989) testi kırılma tarihini dışsal olarak belirleyen bir testtir. Perron çalışmasında 1929'dan sonra birçok makro ekonomik değişkenin trend fonksiyonunun sabitinde bir azalışın, 1973'den sonra da trend fonksiyonunun eğiminde bir azalışın olduğunu göstermiştir.

Ancak kırılma tarihinin bilinmediği ya da kırılma sayısının birden fazla olduğu durumlarda bu test kullanılamaz.

Perron (1989) testinde üç temel model dikkate almaktadır. Bunlar; sabitte kırılmaya izin veren "Crash Model; Model A", trendde kırılmaya izin veren "Changing Growth; Model B" ve hem sabitte hem trendde kırılmaya izin veren "Model C" olarak adlandırılan yapısal değişim sayısının bir tane ve dışsal olarak belirlendiği modellerdir. Bu modeller şu şekilde gösterilir:

$$\text{Model A:} \quad y_t = \mu + dD(TB)_t + y_{t-1} + e_t \quad (2.94)$$

$$\text{Model B:} \quad y_t = \mu_1 + y_{t-1} + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (2.95)$$

$$\text{Model C:} \quad y_t = \mu_1 + y_{t-1} + dD(TB)_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t. \quad (2.96)$$

Bu modellerde yer alan kukla değişkenler şu şekilde elde edilir:

$$D(TB) = \begin{cases} 1, & t = T_B + 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad DU_t = \begin{cases} 1, & t > T_B \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$$A(L)e_t = B(L)v_t. \quad (2.97)$$

$v_t \sim i.i.d.(0, \sigma^2)$, $A(L)$ ve $B(L)$ sırasıyla p. ve q. dereceden polinomaller ve L gecikme operatörüdür.

Alternatif hipotez ise y_t serisinin parametreleri zamanla değişmeyen deterministik bir doğrusal trend etrafında durağan bir seri olduğunu söyler. Mümkün üç model için alternatif hipotezler şu şekildedir:

$$\text{Model A:} \quad y_t = \mu_1 + \beta t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (2.98)$$

$$\text{Model B:} \quad y_t = \mu + \beta_1 t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t \quad (2.99)$$

$$\text{Model C:} \quad y_t = \mu_1 + \beta_1 t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t \quad (2.100)$$

$$DT_t^* = \begin{cases} t - T_B, & t > T_B \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad DT_t = \begin{cases} t, & t > T_B \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Burada T_B kırılma zamanıdır. $D(TB)_t$, DU_t ve DT_t^* kırılmalar için oluşturulan kukla değişkenlerdir.

Perron (1989), ADF modeline kukla değişkenleri ekleyerek 3 farklı model oluşturmuştur.

$$y_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta}t + \tilde{\alpha}y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \tilde{c}_i y_{t-i} + \tilde{e}_t, \quad (2.101)$$

şeklindeki ADF regresyonuna kukla değişkenler ekleyerek 3 ayrı modelin gösterimini şu şekilde yapmıştır:

$$y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\theta}^A DU_t + \hat{\beta}^A t + \hat{d}^A D(TB)_t + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i \Delta y_{t-i} + \hat{e}_t \quad (2.102)$$

$$y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\theta}^B DU_t + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^* + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i \Delta y_{t-i} + \hat{e}_t \quad (2.103)$$

$$y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\theta}^C DU_t + \hat{\beta}^C t + \hat{\gamma}^C DT_t + \hat{d}^C D(TB)_t + \hat{\alpha}^C y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{c}_i \Delta y_{t-i} + \hat{e}_t . \quad (2.104)$$

Model A, B, C'nin elde edilebilmesi için yukarıdaki modellere ait temel hipotezler şunlardır:

Model A: $\alpha^A = 1, \beta^A = 0, \theta^A = 0$ (sabitte kırılmalı hipotez)

Model B: $\alpha^B = 1, \gamma^B = 0, \beta^B = 0$ (eğimde kırılmalı sabitte kırılmasız hipotez)

Model C: $\alpha^C = 1, \gamma^C = 0, \beta^C = 0$ (hem sabitte hem eğimde kırılmalı hipotez).

Alternatif hipotezler trend durağan süreci ifade eder. Model türleri için kurulan alternatif hipotezler şu şekildedir:

Model A: $\alpha^A < 1, \beta^A \neq 0, \theta^A \neq 0$

Model B: $\alpha^B < 1, \beta^B \neq 0, \gamma^B \neq 0$

Model C: $\alpha^C < 1, \beta^C \neq 0, \gamma^C \neq 0, \theta^C \neq 0$.

Perron (1989) testinin test denklemi,

$$\tilde{Y}_t^i = \rho^i \tilde{Y}_{t-1}^i + \tilde{\varepsilon}_t \quad i = A, B, C \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2.105)$$

şeklindedir. Burada $\tilde{Y}_t^i$ (2.102), (2.103), (2.104) numaralı modellerden elde edilmiş kalıntılardır. Eğer otokorelasyon sorunu varsa kullanılacak denkleme farkların gecikmeli değerleri eklenir:

$$\tilde{Y}_t^i = \rho^i \tilde{Y}_{t-1}^i + \sum_j^k \beta_j \Delta \tilde{Y}_{t-j}^i + \tilde{\varepsilon}_t . \quad (2.106)$$

Hipotezler şu şekilde oluşturulur:

$$\begin{aligned} H_0 : \tilde{\rho}^i &= 1 \\ H_1 : \tilde{\rho}^i &< 1 \end{aligned} \quad (2.107)$$

Test istatistiği $\tau = \frac{\tilde{\rho}^i - 1}{S_{\tilde{\rho}^i}}$ şeklindedir. Hesaplanan test istatistiği Perron(1989)

tarafından oluşturulan kritik değerlerle karşılaştırılır, hesaplanan değer tablo değerinden büyükse durağanlığı ifade eden temel hipotez reddedilir. Serinin yapısal değişimle birlikte durağan olduğu sonucuna varılır.

2.2.2. Perron Birim Kök Testi (1990)

Perron'un 1990' da geliştirdiği bu test Perron (1989) testinin tamamlayıcısıdır ve trendli zaman serilerini ele alır. Bu test ile ortalama düzeyindeki yapısal kırılma ile tanımlanan serideki birim kök süreci test edilir. Bu testte Perron, Box ve Taio (1975) tarafından geliştirilen “ müdahale çözümlemesi (intervention analysis)” ni kullanmıştır.

Perron (1990), Dickey-Fuller testini zaman serisinin ortalamasında bir değişim söz konusuken daha tutarlı sonuçlar sağlayacak şekilde genişletmiştir. İlk olarak T_B zamanında bir değişime izin vererek $\{y_t\}$ serisinden kendi ortalamasını çıkarmıştır ve $\{\tilde{y}_t\}$ serisini $y_t = c + DU_t$ regresyonundan elde edilen kalıntı serisinden elde etmiştir ve aşağıdaki regresyon denklemini oluşturmuştur:

$$\tilde{y}_t = \tilde{\alpha}\tilde{y}_{t-1} + \tilde{e}_t \quad t=1, \dots, T. \quad (2.108)$$

Burada $\tilde{\alpha}$, α 'nın en küçük kareler tahmincisidir. Bu model hata teriminin otokorelasyonsuz olduğu ve kırılma olmayan durum için yeterlidir ancak yapısal değişim ve otokorelasyonun olduğu durum için model genelleştirilmelidir. Bu durumda Perron (1990) serinin ortalamasında değişime izin veren modeli önermiştir.

Temel hipotez $\{y_t\}$ serisinin bir birim kök ile karakterize edilen bir zaman serisinin gerçekleşmesini gösterir. Bu yaygın şekilde karakterize edilen süreç T_B ($1 < T_B < T$) zamanında serinin yapısında tek bir zamanda meydana gelen tek bir kırılmaya izin verilerek genelleştirilmiştir. Bu şekilde tanımlanan bir temel hipotez aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$y_t = \gamma D(TB)_t + y_{t-1} + w_t, \quad t=1, \dots, T \quad (2.109)$$

$$D(TB)_t = \begin{cases} 1, & t = T_B + 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Burada $y_0 = y(0)$ sabit ya da rastsal bir değişken olup w_t sonlu mertebeli gaussian ARMA(p,q) süreci şeklinde üretilmiştir. y_0 başlangıç değerinin gözlemlendiğini düşünelim. Temel hipotez altında $\{y_t\}$ serisinin ortalaması, T_B zamanına kadar y_0 , T_B zamanından sonra ise $y_0 + \gamma$ şeklindedir.

Alternatif hipotez altında seri birim kök içermez ve model aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$y_t = \mu + \gamma DU_t + e_t \quad t=1, \dots, T \quad (2.110)$$

$$DU_t = \begin{cases} 0, & t \leq T_B \\ 1, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$\{e_t\}$, ARMA(p+1, q) süreci ile üretilmiştir.

Perron aynı zamanda ortalama meydana gelen ani değişimi sapan gözlem olarak tanımlamıştır. Sapan zaman değeri olarak tanımladığı T_B zamanını sapmalı (outlier) modelleme literatürünü kullanarak modellemiştir. Seride oluşan bu ani sapan kırılma zamanı serinin ortalamasında ani bir değişim meydana getiriyorsa toplamsal sapmalı (additive-outlier) modellerden yararlanılabilir. (2.109) ve (2.110) modelleri toplamsal sapmalı modellere karşılık gelir. Bu tür modellerde sürecin ortalamasındaki ani değişim sürecin kendi dinamiklerinden etkilenmemektedir.

Toplamsal sapmalı model için Perron (1990)'un elde ettiği dönüştürülmüş test istatistikleri aşağıdaki şekildedir:

$$Z(\tilde{\alpha}) = T(\tilde{\alpha} - 1) - T^2(\tilde{\sigma}^2 - \tilde{\sigma}_e^2)/(2S_*^2) \quad (2.111)$$

$$Z(t_{\tilde{\alpha}}) = (\tilde{\sigma}_e/\tilde{\sigma})t_{\tilde{\alpha}} - T^2(\tilde{\sigma}^2 - \tilde{\sigma}_e^2)/(2S_*^2). \quad (2.112)$$

Diğer taraftan bu ani olarak artan sapan, T_B anında serinin ortalamasında ani bir artış yerine kademeli bir artış oluşturabilir. Böyle seriler için ise kullanılması gereken model türünü Perron(1990) kademeli sapmalı (innovational-outlier) model olarak belirlemiştir. Kademeli sapmalı modelleri serinin ortalamasında meydana gelen değişimin ani olmayıp kendi hata sürecinin dinamiklerinden etkilendiğini söyler. Kademeli sapmalı model için temel hipotez altında model şu şekilde oluşturulur:

$$y_t = y_{t-1} + A(L)^{-1}B(L)[v_t + \gamma D(TB)_t], \quad t=1, \dots, T \quad (2.113)$$

e_t , ARMA(p,q) süreci ile üretilmiştir. $A(L)$ ve $B(L)$, p. ve q. dereceden polinomlardır ve $v_t \sim iid(0, \sigma_v^2)$ sürecine uyar.

Sürecin birim kök içerdiğini gösteren alternatif hipotez altında model şu şekilde oluşturulur:

$$y_t = \mu + A(L)^{-1}B(L)[v_t + \gamma DU_t], \quad t=1, \dots, T. \quad (2.114)$$

Kademeli sapmalı model kullanılarak birim kök tespiti yapabilmek için aşağıdaki regresyon modeli kurularak en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilir:

$$Y_t = \mu + \gamma DU_t + dD(TB)_t + \alpha Y_{t-1} + \sum_{j=1}^k c_j \Delta Y_{t-j} + v_t. \quad (2.115)$$

2.2.3. Zivot-Andrews Birim Kök Testi (1992)

Perron (1989) trendde bir kırılmaya izin veren trend durağan alternatif hipotezine karşı serinin birim köklü olduğunu söyleyen temel hipotezi sınanan birim kök testini geliştirmiştir. Çalışmasında Nelson ve Plosserin makroekonomik serilerini ve savaş sonrası gayri safi yurt içi hâsıla (GSYİH) verilerini kullanmıştır. Serilerdeki kırılmaları belirlerken 1929'da gerçekleşen büyük buhranı ya da 1973 petrol krizini önsel bilgi olarak kabul ederek kırılmaları dışsal (ekzojen) olarak belirleme yoluna gitmiştir. Ancak Zivot ve Andrews 1992'de yaptıkları çalışmada kırılmaların dışsal olarak belirlenmesinin veri eşeleme sorununa sebep olacağına değinerek kırılmaların belirlenme şekline eleştiri getirmiştir. Kırılmaların tahmin edilerek belirlenmesinin gerektiğini ifade ederek tahmin edilen kırılmalarla test istatistiklerinin asimptotik dağılımlarını elde etmiştir ve Perron (1989)'un elde ettikleri sonuçları yeni geliştirdikleri testten elde ettikleri sonuçlarla karşılaştırmışlardır ve daha az seride birim kök temel hipotezi lehine sonuç bulmuşlardır.

Perron (1989) tarafından geliştirilen birim kök testinin temel hipotezlerinin gösterildiği 3 ayrı model aşağıda verilmiştir:

$$\text{Model (A):} \quad y_t = \mu + dD(TB)_t + y_{t-1} + e_t \quad (2.116)$$

$$\text{Model (B):} \quad y_t = \mu_1 + y_{t-1} + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (2.117)$$

$$\text{Model (C):} \quad y_t = \mu_1 + y_{t-1} + dD(TB)_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (2.118)$$

$$D(T_B)_t = \begin{cases} 1, & t = T_B + 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}, \quad DU_t = \begin{cases} 1, & t > T_B \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$A(L)e_t = B(L)v_t$, $v_t = iid(0, \sigma^2)$, $A(L)$ ve $B(L)$ p. ve q. dereceden gecikme operatörü polinomlarıdır. Model A serinin seviyesindeki dışsal değişimi ifade eder. Model (B) büyüme oranındaki dışsal değişime izin verir. Model (C) her iki durum için de değişime izin veren modeldir.

Trend durağanlık alternatif hipotezi için oluşturulan modeller ise aşağıdaki şekildedir:

$$\text{Model (A):} \quad y_t = \mu_1 + \beta t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + e_t \quad (2.119)$$

$$\text{Model (B):} \quad y_t = \mu + \beta_1 t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t \quad (2.120)$$

$$\text{Model (C):} \quad y_t = \mu + \beta_1 t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (\beta_2 - \beta_1)DT_t^* + e_t \quad (2.121)$$

$$DT_t^* = \begin{cases} t - T_B, & t > T_B \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Perron kendi test stratejisini geliştirirken düzeltilmiş Dickey-Fuller modelini oluşturmuştur. Model (A), Model (B) ve Model (C) için oluşturduğu genelleştirilmiş regresyonlar aşağıdaki şekildedir:

$$y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\theta}^A DU_t + \hat{\beta}^A t + \hat{d}^A D(T_B)_t + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^A \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t, \quad (2.122)$$

$$y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^* + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t, \quad (2.123)$$

$$y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^* + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t. \quad (2.124)$$

Zivot ve Andrews, Model (B) için Perron'un (1989) kullandığı iki aşamalı toplamsal sapmalı model yerine kademeli sapmalı modeli kullanmıştır ve modeli şu şekilde oluşturmuştur:

$$\tilde{y}_t^B = \hat{\alpha}^B \tilde{y}_{t-1}^B + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta \tilde{y}_{t-j}^B + \hat{e}_t. \quad (2.125)$$

Burada $\{\tilde{y}_t^B\}$, y'nin bir sabit zaman trendi ve DT_t^* kukla değişkeni üzerine kurulan regresyonundan elde edilen kalıntılardır. Perron'un önerdiği model (B)'deki $\hat{\alpha}^B$ 'nin asimptotik dağılımını Perron ve Vogelsang (1991) çalışmalarında göstermişlerdir ancak

Zivot ve Andrews (1992)'in kullandıkları modeldeki $\hat{\alpha}^B$ 'nin asimptotik dağılımı Perron ve Vogelsang (1991)'de gösterdiğinden farklıdır.

Zivot-Andrews (1992) testinde üç model için belirtilen temel hipotez şu şekildedir:

$$y_t = \mu + y_{t-1} + e_t. \quad (2.126)$$

Birim kök testi için kullanılan regresyonlar şu şekildedir:

$$y_t = \hat{\mu}^A + \hat{\theta}^A DU_t(\hat{\lambda}) + \hat{\beta}^A t + \hat{\alpha}^A y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^A \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t \quad (2.127)$$

$$y_t = \hat{\mu}^B + \hat{\beta}^B t + \hat{\gamma}^B DT_t^*(\hat{\lambda}) + \hat{\alpha}^B y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^B \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t \quad (2.128)$$

$$y_t = \hat{\mu}^C + \hat{\theta}^C DU_t(\hat{\lambda}) + \hat{\beta}^C t + \hat{\gamma}^C DT_t^*(\hat{\lambda}) + \hat{\alpha}^C y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \hat{c}_j^C \Delta y_{t-j} + \hat{e}_t. \quad (2.129)$$

$$DU_t(\lambda) \begin{cases} 1, & t > T\lambda \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad DT_t^*(\lambda) \begin{cases} t - T\lambda, & t > T\lambda \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$DU_t(\lambda)$ sabitteki, $DT_t^*(\lambda)$ trenddeki kırılmayı gösteren kukla değişkenlerdir. Zivot-Andrews testinde kırılma zamanı TB içsel olarak, veri setinden faydalanılarak belirlenmektedir. Bunu yaparken bütün mümkün kırılma tarihleri için farklı bir kukla değişken kullanılarak $t=2, \dots, (T-1)$ için ek küçük kareler yöntemiyle $T-2$ sayıda regresyon oluşturulur ve y_{t-1} değişkeninin katsayısının minimum olduğu regresyon modelindeki kırılma tarihi uygun tarih olarak seçilir. Yani λ , 3 modelde de α 'nın t istatistik değerinin minimize edildiği nokta olarak belirlenir. Uygun kırılma noktası bulunduktan sonra, hesaplanan t istatistiği Zivot -Andrews kritik değerleriyle karşılaştırılır. Hesaplanan t istatistiğinin, Zivot-Andrews'in hesapladığı kritik değerden büyük olması halinde yapısal kırılma olmadan serinin birim köklü olduğunu gösteren temel hipotez reddedilemez, aksi halde sıfır hipotezi reddedilir ve yapısal kırılmayla birlikte serinin durağan olduğuna karar verilir.

2.2.4. Lumsdaine Papell Birim Kök Testi (1997)

Uzun dönemli seriler ile çalışılırken tek kırılmaya izin veren birim kök testleri ile elde edilen durağanlık sınaması sonuçları hatalı olabilir. Serilerde iki kırılma varsa

Zivot Andrews birim kök testinin gücü azalabilmektedir (Yılancı, 2009) . Tek kırılmalı birim kök testlerinin iki kırılma durumunda güçlerinin azalması sorunu giderebilmek için Lumsdaine ve Papell (1997) seride iki kırılmaya izin veren ve kırılmaların içsel olarak belirlenebildiği yeni bir test geliştirmişlerdir. Lumsdaine Papell'in geliştirdikleri 3 farklı denklem şu şekildedir:

$$\text{Model AA: } \Delta Y_t = \mu + \beta t + \theta DU1_t + \omega DU2_t + \alpha Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.130)$$

$$\text{Model CA: } \Delta Y_t = \mu + \beta t + \theta DU1_t + \gamma DT1_t + \omega DU2_t + \alpha Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.131)$$

$$\text{Model CC: } \Delta Y_t = \mu + \beta t + \theta DU1_t + \gamma DT1_t + \omega DU2_t + \psi DT2_t + \alpha Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.132)$$

$$DU1_t = \begin{cases} 1, & t > TB1 \\ 0, & t \leq TB1 \end{cases} \quad DU2_t = \begin{cases} 1, & t > TB2 \\ 0, & t \leq TB2 \end{cases},$$

$$DT1_t = \begin{cases} 1, & t > TB1 \\ 0, & t \leq TB1 \end{cases} \quad DT2_t = \begin{cases} 1, & t > TB2 \\ 0, & t \leq TB2 \end{cases}.$$

Burada DU1 ve DU2 serinin ortalamasında meydana gelen kırılmalar için, DT1 ve DT2 ise trendde meydana gelen kırılmalar için oluşturulan kukla değişkenlerdir. TB1 ve TB2 kırılma zamanlarını gösterir. Kırılma tarihini belirlemek için olası bütün kırılma çiftleri denenerek α 'nın t istatistiğini minimum yapan değerler kırılma tarihi olarak kabul edilir. Uygun gecikme uzunluğunun belirlenebilmesi için ise t anlamlılık yönteminin kullanılması önerilmiştir.

Model AA düzeyde iki kırılmaya izin verir, Model CA, TB1 zamanı için düzeyde ve eğimde kırılmaya TB2 zamanı içinse sadece düzeyde kırılmaya izin verir, Model CC ise Hem TB1 zamanı için Hem de TB2 zamanı için düzeyde ve eğimde kırılmaya izin verir.

Model CC'den DU2 ve DT2 değişkenleri çıkarılırsa Zivot-Andrews Testinin C modeli, bunlarla beraber DT1 çıkarılırsa Model A, DU1'in çıkarılmasıyla model B elde edilir.

2.2.5. Lee-Strazicich Birim Kök Testi (2003)

Lumsdaine-Papell (1997) yapısal kırılmaların olmadığı temel hipotezi altında içsel iki kırılmalı birim kök testini geliştirmişlerdir ancak temel hipotezin yapısal kırılma içermemesi bazı eleştirilere sebep olmuştur. Bunun sebebi temel hipotezin reddi yapısal kırılmasız birim kök hipotezinin reddedilmesi demek olup serinin kırılmalı birim kök içermediği anlamına gelmemesidir. Bu yüzden Lee ve Strazicich 2003’de geliştirdikleri testin hem temel hem de alternatif hipotezlerinde yapısal kırılmaya izin vererek Lumsdaine-Papell (1997) testinin bu eksikliğini gidermişlerdir.

Lee Strazicich birim kök testi için kullanılan veri yaratma süreci şu şekildedir:

$$y_t = \delta'Z_t + e_t, \quad e_t = \beta e_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (2.133)$$

Burada Z_t , dışsal değişkenler vektörüdür ve $\varepsilon_t \sim iidN(0, \sigma^2)$ şeklindedir. Lee Strazicich Model A ve Model C’yi kullanmıştır.

Model A seviyede iki yapısal kırılmaya izin verecek şekilde $Z_t = [1, t, D_{1t}, D_{2t}]'$ tanımlaması ile elde edilir. D_{1t} ve D_{2t} aşağıdaki şekilde tanımlanan kukla değişkenlerdir:

$$D_{jt} \begin{cases} 1, & t \geq T_{Bj} + 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad j=1,2.$$

T_{Bj} , kırılmanın olduğu zamanki zaman periyodunu gösterir.

Model C seviye ve trendde iki değişimi içerir ve $Z_t = [1, t, D_{1t}, D_{2t}, DT_{1t}, DT_{2t}]'$ tanımlamasıyla oluşturulur. DT_{1t} ve DT_{2t} kukla değişkenleri için tanımlama aşağıda gösterildiği şekildedir:

$$DT_{jt} \begin{cases} t - T_{Bj} & t \geq T_{Bj} + 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}, j=1,2.$$

Temel hipotez ($\beta = 1$) ve alternatif hipotez ($\beta < 1$) kırılma içerir. Model A için oluşturulan modeller temel hipotez ve alternatif hipotezler altında aşağıdaki şekildedir:

$$\text{Temel Hipotez:} \quad y_t = \mu_0 + d_1 B_{1t} + d_2 B_{2t} + y_{t-1} + v_{1t} \quad (2.134)$$

$$\text{Alternatif Hipotez:} \quad y_t = \mu_1 + \gamma t + d_1 D_{1t} + d_2 D_{2t} + v_{2t}. \quad (2.135)$$

Burada v_{1t} ve v_{2t} durağan hata terimleri, $B_{jt} \begin{cases} 1, & t = T_{Bj} + 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$, $j=1,2$ ve $d = (d_1, d_2)'$.

Model C için oluşturulan modeller, temel hipotez ve alternatif hipotez altında aşağıdaki şekildedir:

$$\text{Temel Hipotez: } y_t = \mu_0 + d_1 B_{1t} + d_2 B_{2t} + d_3 D_{1t} + d_4 D_{2t} + y_{t-1} + v_{1t} \quad (2.136)$$

$$\text{Alternatif Hipotez: } y_t = \mu_1 + \gamma t + d_1 D_{1t} + d_2 D_{2t} + DT_{1t} + DT_{2t} + v_{2t}. \quad (2.137)$$

Perron (1989:1393) temel hipotez altında kırılmaların (D) boyutuna bağlı olarak test istatistiklerinin asimptotik dağılımının değişmemesi için B_{jt} teriminin modele dahil edilmesinin gerekliliğini göstermiştir (Lee, Strazicich, 2003: 1083).

İki kırılmalı LM birim kök test istatistiği genel LM prosedürü kullanılarak aşağıdaki regresyon tahmin edilerek elde edilmiştir:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta Z_t + \phi \tilde{S}_{t-1} + u_t. \quad (2.138)$$

Burada $\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi}_x - Z_t \tilde{\delta}$, $t=2, \dots, T$; $\tilde{\delta}$, Δy_t 'nin ΔZ_t üzerine kurulan regresyonundan elde edilen katsayılarıdır. $\tilde{\psi}_x$, $y_1 - Z_1 \tilde{\delta}$ ile elde edilir. y_1 ve Z_1 y_t ve Z_t 'nin ilk gözlemlerini gösterir. Birim kök temel hipotezi $\phi = 0$ ile gösterilir ve LM test istatistiği aşağıdaki şekildedir:

$$\tilde{\rho} = T \tilde{\phi} \quad (2.139)$$

$\tilde{\tau} = \phi = 0$ temel hipotez testinin t-istatistiğidir.

Minimum LM birim kök testinde kırılma noktaları (T_{Bj}) içsel olarak aşağıdaki sistem kullanılarak belirlenir:

$$\begin{aligned} LM_\rho &= \inf \tilde{\rho}(\lambda), \\ LM_\tau &= \inf \tilde{\tau}(\lambda). \end{aligned} \quad (2.140)$$

Burada $\lambda = T_B/T$ 'dir. T gözlem sayısı T_B ise kırılma zamanıdır. Bu test için kritik değerleri Lee ve Strazicich (2003) çalışmalarında vermişlerdir.

2.2.6. Lee-Strazicich Birim Kök Testi (2004)

Lee ve Strazicich (2004) kırılmanın içsel olarak belirlendiği trendde ve sabitte tek kırılmaya izin veren Lagrange Çarpanı (Lagrange Multiplier-LM) birim kök testini iki kırılma için genişletmişlerdir. Zivot ve Andrews (1992) testi temel hipotez altında kırılmanın varlığı durumunda boyut bozukluğu göstermektedir çünkü bu testin temel hipotezi yapısal kırılma içermez. Lee ve Strazicich (2004) geliştirdikleri testle yapısal kırılmalı birim kökün varlığını söyleyen temel hipotez altında LM birim kök testi geliştirerek bu boyut bozukluğunu gidermişlerdir. Bu durumda temel hipotezin reddi, kesin bir şekilde, serinin trend durağan bir sürece uyduğunu gösterir.

Veri yaratma süreci şu şekildedir:

$$y_t = \delta'Z_t + X_t, \quad (2.141)$$

$$X_t = \beta X_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (2.142)$$

Z_t , dışsal değişkenleri belirtir. Birim kök temel hipotezi $\beta=1$ ile tanımlanır. Lee ve Strazicich (2004) yapısal değişimler için iki model ele almışlardır. Bunlardan biri alternatif hipotez altında sabitte bir zaman değişimine izin veren “crash” model olarak bilinen Model A diğeri ise alternatif hipotez altında trendde ve sabitte bir değişime izin veren Model C’dir. Model A; $Z_t = [1, t, D_t]'$ şeklinde tanımlanır. Burada, $D_t \begin{cases} 1, & t \geq T_B + 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$,

şeklindeki kukla değişkendir.

Model C; $Z_t = [1, t, D_t, DT_t]'$ şeklinde tanımlanır. Burada, $DT_t \begin{cases} t - T_B, & t \geq T_B + 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$,

şeklindeki kukla değişkendir.

$Z_t = [1, t, D_t, DT_t^*]'$ ve $DT_t^* \begin{cases} t, & t \geq T_B + 1 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$ şeklinde tanımlama

yapıldığında Model B elde edilir ancak Lee ve Strazicich (2004) Model A ve Model C’nin çoğu iktisadi seriyi açıklamada Model B’ye kıyasla daha yeterli olduğu gerekçesiyle Model B’yi kullanma gereği duymamışlardır.

Birim kök test istatistiği aşağıdaki regresyondan elde edilmektedir:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta Z_t + \phi \tilde{S}_{t-1} + u_t. \quad (2.143)$$

Burada $\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi}_x - Z_t \tilde{\delta}$, $t=2, \dots, T$; $\tilde{\delta}$ Δy_t 'nin ΔZ_t üzerine regresyonundan elde edilen katsayılarıdır. $\tilde{\psi}_x$, $Y_1 - Z_1 \tilde{\delta}$ 'yi göstermektedir.

Yapısal kırılma durumunda sınanacak temel hipotez $\phi = 0$ şeklinde tanımlanır ve LM test istatistiği şu şekilde gösterilir:

$$\tilde{\tau} = \phi = 0 \text{ temel hipotezinin } t - \text{istatistiği}. \quad (2.144)$$

Lee ve Strazicich uygun kırılma zamanını belirlemek için Ng ve Perron (1995)'un önerdikleri, minimum test istatistiğine sahip kırılma zamanını seçen, genel belirleme prosedürünü kullanmışlardır. Bu test istatistiği aşağıda gösterildiği şekildedir:

$$\text{Inf} \tilde{\tau}(\tilde{\lambda}) = \text{Inf} \tilde{\tau}(\lambda), \quad (2.145)$$

$$\lambda = T_B/T \text{ dir.} \quad (2.146)$$

Kritik değerler Lee ve Strazicich (2004) çalışmalarında tablo halinde verilmiştir.

2.2.7. Carrion-i Silvestre vd. Birim Kök Testi (2009)

Temel ve alternatif hipotezinde birden fazla kırılmaya izin veren çoklu yapısal kırılmalı bir birim kök testi Carrion-i Silvestre vd. (2009) tarafından geliştirilmiştir. Bu test literatürde yer alan birim kök testlerine 3 farklı boyut kazandırılarak elde edilmiştir. Birinci olarak trend fonksiyonunun hem eğiminde hem seviyesindeki kırılma sayılarının isteğe bağlı olarak belirlenmesine izin vermişlerdir. İkinci olarak Elliott, Rothenberg ve Stock (1996) tarafından önerilen sözde genelleştirilmiş en küçük kareler trendden arındırma (quasi-generalized least square detrending) metodunu kullanmışlardır bu sayede testlerin lokal asimptotik güç fonksiyonlarının lokal asimptotik Gaussian gücüne yaklaşmalarını sağlamışlardır. Üçüncü olarak ise Stock (1999) tarafından önerilen ve NG ile Perron (2001)'un analizlerini yaptığı M-testleri sınıfını kullanmışlardır.

Bu testteki veri yaratma süreci şu şekildedir:

$$y_t = d_t + u_t, \quad (2.147)$$

$$u_t = \alpha u_{t-1} + v_t, \quad t=0, \dots, T. \quad (2.148)$$

Burada $\{u_t\}$ gözlenemeyen sıfır ortalamalı bir süreçtir. Hata terimi olan v_t , $v_t = \sum_{i=1}^0 \gamma_i \eta_{t-i}$ şeklinde elde edilir. $\sum_{i=1}^{\infty} |\gamma_i| < \infty$ ve $\{\eta_t\}$ bir fark dizisi bandı filtrelemesidir.

Carrion-i Silvestre vd. (2009), 3 ayrı model tanımlamıştır. Model 0, Model I ve Model II. Model 0 seviyede değişime (crash) müsaade eden modeldir. Model I eğimde değişime izin verir. Model II hem eğimde hem seviyede değişime izin verir. Model 0, Model I ve Model II için tanımlanan kukla değişkenler aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$DU_t(T_j^0) = \begin{cases} 1, & t > T_j^0 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}, DT_t^*(T_j^0) = \begin{cases} t - T_j^0, & t > T_j^0 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

$T_j^0 = [T\lambda_j^0]$ şeklinde j. kırılma tarihini gösterir.

(2.147) modelindeki d_t deterministik bileşendir ve aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$d_t = z_t'(T_0^0)\psi_0 + z_t'(T_1^0)\psi_1 + \dots + z_t'(T_m^0)\psi_m = z_t'(\lambda^0)\psi. \quad (2.149)$$

Burada $z_t'(\lambda^0) = [z_t'(T_0^0), \dots, z_t'(T_m^0)]'$ ve $\psi = (\psi_0', \dots, \psi_m')'$. Deterministik bileşenler ve ilişkili katsayılar $z_t = (T_0^0) \equiv z_t(0) = (1, t)'$ ve $\psi_0 = (\mu_0, \beta_0)'$ ve aşağıdaki kukla değişkenler ile tanımlanır:

$$z_t(T_j^0) = \begin{cases} DU_t(T_j^0), & \text{model 0 için} \\ DT_t^*(T_j^0), & \text{model I için} \\ (DU_t(T_j^0), DT_t^*(T_j^0))', & \text{model II için} \end{cases}, 1 \leq j \leq m.$$

Model 0'da $\psi_j = \mu_j$, Model I'de $\psi_j = \beta_j$, Model II'de $\psi_j = (\mu_j, \beta_j)'$ şeklindedir.

Çoklu yapısal kırılma testi için Carrion-i silvestre vd. (2009) 5 ayrı test istatistiği kullanmışlardır. Birincisi Perron ve Rodriquez (2003) tarafından önerilen test istatistiğidir:

$$P_T^{GLS}(\lambda^0) = \{S(\bar{\alpha}, \lambda^0) - \bar{\alpha}S(1, \lambda^0)\}/s^2(\lambda^0). \quad (2.150)$$

Burada $s^2(\lambda^0)$, v_t 'nin sıfır frekansındaki spectral yoğunluğunun bir tahminidir. $s(\lambda^0)^2 = s_{ek}^2 / (1 - \sum_{j=1}^k \hat{b}_j)^2$ burada $s_{ek}^2 = (T - k)^{-1} \sum_{t=k+1}^T \hat{e}_{t,k}^2$ ve $\{\hat{b}_j, \hat{e}_{t,k}\}$ aşağıdaki regresyon modelinden elde edilir:

$$\Delta \tilde{y}_t = b_0 \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^k b_j \Delta \tilde{y}_{t-j} + e_{t,k}. \quad (2.151)$$

Ayrıca bu testte kullanılan diğer 4 test istatistiği Perron ve Rodriquez (2003) tarafından önerilen ve Ng ve Perron (2001)'un analiz yaptığı M-sınıf testleri kullanılarak hesaplanmıştır:

$$MZ_{\alpha}^{GLS}(\lambda^0) = (T^{-1} \tilde{y}_T^2 - s(\lambda^0)^2) (2T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2)^{-1}, \quad (2.152)$$

$$MSB^{GLS}(\lambda^0) = (s(\lambda^0)^{-2} T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2)^{1/2}, \quad (2.153)$$

$$MZ_t^{GLS}(\lambda^0) = (T^{-1} \tilde{y}_T^2 - s(\lambda^0)^2) (4s(\lambda^0)^2 T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2)^{-1/2}, \quad (2.154)$$

$$\tilde{y}_t = y_t - \hat{\psi}' z_t(\lambda^0). \quad (2.155)$$

$$MP_T^{GLS}(\lambda^0) = [\bar{c}^2 T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2 + (1 - \bar{c}) T^{-1} \tilde{y}_T^2] / s(\lambda^0)^2. \quad (2.156)$$

Bu test istatistikleri Stock (1999)'da yer alan M-testlerinin tanımlanmasına sebep olan aynı hareket noktasına dayandırılır. Şöyle ki; birim kök testleri kadar iyi bilinen aynı asimptotik dağılıma sahip örneklem momentlerinin fonksiyonlarını vermektedir. $MP_T^{GLS}(\lambda^0)$ önemli bir test istatistiğidir çünkü bu test istatistiğinin limit dağılımı uygun noktaya ait optimal testin limit dağılımı ile uyumludur. Test istatistikleri için kritik değerler Carrion-i Silvestre vd.(2009)'nin yaptıkları çalışmada tablolar halinde verilmiştir.

2.2.8. Narayan ve Popp Birim Kök Testi (2010)

Narayan ve Popp (2010) iki kırılmaya izin veren ADF tipi birim kök testi geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri test için iki farklı model önermişlerdir birinci model trendin seviyesinde iki kırılmaya izin vermektedir diğer bir model trendin eğimin de ve seviyesinde iki kırılmaya izin veren model şeklindedir. Zaman içerisinde oluşan kırılmaların zamanının bilinmediği varsayılarak kırılmalar kademeli sapmalı (innovational outliers) olarak modellenerek kırılma etkileri kademeli olarak belirlenmiş olur.

Deterministik bileşen (d_t) ve stokastik bileşen (u_t) olmak üzere iki bileşenden oluşan y_t zaman serisinin veri yaratma süreci Narayan ve Popp (2010) tarafından aşağıdaki şekilde oluşturulmuştur:

$$y_t = d_t + u_t, \quad (2.157)$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.158)$$

$$\varepsilon_t = \psi^*(L)e_t = A^*(L)^{-1}B(L), \quad (2.159)$$

Burada $e_t \sim iid(0, \sigma_e^2)$. $A^*(L)$ ve $B(L)$ gecikme polinomlarının kökleri varsayılr dereceleri p ve q 'dur ve birim kök dışındadırlar. Narayan ve Popp (2010) trendli verinin her ikisi için de iki ayrı modelleme yapmışlardır birincisi seviyede iki kırılmaya izin veren model 1 veya M1 şeklinde gösterilen modeldir, diğeri eğimle birlikte seviyede de iki kırılmaya izin veren model 2 yada M2 olarak gösterilen modeldir. Her iki model deterministik bileşen d_t 'nin tanımına göre farklılık gösterir her iki model için deterministik bileşenin model yapısı aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$d_t^{M1} = \alpha + \beta t + \psi^*(L)(\theta_1 DU'_{1,t} + \theta_2 DU'_{2,t}), \quad (2.160)$$

$$d_t^{M2} = \alpha + \beta t + \psi^*(L)(\theta_1 DU'_{1,t} + \theta_2 DU'_{2,t} + \gamma_1 DT'_{1,t} + \gamma_2 DT'_{2,t}), \quad (2.161)$$

$$DU'_{i,t} = 1 (t > T'_{B,i}), \quad DT'_{i,t} = 1(t > T'_{B,i})(t - T'_{B,i}), \quad i=1,2. \quad (2.162)$$

Burada, $T'_{B,i}$, $i=1,2$ doğru kırılma tarihlerini gösterir. θ_1 ve γ_1 parametreleri eğim ve seviyedeki kırılmaların büyüklüğünü gösterir. Denklem (2.160) ve (2.161)'e dahil edilen $\psi^*(L)$ zaman içerisinde oluşan yumuşak kırılmaların oluşumuna izin verir. Daha spesifik olarak, Vogelsang ve Perron (1998) inovasyon süreci için e_t 'ye yansıyan şoklara karşı, serilerin trend fonksiyonundaki soklara tepki verdiği varsayımını yapmaktadırlar. Bu süreç IO model olarak bilinir.

M1 ve M2 modellerinin birim kök hipotezlerini test etmek için IO-tipi test regresyonları (2.157)-(2.161) nolu yapısal modeller birleştirilerek üretilir.

M1 için test denklemi aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$y_t^{M1} = \rho y_{t-1} + \alpha_1 + \beta^* t + \theta_1 D(T'_B)_{1,t} + \theta_2 D(T'_B)_{2,t} + \delta_1 DU'_{1,t-1} + \delta_2 DU'_{2,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad (2.163)$$

$$\alpha_1 = \psi^*(1)^{-1}[(1 - \rho)\alpha + \rho\beta] + \psi^*(1)^{-1}(1 - \rho)\beta, \quad (2.164)$$

$\psi^*(1)^{-1}$ ortalama gecikmedir.

$$\beta^* = \psi^*(1)^{-1}(1 - \rho)\beta \quad \phi = \rho - 1, \quad \delta_i = -\phi\theta_i \quad (2.165)$$

$$D(T'_B)_{i,t} = 1 \quad (t = T'_{B,i} + 1), \quad i = 1, 2. \quad (2.166)$$

M2 için IO-tipi test regresyonu ise şu şekilde verilmiştir:

$$y_t^{M2} = \rho y_{t-1} + \alpha^* + \beta^* t + \kappa_1 D(T'_B)_{1,t} + \kappa_2 D(T'_B)_{2,t} + \delta_1^* DU'_{1,t-1} + \delta_2^* DU'_{2,t-1} + \gamma_1^* DT'_{1,t-1} + \gamma_2^* DT'_{2,t-1} + \sum_{j=1}^k \beta_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad (2.167)$$

$$\kappa_i = (\theta_i + \gamma_i), \delta_i^* = (\gamma_i - \phi_i) \text{ ve } \gamma_i^* = -\phi\gamma_i, \quad i=1,2. \quad (2.168)$$

(2.163) ve (2.167) nolu denklemlerde $\rho = 1$ birim kök temel hipotezini $\rho < 1$ alternatif hipotezine karşı sınamak için $\hat{\rho}$ 'nun t-istatistiği kullanılmıştır ve test istatistiği $t_{\hat{\rho}}$ olarak gösterilmiştir.

Bu testte doğru kırılma tarihleri $T'_{B,i}$ 'nin bilinmediği varsayıldığından (2.163) ve (2.167) denklemlerinde kırılma tarihlerinin yerine onların tahmini olan $\hat{T}'_{B,i}$ kullanılmaktadır. Uygun kırılma tarihleri seçilirken bütün mümkün $(T_{B,1}, T_{B,2})$ kombinasyonları denenerek F-istatistiğinin anlamlı ve maksimum olduğu tarihler seçilir. Gösterimi aşağıdaki şekildedir:

$$(\hat{T}_{B,1}, \hat{T}_{B,2}) = \begin{cases} \arg \max_{T_{B,1}, T_{B,2}} F_{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2}(T_{B,1}, T_{B,2}), & M1 \text{ için} \\ \arg \max_{T_{B,1}, T_{B,2}} F_{\hat{\kappa}_1, \hat{\kappa}_2}(T_{B,1}, T_{B,2}), & M2 \text{ için} \end{cases} \quad (2.169)$$

Narayan ve Popp kırılma noktalarının seçimi için alternatif olarak Kapetanios tarzı aşamalı prosedürü kullanmışlardır. İlk adımda tek kırılma için M1 modelinde θ_1 kırılma kukla katsayısının maksimum t-değeri bulunur. M1 modeli için $\theta_2 = \delta_2 = 0$ kısıtı ve M2 için $\kappa_2 = \delta_2^* = \gamma_2^* = 0$ kısıtı getirilmiştir. Bu tanımlamalarla birlikte kırılma tarihi seçimin gösterimini aşağıdaki şekilde vermişlerdir:

$$\hat{T}_{B,1} = \begin{cases} \arg \max_{T_{B,1}} |t_{\hat{\theta}_1}(T_{B,1})|, & M1 \text{ için} \\ \arg \max_{T_{B,1}} |t_{\hat{\kappa}_1}(T_{B,1})|, & M2 \text{ için} \end{cases} \quad (2.170)$$

Test regresyonunda ilk kırılma $\hat{T}_{B,1}$ yerleştirilir ve 2. kırılma tarihi $\hat{T}_{B,2}$ tahmin edilir. Tekrar t-değeri maksimize edilir bu kez M1 için θ_2 ve M2 için κ_2 şeklinde elde edilir:

$$\hat{T}_{B,1} = \begin{cases} \arg \max_{T_{B,2}} |t_{\hat{\theta}_2}(\hat{T}_{B,1}, T_{B,2})|, & M1 \text{ için} \\ \arg \max_{T_{B,2}} |t_{\hat{\kappa}_2}(\hat{T}_{B,1}, T_{B,2})|, & M2 \text{ için} \end{cases} \quad (2.171)$$

2.3. Doğrusal Olmayan Modellere Dayanan Birim Kök Testleri

Genel ekonometrik analizler yapılırken ve zaman serisi ekonometrisinde genellikle değişkenler için model tanımlamaları doğrusal olarak yapılır. Çünkü doğrusallık varsayımı işlem kolaylığı açısından avantajlar sağlar. Ancak bazen değişkenlerin ve daha özelden zaman serisi değişkenlerinin yapısı doğrusallığa uymamaktadır. Doğrusal olmayan bu zaman serisi verileri için yapılan analizlerde ve modelin fonksiyonel yapısını belirleme de doğrusal olmama durumu göz önüne alınmalıdır. Doğrusal olmayan fonksiyonel kalıplar için eğer veri tipi zaman boyutu içeriyorsa durağanlık sınamaları yapılması gerekmektedir. Ancak doğrusal olmayan modeller için doğrusal birim kök testlerinin uygulanması bizleri yanlış sonuçlara götürecektir. Bu yüzden zaman serilerinin durağanlık sınamaları için geliştirilen birim kök testleri ve yapılan diğer bütün analizler için modelin doğrusal dışılık durumu göz önüne alınmalıdır. Bu bağlamda serilerin durağanlığını incelerken kullanılan birim kök testleri için de, doğrusal olmayan modeller kullanılarak yapılan birim kök testleri zaman serisi ekonometrisi literatüründe yerini almıştır. Doğrusal modellerle ifade edilen birim kök testleri serilerin doğrusal bir yol izlediği varsayımına dayanmaktadır. Ancak bu varsayımın sağlanmadığı durumlarda doğrusal modellerle yapılan birim kök testleri spesifikasyon hatası içerdiği için yanlış sonuçlar elde etmemize neden olacaktır. Daha önceleri parametrelerin daha kolay yorumlanmaları, işlemlerin karmaşıklığından kurtulmak ve bu gibi birçok sebep doğrusal model kurmayı avantajlı hale getirmekteydi. Ancak günümüzde teknolojinin ilerlemesiyle, modellemeler yapılırken uygun

fonksiyonel kalıp belirleme işlemi çeşitli bilgisayar yazılımlarının gelişmesi ile birlikte daha kolay hale gelmiştir. Doğrusal olmayan modelleme özellikle finansal zaman serilerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Doğrusal olmayan birim kök testlerine geçmeden önce doğrusal olmayan modellere kısaca değinilmesi gerekecektir. Tsay (2002:126-128) doğrusal ve doğrusal olmayan model tanımlamalarını aşağıda belirtildiği şekilde yapmıştır:

$\{x_t | t = 1, \dots, T\}$ şeklinde tanımlanan ve örneklem boyutu T olan stokastik zaman serisini aşağıdaki şekilde gösterirsek doğrusal bir modelleme yapmış oluruz:

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i a_{t-i}. \quad (2.172)$$

Burada μ bir sabit, $\psi_0 = 1$ olmak üzere ψ_i gerçekte sayılar ve $\{a_t\}$ iyi tanımlanmış dağılım fonksiyonuna sahip bağımsız özdeş dağılımlı rastsal değişkenler dizisidir. Bu doğrusal modelin fonksiyonel olarak gösterim şekli aşağıdaki şekildedir:

$$X_t = f(a_t, a_{t-1} \dots). \quad (2.173)$$

Modelin bu şekilde geçen $f(\cdot)$ yapısının fonksiyonel şekli modelin doğrusal olup olmadığını tanımlar. F_{t-1} t-1 zamanında ulaşılan bilgi ile oluşturulmuş olsun. F_{t-1} , $\{x_{t-1}, x_{t-2}, \dots\}$ ve $\{a_{t-1}, a_{t-2}, \dots\}$ elemanlarının doğrusal birleşimi olsun. F_{t-1} verildiğinde x_t koşullu ortalaması ve varyansı aşağıdaki şekildedir:

$$\mu_t = (x_t | F_{t-1}) \equiv g(F_{t-1}), \quad \sigma_t^2 = Var(x_t | F_{t-1}) \equiv h(F_{t-1}). \quad (2.174)$$

Burada $g(\cdot)$ ve $h(\cdot)$ fonksiyonları $h(\cdot) > 0$ şartıyla iyi tanımlanmış fonksiyonlardır. Model aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$x_t = g(F_{t-1}) + \sqrt{h(F_{t-1})} \epsilon_t. \quad (2.175)$$

Burada $\epsilon_t = a_t / \sigma_t$ standartlaştırılmış şoklardır. Eğer $g(\cdot)$ fonksiyonu doğrusal değilse model ortalamada doğrusal olmayan model olarak tanımlanır. Eğer $h(\cdot)$, zamanla değişiyorsa böyle bir model varyansı doğrusal olmayan model olarak tanımlanır.

İstatistik literatüründe pek çok doğrusal olmayan zaman serisi modeli mevcuttur. 1978'de Granger ve Andersen'in önerdiği bilinear modeller, Tong (1978)'un öne sürdüğü threshold autoregressive (TAR) modeli, Priestley (1980) tarafından önerilen

state-dependent model ve Hamilton (1989) Markow switching modeli doğrusal olmayan modellerden bazılarıdır. Doğrusal olmayan modellerin gerisinde yatan fikir koşullu ortalamanın basit parametrik doğrusal olmayan bazı fonksiyonlara göre zaman içerisinde değişmesidir(Tsay,2002).

Doğrusal olmayan modeller ortalamada doğrusal olmayan ve varyansta doğrusal olmayan modeller olmak üzere iki gruba ayrılır.

Ortalamada Doğrusal Olmayan Modeller:

Doğrusal olmayan otoregresif model (NLAR): Bu modelin genel yapısı şu şekildedir:

$$y_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}) + \varepsilon_t. \quad (2.176)$$

Bu model p. Dereceden doğrusal olmayan otoregressif modeldir ve bu modelin tahmini için Taylor serisi açılımı kullanılır. p. Dereceden doğrusal olmayan bir modelin Taylor serisi yaklaşımı kullanılarak şu şekilde yazılabilir:

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^s a_{ijkl} y_{t-i}^k y_{t-j}^l + \varepsilon_t. \quad (2.177)$$

Burada p sürecin derecesi, r ve s ise 1'e eşit yada 1'den büyük bir tamsayıdır. Yukarıdaki model genelleştirilmiş otoregresif model (GAR) olarak adlandırılır. GAR modelleri y_{t-i} değerlerinin gecikmelerinin çeşitli kuvvetleri ve y_{t-i} ile y_{t-j} değişkenlerinin çeşitli kuvvetlerinin çarpımını içeren standart AR modelidir. Bu model OLS kullanılarak tahmin edilebilir(Enders,2010:431).

Çift Doğrusal (Bilinear) Model: Bu model Granger ve Andersen (1978) tarafından geliştirilmiştir gösterimi aşağıdaki şekildedir:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^s c_{ij} y_{t-i} \varepsilon_{t-j}. \quad (2.178)$$

Bu model ARMA modelinin doğrusal olmayan bir uzantısıdır. Doğrusal olmama durumu modele eklenen $y_{t-i} \varepsilon_{t-j}$ terimi ile oluşmaktadır. Eğer bütün c_{ij} değerleri sıfıra eşti olursa ARMA(p,q) modeli elde edilir. Bu modeldeki doğrusal dışılık sebebiyle modelin tahmini EKK ile yapılamaz. Bu yüzden model maksimum olabilirlik yöntemi ile tahmin edilebilir (Walter Enders;2010,3.edition:429-431).

Rejim Değişim Modelleri(Eşik Otoregresif Modeller-TAR): Rejim değişim modelleri $\{y_t\}$ serisinin davranışının sistemin yapısına bağlı olmasına izin verir. Rejim değişim modelleri Tong (1983,1990) tarafından geliştirilmiştir ve EKK kullanılarak tahmin edilebilir. Ancak rejim değişimine kademeli olarak izin veren modeller için sıradan EKK kullanılarak tahminleme yapılamaz.

Rejim Değişim modelleri dört ayrı şekilde gösterilebilir:

- Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Otoregresif Modeller (SETAR): Eşik değerli otoregresif modeller ilk olarak Tong (1978) ve Tong ve Lim (1980) tarafından geliştirilmiştir. Belirli bir eşik değere göre bu eşik değerin yukarısında ya da aşağısında bir hareket sergileyen eşik değerli otoregresif modelde, eğer bu eşik değer modelin bağımlı değişkeninin gecikmeli değerleri arasından seçiliyorsa kendinden uyarımlı eşik değerli otoregresif model yapısı oluşur. Eşik değerle karşılaştırılacak olan terim $q_t = y_{t-d}$ şeklinde gösterilir. d=1alırsak 2 rejimli kendinden uyarımlı eşik değerli otoregresif (SETAR) model aşağıdaki gibi gösterilir:

$$y_t = \begin{cases} \phi_{0,1} + \phi_{0,1}y_{t-1} + \varepsilon_t, & y_{t-1} \leq c \\ \phi_{0,2} + \phi_{1,2}y_{t-1} + \varepsilon_t, & y_{t-1} > c \end{cases} \quad (2.179)$$

$$y_t = (\phi_{0,1} + \phi_{1,1}y_{t-1})(1 - I[y_{t-1} > c]) + (\phi_{0,2} + \phi_{1,2}y_{t-1})(I[y_{t-1} > c]) + \varepsilon_t. \quad (2.180)$$

Burada $I[.]$ gösterge fonksiyonudur. SETAR modelinde rejim sayısı 2 den fazla olabilir j rejimli durum için modelin gösterimi şu şekildedir:

$$y_t = \sum_{j=1}^J I_t^j \left(\phi_0^{(j)} + \sum_{i=1}^{p_j} \phi_i^{(j)} y_{t-i} + \varepsilon_t^{(j)} \right) \quad r_{j-1} \leq z_{t-d} \leq r_j. \quad (2.181)$$

SETAR Modelinin rejim değişikliğine izin veren yapısı doğrusallık dışılığın nedenidir. SETAR modelinin tahmini için Tong (1983), Cao ve Tsay(1992), Hansen ve Caner (2001) ve Enders(2004) yaklaşımları en sık kullanılan yaklaşımlardır (Güriş;2008:21).

- Yumuşak Geçişli Otoregresif Modeller (STAR): Rejimler arası geçişler bazen kendinden uyarımlı eşik değerli otoregresif modellerde olduğu gibi ani bir seyir izlerken bazen de bu geçişler daha yumuşak olabilir. Rejim değişikliğindeki bu yumuşak geçişler bir fonksiyon yardımı ile sağlanır. Ve yumuşak geçişli otoregresif modeller rejimlerdeki bu değişimin daha yumuşak olmasına izin veren model tipine olanak sağlar. Yumuşak geçişli otoregresif modelin gösterimi aşağıdaki şekildedir:

$$y_t = (\phi_{0,1} + \phi_{1,1}y_{t-1})(1 - G(y_{t-1}, \gamma, c)) + (\phi_{0,2} + \phi_{1,2}y_{t-1})(G(y_{t-1}, \gamma, c)) + \varepsilon_t. \quad (2.182)$$

Burada $G(y_{t-1}, \gamma, c)$, geçiş fonksiyonunu gösterir, 0 ile 1 aralığında değer alır alır. C eşik değeridir. γ pürüzsüzleştirme parametresidir, bir rejimden diğer rejime geçişler bu parametre ile sağlanır(Philiğ Hans Frances, Dick Van Dijk, sf:72-aktaran Güriş,2008).

STAR modelinin tahminlerinin yapılması için Terasvirta (1990) geçiş fonksiyonu olarak lojistik ve üstel dağılım fonksiyonlarının kullanılmasını önermiştir. Yaptığı çalışmada Lojistik Dağılım Fonksiyonlu Yumuşak geçişli otoregresif Modeli (LSTAR) ve Üstel Dağılım Fonksiyonlu yumuşak geçişli otoregresif modeli (ESTAR) oluşturmuştur. Terasvirta ve Anderson (1992) yaptıkları çalışmada LSTAR ve ESTAR modellerinin farklı iktisadi yapıları açıkladıklarını ifade eder. Ekonominin daralma ve genişleme dönemlerinin farklı dinamiklerin etkisi altında olduğunu ve bunlar arasındaki geçişin yumuşak olması gerektiğini söyleyen yapı için LSTAR modeli, ekonomideki bu daralma ve genişleme dönemlerinin aynı dinamiklerin etkisi altında ancak bunların geçiş noktalarının farklı dinamiklerden etkilendiğini söyleyen iktisadi yapı için ise ESTAR modelinin kullanılmasının uygun olduğunu söylemişlerdir. İktisadi yapıya göre karar verilen LSTAR ya da ESTAR modeli doğrusal olmayan EKK tekniği kullanılarak tahmin edilebilir(Terasvirta, 1994).

- Momentum Eşik Değerli Otoregresif Modeller (MTAR): Momentum eşik değerli otoregresif model ilk olarak Enders ve Granger (1998) tarafından ortaya atılmış olup Enders ve Siklos (2001) tarafından geliştirilmiştir. Momentum eşik değerli otoregresif model aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\Delta y_t = I_t p_1 y_{t-1} + (1 - I_t) p_2 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.183)$$

$I(.)$ gösterge fonksiyonudur.

$$I_t = \begin{cases} 1, & \Delta y_{t-1} \geq \tau \\ 0, & \Delta y_{t-1} < \tau \end{cases} \quad (2.184)$$

Burada τ eşik değeridir.

- Markov Rejim Değişim Modelleri: Bu model türü Hamilton (1989) tarafından geliştirilmiştir. Markov süreci olasılıkların bir önceki dönemin olasılığı ile açıklandığı olasılıksal bir yol izlemektedir. t-1 ile t dönemindeki rejimler arası ilişkilerin açıklandığı markov rejim değişim modeli aşağıda gösterildiği şekildedir:

$$P\{s_t = j | s_{t-1} = i\} = P\{s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots\} = p_{ij}. \quad (2.185)$$

Yukarıdaki model i rejiminden j rejimine geçiş olasılığını gösterir. bu modelde ekonominin genişleme ve daralma dönemleri, s_t tesadüfi değişkeni tarafından belirlenir ve bu değişken doğrudan gözlenemez ve model şu şekilde gösterilerek maksimum olabilirlik yöntemi ile tahmin edilebilir:

$$y_t = x_t' \varphi(s_t) + u_t. \quad (2.186)$$

Burada u_t , sıfır ortalama ve sabit varyansla bağımsız özdeş dağılır. s_t birinci dereceden markov zinciri, x_t ise dışsal ve içsel değişkenlerin gecikmelerinin yer aldığı vektördür.

Varyansta doğrusal olmayan modeller:

Engle (1982) tarafından geliştirilen ARCH modeli, Bollerslev (1986) tarafından geliştirilen GARCH modeli, Engle, Lilien ve Robins (1987) tarafından geliştirilen ARCH-M modeli, GARCH-M modeli, Nelson (1991) tarafından ortaya atılan EGARCH Modeli, Glosten, Jaganathan, Runkle (1993) ve Zakoian (1994) tarafından geliştirilen TARCH modeli, Nelson (1990) tarafından geliştirilen AGARCH modeli Santana (1995) tarafından geliştirilen QGARCH modeli, Engle ve NG (1993) tarafından geliştirilen VGARCH modeli, Heston ve Nandi (2000)'nin SQR GARCH Modeli, Ding, Granger ve Engle (1993) tarafından geliştirilen APARCH modeli ve APGARCH Modeli varyansta doğrusal olmayan model türleridir. Ancak bu model türlerinin ayrıntılarına bu çalışmada değinilmeyecektir.

Model yapısı gerçekte doğrusal olmayan yapıya uyduğu halde kullanılan birim kök testlerinin doğrusal olması durumunda Enders ve Granger (1998), Enders (2001) ve Caner-Hansen (2001) yaptıkları simülasyon çalışmaları ile testin gücünün düşük olduğunu göstermişlerdir. Doğrusal olmayan birim kök testleri ortalama doğrusal olmayan model türleri kullanılarak geliştirilmiştir. Bu yüzden bu bölümde varyant doğrusal olmayan modellerin ayrıntılarına girilmemiştir. Doğrusal olmayan ilk geliştirilen birim kök testleri asimetrikliğe izin vermezken son geliştirilen birim kök testleri asimetriklik durumuna da izin vermektedir. Kapetanios, Shin ve Snell (2003), Leybourne, Newbold ve Vougas (1998), Caner-Hansen (2001), testleri asimetrikliği dikkate almayan testlerdir. Doğrusal dışılığa ek olarak asimetrikliğe izin veren birim kök testleri ise Sollis (2004), Cuestas ve Ordóñez (2014) birim kök testleridir.

2.3.1. Enders ve Granger Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi (1998)

Enders ve Granger (1998), asimetrik düzeltme içeren durağanlık alternatif hipotezine karşı birim kök temel hipotezinin sınındığı birim kök testini geliştirerek kritik değerleri üretmişlerdir. Bu testte kullanılan süreç, momentum eşik değerli otoregresif süreçlerdir. Serideki keskin hareketlerin momentum eşik değerli otoregresif model ile yakalanmasının daha mümkün olduğunu belirterek momentum eşik otoregresif birim kök testini geliştirmişlerdir. Bu test için kullanılan model aşağıda gösterildiği şekildedir:

$$\Delta y_t = I_t p_1 y_{t-1} + (1 - I_t) p_2 y_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (2.187)$$

I_t , gösterge fonksiyonu olmak üzere:

$$I_t = \begin{cases} 1, & \Delta y_{t-1} \geq 0 \\ 0, & \Delta y_{t-1} < 0 \end{cases}. \quad (2.188)$$

Eğer sistem yakınsıyorsa serinin uzun dönem denge değeri $y_t = 0$ dir. Eğer y_{t-1} uzun dönem denge değerinin üzerindeyse düzeltme $p_1 y_{t-1}$ 'dir, eğer y_{t-1} uzun dönem denge değerinin altında ise düzeltme $p_2 y_{t-1}$ 'dir. Eğer $p_1 = p_2$ ise düzeltme simetriktir.

Serinin durağan olduğu alternatif hipotezine karşı birim kökün varlığını söyleyen temel hipotez sınanır. Testin hipotezleri şu şekildedir:

$$H_0: p_1 = p_2 = 0 \quad (2.189)$$

$$H_1: p_1 \neq p_2 \neq 0. \quad (2.190)$$

y_t serisinin sabit terim ile regresyonundan elde edilen kalıntıların negatif veya pozitif olma durumuna göre gösterge fonksiyonu oluşturulur. Daha sonra aşağıdaki model tahmin edilir:

$$\Delta \hat{y}_t = I_t p_1 (\hat{y}_{t-1} - \hat{a}_0) + (1 - I_t) p_2 (\hat{y}_{t-1} - \hat{a}_0) + \varepsilon_t. \quad (2.191)$$

Burada $\hat{a}_0$, $\{y_t\}$ serisinin tahmin edilen örneklem ortalamasıdır. Bu modeldeki parametrelerin anlamlılığı F sınaması ile sınanır ve F istatistikleri ϕ_μ olarak adlandırılır. Enders Granger (1998) elde ettiği kritik değerlerle test istatistiği karşılaştırılarak karar verilir. Test istatistiği kritik değerden büyükse, temel hipotez reddedilerek serinin durağan olduğu sonucuna varılır.

2.3.2. Caner ve Hansen Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi (2001)

SETAR birim kök testi olarak bilinen bu test Caner ve Hansen (2001) tarafından geliştirilmiştir. Bu test ile birim kök süreci ve doğrusal dışılık durumu aynı anda sınanır.

Model gösterimi aşağıdaki şekildedir:

$$\Delta y_t = \theta'_1 x_{t-1} I_{\{z_{t-1} < \lambda\}} + \theta'_2 x_{t-1} I_{\{z_{t-1} \geq \lambda\}} + e_t. \quad (2.192)$$

Burada $x_{t-1} = (y_{t-1} r'_t \Delta y_{t-1} \dots \Delta y_{t-k})'$; $I_{\{\cdot\}}$, gösterge fonksiyonu; e_t , bağımsız özdeş dağılımlı hata terimi; $Z_t = y_t - y_{t-m}$, r deterministik etmenleri; λ ise eşik değeri göstermektedir.

μ_1 ve μ_2 , y_{t-1} 'in eğim katsayısı; β_1 ve β_2 , deterministik değişkenlerin eğim katsayıları; p_1 ve p_2 , $\Delta y_{t-1} \dots \Delta y_{t-k}$ ifadesinin eğim katsayıları olmak üzere θ_1 ve θ_2 'nin gösterimi şu şekildedir.

$$\theta_1 = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \beta_1 \\ p_1 \end{pmatrix} \quad \theta_2 = \begin{pmatrix} \mu_2 \\ \beta_2 \\ p_2 \end{pmatrix}.$$

Eşik değerli otoregresif modellerin tahmini EKK ile yapılabilmektedir. Model EKK kullanılarak tahmin edildikten sonra doğrusallığı test etmek için kurulan temel hipotez aşağıdaki şekildedir:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2. \quad (2.193)$$

Doğrusallığı test etmek için Caner Hansen (2001)'in önerdiği test istatistiği aşağıda verilmiştir:

$$\sup W_t(\lambda) = \sup T \left(\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}^2(\hat{\lambda}) - 1} \right). \quad (2.194)$$

Burada $\hat{\sigma}_0^2$ doğrusal modelin varyansını, $\hat{\sigma}^2$ ise eşik değerli modelin varyansını göstermektedir.

Birim kök testi için kurulan temel hipotez aşağıdaki şekildedir:

$$H_0: p_1 = p_2 = 0. \quad (2.195)$$

Bu test için iki farklı alternatif hipotez kurulabilir. Alternatif hipotezler şu şekildedir:

$$H_1: p_1 < 0, p_2 < 0. \quad (2.196)$$

H_1 alternatif hipotezi durağanlığı göstermektedir.

$$H_2: \begin{cases} p_1 < 0, p_2 = 0 \\ p_1 = 0, p_2 < 0 \end{cases}. \quad (2.197)$$

H_2 hipotezi ise rejimlerden birinin durağan, diğerinin durağan olmadığını gösterir.

Birim kök testi için test istatistikleri aşağıdaki şekildedir:

$$H_1 \text{ hipotezi için test istatistiği: } R_{1T} = t_1^2 I_{(\hat{p}_1 < 0)} = t_2^2 I_{(\hat{p}_1 < 0)}. \quad (2.198)$$

$$H_2 \text{ hipotezi için test istatistiği: } R_{2T} = t_1^2 = t_2^2. \quad (2.199)$$

Burada kullanılan t_1 ve t_2 , EKK kullanılarak elde edilen model tahimindeki $\hat{p}_1$ ve $\hat{p}_2$ katsayılarının t istatistikleridir. Caner ve Hansen kritik değerleri, eşik değerin bilindiği ve bilinmediği durum olmak üzere bootstrap tekniği ile belirlemişlerdir.

2.3.3. Kapetanios, Shin ve Snell Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi (2003)

Kapetanios, Shin ve Snell (2003) geliştirdikleri bu testle birim kök temel hipotezine karşın doğrusal olmayan durağan STAR sürecini sınamışlardır. Geçiş

fonksiyonunun üstel olarak belirlendiği ESTAR modeli için oluşturdukları model şu şekildedir:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} [1 - e^{(-\theta y_{t-1}^2)}] + \varepsilon_t. \quad (2.200)$$

Bu model için kurulacak hipotezler şu şekildedir:

$$H_0: \theta = 0 \text{ (birim köklü)}$$

$$H_1: \theta > 0 \text{ (doğrusal olmayan durağanlık)}$$

Temel hipotezin geçerli olduğu durum için γ belirlenemez. Bu yüzden bu hipotezler doğrudan test edilemez. Bu yüzden (2.200) numaralı denklem Taylor açılımı kullanılarak aşağıdaki biçime dönüştürülür:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1}^3 + e_t. \quad (2.201)$$

Bu denklem kullanılarak belirlenen test istatistiği şu şekilde gösterilir:

$$t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{sh(\hat{\delta})}. \quad (2.202)$$

Hesaplanan bu istatistik asimptotik standart normal dağılıma sahip olmadığından Kapetanios, Shin ve Snell (2003), bu test istatistiği için belirledikleri kritik değerleri çalışmalarında vermişlerdir.

2.3.4. Leybourne, Newbold ve Vougas Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi (1998)

STAR model için geçiş fonksiyonunun lojistik fonksiyon olarak belirlendiği (LSTAR) birim kök testini Leybourne, Newbold ve Vougas(1998) geliştirmişlerdir. LSTAR tipi birim kök testi için üç ayrı model belirlenmiştir. Bu modeller şu şekildedir:

$$\text{Model A: } y_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + v_t \quad (2.203)$$

$$\text{Model B: } y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + v_t \quad (2.204)$$

$$\text{Model C: } y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + v_t. \quad (2.205)$$

$S_t(\gamma, \tau) = [1 + \exp\{-\gamma(t - \tau T)\}]^{-1}$ şeklindeki geçiş fonksiyonudur, v_t sıfır ortalamalı durağan hata terimi, T örneklem büyüklüğüdür.

Temel ve alternatif hipotezler şu şekilde oluşturulur:

$$H_0: y_t = \mu_t, \mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t, \mu_0 = \psi \quad (2.206)$$

$$H_1: \text{Model A, Model B, Model C,}$$

ya da;

$$H_0: y_t = \mu_t, \mu_t = k + \mu_{t-1} + \varepsilon_t, \mu_0 = \psi \quad (2.207)$$

$$H_1: \text{Model B veya Model C.}$$

Test istatistiğini hesaplayabilmek için model A, B, C tahmin edilerek hata terimleri elde edilir ve aşağıdaki model tahmin edilerek p parametresinin anlamlılığı sınanır:

$$\Delta \hat{v}_t = \hat{p} \hat{v}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{\delta} \Delta \hat{v}_{t-i} + \hat{n}_t. \quad (2.208)$$

p parametresinin test istatistiğini karşılaştırmak için kullanılacak kritik değerler her model için ayrı ayrı Leybourne, Newbold ve Vougas'ın yaptıkları çalışmada yer almaktadır.

2.3.5. Sollis Doğrusal Olmayan Asimetrik Birim Kök Testi (2004)

Sollis (2004)'in geliştirdiği bu test, Enders ve Granger (1998) ile Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) tarafından geliştirilen teorinin birleşiminden meydana gelmektedir. Enders ve Granger (1998) eşik değerli otoregresyon olarak modellenen asimetrik düzeltme durumunu ele almıştır. Leybourne, Newbold ve Vougas(1998) ise trend durağanlık yapısını deterministik trendler arasında yumuşak bir geçiş etrafındaki durağanlığa genişletmişlerdir. Sollis(2004) testinde ise deterministik doğrusal trendler arasında yumuşak bir geçişle asimetrik düzeltmeli durağanlığa izin veren alternatif hipotez altında birim kök temel hipotezi geliştirilmiştir. Logaritmik yumuşak geçişli otoregresif modellere dayanan bir testtir. Leybourne Newbold ve Vougas(1998) tarafından geliştirilen birim kök testinde kullanılan LSTAR modelinin hata terimleri kullanılarak serinin durağanlığı sınanır. LNV, y_t serisi için aşağıda belirtilen 3 ayrı yumuşak geçişli modeli belirlemiştir:

$$y_t = \alpha_1 + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + v_t \quad (2.209)$$

$$y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + v_t \quad (2.210)$$

$$y_t = \alpha_1 + \beta_1 t + \alpha_2 S_t(\gamma, \tau) + \beta_1 t S_t(\gamma, \tau) + v_t. \quad (2.211)$$

Burada v_t sıfır ortalamalı durağan bir süreçtir ve $S_t(\gamma, \tau)$ t örneklem boyutu için lojistik fonksiyondur. $S_t(\gamma, \tau) = (1 + \exp\{-\gamma[t - \tau T]\})^{-1}$ 'dir, burada $\gamma > 0$ ve τ geçişin orta noktası olarak belirlenir. Bu modeller doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemi ile tahmin edilerek doğrusal olmayan kalıntılar elde edilir. Elde edilen kalıntılarla aşağıdaki TAR modeli kurulur:

$$\Delta v_t = I_t p_1 v_{t-1} + (1 - I_t) p_2 v_{t-1} + \eta_t \quad (2.212)$$

$$I_t = \begin{cases} 1, & v_{t-1} \geq 0 \\ 0, & v_{t-1} < 0. \end{cases} \quad (2.213)$$

Denklemdaki parametreler EKK ile tahmin edilir. Modelde otokorelasyon olduğu durumlarda kullanılacak genişletilmiş TAR modeli şu şekildedir:

$$\Delta \hat{v}_t = I_t p_1 \hat{v}_{t-1} + (1 - I_t) p_2 \hat{v}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \phi_i \Delta \hat{v}_{t-i} + \eta_t. \quad (2.214)$$

$p_1 = p_2 = 0$ ise v_t dolayısıyla y_t birim kök içerir. $p_1 = p_2 < 0$ olduğu durumda simetrik düzeltmeli yumuşak geçişli durağan TAR süreç geçerlidir. $p_1 < 0, p_2 < 0$ ve $p_1 \neq p_2$ durumunda ise asimetrik düzeltmeyi gösteren yumuşak geçişli durağan TAR süreci geçerlidir. Sınamalar t ve F testleri ile yapılmıştır. Test istatistikleri için kritik değerleri monte karlo simülasyonu ile hesaplamışlardır.

2.3.6. Cuestas ve Ordenez Doğrusal Olmayan Asimetrik Birim Kök Testi (2014)

Cuestas ve Ordenez tarafından 2014'de geliştirilmiştir. Bu test ile verideki doğrusaldışılığın iki kaynağı olan yapısal değişimleri ve ortalamaya dönüşün asimetrik hızını dikkate alan bir birim kök sınaması geliştirilmiştir. Ortalamaya dönüşün asimetrik hızı, otoregresif parametreler için üstel yumuşak geçişli otoregresyon fonksiyonunun ortalama fonksiyonu kullanılarak modellenmiştir, yapısal değişimler ise deterministik bileşenlerde yumuşak geçiş yaklaşımı ile modellenmiştir. Bu test deterministik trende ve asimetriye izin veren bir testtir. Bu test aşağıdaki modelin hata terimlerine KSS testini uygulamayı önermiştir.

$$y_t = g(t) + \epsilon_t. \quad (2.215)$$

Burada $g(t) = g_1 + g_2t + g_3L_t(\gamma) + g_4tL_t(\gamma)$ şeklinde zamanın sabit olmayan bir fonksiyondur. Burada $L_t(\gamma) = 1/(1 + e^{-\gamma t})$, lojistik yumuşak geçiş fonksiyonudur.

Testin birim kök temel hipotezi aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$H_0 = \epsilon_t = \mu_t, \mu_t = \mu_{t-1} + \epsilon_t. \quad (2.216)$$

Burada ϵ_t sıfır ortalamalı durağan bir süreçtir.

2.4.Fourier Birim Kök Testleri

Perron (1989)'un yaptığı çalışma ile birlikte durağanlık sınamalarında yapısal kırılmalar dikkate alınmaya başlamıştır. Yapısal kırılmaların formunun, zamanının bilindiği ve kırılmaların etkisinin ani olarak görüldüğü, Zivot Andrews (1992), Lee Strazicich (2003), Lumsden Papell (2004) gibi testler geliştirilmiştir. Bu testler kırılmaların zamanlarının ve sayılarının bilindiği ve etkilerinin ani şoklara neden olduğu durumlar için doğru sonuçlar vermektedir. Ancak bazen kırılmaların yapısının keskin olmadığı daha yumuşak geçişlerin yaşandığı durumlarda bahsedilen testler geçerliliklerini yitirmektedir. Bu durumlar için doğrusal olmayan birim kök testleri geliştirilmiştir. Kırılmaların keskin olduğu ya da kırılma yapılarının doğrusal olmayan modellerle belirlendiği birim kök testlerinde kırılma sayıları ve doğrusal dışılığın yapısı önceden belirlenir. Ancak kırılmaların yapısının ve sayısının önceden belirlenemediği durumlarda her iki test grubu da durağanlık sınamaları için yeterli gücü sağlayamamaktadır. Kırılma sayılarının ve yerlerinin yanlış belirlenmesi ve yanlış modellenmesi tıpkı kırılmaların ihmalı gibi bir problem ortaya çıkarmaktadır. Bu bağlamda kırılma sayılarının ve yapısının önceden belirlenmesinin gerekliliğinin olmadığı fourier fonksiyonu yaklaşımı kullanılarak frekans bileşeni seçimine dayanan birim kök testleri geliştirilmiştir. Fourier yaklaşımı kullanılarak geliştirilen birim kök testlerinin kırılmaların kendi periyodunda gerçekleşmese bile bilinmeyen davranışları yakalayabildiği yapılan çalışmalarca ortaya çıkarılmıştır.

2.4.1. Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2004)

Enders ve Lee (2004) bilinmeyen fonksiyonel yapıya yapısal kırılmalarının sayısının bilinmediği duruma izin veren birim kök testi geliştirmişlerdir. Böyle serilerin davranışlarını en iyi şekilde yakalayabilmek için fourier yaklaşımındaki tek bir frekans

bileşenini kullanmayı önermişlerdir. Birim kök testleri uygulanırken, kırılma tarihlerini belirlemek, kırılmaların sayısı, kırılmaların yapısı ve modelleme işlemleri problem teşkil etmektedir. Enders ve Lee (2004) önerdikleri testte bütün bu problemleri, tahmin denkleminin içerisine uygun frekans bileşenin belirlenmesi şekline dönüştürmüşlerdir. Bu test yapısal kırılma sayısını ve fonksiyonel yapının belirlenmesini gerektirmemektedir ve cosinüs ile sinüsün doğrusal bileşimi olan Fourier fonksiyonu kullanılmıştır. Bu test ani kırılmaları belirleyebilmesine rağmen daha çok kırılmaların kademeli olduğu durumlarda kullanılması daha uygundur. Eğer değişimler ani ise kukla değişken kullanan geleneksel yöntemler yapısal değişimleri yakalamada daha uygundur. Ancak yapısal kırılmalar daha yumuşaksa Enders ve Lee (2004) önerdikleri bu testin gücünün daha yüksek olduğunu vurgulamışlardır. Önerdikleri metodun en önemli özelliği yapısal değişimlerinin tarihini ve sayısını önceden bilmeye gerek olmamasıdır.

Bu test için veri yaratma süreci şu şekildedir:

$$y_t = a_0 + \gamma t + a_1 \sin(2\pi kt/T) + a_2 \cos(2\pi kt/T) + e_t \quad (2.217)$$

$$e_t = \beta e_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (2.218)$$

Testin temel ve alternatif hipotezleri şu şekildedir:

$$H_0: \beta = 1 \text{ (Birim kök var)}$$

$$H_1: \beta < 1 \text{ (Seri durağan).}$$

Enders ve Lee (2004) bu hipotezleri sınamak için iki farklı test prosedürü önermişlerdir. İlki Lagrange Multiplier (LM) testi ikincisi Dickey Fuller (DF) test prosedürüdür.

LM testi için iki adımda gerçekleştirilen tahmin yöntemini kullanmışlardır. İlk adımda aşağıdaki ilk farklar regresyonu tahmin edilir:

$$\Delta y_t = \delta_0 + \delta_1 \Delta \sin(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_2 \cos(2\pi kt/T) + u_t. \quad (2.219)$$

Serinin trenden arındırılarak tahmin edilmiş şekli aşağıdaki gibidir:

$$\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi} - \tilde{\delta}_0 t - \tilde{\delta}_1 \sin(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_2 \cos(2\pi kt/T), \quad t=2, \dots, T. \quad (2.220)$$

Burada $\tilde{\psi} = y_1 - \tilde{\delta}_0 - \tilde{\delta}_1 \sin(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_2 \cos(2\pi kt/T)$ ve y_1, y_t serisinin ilk gözlemidir. ψ, y_t 'den çıkartılarak ilk değerin etkisi kontrol edilmiş olur.

İkinci adımda ise aşağıdaki regresyon denklemi tahmin edilir:

$$\Delta y_t = \phi \tilde{S}_{t-1} + d_0 + d_1 \Delta \sin(2\pi kt/T) - \tilde{d}_2 \Delta \cos(2\pi kt/T) + \varepsilon_t. \quad (2.221)$$

Serinin durağan olmadığını söyleyen $\phi = 0$ temel hipotezi altında LM test istatistiği τ_{LM} şeklinde gösterilir ve $\phi = 0$ temel hipotezini sınavan t test istatistiğidir. Enders ve Lee (2004) kritik değerleri simülasyon ile elde ederek çalışmalarında tablo halinde vermişlerdir.

Dickey-Fuller test prosedürü için kullanılan model aşağıdaki gibidir:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + c_1 + c_2 t + c_3 \sin(2\pi kt/T) - c_4 \cos(2\pi kt/T) + e_t. \quad (2.222)$$

DF tipi test istatistiğinin kullanımı frekans sayısı k ve örneklem boyutu T'ye bağlıdır. Eğer k araştırmacı tarafından 1 olarak belirlenirse test doğrudan uygulanır. Eğer k değeri tahmin edilirse bir kırılma için test aşağıdaki adımlar izlenerek uygulanır.

Adım 1: $1 \leq k \leq 5$ aralığındaki bütün değerler için (2.222) modeli tahmin edilir. Bütün değerler için tahmin edilen tüm regresyonlardan minimum kalıntı kareler toplamı (KKT) değerine sahip regresyonun frekans değeri, uygun $\hat{k}$ değeri olarak belirlenir. Eğer seride otokorelasyon varsa modele Δy_t 'nin gecikmeli değerleri eklenir.

Adım 2: $c_3 = c_4 = 0$ temel hipotezi için F-testi uygulanır. Kritik değerler, Enders ve Lee (2004)'nin çalışmalarında tablo 2 de yer almaktadır. Eğer F değeri, kritik değerden küçükse doğrusal trend temel hipotezi reddedilemez. Bu durumda klasik Dickey-Fuller testi uygulanmalıdır.

Adım 3: τ_{DF} , (2.222) denklemindeki $\rho = 0$ temel hipotezinin t-istatistiğidir. Kritik değerler k'nın tahmin edilen bütün değerleri için tablo olarak verilmiştir.

2.4.2. Becker, Enders ve Lee Fourier Birim Kök Testi (2006)

Kırılmaların zamanının ve yapısının bilinmesine gerek olmayan bir başka testi de Becker, Enders ve Lee 2006' da yaptıkları çalışmada geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri bu test kırılmaların kademeli olduğu durumlar için geçerlidir. Becker vd. (2006) kırılma

tarihlerinin yeri ve sayısı bilinmiyorken kırılmaların yapılarının hatalı belirlenmiş olması sıradan birim kök testlerinin yanlış sonuçlar vereceğini söylemişlerdir. Özellikle makroekonomik değişkenlerde kırılma tarihinin gerçekleştiği an ile kırılmanın etkisinin gerçekleştiği anın eş zamanlı olmasının beklenmediği, gerçekleşen şokların ani etkiler göstermeyeceği savunulmuştur. Kırılmanın yapısının ani olmayıp kademeli olarak belirlendiği durumlar için Becker vd. (2006)'nin geliştirdikleri birim kök testinin gücünün diğer testlere göre daha güçlü olduğunu yaptıkları çalışmada göstermişlerdir. Becker vd. (2006)'nin geliştirdikleri testin temeli, Bierens (1997) ve Enders ve Lee (2004) 'nin önerdikleri teste dayanmaktadır. Becker vd. (2006) testi, temel hipotezinin zayıf durağanlığı gösterdiği veri yapısının sürekli olduğu KPSS tipi bir durağanlık testidir.

Bu test için kullanılan veri yaratma süreci şu şekilde belirlenmiştir:

$$y_t = X_t' \beta + Z_t' \gamma + r_t + \varepsilon_t \quad (2.223)$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t. \quad (2.224)$$

Burada ε_t durağan hatalardır u_t , σ_u^2 varyansla bağımsız özdeş dağılımlı hata sürecidir. y_t 'nin seviyede durağan olduğunu göstermek için $X_t=[1]$ kullanılmıştır, trend durağan bir sürecin ifadesi olarak ise $X_t = [1, t]'$ ifadesi kullanılmıştır. $Z_t = [\sin(2\pi kt/T), \cos(2\pi kt/T)]'$ şeklinde seçilmiş fourier yapısıdır. Burada T örneklem boyutu k ise frekans sayısıdır. $\alpha(t)$ kırılmaların bilinmeyen sayısının ve bilinmeyen yapısının bir fonksiyonu olmak üzere Fourier yakınsama modeli aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n a_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^n b_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right); \quad n < T/2. \quad (2.225)$$

Burada n yakınsama için belirlenebilecek mümkün bütün frekansların sayısıdır, k ise özel bir frekans sayısını temsil eder. $n=T/2$ olduğunda $\alpha(t)$ mükemmel uyum sergileyecektir. Tek frekans bileşeni kullanılarak oluşturulan model aşağıdaki şekildedir:

$$\alpha(t) \cong Z_t' \gamma = \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right). \quad (2.226)$$

Test istatistiğini elde edebilmek için aşağıdaki regresyon modelleri tahmin edilir:

$$y_t = \alpha + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t \quad (2.227)$$

$$y_t = \alpha + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + e_t. \quad (2.228)$$

Denklem (2.227) seviyede durağanlık temel hipotezini test ederken, denklem (2.228) trend durağanlık temel hipotezini sınar. $\tau_\mu(k)$ (2.227) nolu denklemin ve $\tau_\tau(k)$ ise (2.228) nolu denklemin test istatistiğini göstermek üzere:

$$\tau_\mu(k) \text{ veya } \tau_\tau(k) = \frac{1}{T^2} \frac{\sum_{t=1}^T \tilde{S}_t(k)^2}{\tilde{\sigma}^2}. \quad (2.229)$$

Burada $\tilde{S}_t(k) = \sum_{j=1}^t \tilde{e}_j$ ve $\tilde{e}_j$ (2.227) ve (2.228) nolu regresyonlardan elde edilen EKK hatalarıdır. $\tilde{\sigma}^2$ uzun dönem varyansının parametrik olmayan tahminidir ve truncation gecikme parametresi l ve w_j ağırlıkları kullanılarak aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\tilde{\sigma}^2 = \tilde{\gamma}_0 + 2 \sum w_j \tilde{\gamma}_j. \quad (2.230)$$

Burada $\tilde{\gamma}_j$ (2.227) ve (2.228) nolu denklemlerden elde edilen $\tilde{e}_t$ kalıntılarının j . otokovaryanslarıdır. Optimal frekans sayısını belirleyebilmek için 1'den 5'e kadar frekans değerleri eşitlik (2.227) ve eşitlik (2.228) için denenir, minimum kalıntı kareleri toplamını veren değer uygun frekans değeri olarak seçilir (Yılancı, Eris, 2012).

Veri yaratma sürecinde doğrusal olmayan trend mevcut değilse standart KPSS testi kullanılarak testin gücü artırılabilir. Bu yüzden testi yapmadan önce doğrusal olmayan trendin varlığı test edilmelidir. Doğrusal olmayan trendin varlığını söyleyen alternatif hipoteze karşı temel hipotezin gösterimi $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ şeklindedir ve bu hipotez sıradan F test istatistiği kullanılarak sınanabilir. Verilen bir k frekansında F-test istatistiği şu şekilde hesaplanabilir:

$$F_i(k) = \frac{(KKT_0 - KKT_1(k))/2}{KKT_1(k)/(T-q)}, \quad i = \mu, \tau. \quad (2.231)$$

$KKT_1(k)$, (2.227) veya (2.228) regresyonlarından elde edilen kalıntı kareleri toplamını gösterir q , regressörlerin sayısını gösterir. KKT_0 trigonometrik terimler olmadan elde edilen kalıntı kareler toplamıdır. F testi sadece durağanlık temel hipotezi reddedilemediği zaman kullanılabilir. Gerekli kritik değerler Becker vd. (2006) tarafından tablollaştırılarak sunulmuştur.

2.4.3. Christopoulos ve Leon-Ledesma Fourier Birim Kök Testi (2010)

Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010), yapısal kırılmalar ve doğrusal olmayan düzeltmeleri birlikte hesaba katan birim kök testini geliştirmişlerdir. Yapısal kırılmalar, nadir karşılaşılan kalıcı olmayan yumuşak ortalama değişimlerine izin veren Fourier fonksiyonuyla; doğrusal olmayan düzeltme ise ESTAR modeli kullanılarak modellenenilmektedir.

Olasılıksal değişken y_t için kurulan model şu şekildedir:

$$y_t = \delta(t) + v_t. \quad (2.232)$$

Burada $v_t \sim N(0, \sigma)$ ve $\delta(t)$ zamanla değişen deterministik bileşendir. Bu deterministik bileşen için aşağıdaki Fourier model yapısı belirlenmiştir:

$$\delta(t) = \delta_0 + \sum_{k=1}^G \delta_1^k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^G \delta_2^k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right). \quad (2.233)$$

Burada k Fourier fonksiyonunun frekans sayısıdır, t zaman terimidir ve T örneklem boyutudur. $\pi = 3.1416$ 'dır.

Verilen modelde $k=1, \dots, G$ şeklinde oluşturulur. Minimum kalıntı kareler toplamını veren değer k değeri olarak seçilir. Ludlow ve Enders (2000) tek bir frekansın Fourier yaklaşımı için yeterli olduğunu gösterdiğinden Christopoulos ve Leon-Ledesma (2010) tek frekanslı modeli aşağıdaki şekilde ele almışlardır:

$$\delta(t) = \delta_0 + \delta_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right). \quad (2.234)$$

Bu doğrultuda (2.232) nolu veri yaratma süreci aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$y_t = \delta_0 + \delta_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + v_t. \quad (2.235)$$

Temel hipotez aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$H_0: v_t = \mu_t, \mu_t = \mu_{t-1} + h_t, \quad (2.236)$$

h_t sıfır ortalamalı durağan bir süreçtir. Test istatistiği üç aşamada elde edilir:

1. adım: (2.235) nolu model için uygun olan k frekans sayısı belirlenir. 1'den 5'e kadar değerler verilerek (2.235) nolu modelin hata kareler toplamını minimum yapan değer optimal k değeri olarak belirlenir ve (2.235) nolu modelin OLS kalıntılarına birim kök testi uygulanır.

$$\hat{v}_t = y_t - \hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \hat{\delta}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right). \quad (2.237)$$

2. adım: Kalıntıların birim kök testi için aşağıdaki üç ayrı doğrusal ve doğrusal olmayan modeller önerilmiştir.

$$\Delta v_t = \alpha_1 v_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta v_{t-j} + u_t \quad (2.238)$$

$$\Delta v_t = \rho v_{t-1} (1 - \exp(-\theta \Delta v_{t-i}^2)) + \sum_{j=1}^p \alpha_j \Delta v_{t-j} + u_t, \quad i=1,2,\dots,L, \quad (2.239)$$

$$\Delta v_t = \lambda_1 v_{t-1}^3 + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta v_{t-j} + u_t. \quad (2.240)$$

Burada $\theta > 0$ ve u_t beyaz gürültü hata terimidir.

3. adım: İkinci adımda birim kök temel hipotezi reddedilirse üçüncü adımda (2.235) nolu model için $H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ temel hipotezi $H_1: \delta_1 = \delta_2 \neq 0$ alternatif hipotezine karşı sınanır ve F testi $F_\mu(\tilde{k})$ kullanılır. Eğer temel hipotez reddedilirse kırılmalı deterministik bir fonksiyon etrafında durağan bir değişken olduğunu söyleyebiliriz.

Model (2.238) standart ADF regresyonudur ve Fourier ADF (FADF) olarak adlandırılır. Model (2.239) ve model (2.240) düzelme hızı doğrusal değildir ve Üstel Yumuşak Geişli Oto regresif sürece uyum sağlar. Model (2.239) Kilic ve Jong (2006) tarafından geliştirilen birim kök testidir. Model (2.240) ise Kapetanios vd. (2003) tarafından geliştirilen birim kök testidir ve Fourier KSS (FKSS) olarak adlandırılır (Yılancı, Eris, 2013). FADF modeli için birim kök temel hipotezi $H_0: \alpha_1 = 0$, $H_1: \alpha_1 \neq 0$ alternatif hipotezine karşı test edilir. Model (2.239) ve model (2.240) doğrusal dışılık alternatif hipotezine karşı birim kök temel hipotezini sınar. Bu test için kritik değerler Becker vd. (2006) tarafından tablolştırılmıştır.

2.4.4. Christopoulos ve Leon-Ledesma Fourier Birim Kök Testi (2011)

Christopoulos ve Leon Ledesma (2011), serilerin bilinmeyen kırılma sayısı ve yapısına ayrıca asimetrik yakınsama hızına izin veren fourier birim kök testini geliştirmişlerdir. Christopoulos ve Leon Ledesma (2010) ise yaptıkları çalışmada doğrusal olmayan yapı olarak ESTAR modelini kullanırken 2011’de yaptıkları çalışmada doğrusal dışı yapı olarak LSTAR model yapısını kullanmışlardır.

Bu test için verilen model aşağıdaki şekildedir:

$$y_t = \delta_0 + \delta_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + v_t. \quad (2.241)$$

Temel hipotez aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$H_0: v_t = \mu_t, \mu_t = \mu_{t-1} + h_t, \quad (2.242)$$

h_t sıfır ortalamalı durağan bir süreçtir. Test istatistiği üç aşamada elde edilir:

1. adım: (2.241) nolu model için uygun olan k frekans sayısı belirlenir. k frekansını belirlemek için (2.241) modeli için $k=[0.1, 0.2, 0.3, \dots, 5]$ aralığındaki bütün değerler denenir ve en küçük Bayesyen bilgi kriteri değerini veren frekans değeri optimal frekans olarak kabul edilir ve (2.241) nolu modelin EKK kalıntılarına birim kök testi uygulanır.

$$\hat{v}_t = y_t - \left[\hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \hat{\delta}_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \right]. \quad (2.243)$$

2. adım: kalıntıların birim kök testi için aşağıdaki üç ayrı doğrusal ve doğrusal olmayan modeller önerilmiştir.

$$\Delta v_t = \alpha_1 v_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j \Delta v_{t-j} + u_t \quad (2.244)$$

$$\Delta v_t = \rho v_{t-1} (1 + \exp(\theta v_{t-1}))^{-1} + \sum_{j=1}^p \alpha_j \Delta v_{t-j} + u_t. \quad (2.145)$$

Burada $\theta > 0$ ve u_t beyaz gürültü hata terimidir.

3. adım: ikinci adımda birim kök temel hipotezi reddedilirse üçüncü adımda (2.241) nolu model için $H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ temel hipotezi $H_1: \delta_1 = \delta_2 \neq 0$ alternatif hipotezine karşı sınanır ve F testi $F_\mu(\tilde{k})$ kullanılır. Eğer temel hipotez reddedilirse

kırılmalı deterministik bir fonksiyon etrafında durağan bir değişken olduğunu söyleyebiliriz.

Model (2.244) standart ADF regresyonudur ve Fourier ADF(FADF) olarak adlandırılır. Model (2.245) Park ve Shintani (2005) tarafından geliştirilen birim kök testidir. Düzeltme hızı doğrusal değildir ve Lojistik Yumuşak Geçişli Otoregresif sürece uyum sağlar. FADF modeli için birim kök temel hipotezi $H_0: \alpha_1 = 0$, $H_1: \alpha_1 \neq 0$ alternatif hipotezine karşı test edilir ve standart t-testi kullanılır. Model (2.245) için doğrusal dışılık alternatif hipotezine karşın birim kök temel hipotezi sınanır. Gerekli kritik değerler, farklı k değerleri için Christopoulos ve Leon-Ledesma (2011) çalışmasında tablo halinde verilmiştir.

2.4.5. Enders ve Lee Dickey Fuller Tipi Fourier Birim Kök Testi (2012)

Enders ve Lee (2012) yaptıkları çalışmada, Enders ve Lee (2004) ile Rodrigues ve Taylor (2012)'un yaptıkları birim kök testi çalışmasını geliştirmişlerdir ve Dickey Fuller tipinde yeni bir Fourier birim kök testi geliştirmişlerdir.

Bu test için deterministik teriminin zamana bağımlı bir fonksiyondur ve $\alpha(t)$ ile gösterilmektedir y_t için veri üreten süreç şöyledir:

$$y_t = \alpha(t) + \rho y_{t-1} + \gamma t + \varepsilon_t. \quad (2.246)$$

Burada ε_t , σ_ε^2 varyansla durağan bir hata terimidir ve $\alpha(t)$, t'nin deterministik bir fonksiyonudur. Bu noktada hedeflenen $\rho = 1$ için birim kök temel hipotezini test etmektir. Ancak $\alpha(t)$ 'nin yapısı bilinmediği zaman yanlış modelleme problemi oluşacaktır. Bu yüzden Enders ve Lee (2012), $\alpha(t)$ yapısı için Fourier modellemesini önermişlerdir:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin(2\pi kt/T) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos(2\pi kt/T); n \leq T/2. \quad (2.247)$$

Burada n frekans sayısını k ise özel bir frekansı temsil eder ve T gözlem sayısıdır. Eğer $\alpha_1 = \beta_1 = \dots = \alpha_n = \beta_n = 0$ ise süreç doğrusaldır ve geleneksel birim kök testleri kullanılabilir. Ancak kırılma doğrusal olmayan trend veya en az bir Fourier frekansı mevcutsa Enders ve Lee (2012) aşağıdaki veri yaratma sürecinin kullanılmasını önermiştir:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + c_1 + c_2 t + c_3 \sin(2\pi kt/T) + c_4 \cos(2\pi kt/T) + e_t. \quad (2.248)$$

Enders ve Lee (2012) yukarıdaki model için $\rho = 0$ temel hipotezi için t istatistiğini τ_{DF_t} olarak göstermişlerdir. Birim kök temel hipotezi için kritik değerler hem frekans sayısı k 'ya hem de örneklem boyutu T 'ye bağlıdır. Ancak bu kritik değerler Fourier terimlerinden ve diğer deterministik terimlerden etkilenmez. Lee ve Enders (2012) simülasyon yaparak τ_{DF_t} kritik değerlerini çalışmalarında tabulaştırmışlardır. Eğer frekans değeri k tahmin edilerek hesaplanırsa izlenecek adımlar Enders ve Lee (2012)'nin çalışmalarında açıklanmıştır.

2.4.6. Enders ve Lee LM Tipi Fourier Birim Kök Testi (2012)

Enders ve Lee (2012), Gallant (1981)'in önerdiği esnek Fourier formuna dayanan birim kök testini geliştirmişlerdir. Bu test kullanılarak bir serinin deterministik bileşenlerindeki yumuşak kırılmaların küçük sayıları için birim kök sınaması yapılabilmektedir. Fourier fonksiyonunu kullanmaktaki asıl gaye kırılma sayılarının kırılma tarihlerinin ve kırılma yapılarının bilindiği varsayımının geçerli olmamasıdır. Bununla birlikte Fourier yaklaşımı büyük sayıda parametre tahminini azaltarak testin gücünü artırmaktadır. Enders ve Lee (2012)'nin geliştirdikleri test kademeli kırılmaları sınavabilmektedir ve hem LSTAR hem de ESTAR kırılmaların varlığı durumunda testin gücünün iyi olduğu sonucuna varmışlardır.

Zamanın bir fonksiyonu olan $d(t)$ ile gösterilen deterministik terime izin veren Dickey Fuller tipi modelleme türünü Enders ve Lee (2012) aşağıdaki şekilde göstermiştir.

$$y_t = d(t) + \rho y_{t-1} + \gamma t + \varepsilon_t. \quad (2.249)$$

Burada ε_t , σ_ε^2 varyansla durağan bir hata terimidir ve $d(t)$, t 'nin deterministik bir fonksiyonudur. Eğer $d(t)$ 'nin fonksiyonel formu biliniyorsa geleneksel birim kök testleri kullanılarak $\rho = 1$ birim kök temel hipotezi doğrudan sınanabilir. Ancak $d(t)$ nin formunun bilinmediği durumlar için yanlış modelleme problemi ortaya çıkar bu yüzden Enders ve Lee (2012) $d(t)$ için aşağıdaki Fourier yapısını önermişlerdir:

$$d(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin(2\pi kt/T) + \sum_{k=1}^n \beta_k \cos(2\pi kt/T); \quad n \leq T/2. \quad (2.250)$$

Burada n frekans sayısını k ise özel bir frekansı temsil eder ve T gözlem sayısıdır.

Enders ve Lee (2012) geliştirdikleri birim kök testi için veri yaratma sürecini aşağıdaki şekilde göstermişlerdir:

$$y_t = \alpha_0 + \gamma t + \alpha_k \sin(2\pi kt/T) + \beta_k \cos(2\pi kt/T) + e_t; \quad k \leq T/2 \quad (2.251)$$

$$e_t = \rho e_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (2.252)$$

Burada $\rho = 1$ birim kök temel hipotezine karşın, $\rho < 1$ alternatif hipotezi sınanır. Enders ve Lee (2012), bu sınama için Lagrange Multiplier test sürecini kullanmışlardır.

İlk olarak aşağıdaki ilk farklar modeli tahmin edilir:

$$\Delta y_t = \delta_0 + \delta_1 \Delta \sin(2\pi kt/T) + \delta_2 \Delta \cos(2\pi kt/T) + u_t. \quad (2.253)$$

$\tilde{\delta}_0, \tilde{\delta}_1$ ve $\tilde{\delta}_2$ tahmin edilen katsayılar olmak üzere bu katsayılar kullanılarak trendden arındırılmış seriler aşağıdaki şekilde oluşturulabilir:

$$\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi} - \tilde{\delta}_0 t - \tilde{\delta}_1 \sin(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_2 \cos(2\pi kt/T), \quad t=2, \dots, T. \quad (2.254)$$

Burada $\tilde{\psi} = y_1 - \tilde{\delta}_0 - \tilde{\delta}_1 \sin(2\pi kt/T) - \tilde{\delta}_2 \cos(2\pi kt/T)$ ve y_1 , y_t serisinin ilk gözlemidir. Son olarak trendden arındırılmış seriyi kullanarak aşağıdaki regresyon modeli oluşturularak test edilir:

$$\Delta y_t = \phi \tilde{S}_{t-1} + d_0 + d_1 \Delta \sin(2\pi kt/T) + d_2 \Delta \cos(2\pi kt/T) + \varepsilon_t. \quad (2.255)$$

Eğer seri durağansa $\phi = 0$ olacaktır, LM test istatistiği aşağıdaki şekildedir:

$$\tau_{LM} = \phi = 0 \text{ temel hipotezi için t-istatistiği.}$$

τ_{LM} test istatistiği için kritik değerler Enders ve Lee (2012) çalışmasında verilmiştir.

2.4.7. Rodrigues ve Taylor GLS Fourier Birim Kök Testi (2012)

Rodrigues ve Taylor (2012), Elliott, Rothenberg ve Stock (1996)'nın geliştirdiği lokal genelleştirilmiş en küçük kareler trendden arındırma sürecini kullanarak bilinmeyen deterministik bileşenler için Fourier yaklaşımını kullandığı birim kök testini geliştirmişlerdir.

Test için oluşurulan veri yaratma süreci şu şekildedir:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \alpha_3 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + x_t, \quad t=1, \dots, T \quad (2.256)$$

$$x_t = \phi x_{t-1} + u_t. \quad (2.257)$$

Burada hata terimi $u_t \sim iid(0, \sigma^2)$ ve başlangıç koşulu x_0 , bir $O_p(1)$ rastsal değişkendir. Fourier frekansı k , sabit bir değer alır. (2.257) regresyonu için testin birim köklü temel hipotezi $H_0: \phi = 1$, durağanlık alternatif hipotezi ise $H_1: |\phi| < 1$ şeklinde dir.

(2.256) nolu model gösterim kolaylığından dolayı aşağıdaki şekilde tekrar yazılmıştır:

$$y_t = z_t' \alpha + f_t(k)' \varphi + x_t, \quad t=1, \dots, T. \quad (2.258)$$

Burada $z_t: (1, t)$, $\alpha: (\alpha_0, \alpha_1)'$, $f_t(k) = \left(\sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right), \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)\right)'$ ve $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)'$ şeklinde dir ve vektör formunda model aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Z}\alpha + \mathbf{f}(k) \varphi + \mathbf{x}. \quad (2.259)$$

Burada $\mathbf{Z}: (z_1', \dots, z_T')$ ve $\mathbf{f}(k): (f_1(k)', \dots, f_T(k'))'$ şeklinde $T \times 2$ boyutlu matrisler, $\mathbf{y}$ ve $\mathbf{x}$ ise $T \times 1$ boyutlu vektörlerdir.

(2.256) ve (2.257) modelleri için birim kök testi problemini GLS trendden ayırıtırma yaklaşımı çerçevesinde ele almak için Rodriguez ve Taylor (2012) aşağıdaki iki adımdan oluşan prosedürü geliştirmişlerdir. İlk olarak aşağıdaki EKK modelleri oluşturulur:

$$\mathbf{y}_{\bar{c}_{k,\zeta}} = \left(y_1, y_2 - \left(1 + \frac{\bar{c}_{k,\zeta}}{T}\right)y_1, \dots, y_T - \left(1 + \frac{\bar{c}_{k,\zeta}}{T}\right)y_{T-1}\right)' \quad (2.260)$$

$$\mathbf{v}_{\bar{c}_{k,\zeta}} = \left[v_1, v_2 - \left(1 + \frac{\bar{c}_{k,\zeta}}{T}\right)v_1, \dots, v_T - \left(1 + \frac{\bar{c}_{k,\zeta}}{T}\right)v_{T-1}\right]'. \quad (2.261)$$

Burada $v_t = (z_t', f_t(k)')'$, $\theta = (\alpha', \varphi')'$ parametre vektörünü elde edebilmek için tahmin edilir. Bu tahmin $\hat{\theta}_{\bar{c}_{k,\zeta}} = (\hat{\alpha}'_{\bar{c}_{k,\zeta}}, \hat{\varphi}'_{\bar{c}_{k,\zeta}})'$ aracılığıyla yapılır. Lokal GLS trendden arındırma parametresinin değeri $\bar{c}_{k,\zeta}$ 'dir ve denklem (2.256) deki deterministik bileşenin yapısına bağlıdır, $\zeta = \mu, \tau$ olarak ifade edilir burada μ , $z_t=1$ sabit durumunu gösterir, τ ,

$z_t = (1, t)'$ doğrusal trend durumunu, k fourier frekansını göstermektedir. $k=0$ durumunda sabitli durumda $\bar{c}_{0,\mu} = -7$, doğrusal trendli durumda ise $\bar{c}_{0,\mu} = -13.5$ şeklindedir.

İkinci adımda ise lokal GLS trendden arındırılmış serilerin üzerine kurulan regresyona birim kök testi uygulanır:

$$\Delta y_t^{\bar{c}_{k,\zeta}} = \phi y_{t-1}^{\bar{c}_{k,\zeta}} + u_t, \quad t=2, \dots, T. \quad (2.262)$$

Test istatistiğinin gösterimi $t_\phi^{ERS_f^Z}$ şeklindedir. Kritik değerler Rodrigues ve Taylor (2012)'un çalışmalarında yer almaktadır.

2.4.8. Furuoka Fourier Birim Kök Testi (2016)

Furuoka (2016) yaptığı çalışmada 1992 yılında Zivot ve Andrews tarafından geliştirilen ve yapısal değişimi içsel olarak belirleyen ADF regresyon modeline doğrusal olmayan yapıyı hesaba katabilmek için fourier yapısını ekleyerek yeni bir birim kök testi önerisi getirmiştir. Bu testi FADF-SB olarak isimlendirmiştir. Önerdiği bu testin temel hipotezi aşağıdaki model yapısını gösterir:

$$y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (2.263)$$

Alternatif hipotez için oluşturulan model aşağıdaki şekildedir:

$$y_t = \mu + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta DU_t + \theta D(T_B)_t + \varepsilon_t. \quad (2.264)$$

Frouko (2016) tarafından önerilen FADF-SB modeli aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \gamma_1 \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \gamma_2 \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \delta DU_t + \theta D(T_B)_t + \rho y_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t. \quad (2.265)$$

Burada β trend eğim parametresidir, k fourier yapısı için frekans sayısıdır, γ trigonometrik terimlerin eğim parametresidir, t deterministik trenddir, T gözlem sayısı, $\pi = 3.1416$, δ yapısal kırılma kukla değişkeninin eğim parametresidir, θ zamanda

meydana gelen yapısal kırılma kukla değişkeninin eğim parametresidir ve bu kukla değişkenler için yapılan tanımlama aşağıdaki gibidir:

$$DU_t = \begin{cases} 1, & t > T_B \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}, \quad (2.266)$$

$$D(T_B)_t = \begin{cases} 1, & t = T_B \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}. \quad (2.267)$$

T_B yapısal kırılmanın gerçekleştiği kırılma noktasını göstermektedir. Uygun frekans sayısı k Enders ve Lee (2012) tarafından gösterildiği şekilde model için minimum kalıntı karesi toplamını (KKT) veren değer olarak belirlenir. Kırılma tarihini belirlemek için optimal kırılma konumu $(\tilde{\lambda})$ 'nın belirlenmesi gerekir. FADF-SB modeli için minimum ADF test istatistiğini veren değer, uygun kırılma konumu olarak belirlenir. Uygun frekans sayısı ve kırılma konumu aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\tau_{FADF-SB}(\tilde{\lambda}, \tilde{k}) = \inf \tau_{FADF-SB}(\lambda, k). \quad (2.268)$$

FADF-SB modelinin trigonometrik terimlerinin anlamlılığına F testi ile karar edilir. F testinin kritik değerleri Enders ve Lee (2012) tarafından yapılan çalışmada verilmiştir. Trigonometrik terimler anlamlı ise Fourier Birim Kök testi kullanılabilir aksi taktir v6vyde klasik birim kök testleri kullanılmalıdır.

BÖLÜM 3

3) PANEL VERİ BİRİM KÖK TESTLERİ

3.1.Panel Veri Modelleri, Zaman Boyutu ve Durağanlık

Ekonometrik çalışmalarda kullanılan veri türlerinden biri de panel verileridir. Panel veri setlerinin gözlemleri zaman süreci boyunca birimlerin tekrarlanan ölçümlerinden oluşur bu da panel veri setlerinin hem zaman boyutuna hem de yatay kesit boyutuna sahip olmasına sebep olur. Panel veri setindeki birimler; ülkeler, insanlar, şirketler vb. için gözlemlenebilir. Bu veri türünün hem zaman boyutu hem de birimleri birlikte ele alması veri setinin gözlem sayısını artırmaktadır. Gözlem sayısını artırmanın yanı sıra gözlenemeyen heterojenlik de panel veri modelleri kullanılarak kontrol altına alınabilmektedir (Ajmani, 2009:110-111). Veri setleri ile ilgili veri yetersizliği ve heterojenliğin göz ardı edilmesi gibi sıkıntıları gideren panel veri setleri ile çalışmak ekonometri analizlerini daha kolay hale getirmektedir. Hal böyle olunca ekonometri literatüründe panel veri çalışmaları giderek daha önemli hale gelmeye başlamıştır. Özellikle gözlenemeyen etkiler panel verilerin modelleme şeklini tanımlamada önemli yer edinmektedir. Şöyle ki eğer gözlenemeyen bireysel etkilerin davranışları sabit olarak kabul edilirse sabit etkili modeller, eğer bu gözlenemeyen etkilerin davranışları rastsalsa rastsal etkili modeller kullanılarak bu etkiler modele dahil edilir (Ajmani,2009). Birimlerin bu gözlenemeyen davranışları model içerisine dahil edilebilirken bir taraftan da panel verilerin zaman boyutu vardır. Panel veri setlerinin bu zaman boyutu zaman serileri analizlerinde sağlanması gereken varsayımların panel verilerde de sağlanmasını zorunlu kılmaktadır. Bu varsayımlardan en önemlisi durağanlık varsayımdır. Panel veri setlerinin zaman boyutundan dolayı, zaman serilerindeki durağanlık şartının panel veriler için de sağlanması gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Durağanlık varsayımının sağlanmaması zaman serileri ile yapılan analizlerde sahte regresyon durumunu ortaya çıkarmaktadır. Zaman serilerinde yaşanan bu varsayım ihlalinin sonucu panel veriler içinde geçerlidir. Bu bağlamda panel veri setleri ile yapılan çalışmalarda öncelikle durağanlık varsayımı incelenmelidir.

Panel veri setleri için durağanlık sınamasında kullanılan veri yaratma süreci genel olarak aşağıdaki şekilde modellenir:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta_i t + \rho_i y_{it-1} + u_{it}, \quad i=1,\dots,N \text{ ve } t=1,\dots,T. \quad (3.1)$$

Burada $\alpha_i, \beta_i \in \mathbb{R}$ ve $-1 < \rho_i < 1$. Gürültülü süreç u_{it} , ARMA sürecidir yani $a_i(z)u_{it} = b_i(z)\varepsilon_{it}$, $a_i(z) = 1 + a_{i,1}z + \dots + a_{i,p_i}z^{p_i}$, $a_{i,p_i} \neq 0$, $b_i(z) = 1 + b_{i,1}z + \dots + b_{i,q_i}z^{q_i}$, $b_{i,q_i} \neq 0$, $|z| \leq 1$ olduğu tüm durumlarda $a_i(z) \neq 0$ ve $b_i(z) \neq 0$ 'dır ve $a_i(z)$ ile $b_i(z)$ nispi asaldır. Yeni elde edilen dizi ε_{it} , σ_i^2 varyansla sonlu dördüncü moment ve yatay kesit bağımsızlığı varsayımı altında bağımsız özdeş dağılım sergiler (Hlouskova, Wagner, 2006).

Panel verilerin durağanlık varsayımının incelenmesi için birçok birim kök testi geliştirilmiştir. Bu birim kök testleri panel veri setinin çeşitli özelliklerine göre farklılık göstermektedir ve farklı gruplandırmalara yol açmaktadır. Panel verilerdeki yatay kesit bağımlılığı durumuna, otoregresif parametrenin birimlere göre değişiklik gösterip göstermemesine, birimler arası korelasyon matrisine koyulan kısıtlamalara ve panelin örneklem boyutuna (mikro-makro paneller) göre farklı özellikler içeren testler geliştirilmiştir. Yatay kesit bağımlılığı olmayan durumlar için geliştirilen panel birim kök testleri literatürde birinci nesil birim kök testleri yatay kesit bağımlılığı durumu için geliştirilen birim kök testleri ise ikinci nesil birim kök testleri olarak anılmaktadır. Birinci nesil birim kök testleri kendi içlerinde otoregresif parametrenin birimlere göre farklılık gösterip göstermediği duruma göre birinci grup ve ikinci grup olarak bir ayrıma tabi tutulmaktadır. Levin Lin ve Chu (2002), Harris ve Tzavalis (1999), Breitung (2000), Hadri (2000) testleri birinci nesil birinci grup panel birim kök testlerinden bazılarıdır. Im, Pesaran ve Shin (1992,2002), Maddala-Wu (Fisher ADF) (2000) ve Choi (Fisher PP) (2001) panel birim kök testleri ise birinci nesil ikinci grup panel birim kök testi örnekleridir. İkinci nesil birim kök testleri yatay kesit bağımlılığına izin veren testlerdir ve bu testlerde birimler arası korelasyon matrisine koyulan kısıtlar bakımından iki alt gruba ayrılmaktadır. Bai ve NG (2004), Moon ve Perron (2004), Phillips ve Sul (2003) ve Pesaran (2004) testleri birimler arası korelasyonu düşük boyutlu faktör şeklinde modelleyen ikinci nesil birinci grup panel birim kök testlerinden bazılarıdır. O'Connell (1998), Maddala ve Wu (1999), Taylor ve Sarno (1998) ve Chang (2002,2004) testleri ise kovaryans matrisine neredeyse hiç kısıtlama koymayan ikinci nesil ikinci grup panel birim kök testlerinden bazılarıdır (Tatoğlu, 2012: 199). Birim kök testlerinin bu kadar çeşitlilik gösterme sebebi panel veri setlerinde hem zaman hem de yatay kesit boyutunun birlikte bulunmasıdır.

Panel veri setleri için geliştirilen birim kök testleri zaman serisi birim kök testleri için kullanılan süreçlerden oluşturulmuşlardır. İlk olarak Bharagava vd.(1982) sabit etkili, hatalara dayanan değiştirilmiş Durbin Watson test istatistiğini ve sabit etkili dinamik modelin rastsal yürüyüşlü hataları için farkı alınmış EKK'ya dayanan başka iki test istatistiği önermiştir. Sonrasında Boumahdi ve Thomas (1991) panel veri için Dickey Fuller testini genişletmiştir. Breitung ve Meyer (1994) birbirinden farklı dönüştürülmüş DF test istatistiğini kullanarak analizlerde kullanmışlardır. Quah (1994), N ve T her ikisi de N/T gibi sabit bir oranda sonsuza giderken sabit etkisiz panel veri seti için, panel birim kök testi geliştirmiştir. Levin ve Lin (1992) sabit etkilere, bireysel deterministik trende ve heterojen ardışık ilişkili hatalara izin veren bir test geliştirmişlerdir. Bu testte T ve N'in ikisinin de sonsuza gitme eğiliminde olduklarını ve $N/T \rightarrow 0$ olduğunu varsaymışlardır. Phillips ve Moon (1999) N ve T'nin sonsuza gitme eğilimi olarak belirlenen durağan olmayan paneller için testler önermişlerdir ve tahmincilerin asimptotik özelliklerini ortaya koymuşlardır (Chen, 2013).

3.2.Birinci Nesil Panel Birim Kök Testleri

Birinci nesil panel birim kök testleri kendi içinde otoregresif parametrenin birimden birime değiştiği veya her birim için ortak olduğu varsayımı altında iki ayrı grup olarak incelenmektedir. Levin, Lin (1992), Levin, Lin ve Chu(2002), Breitung (2000), Hadri (2000) testleri birimlerin ortak otoregresif parametreye sahip olduğu varsayımı testlerdir. Im, Pesaran ve Shin (1997, 2002), Maddala-Wu (1999) panel birim kök testleri ise birimden birime farklılaşan otoregresif parametre varsayımını yapan birinci nesil ikinci grup panel veri birim kök testleri sınıflandırması içerisinde yer alırlar. Birinci nesil panel birim kök testlerinin tanıtılacağı alt bölümlerde öncelik birinci grup panel birim kök testlerine verilecektir. Birinci grup birim kök testlerinin ardından birinci nesil ikinci grup panel birim kök testleri tanıtılacaktır.

3.2.1. Levin ve Lin Panel Birim Kök Testi Testi (1992)

Levin ve Lin (LL) tarafından 1992'de geliştirilen test birinci nesil birinci grup panel birim kök testidir. Yani birimler arasındaki bağımlılık dikkate alınmaz ve otoregresif parametre birimden birime değişiklik göstermez.

Bu test için kullanılan model şu şekildedir:

$$y_{it} = \rho_i y_{it-1} + z'_{it} \gamma_i + u_{it}, \quad i=1, \dots, N; \quad t=1, \dots, T. \quad (3.2)$$

Burada z_{it} deterministik bileşendir ve u_{it} durağan bir süreçtir. z_{it} deterministik bir bileşendir ve sıfır, bir, sabit etkiler, μ_i , değerlerini alabilir ya da bir zaman trendi, t , ile birlikte sabit etki olabilir. LL testi $u_{it} \sim iid(0, \sigma_u^2)$ ve bütün i 'ler için $\rho_i = \rho$ olduğunu varsayar. LL testinin temel ve alternatif hipotezleri şu şekildedir (Baltagi, Kao, 2015):

$$H_0: \rho = 1 \quad (3.3)$$

$$H_1: \rho < 1. \quad (3.4)$$

$\hat{\rho}$ (1) nolu denklemdeki ρ parametresinin EKK tahmincisidir ve tanımlamalar şu şekildedir:

$$z_t = (z_{1t}, \dots, z_{Nt})', \quad (3.5)$$

$$h(t,s) = z'_t (\sum_{t=1}^T z_t z'_t)^{-1} z_s, \quad (3.6)$$

$$\tilde{u}_{it} = u_{it} - \sum_{s=1}^T h(t,s) u_{is}, \quad (3.7)$$

$$\tilde{y}_{it} = y_{it} - \sum_{s=1}^T h(t,s) y_{is}, \quad (3.8)$$

$$\sqrt{NT}(\hat{\rho} - 1) = \frac{\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{i,t-1} \tilde{u}_{it}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{i,t-1}^2}. \quad (3.9)$$

Temel hipotez altında t-istatistiği aşağıdaki şekildedir (Baltagi, Kao, 2015):

$$t_\rho = \frac{(\hat{\rho}-1) \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{i,t-1}^2}}{s_e}, \quad (3.10)$$

$$s_e^2 = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \tilde{u}_{it}^2. \quad (3.11)$$

3.2.2. Hadri Panel Birim Kök Testi (1999, 2000)

Hadri (1999) panel veride birim kök alternatif hipotezine karşın her bir birim için deterministik bir trend etrafında durağanlığı gösteren temel hipotezin testi için Lagrange Çarpanına dayalı hataları önermiştir.

Kullanılan model aşağıdaki şekildedir (Baltagi, Kao, 2015):

$$y_{it} = z'_{it}\gamma_i + r_{it} + \varepsilon_{it}. \quad (3.12)$$

Burada z_{it} deterministik bileşendir, r_{it} ise aşağıdaki şekilde gösterilen bir rastsal yürüyüş sürecidir:

$$r_{it} = r_{it-1} + u_{it}. \quad (3.13)$$

$u_{it} \sim iid(0, \sigma_u^2)$ ve ε_{it} durağan bir süreçtir. (3.12) nolu model şu şekilde tekrar yazılabilir:

$$y_{it} = z'_{it}\gamma_i + e_{it} \quad (3.14)$$

$$e_{it} = \sum_{j=1}^t u_{ij} + \varepsilon_{it}. \quad (3.15)$$

$\hat{e}_{it}$ (3.14) nolu modelden elde edilen kalıntılar olmak üzere $\hat{\sigma}_e^2$ varyans hatalarının tahminidir. S_{it} kısmi kalıntılar toplamıdır ve şu şekilde elde edilir:

$$S_{it} = \sum_{j=1}^t \hat{e}_{ij}. \quad (3.16)$$

LM test istatistiği aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$LM = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T S_{it}^2}{\hat{\sigma}_e^2}. \quad (3.17)$$

Hadri'nin 1999'da oluşturduğu panel veri birim kök testi çalışması 2000 yılında yayınlanarak son şekline ulaşmıştır. Hadri (2000) panel birim kök testinin bireysel olarak gözlenen serilerin deterministik bir seviye ya da deterministik trend etrafında durağandır şeklindeki temel hipotezi panel verinin birim köklü olduğu alternatif hipotezine karşı sınanmaktadır. Bu testin diğer panel birim kök testlerinden farkı temel hipotezinin durağanlığı varsaymasıdır. Temel hipotez altında test istatistiği asimptotik olarak lokal en iyi değişmez (Locally Best Invariant-LBI) test istatistiğine benzemektedir. Test istatistiğinin asimptotik dağılımı temel hipotez altında türetilmiştir ve normal dağılım sergilediği yapılan çalışmada gösterilmiştir. Bu testin sonlu örneklem boyutları ve güçleri Monte Carlo simülasyonu ile incelenmiştir. Küçük örneklemelerde bile testin gücünün iyi olduğu sonucuna varılmıştır.

Hadri (2000) testinde kullanılan modeller aşağıdaki şekildedir:

$$y_{it} = r_{it} + \epsilon_{it}, \quad (3.18)$$

$$y_{it} = r_{it} + \beta_i t + \epsilon_{it}. \quad (3.19)$$

Burada r_{it} bir rastsal yürüyüştür:

$$r_{it} = r_{it-1} + u_{it}. \quad (3.20)$$

Burada y_{it} , $t=1, \dots, T$ ve $i=1, \dots, N$ şeklinde gözlemlerden oluşan seridir burada bütün birimler için durağanlık test edilmek istenmektedir. u_{it} karşılıklı olarak bağımsız normal ve aynı dağılım gösterir. i 'ler arasında ve t için yapılan varsayımlar $E[\epsilon_{it}] = 0$, $E[\epsilon_{it}^2] = \sigma_\epsilon^2 > 0$, $E[u_{it}] = 0$ ve $E[\sigma_u^2] = \sigma_u^2 \geq 0$ şeklindedir. Durağanlık temel hipotezi basit olarak $\sigma_u^2 = 0$ şeklindedir. Temel hipotez altında y_{it} serisi model (3.18) için temel hipotez belli bir seviye etrafında durağanlığı gösterirken, model (3.19) içinse temel hipotez bir trend etrafında durağanlığı gösterir.

(3.19) nolu model Hadri (2000) tarafından aşağıdaki şekilde tekrar yazılmıştır:

$$y_{it} = r_{i0} + \beta_i t + \sum_{t=1}^t u_{it} + \epsilon_{it}, \quad (3.21)$$

$$y_{it} = r_{i0} + \beta_i t + e_{it}. \quad (3.22)$$

Burada;

$$e_{it} = \sum_{t=1}^t u_{it} + \epsilon_{it} \quad (3.23)$$

$$H_0: \lambda = 0, \quad (3.24)$$

$$H_1: \lambda > 0, \quad (3.25)$$

$$\lambda = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_\epsilon^2}. \quad (3.26)$$

Hadri (2006) $\lambda = 0$ hipotezinin testi için Nabaya ve Tanaka (1988)'nin zaman serileri için geliştirdikleri LM (ve LBI) test istatistiğini panel durumuna genişletmiştir ve gösterimi aşağıdaki şekildedir:

$$LM = \frac{\frac{1}{N} \sum_i \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T S_{it}^2}{\hat{\sigma}_\epsilon^2}. \quad (3.27)$$

S_{it} kalıntıların kısmi toplamıdır:

$$S_{it} = \sum_{j=1}^t \hat{\epsilon}_{ij}, \quad (3.28)$$

$\hat{\sigma}_\epsilon^2, \sigma_\epsilon^2$ 'nin tutarlı tahmincisidir ve aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{1}{NT} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{\epsilon}_{it}^2. \quad (3.29)$$

Ancak Hadri (2000) yapılan simülasyon çalışmalarında küçük örneklem için serbestlik derecesi düzeltilmesi yapılması gerektiğini göstermiştir.

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{1}{N(T-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \hat{\epsilon}_{it}^2. \quad (3.30)$$

Model (3.19) içinse paydadaki düzeltme (T-2) şeklindedir.

3.2.3. Breitung Panel Birim Kök Testi (2000)

Breitung (2000), Levin ve Lee (1992) ve Im, Pesaran, Shin (IPS) (1997) testlerinin birimlerin deterministik trend içermesi durumunda güçlerinin azalacağını ifade ederek yeni bir birim kök test geliştirmiştir. Önerdiği test istatistiği sınıfının bir sapma düzeltme önerisi olmadığından bahsederek LL ve IPS testlerinden daha güçlü olduğunu yaptığı simülasyon denemeleri sonucunda göstermiştir. Üstelik LL testinin kısa dönem parametrelerinin eklenen gecikmelere karşı çok hassas olduğunu göstermiştir.

Breitung (2000) y_{it} için aşağıdaki modeli önermiştir:

$$y_{it} = \mu_i + \beta_i t + u_{it}. \quad (3.31)$$

Gözlenemeyen hata terimi aşağıdaki şekildedir:

$$u_{it} = \rho_i u_{it-1} + \varepsilon_{it}. \quad (3.32)$$

Bütün yatay kesit birimleri için birim kökün varlığını söyleyen temel hipotez aşağıdaki şekildedir:

$$H_0: \rho_i = 1 \text{ (bütün birimler için)} \quad (3.33)$$

$$\varepsilon_{it} \sim iid(0, \sigma^2). \quad (3.34)$$

Breitung (2000) aşağıdaki dönüştürülmüş modelin kullanılmasını önermiştir:

$$(\Delta y_{it})^* = s_t \left[\Delta y_{it} - \frac{1}{T-t} (\Delta y_{it+1} + \dots + \Delta y_{iT}) \right], \quad (3.35)$$

$$t=1, \dots, T-1, s_t^2 = (T-t)/(T-t+1) \quad (3.36)$$

$$y_{it}^* = y_{it} + \mu_i^* + \beta_i^* t. \quad (3.37)$$

$$y_{it-1}^* = y_{it-1} + y_{i0} - \frac{t-1}{T} (y_{iT} - y_{i0}), t=2, \dots, T. \quad (3.38)$$

Breitung (2000) tarafından önerilen test istatistiği aşağıdaki şekildedir:

$$B_{nT} = \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{nT^2} \sum_{i=1}^n \sum_{t=2}^{T-1} (y_{it-1}^*)^2 \right)^{-1/2} \frac{1}{\sqrt{nT}} \sum_{i=1}^n \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta y_{it})^* y_{it-1}^*. \quad (3.39)$$

Bu test istatistiği dönüştürülmüş havuzlanmış panel veri modeli için elde edilmiş t-oranı istatistiğidir.

3.2.4. Levin, Lin, Chu Panel Birim Kök Testi (2002)

Levin, Lin ve Chu (2002) panel birim kök testi, Levin ve Lin (1992) testinin nihai olarak yayınlanmış şeklidir. Levin, Lin ve Chu (2002) (LLC) testi birimlerin tek tek birim köklü yapısının incelendiği duruma göre daha güçlü bir havuzlanmış panel birim kök testi olarak kabul edilir.

LLC testi model belirlemede her bir birimin $i=1,2,\dots,N$ $t=1,\dots,T$ zaman serisi gözlemi içerdiği panel olarak tanımlanan $\{y_{it}\}$ olasılıksal süreci kullanır. Tıpkı tek bir zaman serisi durumunda olduğu gibi bireysel regresyonlar zaman trendi ve sabit içerebilir. Bu test bütün birimlerin özdeş birinci dereceden kısmi otokorelasyona sahip olduğunu ama hata sürecindeki diğer bütün parametrelerin bireyler boyunca değişeceği varsayımını yapar. Model belirlerken LLC testinin varsayımları şu şekildedir:

$\{y_{it}\}$ oluşturulurken aşağıdaki modellerden biri kullanılır:

$$\text{Model 1: } \Delta y_{it} = \delta y_{it-1} + \zeta_{it} \quad (3.40)$$

$$\text{Model 2: } \Delta y_{it} = \alpha_{0i} + \delta y_{it-1} + \zeta_{it} \quad (3.41)$$

$$\text{Model 3: } \Delta y_{it} = \alpha_{0i} + \alpha_{1i} t + \delta y_{it-1} + \zeta_{it}, \quad (3.42)$$

burada $i=1, \dots, N$ için $-2 < \delta \leq 0$. Hata süreci ζ_{it} birimler boyunca bağımsız dağılım göstermektedir ve her bir birim için durağan çevrilebilir bir ARMA sürecini izler:

$$\zeta_{it} = \sum_{j=1}^{\infty} \theta_{ij} \zeta_{it-j} + \varepsilon_{it}, \quad i=1, \dots, N \text{ ve } t=1, \dots, T \text{ için.} \quad (3.43)$$

$E(\zeta_{it}^4) < \infty$; $E(\varepsilon_{it}^2) \geq B_\varepsilon > 0$; ve $E(\zeta_{it}^2) + 2 \sum_{j=1}^{\infty} E(\zeta_{it} \zeta_{it-j}) < B_\zeta < \infty$. Bu ifade sonlu moment koşulunu tanımlamaktadır. Bu koşul Phillips (1987) ve Phillips ve Perron (1988)'de gösterilen zayıf eğilim koşuludur.

Model 1'de test sürecinde $H_0: \delta = 0$ temel hipotezi $H_1: \delta < 0$ alternatif hipotezine karşın sınanır ve bu model sabit ya da trend içermez. Model 2'de $\{y_{it}\}$ serisi bireysel spesifik ortalamaya (sabite) sahiptir ancak trend içermez. Bu durumda temel hipotez $H_0: \delta = 0$ ve $\alpha_{0i} = 0$ (bütün i 'ler için), $H_1: \delta < 0$ ve $\alpha_{0i} \in R$ alternatif hipotezine karşın sınanır. Son olarak Model 3' de $\{y_{it}\}$ serisi bireysel spesifik ortalama (sabit) ve zaman trendi yer almaktadır. Bu model de temel hipotez $H_0: \delta = 0$ ve $\alpha_{1i} = 0$ (bütün i 'ler için), alternatif hipotez ise $H_1: \delta < 0$ ve $\alpha_{1i} \in R$ şeklindedir.

Test prosedürü üç adımdan oluşmaktadır. İlk olarak paneldeki her bir birim için ADF regresyonu oluşturulur ve orthogonal kalıntılar elde edilir. 2. Adımda her bir birim için uzun dönem standart hatalarının kısa döneme oranı gereklidir. Son olarak havuzlanmış panel t-istatistik değerleri hesaplanır. Bu adımlar aşağıda ayrıntılı şekilde verilmiştir.

d_{mt} deterministik bileşenler vektörünü, α_m kullanılan modelin numaralarını gösteren katsayı vektörü olmak üzere LLC test sürecinde kullanılan regresyon şu şekildedir:

$$\Delta y_{it} = \delta y_{it-1} + \sum_{L=1}^{\rho_i} \theta_{iL} \Delta y_{it-L} + \alpha_{mi} d_{mt} + \varepsilon_{it}, \quad m=1,2,3. \quad (3.44)$$

Gecikme mertebesi ρ_i için birimler arası değişkenliğe izin verilir. Uygun gecikme derecesinin seçimi için Campbell ve Perron (1991), Hall (1994) tarafından geliştirilen metodu önermişlerdir. Bu metoda verilen bir T boyutu için maksimum gecikme mertebesi ρ_{max} seçilir ve $\hat{\theta}_{iL}$ 'nin t-istatistiği kullanılarak anlamlı bulunan en küçük gecikme uygun gecikme uzunluğu olarak tercih edilir.

(3.44) numaralı model için uygun gecikme derecesi ρ_i belirlendikten sonra orthogonal kalıntıları elde edebilmek için aşağıdaki iki regresyon tahmin edilir:

$$\hat{e}_{it} = \Delta y_{it} - \sum_{L=1}^{\rho_i} \hat{\pi}_{iL} \Delta y_{it-L} - \hat{\alpha}_{mi} d_{mt} \quad (3.45)$$

$$\hat{v}_{it-1} = y_{it-1} - \sum_{L=1}^{\rho_i} \tilde{\pi}_{iL} \Delta y_{it-L} - \tilde{\alpha}_{mi} d_{mt}. \quad (3.46)$$

Birimler arasındaki heterojenliğin kontrol altına alınabilmesi için $\hat{e}_{it}$ ve $\hat{v}_{it-1}$ hatalarının denklem (3.44)'nın standart hatalarına bölünerek normalleştirilmesi gerekmektedir:

$$\tilde{e}_{it} = \frac{\hat{e}_{it}}{\hat{\sigma}_{ei}}, \quad \tilde{v}_{it-1} = \frac{\hat{v}_{it-1}}{\hat{\sigma}_{ei}}. \quad (3.47)$$

Burada $\hat{\sigma}_{ei}$ (3.44) nolu denklemin standart hatasıdır ve şu şekilde hesaplanabilir:

$$\hat{\sigma}_{ei}^2 = \frac{1}{T-p_i-1} \sum_{t=p_i+2}^T (\hat{e}_{it} - \hat{\delta}_i \hat{v}_{it-1})^2. \quad (3.48)$$

2. adımda uzun dönem standart hatalarının kısa döneme oranı tahmin edilir. Birim kök temel hipotezi altında uzun dönem varyansı model (3.44) için aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\hat{\sigma}_{yi}^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T \Delta y_{it}^2 + 2 \sum_{L=1}^{\bar{K}} w_{\bar{K}L} \left[\frac{1}{T-1} \sum_{t=2+L}^T \Delta y_{it} \Delta y_{it-L} \right]. \quad (3.49)$$

Model 2 için, (3.49) nolu denklemde Δy_{it} yerine $\Delta y_{it} - \overline{\Delta y_{it}}$ kullanılır, $\overline{\Delta y_{it}}$, i birim için Δy_{it} değerinin ortalamasıdır. Eğer veri yaratma süreci trend içeriyorsa yani Model 3 söz konusuysa uzun dönem varyansı tahmin edilmeden önce trendden arındırılma yapılmalıdır. Burada $\bar{K}$ veriye bağlı gecikme parametresidir. Andrews (1991), $\hat{\sigma}_{yi}^2$ 'nin tutarlılığını sağlamak için $\bar{K}$ gecikme parametresini önermiştir. Örneklem kovaryans ağırlığı $w_{\bar{K}L}$, kernelin seçimine bağlıdır. Örneğin Barlett kernel kullanılırsa örneklem kovaryans ağırlığı şöyle olur:

$$w_{\bar{K}L} = 1 - \frac{L}{\bar{K}+1}. \quad (3.50)$$

Her bir birim için uzun dönem standart hatanın yenilenen standart hataya oranı şu şekilde tanımlanmıştır:

$$s_i = \sigma_{yi}/\sigma_{\varepsilon i}. \quad (3.51)$$

Yukarıdaki modelin tahmini $\hat{s}_i = \hat{\sigma}_{yi}/\hat{\sigma}_{\varepsilon i}$ şeklindedir. Ortalama standart sapma oranı $S_N = (1/N) \sum_{i=1}^N s_i$, ne tahmincisi $\hat{S}_N = (1/N) \sum_{i=1}^N \hat{s}_i$ şeklindedir. Bütün bu istatistikler 3. adımda hesaplanacak ortalama düzeltilmiş t-istatistiğinin hesabında kullanılacağı için önemlidir.

3. adımda panel test istatistiği hesaplanır. Test istatistiğini hesaplamak için $N\tilde{T}$ gözlemlerinden oluşan bütün yatay kesit ve zaman serisi gözlemlerini içeren havuzlanmış regresyon tahmin edilir:

$$\tilde{e}_{it} = \delta \tilde{v}_{it-1} + \tilde{\varepsilon}_{it}. \quad (3.52)$$

Burada paneldeki her birime düşen gözlem sayısının ortalaması olan $\tilde{T} = T - \bar{p} - 1$ şeklindedir ve bireysel ADF regresyonu için ortalama gecikme uzunluğu $\bar{p} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i$ şeklinde tanımlanır. $\delta = 0$ testi için geleneksel regresyon t-istatistiği şu şekilde verilir:

$$t_\delta = \frac{\hat{\delta}}{STD(\hat{\delta})}. \quad (3.53)$$

Burada;

$$\hat{\delta} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T \tilde{v}_{it} \tilde{e}_{it}}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T \tilde{v}_{it-1}^2}, \quad (3.54)$$

$$STD(\hat{\delta}) = \hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}} \left[\sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T \tilde{v}_{it-1}^2 \right]^{-1/2}, \quad (3.55)$$

$$\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^2 = \left[\frac{1}{N\tilde{T}} \sum_{i=1}^N \sum_{t=2+p_i}^T (\tilde{e}_{it} - \delta \tilde{v}_{it-1})^2 \right].$$

Regresyonun t-istatistiği (t_δ) model 1 için standart normal limit dağılımına sahiptir ancak model 2 ve model 3 için negatif sonsuz sapma eğilimi gösterir bu yüzden model 2 ve model 3 için aşağıdaki düzeltilmiş t-istatistiği kullanılır:

$$t_\delta^* = \frac{t_\delta - N\tilde{T}\hat{S}_N\hat{\sigma}_{\tilde{\varepsilon}}^{-2}STD(\hat{\delta})\mu_{m\tilde{T}}^*}{\sigma_{m\tilde{T}}^*}. \quad (3.56)$$

Burada ortalama düzeltme parametresi $\mu_{m\tilde{T}}^*$ ve standart sapma düzeltme parametresi $\sigma_{m\tilde{T}}^*$ verilen deterministik modeller için (m=1,2,3) ve zaman serisi boyutu $\tilde{T}$ için Levin, Lin, Chu (2002) makalesinde tablo 2’de verilmiştir.

LLC birim kök testine yapılan eleştiriler yatay kesit bağımlılığına izin vermemesi ve tüm yatay kesit birimlerinin ortak birim köke sahip olması noktasıdır.

3.2.5. Im, Pesaran ve Shin Panel Birim Kök Testi (1997, 2002)

Im, Pesaran ve Shin (1997,2002) testi birinci nesil ikinci grup testlerindendir. Birinci nesil birinci grup panel birim kök testleri birimler arası homojenlik varsayımı yaparak otoregresif parametre ρ ’nun birimden birime farklılaşmadığını varsayarken Im, Pesaran ve Shin (1997) (IPS) y_{it-1} değişkeninin heterojen katsayılarına izin veren ve birim kök test istatistiğinin birimlerin ortalamalarına dayanan alternatif bir test geliştirmişlerdir. IPS testinde birimlerin ADF istatistiklerinin ortalamaları alınarak test süreci işletilir.

IPS testi için kullanılan model şu şekildedir:

$$y_{it} = \rho_i y_{it-1} + \sum_{j=1}^{p_i} \varphi_{ij} \Delta y_{it-j} + z'_{it} \gamma_i + \varepsilon_{it}. \quad (3.57)$$

Temel ve alternatif hipotezler şu şekildedir:

$$H_0: \rho_i = 1 \quad (3.58)$$

$$H_1: \rho_i < 1 \text{ (En az bir birim için)}. \quad (3.59)$$

IPS t-istatistiği bireysel ADF istatistiklerinin ortalaması olarak tanımlanıp aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{p_i}. \quad (3.60)$$

t_{p_i} , $H_0: \rho_i = 1$ testinin bireysel test istatistiğidir. Sabit bir N için t_{p_i} şu şekildedir (Baltagi, Kao, 2015):

$$t_{p_i} \Rightarrow \frac{\int_0^1 w_{iz} dw_{iz}}{[\int_0^1 w_{iz}^2]^{1/2}} = t_{iT}. \quad (3.61)$$

Im, Pesaran, Shin (2003) panel birim kök testi ise Im, Pesaran, Shin (1997) yaptıkları çalışmalarının 2003' de yayınlanmış şeklidir. Bu test heterojen panel yapısına izin verir. Im, Pesaran ve Shin (IPS) testi birimlerin birim kök test istatistiklerinin ortalamasına dayanan bir testtir. Bu testte önerilen $\bar{t}_{bar}$ test istatistiği gruplar arası Dickey Fuller test istatistiğinin ortalaması şeklindedir. Im, Pesaran ve Shin (1997), ADF regresyonu altında yeterince büyük gecikme derecesi kullanıldığında $\bar{t}_{bar}$ test istatistiğinin küçük örnek performansının LL testinden daha güçlü özellikler sergilediğini monte karlo simülasyonu yaparak göstermişlerdir.

IPS testi hatalar arasındaki serisel ilişkiye, dinamik yapının ve gruplar arası hata varyansının heterojenliğine izin verir.

IPS testi için, N gözlenen birimler ve T zaman periyodu üzerinde izlenen gözlem verileri olmak üzere, y_{it} olasılıksal süreci için birinci dereceden otoregresif süreç şu şekilde gösterilmektedir:

$$y_{it} = (1 - \phi_i)\mu_i + \phi_i y_{i,t-1} + \varepsilon_{it}, \quad i=1, \dots, N, \quad t=1, \dots, T. \quad (3.62)$$

Burada y_{i0} başlangıç değeridir. İlgilenilen birim kök temel hipotezi bütün i'ler için $\phi_i = 1$ şeklindedir. (3.62) nolu denklem aşağıdaki şekilde tekrar yazılarak temel ve alternatif hipotezler şu şekilde gösterilmiştir:

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \beta_i y_{i,t-1} + \varepsilon_{it}. \quad (3.63)$$

Burada $\alpha_i = (1 - \phi_i)\mu_i$, $\beta_i = -(1 - \phi_i)$ ve $\Delta y_{it} = y_{it} - y_{i,t-1}$.

Temel Hipotez: $H_0: \beta_i = 0$ bütün i değerleri için

Alternatif Hipotezler: $H_1: \beta_i < 0 \quad i=1, 2, \dots, N_1, \quad \beta_i = 0, \quad i=N_1+1, N_1+2, \dots, N.$

(3.63) nolu Dickey-Fuller (1979) regresyon modeli için havuzlanmış logaritmik olabilirlik fonksiyonu şu şekildedir:

$$l_{NT} = (\beta, \varphi) = \sum_{i=1}^N \left\{ -\frac{T}{2} \log 2\pi \sigma_i^2 - \frac{1}{2\sigma_i^2} \sum_{t=1}^T (\Delta y_{it} - \alpha_i - \beta_i y_{i,t-1})^2 \right\}. \quad (3.64)$$

Burada $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_N)'$, $\varphi_i = (\alpha_i, \sigma_i^2)'$ ve $\varphi_i = (\varphi'_1, \dots, \varphi'_N)'$. Im, Pesaran ve Shin (2003), Wald ve Lagrange çarpanı istatistikleri olarak bilinen temeli yukardaki olabilirlik fonksiyonuna dayanan olabilirlik oranının ortalamalarını kullanan alternatif panel birim kök testleri geliştirilebileceğini söylemişlerdir.

i. grup için standart Dickey- Fuller istatistiği bağımlı değişkenin $\Delta y_i = (\Delta y_{i1}, \Delta y_{i2}, \dots, \Delta y_{iT})'$ ve bağımsız değişkenlerin $\tau_T = (1, \dots, 1)'$ ve $y_{i,-1} = (y_{i0}, y_{i1}, \dots, y_{i,T-1})'$ olduğu regresyon model için β_i 'nin t-oranı olarak elde edilir ve t_{iT} şeklinde gösterilir:

$$t_{iT} = \frac{\hat{\beta}_{it}(\mathbf{y}'_{i,-1} \mathbf{M}_{\tau} \mathbf{y}_{i,-1})^{1/2}}{\hat{\sigma}_{iT}} = \frac{\Delta \mathbf{y}'_i \mathbf{M}_{\tau} \mathbf{y}_{i,-1}}{\hat{\sigma}_{iT}(\mathbf{y}'_{i,-1} \mathbf{M}_{\tau} \mathbf{y}_{i,-1})^{1/2}}. \quad (3.65)$$

Burada $\hat{\beta}_{it}$, β_i parametresinin EKK tahmincisidir, $\mathbf{M}_{\tau} = \mathbf{I}_T - \tau_T(\tau'_T \tau_T)^{-1} \tau'_T$,

$$\hat{\sigma}_{iT}^2 = \frac{\Delta \mathbf{y}'_i \mathbf{M}_{X_i} \Delta \mathbf{y}_i}{T-2}, \quad (3.66)$$

$$\mathbf{M}_{X_i} = \mathbf{I}_T - \mathbf{X}_i(\mathbf{X}'_i \mathbf{X}_i)^{-1} \mathbf{X}'_i \text{ ve } \mathbf{X}_i = (\tau_T, \mathbf{y}_{i,-1}). \quad (3.67)$$

Ancak analitik uygulanabilirlik açısından test istatistiğinin aşağıdaki basit formu kullanılmaktadır:

$$\tilde{t}_{iT} = \frac{\Delta \mathbf{y}'_i \mathbf{M}_{\tau} \mathbf{y}_{i,-1}}{\tilde{\sigma}_{iT}(\mathbf{y}'_{i,-1} \mathbf{M}_{\tau} \mathbf{y}_{i,-1})^{1/2}}, \quad (3.68)$$

$$\tilde{\sigma}_{iT}^2 = \frac{\Delta \mathbf{y}'_i \mathbf{M}_{X_i} \Delta \mathbf{y}_i}{T-2}. \quad (3.69)$$

t_{iT} ve $\tilde{t}_{iT}$ istatistiklerinin her ikisindeki farklılık σ_i^2 'nin seçimi ile ilgilidir. Temel hipotez altında $\hat{\sigma}_{iT}^2$ ve $\tilde{\sigma}_{iT}^2$ tahmincilerinin her ikisi de tutarlıdır. $\beta_i = 0$ hipotezi altında her iki test istatistiği de aynı asimptotik dağılıma sahiptir (verilen i değerleri için, $T \rightarrow \infty$ durumunda), ancak T sabitken test istatistikleri farklı dağılım özellikleri gösterir. T sabitken verilen bu istatistikler doğrultusunda IPS testinin test istatistiği aşağıdaki şekilde oluşturulur:

$$\tilde{t} - \bar{bar}_{NT} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{t}_{iT}. \quad (3.70)$$

$N \rightarrow \infty$ durumunda standartlaştırılmış $\tilde{t} - \bar{t}$ istatistiği şu şekildedir:

$$Z_{\tilde{t}_{bar}} = \frac{\sqrt{N}\{\tilde{t} - \bar{t}_{NT} - E(\tilde{t}_T)\}}{\sqrt{Var(\tilde{t}_T)}}. \quad (3.71)$$

Gruplar arasında T_i 'nin farklılaştığı daha genel durumlar için standartlaştırılmış $\tilde{t}_{bar}$ ve $\tilde{t}_{bar}$ istatistikleri aşağıda gösterildiği şekildedir:

$$Z_{\tilde{t}_{bar}} = \frac{\sqrt{N}\{\tilde{t} - \bar{t}_{NT} - N^{-1} \sum_{i=1}^N E(t_T)\}}{\sqrt{N^{-1} \sum_{i=1}^N Var(t_T)}} \Rightarrow N(0,1). \quad (3.72)$$

$$\tilde{t} - \bar{t}_{NT} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{t}_{iT_i}. \quad (3.73)$$

Testin kritik değerleri üç ayrı model için Im, Pesaran ve Shin (2003) çalışmalarında mevcuttur.

3.2.6. Maddala ve Wu Panel Birim Kök Testi (1999)

Maddala ve Wu (1999), Bonferroni eşitsizliğine dayanan ve Fisher (1932) tarafından geliştirilen Fisher Testi olarak bilinen yeni bir birim kök testi geliştirerek monte karlo denemeleri yaparak geliştirdiği testin gücünü diğer testlerle karşılaştıran bir çalışma yapmıştır. LL (1992) ve IPS (1997) testlerinden bahsederek bu testlere alternatif bir test geliştirmiştir.

Maddala-Wu testinin dayanağını oluşturan test Fisher (1932) tarafından geliştirilmiştir. Bu testin prosedürü farklı testlerden farklı yollardan elde edilen anlamlılık seviyelerinin (p-değerlerinin) birleşimine bağlı olarak gerçekleşir. Eğer p-değerleri ADF birim kök testinden elde ediliyorsa Fisher-ADF, Phillips-Perron birim kök testinden elde edilen değerlere göre hesaplanıyorsa Fisher-PP istatistiği olarak adlandırılır. Eğer test istatistikleri sürekliyse anlamlılık seviyeleri π_i ($i=1, \dots, N$) bağımsız tekdüze (0,1) değişkenlerdir ve $-2 \log_e \pi_i$, 2 serbestlik derecesiyle χ^2 dağılımına uyar. π_i olarak ifade edilen değerler ADF ya da Phillips perron testinin p-değerleridir. χ^2 değişkenlerinin ek özellikleri kullanılarak $2N$ serbestlik dereceli χ^2 dağılımı sergileyen $\lambda = -2 \sum_{i=1}^N \log_e \pi_i$ test istatistiği elde edilir. Bu süreç Fisher testi süreci olarak bilinir. Fisher Testi log-p-değerlerinin toplamına dayanır.

Fisher testine dayanan Maddala-Wu tarafından geliştirilen bu panel birim kök testinin avantajlarından biri dengesiz panellere de uygulanabiliyor olmasıdır. Ayrıca bu test bireysel ADF regresyonunda farklı gecikme uzunlukları kullanılmasına izin verir. Fisher testinin diğer bir avantajı herhangi bir birim kök testi türetmek için kullanılabilmesidir. Bu avantajların yanı sıra p-değerlerinin monte karlo simülasyonu ile elde edilmesi bu testin dezavantajıdır. Diğer ADF'ye dayalı testler gibi hazır tabloları mevcut değildir.

Maddala-Wu (1999) testi için veri yaratma sürecinde kullanılan sabitli ve trendli modeller aşağıdaki şekilde oluşturulmaktadır:

$$\text{Sabitli Model: } \Delta y_{i,t} = -\phi_i \mu_i + \phi_i y_{i,t-1} + u_{i,t} \quad (3.74)$$

$$\text{Trendli Model: } \Delta y_{i,t} = \mu_i - \phi_i \mu_i t + \phi_i y_{i,t-1} + u_{i,t}. \quad (3.75)$$

Burada $i=1,2,\dots,N$ ve $t=1,2,\dots,T$ ve $y_{i,0}$ rastsaldır.

$$u_{i,t} = \theta_t + \varepsilon_{i,t} \quad (3.76)$$

$$\theta_t = 0.90_{t-1} + \omega_t, \omega_t \sim N(0,1) \text{ ve } \varepsilon_{i,t} = \lambda_i \varepsilon_{i,t-1} + e_{i,t}.$$

Veri yaratma sürecinden sonra her birim için ADF uygulanıp p-değerleri elde edilir.

$$\text{Sabitli Model: } \Delta y_{i,t} = \alpha_i + \rho_i y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_{ij} \Delta y_{i,t-j} + u_{it} \quad (3.77)$$

$$\text{Trendli Model: } \Delta y_{i,t} = \alpha_i + \delta_i t + \rho_i y_{i,t} + \sum_{j=1}^p \gamma_{ij} \Delta y_{i,t-j} + u_{it}. \quad (3.78)$$

Buradan ADF t-test istatistikleri hesaplanır ve son olarak aşağıdaki test istatistiği hesaplanır:

$$p_\lambda = (-2 \sum \log_e \pi_i). \quad (3.79)$$

3.2.7. Choi Panel Birim Kök Testi (2001)

Choi (2001) diğer panel birim kök testleri için yapılan varsayımlara nazaran daha genel varsayımlara sahip yeni bir panel birim kök testi geliştirmiştir. Bu test panel yapısındaki grup sayısının hem sonlu hem de sonsuz olduğu durumlarda kullanılabilir.

Ayrıca her bir grup farklı yapılarda stokastik ve stokastik olmayan bileşenlere sahip olabilir. Bunun yanı sıra bu testin uygulanabilmesi için dengeli panel şartı bulunmamaktadır yani her bir birimdeki zaman gözlemlerinin sayısı birbirinden farklı olabilir. Birinci nesil birinci grup panel birim kök testlerinin alternatif hipotezlerinden(bütün birimler için ortak durağanlık) farklı olarak, Choi(2001) testinin alternatif hipotezi en az bir birimin durağan olduğunu söyler.

Choi(2001), geliştirdiği testin ana fikrinin panel verideki her bir grup için uygulanan birim kök testinden elde edilen p-değerlerinin birleşimine dayandığını söyler.

Choi (2001) testi için kullanılan model aşağıdaki gibidir:

$$y_{it} = d_{it} + x_{it} \quad (i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T_i). \quad (3.80)$$

Burada;

$$d_{it} = \beta_{i0} + \beta_{i1} + \dots + \beta_{im_i} t^{m_i}, \quad (3.81)$$

$$x_{it} = \alpha_i x_{i(t-1)} + u_{it}, \quad (3.82)$$

u_{it} , sıfırıncı dereceden bütünleşiktir. Bu modelde y_{it} stokastik olmayan d_{it} ve stokastik bir süreç olan x_{it} 'den oluşmaktadır.

Bu test için kurulan hipotezler şu şekildedir

$$H_0: \alpha_i = 1 \text{ bütün } i' \text{ ler için.} \quad (3.83)$$

Temel hipotez bütün zaman serilerinin durağan olduğunu söyler. Sonlu N örneklem boyutu için alternatif hipotez aşağıdaki şekildedir:

$$H_A: |\alpha_i| < 1 \text{ en az bir } i \text{ için.} \quad (3.84)$$

Bu alternatif hipotez bazı zaman serilerinin durağan olmadığını bazılarındansa durağan olduğunu söyler. N sonsuz olduğu durum için kurulan alternatif hipotez şu şekildedir:

$$H_A: |\alpha_i| < 1 \text{ bazı } i' \text{ ler için.} \quad (3.85)$$

Verilen bu alternatif hipotez bütün zaman serilerinin durağanlığı alternatifinin özel bir durumunu içerir.

G_{it} , (3.80) nolu modeldeki i. grubun tek taraflı birim kök test istatistiği olarak tanımlanır. Choi (2001), G_{it} için asimptotik p-değerini aşağıdaki şekilde göstermiştir:

$$p_i = F(G_{it}) (p_i = 1 - F(G_{it})). \quad (3.86)$$

Burada $F(.)$ G_i rastsal değişkene karşılık gelen dağılım fonksiyonunu gösterir. N sonlu olduğu durumda p-değerleri kullanılarak elde edilen test istatistikleri aşağıdaki gibidir:

$$P = -2 \sum_{i=1}^N \ln(p_i). \quad (3.87)$$

Bu test istatistiği Fisher (1932) tarafından geliştirilen ters ki-kare testi olarak bilinir.

$$Z = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \Phi^{-1}(p_i). \quad (3.88)$$

Ters normal test olarak bilinen Z test istatistiği Stouffer vd. (1949) tarafından geliştirilmiştir. Burada $\Phi(.)$ standart normal birikimli dağılım fonksiyonudur ve

$$L = \sum_{i=1}^N \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right), \quad (3.89)$$

şeklindeki test istatistiği ise logit test olarak adlandırılır, George (1977) tarafından geliştirilmiştir.

Bu kullanılan kombinasyon testleri meta-analizinde sıklıkla kullanılan testlerdir. Fisher test istatistiği Maddala-wu (2000) tarafından önerilen testte de kullanılmıştır. Diğer iki test istatistiği ise Choi (2001) tarafından önerilmiştir.

N sonsuza giderken test istatistikleri aşağıdaki şekildedir:

$$P_m = \frac{1}{2\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N (-2 \ln(p_i) - 2) = -\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N (\ln(p_i) + 1). \quad (3.90)$$

Lindeberg-Levy merkezi limit teoremine göre $T_i \rightarrow \infty$ ve $N \rightarrow \infty$ durumunda $P_m \Rightarrow N(0,1)$.

$$L^* = \sqrt{k}L \cong \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi^2 N}{3}}} \sum_{i=1}^N \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) \Rightarrow N(0,1). \quad (3.91)$$

Aynı şekilde $T_i \rightarrow \infty$ ve $N \rightarrow \infty$ durumunda Z testi de $N(0,1)$ olur. Bu yüzden sonsuz N durumunda Z ve L testleri kullanılırken bir düzeltmeye gereksinim duyulmamaktadır.

Literatürde Maddala-Wu (2000) testi Fisher ADF, Choi (2001) testi ise Fisher Philips ve Perron testi olarak geçmektedir (Tatoğlu, 2012:199; Gürış, 2015:216-217).

3.3. İkinci Nesil Panel Birim Kök Testleri

İkinci nesil birim kök testleri yatay kesit bağımlılığına izin veren testlerdir ve bu testlerde birimler arası korelasyon matrisine koyulan kısıtlar bakımından iki alt gruba ayrılmaktadır. Bai ve NG (2004), Moon ve Perron (2004), Phillips ve Sul (2003) ve Pesaran (2004) testleri birimler arası korelasyonu düşük boyutlu faktör şeklinde modelleyen ikinci nesil birinci grup panel birim kök testlerinden bazılarıdır. O'Connell (1998), Taylor ve Sarno (1998) ve Chang (2002,2004) testleri ise kovaryans matrisine neredeyse hiç kısıtlama koymayan ikinci nesil ikinci grup panel birim kök testlerinden bazılarıdır (Tatoğlu, 2012:220).

3.3.1. Breur vd. Panel Birim Kök Testi (2001, 2002)

Breur vd. (2001) durağanlığı sınarken temel hipotezin reddinin bütün birimlerin durağan olması sonucuna varan Levin ve Lin panel birim kök testinin hatalı yorumlara sebep olduğunu söyleyerek Levin ve Lin panel birim kök testine bir eleştiri getirmişlerdir. Panel setini oluşturan birimlerin farklı dereceden durağan olabileceklerini söylemişlerdir. Geliştirdikleri birim kök testinde hangi serinin $I(0)$ hangi serinin $I(1)$ olduğunun ayırdedilmesine olanak sağlamışlardır. Geliştirdikleri bu testle tek denklem ADF testlerinin gücünü üç katına çıkarmışlardır.

Breuer vd. (2001) panel veri setleri için görünürde ilişkisiz regresyon modellerine dayalı ADF (seemingly unrelated regressions augmented Dickey-Fuller- SURADF) regresyonlarını aşağıdaki şekilde göstermiştir:

$$\Delta y_{1,t} = \alpha_1 + (\rho_1 - 1)y_{1,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{1,t-i} + u_{1,t}$$

$$\Delta y_{2,t} = \alpha_2 + (\rho_2 - 1)y_{2,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{2,t-i} + u_{2,t}$$

.

•
•

$$\Delta y_{N,t} = \alpha_N + (\rho_N - 1)y_{N,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{N,t-i} + u_{N,t} . \quad (3.92)$$

Burada ρ_i i. birim için otoregresif katsayısı gösterir. Burada SURADF prosedürü SUR ile tahmin edilerek her bir $(\rho_i - 1)$ katsayısının anlamlılığı simülasyon ile oluşturulan kritik değerlerle karşılaştırılarak test edilir.

Breuer vd.(2001), (3.92) nolu model yapısının Levin ve Lin panel birim kök testine göre üç üstün özelliğinin olduğunu söylemiştir. Bunlardan ilki SUR tahminlerinin hata terimleri arasındaki eş zamanlı karşılıklı korelasyonları hesaba katmasıdır. Bu sayede ADF ve Levin ve Lin (1992, 1993) testlerine göre daha fazla bilgi kullanılır. İkinci olarak yapılan bu tahminle Papell (1997) tarafından önerilen şekilde panel birimleri arasındaki gecikme yapılarının heterojenliğine izin verilir. Birimlerin modellenmesinde gecikme yapılarına izin verilmesi sayesinde denklemler içerisinde yanlış model yapılarının olması engellenmiş olur. Böylece hata terimlerinin herbirinin beyaz gürültü olması sağlanır. Çünkü her birim için aynı gecikme yapısının kullanılması test istatistiğinin belirlenmesinde sapmaya sebep olabilir. Ancak SURADF yapısında herbir birim için ayrı belirlenen gecikme yapısı sayesinde böyle bir sapma durumu engellenmiş olmaktadır. Geliştirilen bu testin üçüncü avantajı ise Panel birimlerinin her biri için farklı otoregresif katsayı büyüklüklerine izin vermesidir. Yani $(\rho_1 - 1) = (\rho_2 - 1) = \dots = (\rho_N - 1)$ kısıtı esnetilerek bütün serilerin birim köklü olduğunu söyleyen temel hipotez ve bütün serilerin durağan olduğu anlamına gelen alternatif hipotez durumunun önüne geçilmiştir.

Breuer vd. (2001), yaptığı çalışmada SUR tahminini kullanan O’Connell (1998) tarafından yapılan çalışmadan farklılaşma noktasının $(\rho_1 - 1) = (\rho_2 - 1) = \dots = (\rho_N - 1)$ kısıtının esnetilmesi olduğunu belirtmişlerdir. Sarno ve Taylor (1998) ve Taylor ve Sarno (1998) yaptıkları çalışmada SURADF testlerinin bazı avantajlarından yararlandıklarını söyleyen Breuer vd. (2001) MADF testi ile kendi geliştirdikleri SURADF testi arasındaki farklılığın Temel hipotezlerin formülasyonundan kaynaklandığını söylemektedirler. Şöyle ki MADF testi panelin bütün birimleri için tek bir birim kök hipotezi üzerinden süreci tamamlarken Breuer vd. (2001) tarafından geliştirilen SURADF testinde panelin herbir birimi için ayrı ayrı birim kök temel

hipotezi oluşturulur. Böylelikle SURADF testi paneldeki kaç tane serinin hangisinin durağan süreç sergilediğini belirleyebilmektedir. Oysa MADF testinde temel hipotez reddedilirse sadece panel birimlerinden en az birinin durağan olduğu çıkarımı yapılır ama durağan olan birimin hangisi ya da hangileri olduğu hakkında bir şey söylenemez.

Panel birimlerinin her biri için ayrı ayrı SUR yapısı içerisinde oluşturulan temel hipotezler ve alternatif hipotezler Breuer vd. (2002) tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\begin{array}{ll}
 H_0^1: \beta_1 = 0; & H_A^1: \beta_1 < 0 \\
 H_0^2: \beta_2 = 0; & H_A^2: \beta_2 < 0 \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 H_0^N: \beta_N = 0; & H_A^N: \beta_N < 0.
 \end{array} \tag{3.93}$$

Test istatistikleri (3.92) numaralı sistemin SUR tahminlerinden hesaplanır. Hipotezlerin yapısı tek denklem birim kök testlerinin yapısıyla benzer olmasına rağmen SUR modeller hata kovaryanslarındaki bilgiyi kullandığı için daha etkin tahminciler üretilir ve daha güçlü test istatistikleri elde edilmiş olur. SUR modelden elde edilen test istatistikleri standart olmayan dağılıma sahiptir ve bu yüzden kritik değerler simülasyon yapılarak elde edilmiştir.

Temel hipotez altında kritik değerler aşağıdaki SUR sistemini oluşturan regresyonlardan elde edilir:

$$\begin{array}{ll}
 \Delta_{y_{1,t}} = \alpha_1 + \beta_1 y_{1,t-1} + u_{1,t} & t=1, \dots, T \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 \Delta_{y_{N,t}} = \alpha_N + \beta_N y_{N,t-1} + u_{N,t} & t=1, \dots, T.
 \end{array} \tag{3.94}$$

(3.94) numaralı denklem sisteminin SUR tahminlerinden elde edilen her bir β_j için hesaplanan t-istatistikleri belirlenen N tane temel hipotez için test istatistiklerini verir. Kritik değerler; örneklem boyutu, paneldeki birim sayısı, gecikme yapısı ve

seriler için tahmin edilen kovaryans matrisine göre belirlenir ve Monte Carlo simülasyonu yapılarak elde edilir. Kritik değerler oluşturulurken simülasyon süreci şöyle işler: her bir denemede temel hipotez altında 10.000 t-istatistiği N tane panel biriminin her biri için sıralanır, her bir seri için yüzde beş kritik değer olarak en küçük 500 t-istatistiği, t-istatistiği olarak belirlenir. Elde edilen bu kritik değerler SURADF kritik değerleri olarak isimlendirilmiştir ve Breuer vd. (2002) çalışmalarında tablo 1’de tablolastırılarak sunulmuştur.

3.3.2. Choi Panel Birim Kök Testi (2002)

Choi (2002) yatay kesit bağımlılığı için hata bileşen modelini kullanmıştır. Test istatistiği her bir zaman serisine uygulanan ADF testinden elde edilen p-değerlerinin birleşiminden elde edilir. Her bir zaman serisindeki stokastik olmayan trend bileşenleri ve yatay kesit bağımlılıkları Elliott, Rothenberg ve Stock (1996) tarafından önerilen GLS’ye dayalı trendden arındırma şeklindedir. Panel veri için ise yatay kesit ortalama arındırmaları ile gerçekleştirilir. p-değerlerinin birleşimleri ile oluşan bu testler standart normal limit dağılımına sahiptir. Choi (2001) geliştirdiği bu testi birleşim (combination) testleri olarak adlandırmaktadır. Yaptığı simülasyon sonuçları bu tür birleşim testlerinin boyut ve güç özelliklerinin iyi olduğu sonucunu vermiştir.

Bu test için kurulan iki yönlü hata bileşen modeli aşağıdaki şekildedir:

$$y_{it} = \beta_0 + x_{it} (i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T) \quad (3.95)$$

$$x_{it} = \mu_i + \lambda_t + v_{it} \quad (3.96)$$

$$v_{it} = \sum_{l=1}^{p_i} \alpha_{il} v_{i(t-l)} + e_{it}, \quad (3.97)$$

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 t + x_{it} (i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T) \quad (3.98)$$

$$x_{it} = \mu_i + \lambda_t + \gamma_i t + v_{it}. \quad (3.99)$$

Burada i birimleri t zamanı simgeler. Bu test için zaman serisi gözlemlerinin birimden birime farklılaşmasına izin verilmektedir. Model (3.95)’de β_0 bütün birimler için ortak ortalamadır. (3.96) nolu modeldeki μ_i gözlenemeyen bireysel etkileri temsil eder λ_t gözlenemeyen zaman etkileri ifade eder ve v_{it} , geriye kalan rastsal bileşenleri simgeler

ve p_i mertebeli otoregresif sürece sahip olduğu varsayılmaktadır. (3.98) nolu model trendli modeldir.

Temel ve alternatif hipotezler aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$H_0: \sum_{l=1}^{p_i} \alpha_{il} = 1 \quad \text{bütün } i\text{'ler için} \quad (3.100)$$

$$H_1: \sum_{l=1}^{p_i} \alpha_{il} < 1 \quad \text{bazı } i\text{'ler için.} \quad (3.101)$$

Choi (2002) test istatistiği olarak Maddala ve Wu (1999) ve Choi (2001) tarafından geliştirilen birleşim testlerini kullanmıştır. Test istatistiğinin elde edilme süreci ayrıntılı olarak aşağıdaki gibidir:

Öncelikle ortalamadan arındırılmış yatay kesit aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$z_{it} = y_{it} - \hat{\beta}_{0i} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_{it} - \hat{\beta}_{0i}) \simeq v_{it} - v_{i1} - \bar{v}_{.t} + \bar{v}_{.1} \quad (3.102)$$

$$\Delta z_{it} = \hat{\rho}_0 z_{i(t-1)} + \sum_{l=1}^{p_i-1} \hat{\rho}_l z_{i(t-l)} + \hat{u}_{it}. \quad (3.103)$$

Birleşim testlerinin formülasyonu için trendden arındırılmış her bir seriye ADF testi uygulanır ve p-değerleri elde edilir. ADF testi (3.102) nolu modelde tanımlanan z_{it} kullanılarak tahmin edilen $\hat{\rho}_0$ katsayısı için t-oranları (3.103) nolu regresyondan elde edilir. Bu test Dickey-Fuller-GLS^u olarak adlandırılır.

Test istatistiği aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$P_m = -\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N (\ln(p_i) + 1), \quad (3.104)$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \Phi^{-1}(p_i). \quad (3.105)$$

Burada $\Phi(.)$ standart normal birikimli dağılım fonksiyonudur.

$$L^* = \frac{1}{\sqrt{\pi^2 N/3}} \sum_{i=1}^N \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right). \quad (3.106)$$

P_m testi, Fisher (1932) tarafından geliştirilen ters ki-kare testinin bir uyarlamasıdır. Z testi Stouffer vd. (1949) tarafından geliştirilen ters normal test olarak

adlandırılan testin uyarlamasıdır. L^* testi George (1977) tarafından geliştirilen $N \rightarrow \infty$ iken standart normal dağılıma sahip logit testinin uyarlaması şeklindedir.

$$P_m, Z, L^* \Rightarrow N(0,1). \quad (3.107)$$

Aşağıdaki durumlarda her bir test için α anlamlılık seviyelerinde aşağıda gösterilen durumlarda temel hipotez alternatif hipoteze karşı reddedilir.

$$P_m > c_{p\alpha}, \quad (3.108)$$

$c_{p\alpha}$ standart normal dağılımın üst kuyruğunun değeridir.

$$Z > c_{z\alpha}; \quad (3.109)$$

$$L^* < c_{l\alpha}. \quad (3.110)$$

Burada $c_{z\alpha}$ ve $c_{l\alpha}$ standart normal dağılımın alt kuyruğundaki değerdir.

3.3.3. Phillips ve Sul Panel Birim Kök Testi (2003)

Phillips ve Sul (2003), yatay kesit bağımlılığının kısıtlayıcı etkisini gidermek için yatay kesit birimlerinde farklı etkilere sahip ortak faktörleri içeren dinamik faktör modellerini önermişlerdir. Phillips ve Sul'un önerdiği model zamanlar boyunca bağımsız dağılan bir faktörlü modeldir. Ortak faktörü elimine etmek için önerdikleri method momente dayalı methoddur. Önerdikleri bu bir faktörlü hata modelinin yanısıra Phillips ve Sul (2003) standart birim kök testlerini uygulamadan önce ortak faktörlerin asimptotik etkilerini elimine etmek için orthogonelleştirme prosedürü önermişlerdir (Baltagi, Bresson, Pirotte, 2006).

Phillips ve Sul (2003) yaptıkları çalışmada dinamik panel modellerinin test ve tahmin süreci için 3 ayrı konu ile ilgilenmişlerdir. Bunlardan biri yatay kesit bağımlılığı ikincisi homojenlik testi ve diğeri ise küçük örneklem sapmasıdır. Küçük örneklem sapması için panel sapmasız medyan tahmincilerini (Median Unbiased estimator-MUE) kullanmayı önermişlerdir. Andrews (1993) tarafından zaman serisi verileri için kullanılan bu MUE'ye dayalı tahmin panele uyarlanmıştır. Panel birim kök testi için iki ayrı test istatistiği geliştirmişlerdir. Panel birim kök test istatistiği olarak önerdikleri birinci test istatistiği için öncelikli olarak yatay kesit bağımlılığı elimine edilerek

ardından MUE düzeltilmesi kullanılır. Geiştirdikleri diğeri bir panel birim kök test istatistiğı ise meta istatistiğıne dayalıdır. Meta istatistiğı kullanılan durumda yatay kest bağımlılığı durumu için düzeltme yapmak yerine bu sorundan kaçınılır. Ayrıca geliştirdikleri birim kök testinde yatay kesit bağımlılığı ve otoregresif parametrelerin heterojen yapısını dikkate alabilmek için görünürde ilişkisiz regresyon modellerine dayalı sapmasız medyan tahmincilerinin kullanılmasını önermişlerdir (SUR-MUE).

Phillips ve Sul (2003) geliştirdikleri tahminciler ve birim kök test istatistikleri için Anderws (1993) tarafından önerilen modellerin panel versiyonunu kullanmışlardır.

Bu test için kullanılan AR(p) süreci aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\Delta y_{it} = \mu_{-i} + \beta_{-i}t + (\rho - 1)y_{it-1} + \sum_{j=1}^{l_i} \phi_{ij}\Delta y_{it-j} + u_{it}. \quad (3.111)$$

İlk olarak (3.111) nolu modele ortogonelleştirme süreci uygulanır. Burada $\rho = 1$ temel hipotezi altında regresyon kalıntıları $\hat{u}_{it}$ nin moment matrisi kullanılır. Ortogonelleştirme sürecinin (OS) detayları Phillips ve Sul (2003) çalışmasında verilmiştir. OS uygulandıktan sonra dönüştürülmüş data olan y_{it}^+ , asimptotik olarak i'ler arası ilişkisiz hale gelir ve (3.111) nolu model yatay kesit bağımlılığından etkilenmez.

Phillips ve Sul (2003) panel birim kök testi için çalışmalarında 5 tane test istatistiğı önermiştir. G_{OLS}^{++} , G_{emu}^{++} , P, P_m ve Z testistatistikleri. G_{OLS}^{++} , G_{emu}^{++} sapmasız medyan tahmincilerine dayanır ve aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\left. \begin{aligned} G_{OLS}^{++} &= \frac{1}{\sqrt{N}\sigma_{\xi}} \sum_{i=1}^{N-1} \left[\frac{\hat{\rho}_i^{+-1}}{\hat{\sigma}_{\rho^+}} - \mu_{\xi} \right] \\ G_{emu}^{++} &= \frac{1}{\sqrt{N}\sigma_{\xi^-}} \sum_{i=1}^{N-1} \left[\frac{\hat{\rho}_{i,emu}^{+-1}}{\hat{\sigma}_{\hat{\rho}_{i,emu}^+}} - \mu_{\xi^-} \right] \end{aligned} \right\} \rightarrow_d N(0,1). \quad (3.112)$$

P, P_m ve Z test istatistikleri meta analizine dayanır. Her bir yatay kesit için elde edilen testlerin p-değerleri birleştirilerek yeni bir test oluşturulur. Bu test tipini yatay kesit bağımlılığı için Choi (2001a) ve Maddala ve Wu (1999) önermiştir. İlk olarak OS uygulandıktan sonra yatay kesit bağımlılığı altında bu testler uygulanır. Choi (2001a) tarafından 3 ayrı test istatistiğı önerilmiştir. p_i her bir birimin p-değeri olmak üzere bu test istatistikleri aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$P = -2 \sum_{i=1}^{N-1} \ln(p_i), \quad (3.113)$$

$$P_m = -\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^{N-1} [\ln(p_i) + 1], \quad (3.114)$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N-1} \Phi^{-1}(p_i). \quad (3.115)$$

P test istatistiği kullanılarak oluşturulan test, ters ki-kare testi veya Fisher (1932) testi olarak adlandırılır. P_m test istatistiği, P test istatistiğinin normalleştirilmiş şeklidir ve N büyük olduğu durumlarda kullanılır. Stouffer vd. (1949) tarafından geliştirilen Z test istatistiği kullanılarak yapılan test ise ters normal test olarak ifade edilir. Choi (2001) $T \rightarrow \infty$ iken P ve Z'nin limit dağılımını aşağıdaki şekilde göstermiştir:

N sabitken;

$$T \rightarrow_d \chi^2_{2(N-1)}, \quad Z \rightarrow_d N(0,1). \quad (3.116)$$

T ve $N \rightarrow \infty$ iken;

$$P_m, Z \rightarrow_d N(0,1). \quad (3.117)$$

3.3.4. Bai ve NG Panel Birim Kök Testi (2004)

Bai ve NG (2004) serilerin bütünleşme derecesini test eden bir prosedür geliştirmişlerdir (Hurlin, 2010). Bu testte verinin durağan olmayan yapısını anlayabilmek için büyük boyutlu panellerin faktör yapısını kullanan yeni bir metodoloji geliştirmişlerdir. Bireysel ve ortak bileşenlerdeki durağanlığın panel analizi olarak ifade ettikleri ifadeye çalışmalarında PANIC (Panel Analysis of Nonstationarity in Idiosyncratic and Common components) şeklinde yer vermişlerdir. PANIC serilerdeki durağandırılığın genel mi değişkene mi özel yoksa her iki durumdan mı olduğunu ortaya çıkartıyor. Ortak faktörler kullanarak bağımsız stokastik trend sayısı PANIC tarafından belirlenebilir. Ayrıca PANIC havuzlanmış bireysel istatistiklere izin verir ve böylelikle panel testi yapılandırılabilir. PANIC tekniğinin ayırdedici özelliklerinden biri de gözlenen seriler yerine gözlenemeyen bileşenleri test etmesidir. PANIC yönteminin tutarlı tahminler verdiğini belirtmişlerdir.

Bai ve Ng (2004) tarafından kullanılan faktör analitik model aşağıdaki şekildedir:

$$y_{it} = D_{it} + \lambda_i' F_t + e_{it}. \quad (3.118)$$

Burada D_{it} polinomial trend fonksiyonu, F_t $r \times 1$ boyutlu bir ortak faktör vektörü, λ_i faktör yükleri vektörüdür.

Ortak faktörlerden biri ya da daha fazlası, özdeş hatalar ya da her ikisi birden durağan değilse faktör yapılı bir seri durağan değildir. PANIC yaklaşımıyla X_{it} değişkenindeki birim kökün varlığını test etmek yerine ortak faktörle ve özdeş bileşenler ayrı ayrı test edilir. PANIC yaklaşımının iki amacı olduğunu belirten Bai ve Ng, ilk amacın durağan dışılığın genel mi yoksa özel mi olduğunu belirlemek olduğunu söyler. Yaklaşımın ikinci amacının ise birimler korelasyonluyken panel veri için geçerli havuzlanmış testler oluşturmaktır.

Bu test için kullanılan veri yaratma süreci şu şekildedir:

$$y_{it} = c_i + \beta_i + \lambda_i' F_t + e_{it} \quad (3.119)$$

$$(I - L)F_t = C(L)u_t, \quad (3.120)$$

$$(I - \rho_i L)e_{it} = D_i(L)\epsilon_{it}. \quad (3.121)$$

F_t $r \times 1$ boyutlu bir ortak faktörler ve λ_i faktör yükleri vektörüdür. r ortak faktörler içinde r_0 durağan faktörleri ve r_1 ortak stokastik trendi göstermek üzere $r_0 + r_1 = r$ şeklindedir. Oluşturulan modelin ilk farklar denklemi aşağıdaki şekildedir:

$$\Delta y_{it} = \lambda_i' f_t + z_{it}. \quad (3.122)$$

$$\text{Burada } z_{it} = \Delta e_{it} \text{ ve } f_t = \Delta F_t, E(f_t) = 0. \quad (3.123)$$

Δy_{it} 'deki ortak faktörler temel bileşenler methodu ile tahmin edilir. $\hat{f}_t$ ortak faktörlerin tahminini, $\hat{\lambda}_i$ faktör yüklerinin tahminini, z_{it} hataların tahminini gösterir. Bai ve NG birikimli değişkenlere dayalı farkı alınabilen ve tekrar toplanabilen bir tahmin süreci önermiştir. Bu birikimli değişkenler şu şekildedir:

$$\hat{F}_{mt} = \sum_{s=2}^t \hat{f}_{ms} \quad \hat{e}_{it} = \sum_{s=2}^t \hat{z}_{is} \quad m=1, \dots, r \text{ ve } i=1, \dots, N. \quad (3.124)$$

Yapılan bu tanımlamaların ardından özdeş bileşen e_{it} ve ortak faktörler F_t , tahmin edilen değerleri $\hat{F}_{mt}$ ve $\hat{e}_{it}$ kullanılarak birim kök hipotezi test edilebilir. Özdeş

bileşenlerin durağandsılığını test etmek için Bai ve Ng, deterministik trendin olmadığı ve faktörlerine ayrılarak tahmin edilen $\hat{e}_{it}$ bileşenli model için havuzlanmış bireysel ADF test istatistiklerini hesaplamayı önermişlerdir. $ADF_{\hat{e}}^c(i)$ olarak gösterilen test istatistiği i. ülkenin özdeş hataları için ADF test istatistiğidir. $ADF_{\hat{e}}^c(i)$ istatistiğinin asimptotik dağılımı Dickey Fuller test istatistiğinin sabitsiz durumuyla aynıdır. Bu yüzden birim kök testi panelin özdeş bileşenlerinin her biri için yapılabilir. Ancak zaman serilerine dayanan birim kök testlerinden en büyük farkı ortak etkilere sahiptir. Bireysel zaman serisi testleri düşük güçte oldukları için havuzlanmış testler önerilmiştir. Ancak bu havuzlanmış testler birimler arası bağımsızlığı varsayar. Bu yüzden Bai ve Ng iki istatistik önermişlerdir. İlki Fisher tipi istatistiklerdir ve $P_{\hat{e}}^c$ ve $P_{\hat{e}}^{\tau}$ şeklinde gösterilmiştir. Bir diğeri standartlaştırılmış Choi tipi istatistiktir.

$$P_{\hat{e}}^c = \frac{-2 \sum_{i=1}^N \log P_{\hat{e}}^c(i) - 2N}{\sqrt{4N}} \xrightarrow{d} N(0,1), \quad (3.125)$$

$$P_{\hat{e}}^{\tau} = \frac{-2 \sum_{i=1}^N \log P_{\hat{e}}^{\tau}(i) - 2N}{\sqrt{4N}} \xrightarrow{d} N(0,1). \quad (3.126)$$

Bai ve Ng'ye göre özdeş bileşenlerin durağandsılığının reddi serinin durağan olduğunu göstermez, çünkü ortak faktörler durağan olmayabilir. Bu yüzden ortak faktörlerin durağandsılığını test etmek için Bai ve Ng iki durum sunar. İlk durum N değişkenleri arasında tek bir ortak faktörün ($r=1$) olduğu durumdur bu durumda sabitli model için standart ADF istatistiği kullanılır. ADF t-istatistiği $ADF_{\hat{e}}^c$ ile gösterilmiştir. Bu test istatistiğinin limit dağılımı, sadece sabitli durum Dickey Fuller test istatistiğinin limit dağılımıyla aynıdır. Eğer birden daha fazla ortak faktör ($r>1$) varsa Bai ve Ng, r_1 şeklinde gösterilen bu ortak faktörlerdeki ortak bağımsız stokastik ortak faktörlerin sayısını test eder. Eğer $r_1=0$ ise N ortak faktör için N tane koentegrasyon vektörü vardır ve bütün faktörler $I(0)$ 'dır. r_1 'i belirleyebilmek için Bai ve Ng iki istatistiğe dayanan ardışık test prosedürünü önermiştir. İlk test istatistiği MQ_f ile gösterilir ve durağan olmayan bileşenlerin sonlu mertebeden vektör otoregresif sürece uyduğunu varsayar. İkinci istatistik MQ_c ile gösterilir ve birim kök süreçlerinin daha genel dinamik süreçler sergilemesine izin verir (Hurlin, 2010).

3.3.5. Moon ve Perron Panel Birim Kök Testi (2004)

Moon ve Perron (2004), T sayısının büyük olduğu paneller için yatay kesitler arası bağına izin veren birim kök testi geliştirmişlerdir. Modelde yatay kesit bağımlılığı dikkate alabilmek için bilinmeyen sayıda gözlenemeyen ortak faktörler kullanılmıştır. Panelde ortak faktörler varken yatay kesitler arasında bağımsızlığı varsayan testler boyut bozukluğu sorunu ile karşı karşıya kalırlar. Bu problemin çözümü için Moon ve Perron (2004), panel veri için faktörleri ortogonalleştirerek faktörden arındırılmış panel veri elde etmişlerdir. Faktörlerden arındırarak elde ettikleri panel veri setini kullanarak bir test istatistiği geliştirmişlerdir. Bu faktör yükleri matrisini tahmin etmek için Stock ve Watson (1998) ve Bai ve Ng (2002, 2004) tarafından önerilen temel bileşenler methodunun dönüştürülmüş bir versiyonunu kullanmışlardır. Moon ve Perron (2004) tarafından önerilen bu ortogonalleştirme sürecinin benzeri, Phillips ve Sul (2003)'un çalışmalarında mevcuttur. Moon ve Perron (2004) tarafından yapılan çalışmanın asıl katkısı lokal alternatif hipotez altında test istatistiğini üretmeleridir. Ancak veride heterojen deterministik trend varken testlerinin gücü diğer testlere göre daha zayıftır. Bu problem daha önce Moon ve Phillips (1999) tarafından ortaya koyulan tesadüfi trend problemi olarak adlandırmaktadırlar.

Moon ve Perron (2004)'un geliştirdikleri modelin Bai ve Ng (2004) tarafından geliştirilen modelden farkı hata terimlerinin r ortak faktörler ve özdeş şoklardan oluşmasıdır. Geliştirdikleri model aşağıdaki şekildedir:

$$z_{it} = \alpha_i + z_{it}^0, \quad (3.127)$$

$$z_{it}^0 = \rho_i z_{it-1}^0 + y_{it}, \quad (3.128)$$

$$y_{it} = \lambda_i' F_t + e_{it}. \quad (3.129)$$

F_t $r \times 1$ boyutlu ortak faktörler vektörü, λ_i faktör yükleri vektörüdür. Özdeş bileşen e_{it} birimler ve zaman boyunca iid varsayılır. Birim kök temel hipotezi $H_0: \rho_i = 1, \forall i = 1, \dots, N$, şeklindedir. Alternatif hipotez altında z_{it} değişkeni en az bir birim için durağandır. Test prosedürü Bai ve Ng (2004) birim kök testi sürecindekiyle aynıdır. İlk olarak veri faktörden arındırılır, daha sonra panel birim kök test istatistiği faktörden arındırılmış veri kullanılarak hesaplanır.

Moon ve Perron (2004), faktörleri hata parametresi gibi ele almışlardır ve birim kök testini oluşturmak için havuzlanmış faktörden ayrılmış verinin kullanılmasını önermişlerdir. Ortak faktörleri elimine etmek için panel veri faktör yükleri orthogonalleştirilecek şekilde tasarlanmıştır. Bu şekilde tasarlanan faktörlerden arındırılmış veri ve kalıntılar, artık yatay kesit bağımlılığı içermeyecektir. Ardından standart havuzlanmış t-istatistiği IPS'deki gibi gösterilebilir. Modifiye edilmiş havuzlanmış EKK tahmincisi faktörden arındırılmış veri kullanılarak elde edilir ve aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\hat{\rho}_{pool}^+ = \frac{tr(Z_{-1}Q_{\beta^0}Z') - nT\lambda_e^n}{tr(Z_{-1}Q_{\beta^0}Z'_{-1})}. \quad (3.130)$$

Bu formülasyon için gerekli tanımlamalar Moon ve Perron (2004) çalışmalarında mevcuttur. Moon ve Perron (2004), faktörden arındırılmış veriden elde ettiği bu tahminciyi kullanarak iki modifiye t istatistiği önermişlerdir bu istatistikler temel hipotez altında standart normal dağılıma sahiptir. Test istatistikleri aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$t_\alpha = \frac{T\sqrt{N}(\hat{\rho}_{pool}^+ - 1)}{\sqrt{2\gamma_e^4/w_e^4}} \xrightarrow{T, N \rightarrow \infty} N(0,1), \quad (3.131)$$

$$t_b = T\sqrt{N}(\hat{\rho}_{pool}^+ - 1) \sqrt{\frac{1}{NT^2} trace(Z_{-1}Q_{\Lambda}Z'_{-1}) \frac{w_e^2}{\gamma_e^4}} \xrightarrow{T, N \rightarrow \infty} N(0,1). \quad (3.132)$$

Burada w_e^2 , e_{it} kalıntılarının uzun dönem varyansı w_{ei}^2 'nin yatay kesit ortalamasını göstermektedir, γ_e^4 ise w_e^4 'ün yatay kesit ortalamasıdır.

3.3.6. Pesaran Panel Birim Kök Testi (2007)

Pesaran (2007) geliştirdiği birim kök testi için bireysel serilerin ilk farkları ve gecikme seviyelerinin yatay kesit ortalamalarını kullanarak standart genelleştirilmiş Dickey-Fuller regresyonlarını kurmuştur. Bu ortalamalar ve bu ortalamaların bireysel yatay kesit ortalamalarının ADF istatistikleri için yeni asimptotik sonuçlar elde etmiştir. Bu yeni test istatistiğini de CADF (cross-sectionally augmented DF) olarak adlandırmıştır. Bu CADF test istatistiğinin kritik değerlerini de geliştirmişlerdir.

Pesaran (2007) birim kök testinde yatay kesit bağımlılığını farklı şekillerde ele alan farklı istatistikler kullanılarak yeni test istatistikleri elde edilmiştir. Geliştirilen bu testte tahmin edilen faktörlerden sapmaları kullanan birim kök testleri yerine bireysel serilerin ilk farkları ve gecikme seviyelerinin yatay kesit ortalamaları için standart ADF regresyonları geliştirilmiştir. Sonrasında 3 ayrı test istatistiğinin modifiye edilmiş şekli kullanılmıştır. Bunlardan biri Im vd. tarafından geliştirilen IPS testinin değiştirilmiş versiyonudur. Bir diğeri Maddala ve Wu (1999) tarafından geliştirilen ters ki-kare test istatistiğidir, son olarak Choi (2001) tarafından geliştirilen ters normal testidir.

y_{it} t zamanında i yatay kesit birim gözlemlerinden oluşan değişken olmak üzere veri yaratma sürecinin aşağıda gösterilen basit dinamik doğrusal heterojen panel veri modeli ile oluşturulduğu varsayılmaktadır:

$$y_{it} = (1 - \phi_i)\mu_i + \phi_i y_{i,t-1} + u_{it}, \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T. \quad (3.133)$$

Burada u_{it} aşağıdaki şekilde tek faktör yapısına sahip hata terimidir:

$$u_{it} = \gamma_i f_t + \varepsilon_{it}, \quad (3.134)$$

f_t gözlenemeyen ortak etkilerdir ve ε_{it} bireysel-spesifik (özdeş) hatadır.

(3.133)ve (3.134) numaralı modeller aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \beta_i y_{i,t-1} + \gamma_i f_t + \varepsilon_{it}. \quad (3.135)$$

Burada $\alpha_i = (1 - \phi_i)\mu_i$, $\beta_i = -(1 - \phi_i)$ ve $\Delta y_{it} = y_{it} - y_{i,t-1}$. Birim kök hipotezi $\phi_i = 1$ durumu ile ilgilidir. Temel hipotez aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$H_0: \beta_i = 0 \text{ bütün } i\text{'ler için}. \quad (3.136)$$

Olası alternatif hipotezler ise aşağıdaki gibidir:

$$H_1: \beta_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, N_1, \beta_i = 0, \quad i = N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N, \quad (3.137)$$

Pesaran (2006) ortak faktör f_t yerine y_{it} değişkeninin yatay kesit ortalamalarının kullanılabileceğini söylemiştir. N yeterince büyük olduğu bir durum için, yatay kesit ortalamaları $\bar{y}_t = N^{-1} \sum_{j=1}^N y_{jt}$ ve gecikmeli değerleri $\bar{y}_{t-1}, \bar{y}_{t-2}, \dots$ şeklinde gösterilir.

Pesaran (2007), (3.136) nolu birim kök hipotezini sınamak için aşağıda gösterilen yatay kesitsel genelleştirilmiş DF (CADF) regresyonundan elde edilen b_i parametresinin EKK tahmininin t-oranını kullanmıştır:

$$\Delta y_{it} = a_i + b_i + c_i \bar{y}_{t-1} + d_i \Delta \bar{y}_t + e_{it}. \quad (3.138)$$

Hesaplanan t-istatistiği bu çalışmada $t_i(N, T)$ olarak şu şekilde gösterilmiştir:

$$t_i(N, T) = \frac{\Delta y_i' \bar{M}_w y_{i,-1}}{\hat{\sigma}_i(y_i' \bar{M}_w y_{i,-1})^{1/2}}. \quad (3.139)$$

(3.138) numaralı regresyon modeli CADF regresyonudur. Her bir birim için ayrı bir CADF regresyonu hesaplanır. (3.139) nolu t-istatistiği ise CADF istatistiği olarak adlandırılır. (3.139) nolu t-istatistiğinin formülünde yer alan gerekli tanımlamalar Pesaran (2007)'de ayrıntılı olarak verilmiştir.

CADF t-istatistiği kullanılarak IPS testinin yatay kesitsel geliştirilmiş versiyonuna dayanan CIPS istatistiği aşağıdaki şekildedir:

$$CIPS(N, T) = t - bar = N^{-1} \sum_{i=1}^N t_i(N, T). \quad (3.140)$$

Pesaran (2007) tarafından önerilen diğer test istatistikleri Maddala ve Wu (1999) ve Choi (2001) tarafından geliştirilen bireysel testlerin p-değerlerinin birleşimine dayanan test istatistikleridir. Maddala ve Wu (1999) tarafından önerilen ters ki-kare (Fisher) test istatistiği şu şekilde tanımlanır:

$$P(N, T) = -2 \sum_{i=1}^N \ln(p_{it}). \quad (3.141)$$

Burada p_{it} , i. bireysel yatay kesit biriminin birim kök testinin birleştirilmiş p-değeridir. Diğer bir olasılıksal test istatistiği ise Choi (2001) tarafından önerilen ters normal test istatistiğidir ve şöyledir:

$$Z(N, T) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \Phi^{-1}(p_{iT}). \quad (3.142)$$

CADF için hesaplanan kritik değerler Pesaran (2007) çalışmasında sabitli, trendli ve hem sabitli hem trendli durum için ayrı ayrı tablolaştırılarak verilmiştir.

3.3.7. Wu ve Lee Panel Birim Kök Testi (2009)

Wu ve Lee (2009), SUR modellerine dayalı doğrusal olmayan bir panel birim kök testi geliştirmişlerdir. Veri yaratma süreci doğrusal olmadığı zaman doğrusal birim kök testleri hatalı sonuçlar verecektir. Bu yüzden Wu ve Lee (2009), Breuer vd. (2001,2002) tarafından geliştirilen panel SURADF testine banzeyen doğrusal olmayan seriler için panel birim kök testini geliştirmişlerdir. Bu yeni testte SUR sürecinde, SURADF testinde kullanılan ADF regresyonları yerine Kapetanios vd. (2003) birim kök testine ait KSS regresyon denklemleri kullanılmıştır (Yılancı, 2012).

Kapetanios (2003) tarafından geliştirilen KSS denkleminin sistem denklemleri olarak genelleştirilmiş gösterimi Wu ve Lee (2009) tarafından aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\Delta y_{k,t} = \delta_k y_{k,t-1}^3 + \sum_{j=1}^{p_k} \eta_{k,j} \Delta y_{k,t-j} + \varepsilon_{k,t}, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (3.143)$$

Bu test için temel hipotez ve alternatif hipotezler aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$H_0^k: \beta_k = 0; \quad H_1^k: \beta_k < 0 \quad \forall k = 1, 2, \dots, N. \quad (3.144)$$

(3.143) numaralı model SUR ile tahmin edildikten sonra, $y_{k,t}$ serisinin durağanlığını test etmek için t-istatistiği hesaplanır. Test istatistikleri standart olmayan dağılım gösterdikleri için kritik değerler bootstrap ile elde edilmiştir.

3.3.8. Sul Panel Birim Kök Testi (2009)

Sul (2009) özellikle $T > N$ durumunda güçlü ve hassas iki birim kök testi önermiştir. Geliştirdiği birim kök testinde yinelemeli ortalama düzeltme (RMA-recursive mean adjustment) methodundan yararlanmıştır. Yatay kesit bağımlılığı altında paneldeki birim kökün varlığını test etmek için kullanılan RMA methodu So ve Shin (1999) ve Shin ve So (2001) tarafından geliştirilmiştir. Yatay kesit bağımlılığı altında ortak faktör modeli aşağıdaki şekilde gösterilmektedir:

$$y_{it} = \lambda_i' F_t + y_{it}^0 \quad i = 1, \dots, N \quad \text{ve} \quad t = 1, \dots, T. \quad (3.145)$$

Burada F_t , $k \times 1$ boyutlu ortak faktörler vektörü, λ_i , $k \times 1$ boyutlu faktör yükleri katsayıları vektörü, k ortak faktör sayısı ve y_{it}^0 özdeş hatadır. Bu modele göre y_{it} ,

sadece F_t ve y_{it}^0 vektörlerinin her ikisinin de $I(0)$ olduğu durumda, $I(0)$ 'dır. Sul bu ifadeyi aşağıdaki şekilde göstermiştir:

$$y_{it} \sim I(0) \Leftrightarrow F_t \sim I(0) \text{ ve } y_{it}^0 \sim I(0), \quad (3.146)$$

$$y_{it} \sim I(1) \Leftrightarrow F_t \sim I(1) \text{ ve } y_{it}^0 \sim I(1). \quad (3.147)$$

Yatay kesit bağımlılığını bu ortak faktörler modeli ile dikkate alan birim kök testini ilk olarak Bai ve Ng (2004) önermiştir. Bai ve Ng (2004) tarafından önerilen bu testler ortak faktörlerin temel bileşenler tahminine dayanmaktadır. Ancak bu teknik sadece T ve N büyükken geçerlidir. T veya N gözlemlerinden herhangi birinin sayısı 20'den azsa ortak faktörlerin sayısı ve faktörlerin kendisi oldukça zor tahmin edilir. Sul (2009) bu eksikliği gidermek için ardışık iki panel birim kök testi geliştirmiştir. İlk test ortak faktörlerin $I(1)$ olduğu durumu test etmek için yenilemeli ortalama düzeltme modeline dayanan "kovaryans birim kök testidir", ve bu test için faktör olarak y_{it} 'nin ortalaması kullanılmıştır. Önerilen ikinci bir test ise y_{it}^0 durağan dışıyken kullanılan yinelemeli ortalama düzeltmeye dayanan panele uygulanabilir genelleştirilmiş birim kök testidir (PF-RMA, Panel Feasible Generalized Unit Root with Recursive Mean Adjustment). Sul (2009) ilk olarak ikinci test olan PF-RMA testinin işleyişini göstermiştir. Varsayımsal olarak ortak faktörlerin durağan olduğu varsayılır.

PF-RMA testi için ilk olarak oluşturulan model aşağıdaki gibidir:

$$\text{Sabitli model (M1): } y_{it} = a_i + x_{it}, \quad x_{it} = \rho x_{it-1} + \varepsilon_{it} \quad (3.148)$$

$$\text{Trendli model (M2): } y_{it} = a_i + b_i + x_{it}, \quad x_{it} = \rho x_{it-1} + \varepsilon_{it}. \quad (3.149)$$

Burada ε_{it} durağan süreç ve x_{it} 'nin başlangıcı $x_{i0} = O_p(1)$ ve $\{\varepsilon_{it}\}_{t \geq 1}$ otokorelasyonsuzdur. Bütün i 'ler için birim kök temel hipotezi altında $\rho = 1$ 'dir. $c_{it-1} = \frac{1}{t-1} \sum_{s=1}^t y_{is}$ şeklinde tanımlanmıştır. Sul (2009) ilk olarak homojenlik varsayımı altında aşağıdaki basit panel AR(p) modellerini önermiştir:

$$\text{M1 için: } y_{it} - c_{it-1} = \rho(y_{it-1} - c_{it-1}) + \sum_{j=1}^p \phi_{ij} \Delta y_{it-j} + e_{it} \quad (3.150)$$

$$\text{M2 için: } y_{it} - 2c_{it-1} = \beta_i + \rho(y_{it-1} - 2c_{it-1}) + \sum_{j=1}^p \phi_{ij} \Delta y_{it-j} + e_{it} \quad (3.151)$$

M1 için ilk olarak Shin ve So (2001) tarafından önerilen ortak yinelemeli ortalama kullanılmıştır. M2 için ise Sul (2009) çift yinelemeli ortalama methodu şeklinde yeni bir öneride bulunmuştur. Doğrusal trendi modelden tamamen arındırabilmek için basit bir dönüştürme düşünmüştür. M2 modeli veriyken, $\bar{y}_{it-1} = (t-1)^{-1} \sum_{s=1}^{t-1} y_{is} = a_i + \frac{1}{2} b_i(t-1) + \bar{x}_{it-1}$ 'dir. y_{it-1} 'den $\bar{y}_{it-1}$ iki kez çıkartılır ve böylece y_{it} elde edilir.

$$y_{it-1} - 2\bar{y}_{it-1} = -a_i + (x_{it-1} - 2\bar{x}_{it-1}) \quad (3.152)$$

$$y_{it} - 2\bar{y}_{it-1} = -a_i + b_i + (x_{it} - 2\bar{x}_{it-1}). \quad (3.153)$$

Bu şekilde doğrusal trend terimi tamamen elimine edilir. $\rho_i = 1$ temel hipotezi altında trendden arındırılma işlemi yapılmıştır, ancak sabit terim hala mevcuttur. Ortalama düzeltme genel olarak şöyle gösterilebilir:

$$y_{it} - \bar{y}_i - 2(\bar{y}_{it-1} - \mu_i) = \rho_i [y_{it-1} - \bar{y}_{i-1} - 2(\bar{y}_{it-1} - \mu_i)] + (e_{it} - \bar{e}_i). \quad (3.154)$$

Burada $\mu_i = (T-1)^{-1} \sum_{t=2}^T \bar{y}_{i-1}$, $\bar{y}_{i-1} = (T-1)^{-1} \sum_{t=2}^T y_{it-1}$ ve $e_{it} = -2(1 - \rho_i)\bar{x}_{it-1} + \varepsilon_{it}$. Monte Carlo simülasyonu ile bu test için iyi özelliklere sahip tahminci üretilmiştir.

y_{it} yatay kesit bağımlılığı içeriyorsa PFGLS-RMA (Panel Feasible Generalized Least Squares Recursive Mean Adjustment) tahmincisi kovaryans matrisinin tahminini gerektirir. Sul (2009) kovaryans tahmincisini daha doğru tahmin edebilmek iki adımdan oluşan bir yol izlemiştir. İlk adımda (3.151) numaralı eşitlikteki $\hat{\rho}_{PRMA}$ tahmincisi ρ 'nun gerçek değeri olarak kullanılır ve aşağıdaki regresyon kullanılarak ε_{it}^* elde edilir. $\hat{\rho}_{PRMA} > 1$ ise $\hat{\rho}_{PRMA} = 1$ olarak kabul edilir.

$$\text{M1 için: } y_{it} - \hat{\rho}_{PRMA} y_{it-1} = a_i + \sum_{j=1}^p \phi_{ij} \Delta y_{it-j} + \varepsilon_{it}^* \quad (3.155)$$

$$\text{M2 için: } y_{it} - \hat{\rho}_{PRMA} y_{it-1} = a_i + \beta_i t + \sum_{j=1}^p \phi_{ij} \Delta y_{it-j} + \varepsilon_{it}^*. \quad (3.156)$$

Model 1 ve 2 için dönüştürülmüş modeller aşağıda verildiği şekildedir:

$$\text{M1 için: } y_{it}^+ - c_{it-1}^+ = \rho(y_{it-1}^+ - c_{it-1}^+) + \sum_{j=1}^p \phi_{ij} \Delta y_{it-j}^+ + e_{it}^+ \quad (3.157)$$

$$\text{M2 için: } y_{it}^+ - 2c_{it-1}^+ = \beta_i + \rho(y_{it-1}^+ - 2c_{it-1}^+) + \sum_{j=1}^p \phi_{ij} \Delta y_{it-j}^+ + e_{it}^+. \quad (3.158)$$

$$t^{rc} = \frac{\hat{\rho}^{rc}}{\sqrt{V(\hat{\rho}^{rc})}} \text{ ve } t^{rT} = \frac{\hat{\rho}^{rT}}{\sqrt{V(\hat{\rho}^{rT})}}. \quad (3.159)$$

Bu test istatistiklerinde verilen $\hat{\rho}^{rc}$ ve $\hat{\rho}^{rT}$, (3.158) numaralı eşitliklerdeki ρ katsayılarının nokta tahminleridir. Temel ve alternatif hipotezler şu şekildedir:

$$H_0: \rho_i = 1 \text{ bütün } i' \text{ ler için, } H_A: \rho_i < 1 \text{ bütün } i' \text{ ler için.}$$

Sul (2009) tarafından önerilen diğer bir birim kök testi kovaryans birim kök testidir. N veya T, 20'den küçük ise ortak faktörleri ve faktör sayılarını tahmin etmek zordur. Bu sorunun üstesinden gelebilmek için ortak faktörler yaklaşımı olarak y_{it} 'nin yatay kesit ortalamalarının kullanılması önerilmiştir. $\bar{y}_t$ yatay kesit ortalaması olmak üzere aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

$$\bar{y}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{it} = \sum_{s=1}^K \bar{\lambda}_s F_{st} + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{it}^0 := \bar{F}_t + M_t. \quad (3.160)$$

Model 1 ve 2 için modifiye edilmiş RMA kovaryans genelleştirilmiş DF regresyonu şu şekilde verilmiştir:

$$M1: \quad \bar{y}_t - c_{t-1} = \rho(\bar{y}_{t-1} - c_{t-1}) + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta \bar{y}_{t-j} + \sum_{j=-q_2}^{q_1} \psi_j \Delta g_{t-j} + u_t \quad (3.161)$$

M2:

$$\bar{y}_t - 2c_{t-1} = \beta + \rho(\bar{y}_{t-1} - 2c_{t-1}) + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta \bar{y}_{t-j} + \sum_{j=-q_2}^{q_1} \psi_j \Delta g_{t-j} + u_t. \quad (3.162)$$

Kovaryans RMA (CRMA) test istatistikleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$t_{crma}^{rc} = (\hat{\rho}_{crma}^{rc} - 1) / \sqrt{V(\hat{\rho}_{crma}^{rc})}, \quad (3.163)$$

$$t_{crma}^{rT} = (\hat{\rho}_{crma}^{rT} - 1) / \sqrt{V(\hat{\rho}_{crma}^{rT})}. \quad (3.164)$$

3.3.9. Bai ve Ng Panel Birim Kök Testi (2010)

Panel birim kök sınamaları oluşturulurken yatay kesit bağımlılığını dikkate almanın en etkili yolunun verilerden ortak faktörlerin ayrıştırılması şeklinde bir genel kabul vardır. Ancak Bai ve Ng (2010) bir test oluştururken ayrıştırılmış kalıntıların kullanılmasının pek çok yolunun olduğunu ifade etmişlerdir. Ortak bileşenli ve özdeş

(idiosyncratic) hataların durağan dışılığının panel analizi için yeni iki test geliştirmişlerdir. Ortak bileşenli ve özdeş durağan dışı bu panel kalıntıları Bai ve Ng (2010) tarafından PANIC (Panel Analysis of Nonstationarity in Idiosyncratic and Common Components) kalıntıları olarak adlandırılır. Bai ve Ng (2004) PANIC çerçevesini çizerek ortak faktörleri ve özdeş hataları ayrı ayrı test etmeyi öermişlerdir. Bai ve Ng (2010) testinde önce havuzlanmış bir otoregresif katsayı tahmin edilir ve basit bir örneklem momenti kullanılır. Bai ve Ng (2010), havuzlanmış otoregresif kök tahmin sürecinde verinin trendden ayrıştırılması EKK ile gerçekleştirilirse testlerin gücünün zayıflayacağını göstermişlerdir. Veri hangi yolla faktörlerine ayrılacak olursa olsun buldukları sonucun geçerli olduğunu ifade etmişlerdir.

Bai ve Ng (2010), havuzlanmış otoregresif katsayı tahminlerinin sonlu örneklem özelliklerini araştırmışlardır. Bunun için ilk olarak PANIC kalıntılarını kullanarak MP tipi bir test geliştirmişlerdir ve Sargan-Bhargava testinin değiştirilmiş bir panel versiyonunu kullanmışlardır. Sargan-Bhargava (PMSB- panel version of the modified Sargan-Bhargava) testi ise PANIC kalıntılarının örneklem momentlerini kullanmaktadır.

Bai ve Ng (2010) veri yaratma sürecini aşağıdaki şekilde göstermiştir:

$$X_{it} = D_{it} + \lambda_i' F_t + e_{it}, \quad (3.165)$$

$$(1 - L)F_t = C(L)\eta_t, \quad (3.166)$$

$$e_{it} = \rho_i e_{it-1} + \varepsilon_{it}. \quad (3.167)$$

Burada F_t $r \times 1$ boyutlu ortak faktörler vektörüdür birimler boyunca korelasyonu içerir, λ_i $r \times 1$ boyutlu faktör yükleri vektörüdür, e_{it} özdeş hatadır ve $C(L)$ $r \times r$ boyutlu L gecikme operatörünün polinomlarını içeren bir matristir ve $C(L) = \sum_{j=0}^{\infty} C_j L^j$ 'dir. $D_{it} = \sum_{j=0}^p \delta_{ij} t^j$, deterministik bileşendir. $p=0$ olduğu durumda $D_{it} = \delta_i$, birim spesifik sabit etkidir ve $p=1$ olduğunda ayrıca birim spesifik zaman etki mevcuttur. Deterministik terimin olmama durumunda D_{it} yoktur ve $p=-1$ ile gösterilir.

Bu veri yaratma süreci altında ilk farklara temel bileşenler methodu uygulanmıştır. Modelde trend yokken ya da sadece sabitli model için ilk farklar modeli aşağıdaki gibidir:

$$\Delta X_{it} = \lambda'_i \Delta F_t + \Delta e_{it}. \quad (3.168)$$

$x_{it} = \Delta X_{it}$, $f_t = \Delta F_t$ ve $z_{it} = \Delta e_{it}$ olmak üzere

$$x_{it} = \lambda'_i f_t + z_{it}. \quad (3.169)$$

Bu bir pür faktör modelidir. Burada $(\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_N)$ ve $(\hat{f}_2, \dots, \hat{f}_T)$ ve $\hat{z}_{it}$ bütün i ve t'ler için tahmin edilebilir.

$$\hat{F}_t = \sum_{s=2}^t \hat{f}_s \text{ ve } \hat{e}_{it} = \sum_{s=2}^t \hat{z}_{is}. \quad (3.170)$$

Bai ve Ng (2004) $\hat{F}_t$ 'deki stokastik trendin sayısını belirlemek için asimptotik olarak geçerli bir prosedür belirlemişlerdir, $\hat{e}_{it}$ eğer I(1) ise test etmek için ADF regresyonları kullanmışlardır ve eğer panel I(1) ise bireysel tetslerin havuzlanmış p değerleri kullanılarak test edilir. π_i i. yatay kesit birimi için ADF testinin p-değeri olmak üzere havuzlanmış test aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$P_{\hat{e}} = \frac{-2 \sum_{i=1}^N \log \pi_i - 2N}{\sqrt{4N}}. \quad (3.171)$$

Bu test asimptotik olarak standart normal dağılımlıdır. $P_{\hat{e}}$ özdeş hatalardaki AR(1) katsayısının tahmini için, havuzlanmış EKK kullanımını gerektirmediği anlamına gelir. Havuzlanmış ρ değerleri daha çok birimlerde heterojenliğe izin verildiği durumlarda avantajlıdır. Ancak ρ 'nun havuzlanmış tahminine dayalı bir test PANIC ile kolayca tahmin edilebilir. Özel olarak $\rho = -1,0$ veya 1 şeklinde veri yaratma süreci için Havuzlanmış EKK modeli aşağıdaki gibidir:

$$\hat{e}_{it} = \rho \hat{e}_{it-1} + \varepsilon_{it} \quad (3.172)$$

$$\hat{\rho} = \frac{tr(\hat{e}'_{-1} \hat{e})}{tr(\hat{e}'_{-1} \hat{e}_{-1})}. \quad (3.173)$$

Burada $\hat{e}_{-1}$ ve $\hat{e}$, $(T-2) \times N$ boyutlu matrislerdir.

Sapması düzeltilmiş havuzlanmış PANIC otoregresif tahminci ρ ve test istatistikleri deterministik bileşenin modellenmesine bağlı olarak aşağıdaki şekillerde değişir:

$$p=-1 \text{ ve } 0 \text{ için} \quad (3.174)$$

$$\hat{\rho}^+ = \frac{tr(\hat{e}'_{-1}\hat{e}) - NT\hat{\lambda}_\varepsilon}{tr(\hat{e}'_{-1}\hat{e}_{-1})}. \quad (3.175)$$

Test istatistikleri:

$$P_a = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho}^+ - 1)}{\sqrt{2\hat{\phi}_\varepsilon^4/\hat{\omega}_\varepsilon^4}}, \quad (3.176)$$

$$P_b = \sqrt{NT}(\hat{\rho}^+ - 1) \sqrt{\frac{1}{NT^2} tr(\hat{e}'_{-1}\hat{e}_{-1}) \frac{\hat{\omega}_\varepsilon^2}{\hat{\phi}_\varepsilon^4}}. \quad (3.177)$$

$p=1$ için;

$$\hat{\rho}^+ = \frac{tr(\hat{e}'_{-1}\hat{e})}{tr(\hat{e}'_{-1}\hat{e}_{-1})} + \frac{3}{T} \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\hat{\omega}_\varepsilon^2} = \hat{\rho} + \frac{3}{T} \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\hat{\omega}_\varepsilon^2}. \quad (3.178)$$

Test istatistikleri:

$$P_a = \frac{\sqrt{NT}(\hat{\rho}^+ - 1)}{\sqrt{(36/5)\hat{\phi}_\varepsilon^4\hat{\sigma}_\varepsilon^4/\hat{\omega}_\varepsilon^4}}, \quad (3.179)$$

$$P_b = \sqrt{NT}(\hat{\rho}^+ - 1) \sqrt{\frac{1}{NT^2} tr(\hat{e}'_{-1}\hat{e}_{-1}) \frac{5}{6} \frac{\hat{\omega}_\varepsilon^6}{\hat{\phi}_\varepsilon^4\hat{\sigma}_\varepsilon^4}}. \quad (3.180)$$

3.3.10. Hadri ve Kurozumi Panel Birim Kök Testi (2012)

Hadri ve Kurozumi (2012) ortak faktörün yapısında yatay kesit bağımlılığının bulunduğu heterojen panel veri için temel hipotezi durağanlık olan birim kök testi geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri bu test ayrıca otokorelasyonu da dikkate almaktadır.

Bu test için kullanılan model aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$y_{it} = z'_t\delta_i + f_t\gamma_i + \varepsilon_{it}, \quad (3.181)$$

$$\varepsilon_{it} = \phi_{i1}\varepsilon_{it-1} + \dots + \phi_{ip}\varepsilon_{it-p} + v_{it}, \quad i=1,\dots,N \quad t=1,\dots,T. \quad (3.182)$$

Burada z_t deterministik terimdir. z_t 'nin modellenmesinde genellikle kullanılan modeller ya $z_t = z_t^\mu = 1$ ya da $z_t = z_t^\tau = [1, t]'$ şeklindedir. Hadri ve Kurozumi bu iki durumu da dikkate almışlardır. $Z=1$ olduğunda $\delta_i = \alpha_i$ ve $z = [1, t]'$ olduğunda ise $\delta_i = [\alpha_i, \beta_i]'$ şeklinde tanımlanmıştır. (3.181) nolu modelde $z_t' \delta_i$ birim etkiler, f_t bir boyutlu gözlenemeyen ortak faktör, γ_i faktör yükü ve ε_{it} birim spesifik (özdeş) hatadır ve AR (p) sürecine uyar.

Bu testin temel hipotezi durağanlıktır ve hipotezler şu şekilde verilmiştir:

$$H_0: \phi_i(1) \neq 1 \quad \forall_i \quad (3.183)$$

$$H_1: \phi_i(1) = 0 \text{ bazı } i' \text{leri için} \quad (3.184)$$

$$\phi_i(L) = 1 - \phi_{i1}L - \dots - \phi_{ip}L^p. \quad (3.185)$$

Yatay kesit bağımlılığı durumunu hesaba katabilmek için $w_t = [z_t', \bar{y}_t, \bar{y}_{t-1}, \dots, \bar{y}_{t-p}]$ üzerine y_{it} regresyonu kurulur ve test istatistiği Hadri (2000) tarafından yapılan çalışmadaki gibi oluşturulur:

$$Z_A = \frac{\sqrt{N}(\overline{ST} - \xi)}{\zeta}, \quad (3.186)$$

$$\text{Burada } \overline{ST} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ST_i \quad (3.187)$$

$$ST_i = \frac{1}{\hat{\sigma}_i^2 T^2} \sum_{t=1}^T (S_{it}^w)^2 \quad S_{it}^w = \sum_{s=1}^t \hat{\varepsilon}_{is}, \quad \hat{\sigma}_i^2 \text{ ise uzun dönem varyans tahmincisidir.}$$

$$\begin{cases} \xi = \xi_\mu = \frac{1}{6}, & \zeta^2 = \zeta_\mu^2 = \frac{1}{45}, & z_t = z_t^\mu = 1 \text{ olduğunda} \\ \xi = \xi_T = \frac{1}{15}, & \zeta^2 = \zeta_\tau^2 = \frac{11}{6300}, & z_t = z_t^\tau = [1, t]' \text{ olduğunda} \end{cases}.$$

Z_A test istatistiği geliştirilmiş panel KPSS test istatistiği olarak isimlendirilir.

Hadri ve Kurozumi (2012) tarafından önerilen bir başka method Sul vd. (2005) tarafından önerilen methoddur. İlk olarak aşağıdaki Ar (p) modeli oluşturulur:

$$y_{it} = z_t' \hat{\delta}_i + \hat{\phi}_{i1} y_{it-1} + \dots + \hat{\phi}_{ip} y_{it-p} + \hat{\psi}_{i0} \bar{y}_t + \hat{\psi}_{ip} \bar{y}_{t-p} + \hat{v}_{it}. \quad (3.188)$$

Uzun dönem varyansı şu şekilde elde edilir:

$$\hat{\sigma}_{iSPC}^2 = \frac{\hat{\sigma}_{vi}^2}{(1-\hat{\phi}_i)^2}. \quad (3.189)$$

Burada $\hat{\phi}_i = \min \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{T}}, \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_{ij} \right\}$ ve $\hat{\sigma}_{vi}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{v}_{it}^2$.

Bu tanımlamalardan sonra Z_A^{SPC} olarak adlandırılan test istatistiği aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$ST_i^{SPC} = \frac{1}{\hat{\sigma}_{iSPC}^2 T^2} \sum_{t=1}^T (S_{it}^w)^2. \quad (3.190)$$

Hadri ve Kurozumi (2012) tarafından önerilen diğer bir yöntem Choi (1993) ve Toda ve Yamamoto (1995) tarafından geliştirilen genelleştirilmiş gecikme methodudur. Burada kurulan model AR (p+1) modelidir:

$$y_{it} = z_t' \tilde{\delta}_i + \tilde{\phi}_{i1} y_{it-1} + \dots + \tilde{\phi}_{ip} y_{it-p} + \tilde{\phi}_{ip+1} y_{it-p-1} + \tilde{\psi}_{i0} \bar{y}_t + \tilde{\psi}_{ip} \bar{y}_{t-p} + \tilde{v}_{it}. \quad (3.191)$$

Z_A^{LA} olarak adlandırılan test istatistiği aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$ST_i^{LA} = \frac{1}{\hat{\sigma}_{iLA}^2 T^2} \sum_{t=1}^T (S_{it}^w)^2. \quad (3.192)$$

Burada $\hat{\sigma}_{iLA}^2 = \frac{\hat{\sigma}_{vi}^2}{(1-\tilde{\phi}_{i1}-\dots-\tilde{\phi}_{ip})^2}$, dir. Z_A^{SPC} ve Z_A^{LA} asimptotik olarak standart normal dağılıma uyarlar.

3.3.11. Pesaran, Smith ve Yamagata Panel Birim Kök Testi (2013)

Pesaran, Smith ve Yamagata (2013) çok faktörlü hata yapısı durumu için Pesaran (2007) tarafından önerilen CIPS testini genişletmişlerdir ve yatay kesit durumuna genişletilmiş Sargan-Bhargava istatistiğinin (CSB) ortalamasına dayalı yeni bir panel birim kök testi önermişlerdir.

Panel birim kök testlerinde 3 temel yaklaşım mevcuttur. Bunlardan ilki Maddala ve Wu (1999) tarafından önerilip Chang (2004), Smith vd. (2004), Cerrato ve Sarantis (2007) ve Palm vd. (2011) tarafından geliştirilen bootstrap methodudur. Bu yaklaşımdaki genel yatay kesitlerin bağımlı yapılarına izin verir, büyük T ve küçük N durumu için uygulanmaları uygun olur. İkinci yaklaşım Bai ve Ng (2004, 2010) tarafından önerilen

gözlenen y_{it} serisinin parçalarına ayrılmasına dayanan birim kök testi yaklaşımıdır. Değişken ortak faktörler ve özdeş hatalar olmak üzere iki gözlenemeyen bileşene ayrılır ve bu bileşenlerin her ikisine de birim kök testi uygulanır. Ayrıca gözlenemeyen ortak faktörlerin bütünleşik olup olmadığı da test edilebilir. Bu yaklaşım PANIC (panel analysis of nonstationarity in idiosyncratic and common components) yaklaşımı olarak bilinir ve gözlenen serilerdeki birim köklerin dolaylı olarak test edilmesini sağlar. Faktörler Δy_{it} 'nin temel bileşenleri m^0 'dan tahmin edilir. Doğru faktör sayısı m^0 'ın bilindiği veya gözlemlerden tahmin edildiği varsayılır. Eğer tahmin edilen faktörlerin birim kök içerdiği sonucuna varılırsa ve bütünleşik değilse N tane serinin 1. dereceden bütünleşik olduğu sonucuna varılır. Eğer faktörlerdeki birim kökün mevcudiyeti reddedilirse, ikinci aşamada PANIC prosedürüne göre N özdeş hatalara panel birim kök testi uygulanır. Tahmin edilen özdeş hatalar ayrıştırılmış gözlemlerden elde edilir ve bu kalıntılara PANIC kalıntıları denir. Moon ve Perron (2004)'da benzer bir yaklaşım kullanır, geliştirdikleri test ortak faktör temel bileşen tahmincilerine dayanır. Bai ve Ng (2010) PANIC kalıntılarına uygulanan iki ayrı panel birim kök testi önermişlerdir. İlk önerdikleri test Moon ve Perron (2004)'dakine benzerdir ve PANIC kalıntılarına uygulanan otoregresif köklerin havuzlanmış tahminine dayanır ve ikinci testte ise Sargan- Bhargava testinin panel veri için değiştirilmiş şeklini (PMSB) kullanmışlardır. Üçüncü yaklaşım Pesaran (2007) tarafından önerilen yatay kesit bağımlılığını hesaba katan genişletilmiş birim Dickey-Fuller (DF) regresyonlarıdır. Bu yatay kesitsel genişletilmiş DF regresyonlarına hatalarda oluşabilecek mümkün serisel ilişkileri giderebilmek için gecikmeler eklenebilir. Bu ikili ADF regresyonları CADF regresyonları şeklinde isimlendirilir. Panel birim kök test istatistiklerini hesaplamak için bu hesaplanan CADF istatistiklerinin ortalaması alınır. Ortalama istatistiği hata parametreleri ile alakasızdır ancak birimlerin sıfır olmayan yatay bağımlılığından dolayı ortalama istatistiği N ve $T \rightarrow \infty$ olsa bile normal olmayan limit dağılımına sahiptir. Ayrıca tek bir ortak faktörün gözlemlendiği durumda Pesaran (2007) testinin küçük örneklem özelliklerinin iyi olduğu gözlenmektedir ancak ortak faktörlerin sayısı biri aşarsa boyut bozukluğu problemi ile karşılaşmaktadır.

Pesaran vd. (2013), Pesaran (2007) CIPS testini çok faktörlü bir hata yapısına genişletmişlerdir. CSB olarak belirtilen bu test istatistiği, Bai ve Ng (2010) tarafından panel birim kök testi olarak tasarlanan ve genişletilmiş yatay kesitsel Sargan-Bhargava

tipi istatistiğine dayanır. Çoklu gözlenemeyen faktör yapısı için Pesaran vd. (2013), k tane ek x_{it} değişkenin bilgisinin kullanılmasını önermişlerdir. Bu ek değişkenlerin hep birlikte ilgili seri y_{it} ile aynı faktörleri paylaştığı varsayılır. İlk olarak doğru faktör sayısı olan m^0 biliniyor varsayılır ve $k \geq m^0 - 1$ olduğu sürece CIPS ve CSB testlerinin limit dağılımlarının hata parametrelerine bağlı olmadıkları gösterilmiştir.

CIPS testi için model aşağıdaki şekilde oluşturulmuştur:

$$\Delta y_{it} = \beta_i (y_{i,t-1} - \alpha'_{iy} \mathbf{d}_{t-1}) + \alpha'_{iy} \Delta \mathbf{d}_t + u_{it}. \quad (3.193)$$

Burada $\beta_i \leq 0$, $\mathbf{d}_t = (1, t)'$, 2×1 boyutlu sabit ve lineer trend vektörüdür, $\mathbf{d}_0 = 0$ ve $\Delta \mathbf{d}_1 = (0, 1)'$ varsayılmaktadır. Bu testte çoklu hata yapısı için Pesaran (2007)'in tek faktörlü hata yapısı genişletilerek aşağıdaki model oluşturulmuştur:

$$u_{it} = \gamma'_{iy} f_t + \varepsilon_{iyt}. \quad (3.194)$$

Burada f_t $m^0 \times 1$ boyutlu gözlenemeyen etkiler vektörü, γ_{iy} ilişkili faktör yükleri vektörü ve ε_{iyt} özdeş bileşendir. (3.193) ve (3.194) nolu modeller aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Delta y_{it} = \beta_i (y_{i,t-1} - \alpha'_{iy} \mathbf{d}_{t-1}) + \alpha'_{iy} \Delta \mathbf{d}_t + \gamma'_{iy} f_t + \varepsilon_{iyt}. \quad (3.195)$$

Birim kökün varlığını ve yatay birimlerin bütünleşik olmadığını söyleyen temel hipotez ve alternatifi aşağıdaki gibi gösterilmiştir:

$$H_0: \beta_i = 0 \text{ bütün } i' \text{leri için} \quad (3.196)$$

$$H_1: \beta_i < 0 \quad i = 1, 2, \dots, N_1 \quad (3.197)$$

$$H_1: \beta_i = 0 \quad i = N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N. \quad (3.198)$$

Temel hipotez altında (3.195) nolu model şu şekilde yazılabilir:

$$y_{it} = y_{i0} \alpha'_{iy} \mathbf{d}_t + \gamma'_{iy} s_{ft} + s_{iyt} \quad (3.199)$$

$$i=1, \dots, N; t=1, \dots, T$$

$$s_{ft} = f_1 + f_2 + \dots + f_t \text{ ve } s_{iyt} = \varepsilon_{iy1} + \varepsilon_{iy2} + \dots + \varepsilon_{iyt}. \quad (3.200)$$

Pesaran vd. (2013), geliştirdikleri bu yaklaşımlarının, Bai veNg (2004) PANIC yaklaşımlarıyla ilişkisini göstermek için aşağıdaki yapıyı kullanmışlardır:

$$y_{it} = \mu_i + \gamma'_{iy} F_t + e_{iyt} \quad (3.201)$$

$$\Delta F_t = C(L)v_t \quad (3.202)$$

$$(1 - \rho_i L)e_{iyt} = \varepsilon_{iyt}.$$

Burada $\text{rank}(C(1))=r$, $0 \leq r \leq m^0$ ve r faktörlerin sayısıdır ve $I(1)$ 'dir. $\varepsilon_{iyt} \sim i.i.d. (0, \sigma_\varepsilon^2)$. (3.201) ve (3.202) nolu modeller aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\Delta y_{it} = \beta_i(y_{i,t-1} - \mu_i + \gamma'_{iy} F_{t-1}) + \gamma'_{iy} \Delta F_t + \varepsilon_{iyt}. \quad (3.203)$$

Burada $\beta_i = -(1 - \rho_i)$. $H_0: \beta_i = 0$ şeklindedir.

$m^0 = 1$ durumunda Pesaran (2007), $f_t \sim I(0)$ ile $\beta_i = 0$ varsayımlarını test etmek için gözlenemeyen f_t için vekil değişkenler kullanarak y_{it} 'nin gecikmeli ve şuanlı yatay kesit ortalamalarının ADF regresyonlarını önermişlerdir. $m^0 > 1$ için ise y_{it} 'ye ek olarak k adet gözlem eklenir ve x_{it} şeklinde gösterilmiştir. $k \times 1$ boyutlu ek değişkenler vektörünün genel doğrusal süreci aşağıdaki şekildedir:

$$\Delta x_{it} = A_{ix} \Delta d_t + \Gamma_{ix} f_t + \varepsilon_{ixt}, \quad i=1, \dots, N; \quad t=1, \dots, T. \quad (3.204)$$

Burada;

$x_{it} = (x_{i1t}, x_{i2t}, \dots, x_{ikt})'$, $\Gamma_{ix} = (\gamma_{ix1}, \gamma_{ix2}, \dots, \gamma_{ixk})'$, $A_{ix} = (a_{ix1}, a_{ix2}, \dots, a_{ixk})'$ ve ε_{ixt} özdeş bileşendir.

$$x_{it} = x_{i0} + A_{ix} d_t + \Gamma_{ix} s_{ft} + s_{ixt}. \quad (3.205)$$

Burada $s_{ixt} = \sum_{s=1}^t \varepsilon_{ixs}$. (3.199) nolu ve (3.205) nolu eşitliklerin birleşiminden aşağıdaki modeli elde etmişlerdir:

$$z_{it} = z_{i0} + \Gamma_i s_{ft} + A_i d_t + s_{it}. \quad (3.206)$$

Burada $z_{it} = (y_{it}, x'_{it})'$, $\Gamma_i = (\gamma_{iy}, \gamma'_{ix})'$, $A_i = (a_{iy}, a'_{ix})'$ ve $s_{it} = (s_{iyt}, s'_{ixt})'$.

Yamagata vd. (2013) tarafından geliştirilen panel birim kök testi aşağıda verilen b_i EKK tahmincisinin t-oranına dayalıdır:

$$\Delta y_{it} = b_i y_{it-1} + c'_i \bar{z}_{t-1} + h'_i \Delta \bar{z}_t + g'_i d_t + \epsilon_{it}. \quad (3.207)$$

$\hat{b}_i$ 'nin t-oranı aşağıdaki şekildedir:

$$t_i(N, T) = \frac{\Delta y'_i \bar{M} y_{i,-1}}{\hat{\sigma}_i (y'_{i,-1} \bar{M} y_{i,-1})^{1/2}} \quad (3.208)$$

$$= \frac{\sqrt{T-2k-5} \Delta y'_i \bar{M} y_{i,-1}}{(\Delta y'_i \bar{M} y_{i,-1})^{1/2} \hat{\sigma}_i (y'_{i,-1} \bar{M} y_{i,-1})^{1/2}}. \quad (3.209)$$

Panel birim kök testi için t-oranlarının ortalaması alınarak CIPS test istatistiği elde edilir:

$$CIPS_{NT} = N^{-1} \sum_{i=1}^N t_i(N, T). \quad (3.210)$$

Bu test istatistiği Im vd. (2003) tarafından geliştirilen IPS test istatistiğinin yatay kesit bağımlılığı için geliştirilmiş şeklidir. Pesaran (2007) tarafından geliştirilmiş bu test istatistiğinin kesikli versiyonu şöyledir:

$$CIPS_{NT}^* = N^{-1} \sum_{i=1}^N t_i^*(N, T), \quad (3.211)$$

$$t_i^*(N, T) = \begin{cases} t_i(N, T), & -K_1 < t_i(N, T) < K_2 \text{ için} \\ -K_1, & t_i(N, T) \leq -K_1 \text{ için} \\ K_2, & t_i(N, T) \geq K_2 \text{ için} \end{cases} \quad (3.212)$$

Kesikli noktalar K_1 ve K_2 , $t_i(N, T)$ için normal yaklaşım kullanılarak seçilir. $K_1 = -E(CADF_i) - \Phi^{-1}(\epsilon/2) \sqrt{\text{var}(CADF_i)}$ ve $K_2 = E(CADF_i) + \Phi^{-1}(\epsilon/2) \sqrt{\text{var}(CADF_i)}$ burada $\Phi^{-1}(\cdot)$ kümülatif standart normal dağılımın tersidir.

Pesaran vd. (2013) tarafından geliştirilen diğer bir test CSB testidir. Bu test istatistiği Sargan ve Bhargava (1983) tarafından geliştirilmiştir ve Stock (1999) otokorelasyonu dikkate alacak şekilde bu istatistiği yeniden düzenlemiştir. Bai ve Ng (2010) tarafından ise panel veri seti için uyarlanmış olan bu test istatistiği Pesaran vd. (2013) tarafından doğru k faktör sayısını elde etmek amacıyla genişletilmiştir.

Verilen bir Y_{it} serisi için birim kökün varlığını söyleyen temel hipotez aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\Delta y_{it} = \alpha'_{iy} \Delta d_t + \gamma'_{iy} f_t + \varepsilon_{iyt}. \quad (3.213)$$

$d_t = (1, t)'$ şeklinde 2×1 boyutlu sabit terim ve doğrusal trend vektörü, f_t , $m^0 \times 1$ boyutlu gözlenemeyen ortak faktörler vektörüdür. $m^0 > 1$ ise k tane ek x_{it} dikkate alınır. ε_{iyt} hata terimidir.

Birimler için elde edilen genişletilmiş yatay kesit test istatistiği şu şekilde verilmiştir:

$$CSB_i(N, T) = T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{u}_{it}^2 / \hat{\sigma}_i^2, \quad (3.214)$$

$$\hat{u}_{it} = \sum_{j=1}^t \hat{\varepsilon}_{ij}, \quad (3.215)$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_{it}^2 / [T - (k + 1)]. \quad (3.216)$$

Eğer model de trend varsa varyans formülü şu şekilde olur:

$$\hat{\sigma}_i^2 = \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_{it}^2 / [T - (k + 2)]. \quad (3.217)$$

Her birim için hesaplanan CSB test istatistiğinin ortalaması alınarak panel için birim kök test istatistiği şu şekilde elde edilir:

$$CSB_{NT} = N^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_{it}^2 / CSB_i(N, T). \quad (3.218)$$

Pesaran vd. (2013) geliştirilen bu test istatistiklerinin N ve T 'nin bütün boyutları için doğru sonuçlar verdiklerini Monte Carlo denemeleri yaparak göstermişlerdir. T ve N arttıkça CSB ve CIPS test istatistiklerinin gücü de artar. T küçükken CSB testinin gücünün CIPS testinden yüksek olduğunu göstermişlerdir. Bu testlerin kritik değerlerini çalışmalarında sunmuşlardır.

3.4.Yapısal Değişimlere İzin Veren Panel Birim Kök Testleri

Zaman serilerinde olduğu gibi panel verilerde de seride meydana gelen yapısal değişimler durağan dışılığın sebebi olabilir. Yapısal değişimlerin var olduğu durumda, serilerdeki yapısal değişimler dikkate alınmadan geliştirilen testlerin kullanılması birim

kök temel hipotezinin reddedilememesine sebep olabilir. Bu yüzden serilerin durağanlığı incelenirken kırılmalara izin veren birim kök testleri panel veriler için geliştirilmiştir.

İlk olarak kırılmalara izin veren birim kök testi Im, Lee ve Tieslau (2005) tarafından geliştirilmiştir. Bu geliştirdikleri test ile sabitte meydana gelen yapısal değişimlere izin vermişlerdir. Bu birim kök testi en fazla iki yapısal kırılmaya izin vermektedir. Carrion-i Silvestre, Castro ve Bazo (2005) çoklu kırılmalara izin veren panel birim kök testini geliştirmişlerdir. Im vd. (2010,2012) yaptıkları çalışmada sabitte ve eğimde kırılmalara izin veren panel birim kök testini geliştirmişlerdir. Westerlund (2012) çoklu yapısal kırılmalara izin veren panel birim kök testini geliştirilmiştir. Lee, Wu ve Yangs (2016) çok faktöre izin veren kırılmalı birim kök testini geliştirmiştir. Bu testlerin işleyiş şekilleri alt bölümlerde verilmiştir.

3.4.1. Im, Lee, Tieslau Panel Birim Kök Testi (2005, 2010, 2012)

Im, Lee ve Tieslau (2005) asimptotik dağılımının yapısal değişimlerden etkilenmediği Lagrange Çarpanına (LM- Lagrangian Multiplier) dayanan bir panel birim kök testi geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri testin hem yapısal değişimler durumunda güçlü bir test olduğunu hem de IPS testinden daha güçlü sonuçlar verdiğini yaptıkları simülasyon çalışmasıyla göstermişlerdir. LM birim kök testinin ilk panel versiyonu Schmidt ve Phillips (1992) tarafından geliştirilmiştir. Im vd. (2005) yaptıkları çalışmada ilk olarak yapısal değişimleri dikkate almayan durum için modelleme yaparak test istatistiklerini hesaplamışlardır. Çalışmalarının devamında yapısal değişimleri dikkate almayan modeli, kırılmalara izin veren yapıya genişleterek kurdukları yeni model için test istatistiği hesaplamışlardır.

Yapısal değişimin olmadığı durum için geliştirdikleri testin veri yaratma süreci aşağıdaki şekildedir:

$$y_{it} = z_{it} + x_{it}, \quad (3.219)$$

$$z_{it} = \gamma_{1i} + \gamma_{2i}t \quad (3.130)$$

$$x_{it} = \phi_i x_{i,t-1} + \varepsilon_{it}. \quad (3.131)$$

$T=1, \dots, T; \quad i=1, \dots, N.$ (3.219) nolu model aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Delta y_{it} = \beta_i y_{i,t-1} - \beta_i \gamma_{1i} + [1 - (\beta_i + 1)(t - 1)] \gamma_{2i} + \varepsilon_{it}. \quad (3.132)$$

Burada $\beta_i = -(1 - \phi_i)$. Bu testin temel ve alternatif hipotezleri şu şekildedir:

$$H_0: \beta_i = 0 \text{ bütün } i\text{'ler için} \quad (3.133)$$

$$H_1: \beta_i < 0 \text{ bazı } i\text{'ler için.} \quad (3.134)$$

Aşağıdaki havuzlanmış log-olabilirlik fonksiyonu kurulur:

$$\ln L = \sum_{i=1}^N \left(-\frac{T}{2} \ln 2\pi \sigma_i^2 - \frac{1}{2\sigma_i^2} KKT_i \right), \quad (3.135)$$

$$KKT_i = \sum_{t=1}^T \{ \Delta y_{it} - \beta_i y_{i,t-1} + \beta_i \gamma_{1i} - [1 - (\beta_i + 1)(t - 1)] \gamma_{2i} \}^2. \quad (3.135)$$

LM istatistiği, her bir seri için havuzlanmış olabilirlik fonksiyonundan hesaplanan bireysel LM istatistiklerinin toplamı alınarak aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\hat{S}_{i,t-1} = y_{i,t-1} - \tilde{\gamma}_{2i}(t - 1), \quad (3.136)$$

$$\tilde{\gamma}_{2i} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Delta y_{it} = \frac{y_{it} - y_{i0}}{T}. \quad (3.137)$$

$\tilde{\gamma}_{2i}$ aşağıdaki kısıtlanmış regresyondan elde edilen kısıtlanmış en yüksek olabilirlik tahmincisidir:

$$\Delta y_{it} = \gamma_{2i} + \varepsilon_{it}. \quad (3.138)$$

Im vd. (2005) aşağıda verilen regresyondan t-istatistiği gibi i. zaman serisi için LM istatistiğini elde etmişlerdir:

$$\Delta y_{it} = \text{sabit} + \beta_i \hat{S}_{i,t-1} + \text{hata}, \quad (3.139)$$

$$t_{LM,iT} = \frac{\sqrt{T-2} (\hat{S}'_{i,t-1} M_{(iT)} \Delta Y_i)}{\sqrt{(\hat{S}'_{-1} M_{(iT)} \hat{S}_{-1}) (\Delta Y'_i M_{(iT, \hat{S}_{-1})} \Delta Y_i)}}. \quad (3.140)$$

Burada, $\Delta Y_i = (\Delta y_{i1}, \Delta y_{i2}, \dots, \Delta y_{iT})'$, $\hat{S}_{i,-1} = (\hat{S}_{i0}, \hat{S}_{i1}, \hat{S}_{i2}, \dots, \hat{S}_{iT-1})'$, $M(\cdot)$ yansıma matrisidir ve i_T , $TX1$ boyutlu birler vektörüdür. LM istatistiği aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$t_{LM,iT} = \sum_{i=1}^N t_{LM,iT}. \quad (3.141)$$

$$\bar{t}_{LM,iT} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{LM,iT}. \quad (3.142)$$

Temel hipotez altında $t_{LM,iT}$ test istatistiğinin beklenen değeri $E(\tau_{LM,T})$ ve varyansı $V(\tau_{LM,T})$ 'dir. LM test istatistiğinin standartlaştırılmış şekli aşağıdaki gibidir:

$$\Gamma_{LM} = \frac{\sqrt{N}[t_{LM,NT} - E(\tau_{LM,T})]}{\sqrt{V(\tau_{LM,T})}} \Rightarrow N(0,1). \quad (3.143)$$

Bu test istatistiği otokorelasyon olmadığı varsayımı altında elde edilmiştir. Otokorelasyon olduğu durum için test istatistiği aşağıdaki şekilde elde edilir.

(3.219) nolu modeldeki hata teriminin aşağıdaki gibi bir otoregresif süreç izlediği varsayılır:

$$\varepsilon_{it} = \sum_{j=1}^{\rho_i} \rho_{ij} \varepsilon_{it-j} + e_{it}, \quad (3.144)$$

$$\rho_i(z) = 1 - \sum_{j=1}^{\rho_i} \rho_{ij} z^j = 0 \quad (3.145)$$

$$\Delta y_{it} = \text{sabit} + \beta_i \hat{S}_{i,t-1} \sum_{j=1}^{\rho_i} \rho_{ij} \Delta y_{i,t-j} + \text{hata}, \quad (3.146)$$

$$\bar{t}_{LM,NT}(p) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{LM,iT}(p_i). \quad (3.147)$$

LM istatistiğinin beklenen değeri $E[\tau_{LM,T}(p_i)]$ ve varyansı $V[\tau_{LM,T}(p_i)]$ olmak üzere, $\bar{t}_{LM,NT}(p)$ istatistiğinin standartlaştırılmış şekli aşağıdaki gibidir:

$$\Gamma_{LM} = \frac{\sqrt{N}\{\bar{t}_{LM,NT}(p) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E[\tau_{LM,T}(p_i)]\}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V[\tau_{LM,T}(p_i)]}}. \quad (3.148)$$

i. birimin $T_{B,i}$ zamanında meydana gelen yapısal değişimin olduğu durum için Im vd. (2005) aşağıdaki veri yaratma sürecini kullanmışlardır:

$$y_{it} = z_{it} + x_{it}, \quad (3.149)$$

$$z_{it} = \gamma_{1i} + \gamma_{2i}t + \delta_i D_{it}, \quad (3.150)$$

$$x_{it} = \phi_i x_{i,t-1} + \varepsilon_{it} \quad (3.151)$$

$t=0,1,2, \dots, T; \quad i=1, \dots, N.$

$$D_{it} = \begin{cases} 0 & t \leq T_{B,i} \\ 1 & t \geq T_{B,i} + 1 \end{cases} \quad (3.152)$$

Yeni model şu şekilde yazılabilir:

$$\Delta y_{it} = \beta_i y_{i,t-1} - \beta_i \gamma_{1i} + [1 - (\beta_i + 1)(t - 1)] \gamma_{2i} + (\Delta D_{it} - \beta_i D_{i,t-1}) \delta_i + \varepsilon_{it}, \quad (3.153)$$

$$\Delta D_{it} = \begin{cases} 0 & t = T_{B,i} + 1 \\ 1 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.154)$$

Yapısal kırılmanın olduğu durum için KKT aşağıdaki şekildedir:

$$KKT_i = \sum_{t=1}^T \{ \Delta y_{it} - \beta_i y_{i,t-1} + \beta_i \gamma_{1i} - [1 - (\beta_i + 1)(t - 1)] \gamma_{2i} - (\Delta D_{it} - \beta_i D_{i,t-1}) \delta_i \}^2. \quad (3.155)$$

i. zaman serisi için LM istatistiği aşağıdaki regresyondaki $\beta_i = 0$ hipotezini sınamak amacıyla kullanılan t-istatistiğidir:

$$\Delta y_{it} = \gamma_{2i} + \delta_i \Delta D_{it} + \beta_i \hat{S}_{i,t-1} + hata \quad (3.156)$$

$$\hat{S}_{i,t-1} = y_{i,t-1} + \tilde{\gamma}_{2i}(t - 1) - \tilde{\delta}_i D_{i,t-1}. \quad (3.157)$$

$\tilde{\gamma}_{2i}$ ve $\tilde{\delta}_i$ aşağıdaki kısıtlanmış regresyondan elde edilen EKK tahmincileridir:

$$\Delta y_{it} = \gamma_{2i} + \delta_i \Delta D_{it} + \varepsilon_{it} \quad (3.158)$$

$$S_{i,-1} = (S_{i0}, S_{i1}, \dots, S_{i,T-1})' \text{ ve } \Delta D_i = (\Delta D_{i1}, \Delta D_{i2}, \dots, \Delta D_{iT})'. \quad (3.159)$$

i. zaman serisi için LM t-istatistiği aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$t_{LM,iT}^B = \frac{\sqrt{T-3} (\hat{S}_{i,-1}' M_{(i_T, \Delta D_i)} \Delta Y_i)}{\sqrt{(\hat{S}_{i,-1}' M_{(i_T, \Delta D_i)} \hat{S}_{i,-1}) (\Delta Y_i' M_{(i_T, \Delta D_i)} \Delta Y_i)}}. \quad (3.160)$$

Panel LM test istatistiği ise aşağıda verilmiştir:

$$\bar{t}_{LM,iT}^B = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{LM,iT}^B. \quad (3.161)$$

$\lambda_i = \frac{T_{B,i}}{T}$ şeklinde kırılma noktasının konumu olmak üzere $t_{LM,iT}^B$ istatistiğinin beklenen değer ve varyansı $E[\tau_{LM,iT}^B(\lambda_i)]$ ve $V[\tau_{LM,iT}^B(\lambda_i)]$ şeklindedir. Bu tanımlamalarla birlikte LM test istatistiğinin standartlaştırılmış şekli aşağıdaki gibi gösterilmiştir:

$$\Gamma_{LM}^{B*} = \frac{\sqrt{N}\{\tau_{LM,NT}^B - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^N t_{LM,iT}^B\}}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N V[\tau_{LM,iT}^B(\lambda_i)]}} \Rightarrow N(0,1). \quad (3.162)$$

Im vd. (2005) tarafından geliştirilen bu test Lee ve Strazicich (2003,2004) tarafından zaman serileri için geliştirilen birim kök testinin panel versiyonudur.

Im vd., 2010'da ve 2012'de yaptıkları çalışmada, 2005'de yaptıkları çalışmayı geliştirmişlerdir. Im vd. 2010 yılında yaptıkları çalışmada, 2005 yılında geliştirdikleri birim kök testini, trendde yapısal değişime izin veren yapıya genişletmişlerdir. Im vd. 2012'de, hem sabitte hem de trendde yapısal değişime izin veren birim kök testini geliştirmişlerdir. 2012'de geliştirdikleri birim kök testinde yapısal değişimleri dikkate almakla beraber, Pesaran (2007) tarafından önerilen genelleştirilmiş yatay kesitsel prosedürü kullanarak yatay kesitsel bağımlılığı da dikkate almışlardır.

3.4.2. Carrion-i-Silvestre, Barrio-Castro ve Lopez-Bazo Panel Birim Kök Testi (2005)

Carrion-i Silvestre, Barrio-Castro ve Lopez-Bazo (2005) temel hipotezi panelin durağanlığı olan çoklu yapısal kırılmalara izin veren bir test istatistiği önermişlerdir. Kırılma durumunu bireysel etkiler ve zaman trendi boyutunda dikkate alan iki farklı model önermişlerdir. Kurdukları model yapısal kırılmaların sayısının ve pozisyonunun birimler boyunca farklılaşmasına izin verir.

Carrion-i Silvestre vd.(2005) tarafından önerilen birim kök testi Hadri (2000) tarafından geliştirilen KPSS testinin panel veri versiyonudur. Bu testin temel hipotezi çoklu yapısal kırılmalarla serinin durağan olduğu varsayılmıştır.

Olasılıksal y_{it} değişkeni için veri yaratma süreci aşağıdaki gibidir:

$$y_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_i t + \varepsilon_{i,t} \quad (3.163)$$

$$\alpha_{i,t} = \sum_{k=1}^{m_i} \theta_{i,k} D(T_{b,k}^i)_t + \sum_{k=1}^{m_i} \gamma_{i,k} DU_{i,k,t} + \alpha_{i,t-1} + v_{i,t}. \quad (3.164)$$

Burada $v_{i,t} \sim i.i.d. (0, \sigma_{v,i}^2)$ ve $\alpha_{i,t} = \alpha_i$ bir sabittir $i=1, \dots, N$ birimleri ve $t=1, \dots, T$ zaman periyodunu gösterir. $D(T_{b,k}^i)_t$ ve $DU_{i,k,t}$ kukla değişkenlerdir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$D(T_{b,k}^i)_t = \begin{cases} 1, & t = T_{b,k}^i \text{ için} \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.165)$$

$$DU_{i,k,t} = \begin{cases} 1, & t > T_{b,k}^i \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.166)$$

Burada $T_{b,k}^i$ i. birim için k. Kırılmayı gösterir $k=1, \dots, m_i$, $m_i \geq 1$. Bütün birimler için varyansın sıfır olduğu varsayımı altında (3.163) ve (3.164) nolu model aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$y_{i,t} = \alpha_i + \sum_{k=1}^{m_i} \theta_{i,k} DU_{i,k,t} + \beta_i t + \sum_{k=1}^{m_i} \gamma_{i,k} DT_{i,k,t}^* + \varepsilon_{i,t}, \quad (3.167)$$

$$DT_{i,k,t}^* = \begin{cases} t - T_{b,k}^i, & t > T_{b,k}^i \text{ için} \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad k=1, \dots, m_i, m_i \geq 1. \quad (3.168)$$

Model (3.167) birim etkilerini ve birimlerin yapısal kırılma etkilerini göstermektedir. $\beta_i \neq 0$ ise ortalamadaki değişimlerin yapısal kırılmalardan etkilendiği, $\gamma_{i,k} \neq 0$ ise birimlerin zaman trendinde değişim olduğu anlamına gelmektedir.

Model (3.167)'ye ait birkaç karakteristik özellik bulunmaktadır. Bunlardan biri zaman serisi boyunca her bir birim için ayrı ayrı yapısal kırılma etkilerine izin verilmesidir Bu etkiler $\theta_{i,k}$ ve $\gamma_{i,k}$ ile ölçülür. Bir diğer özellik birimler için zaman boyunca izlenen kırılma tarihlerine herhangi bir kısıtlamanın getirilmemiş olmasıdır $T_{b,k}^i = T_{b,k}$, $\forall i = 1, \dots, N$ ve son olarak yapısal kırılma sayıları birimden birime farklılaşabilir $m_i \neq m_j, \forall i \neq j, i, j = 1, \dots, N$.

Kwiatkowski vd. (1992) tarafından zaman serisi değişkenleri için önerilen test istatistiği panel veri için uyarlanmıştır. Temel hipotez altında Hadri (2000) testinde olduğu gibi serinin durağan olduğu varsayılmaktadır. Test istatistiği şöyledir:

$$LM(\lambda) = N^{-1} \sum_{i=1}^N (\hat{\omega}_i^{-2} T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{S}_{i,t}^2). \quad (3.169)$$

Burada $\hat{S}_{i,t} = \sum_{j=1}^t \hat{\varepsilon}_{i,j}$ şeklinde kısmi kalıntı toplamıdır ve (3.167) nolu modelin tahmin edilen EKK kalıntıları kullanılarak elde edilir. $\hat{\omega}_i^2$, $\varepsilon_{i,t}$ 'nin uzun dönem varyansdır $\omega_i^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} E(S_{i,T}^2)$, $i = 1, \dots, N$. Bu uzun dönem varyansı yatay kesitler arasında varyansların değişmesine izin vererek birimler arası heterojenliği sağlar.

(3.169)'daki test istatistiği, homojenlik varsayımı altında aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$LM(\lambda) = N^{-1} \sum_{i=1}^N (\hat{\omega}^{-2} T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{S}_{i,t}^2) \quad (3.170)$$

$$\hat{\omega}^{-2} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \hat{\omega}_i^2. \quad (3.171)$$

(3.169)'de kullanılan λ testin kırılma tarihlerine bağlı olduğunu göstermek için kullanılmıştır. λ_i vektörü her bir i birimi için $\lambda_i = (\lambda_{i,1}, \dots, \lambda_{i,m_i})' = (T_{b,1}^i/T, \dots, T_{b,m_i}^i/T)'$ şeklinde tanımlanmıştır.

(3.169) nolu test istatistiğinin asimptotik dağılımını elde etmek amacıyla Merkezi Limit Teoreminden yararlanılır. Bu süreç için $\eta_i(\lambda_i) = \hat{\omega}_i^{-2} T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{S}_{i,t}^2$ 'nin limit dağılımının beklenen değer ve varyansının bilinmesi gerekir. (4)'deki test istatistiğinin N tane birimin ortalamasını esas aldığı gibi bu test istatistiğinin dağılımı da $\eta_i(\lambda_i)$ 'nin limit dağılımının ortalamasından elde edilebilir. $\bar{\xi} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \xi_i$ ve $\zeta^2 = N^{-1} \sum_{i=1}^N \zeta_i^2$ ζ , $\eta_i(\lambda_i)$ 'nin birim ortalaması ζ_i^2 ise varyansdır. Verilen bu tanımlamalardan sonra çoklu kırılmalı durağanlık temel hipotezi altında test istatistiği aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$Z(\lambda) = \frac{\sqrt{N}(LM(\lambda) - \bar{\xi})}{\zeta}. \quad (3.172)$$

Bu testte kırılma tarihleri için Bai ve Perron (1998) tarafından önerilen kalıntı kareleri toplamını minimum yapan tahmin yöntemi kullanılır:

$$(\hat{T}_{b,1}^i, \dots, \hat{T}_{b,m_i}^i) = \underset{\hat{T}_{b,1}^i, \dots, \hat{T}_{b,m_i}^i}{argmin} SSR(T_{b,1}^i, \dots, T_{b,m_i}^i). \quad (3.173)$$

İlk olarak mümkün bütün tarihler $m_i \leq m^{max}$ $i=1, \dots, N$ tahmin edilir, kırılma tarihlerinin uygun sayılarını seçmek için her bir i birimi için optimal m_i elde edilmelidir. Bunun için Bai ve Perron (1998) farklı iki prosedür önermişlerdir. İlk prosedür Liu vd. (1997) tarafından önerilen Bayesian bilgi kriteri (BIC) ve modifiye edilmiş Schwarz bilgi kriteridir(LWZ). İkinci prosedür ise ardışık hesaplama yöntemine dayalı F-tipi test istatistiğidir. Bai ve Perron (2001) ikinci prosedürün birinciye göre daha iyi güce sahip olduğunu belirtmişlerdir. Ancak bu ikinci prosedür sadece trend olmadığı durumlar için kullanılabilir. Trendin olduğu durumlar içinse LWZ bilgi kriterinin gücü BIC'den daha iyidir.

3.4.3. Westerlund Panel Birim Kök Testi (2012)

Westerlund (2012) bilinmeyen sayıda yapısal kırılmalara izin veren iki birim kök testi önermiştir. Biri tek bir seriye dayanan zaman serisi testidir diğeri çoklu seriler için oluşturduğu panel testidir. Kırılma sayılarını ve konumlarını tahmin etmek için sapan değer belirlemeye dayalı prosedürü önermiştir. Testlerin limit dağılımı küçük örneklemlemlere simülasyon uygulaması yapılarak türetilmiştir.

Westerlund (2012) birim kök testi Amsler ve Lee (1995) tarafından önerilen testin çoklu kırılmalara ve panel yapısına genelleştirilmiş halidir. Veri yaratma süreci aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta_i(t - p_i) + \delta'_i D_{it} + u_{it}, \quad (3.174)$$

$$D_{jit} = \begin{cases} 1, & (t > \beta_{ij}) \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.175)$$

Burada α_i , herhangi bir kırılmaya yer verilmeden önce serilerin seviyesini gösterir, δ_{ji} j. kırılma tarihindeki seviyedeki değişimleri temsil eder. Bu test kırılma parametreleri veya kırılma sayıları ile konumları için homojenlik varsayımını gerektirmez.

Hata terimi u_{it} aşağıdaki bileşenlerden oluşur:

$$u_{it} = \lambda'_i f_t + e_{it} \quad (3.176)$$

Burada f_t m-boyutlu ortak faktörler vektörüdür ve λ_i , u_{it} 'nin ortak bileşen yükünü gösterir. e_{it} özdeş bileşeni temsil eder. Aşağıdaki şekilde oluşturulduğu varsayılır:

$$\Delta f_t = \Pi f_{t-1} + v_t, \quad (3.177)$$

$$\Delta e_{it} = \rho_i e_{it-1} + w_{it}.$$

Tek bir zaman serisini test etmek için hipotezler aşağıdaki gibi oluşturulmuştur:

$$H_0: \rho_i = 0 \quad (3.178)$$

$$H_1: \rho_i < 0. \quad (3.179)$$

Aşağıdaki log-olabilirlik fonksiyonu kullanılarak test istatistiği elde edilmiştir:

$$L = \text{sabit} - \frac{T - \rho_i}{2} \sum_{i=1}^N \ln(\sigma_i^2) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i^2} \sum_{t=p_i+1}^T \varepsilon_{it}^2. \quad (3.180)$$

Bu fonksiyonun ρ_i 'ye göre türevi alınır:

$$\frac{\partial L}{\partial \rho_i} \propto \sum_{t=p_i+2}^T Q_X \Delta S_{it} Q_X S_{it-1}. \quad (3.181)$$

Burada Q_X , S_{it} 'nin $X_{it} = (1, \Delta S_{it-1}, \dots, \Delta S_{it-p_i})'$ üzerine ragresyonundan elde edilen EKK kalıntı operatörüdür.

$$Q_X S_{it} = S_{it} - \sum_{t=p_i+2}^T S_{it} X'_{it} \left(\sum_{t=p_i+2}^T X_{it} X'_{it} \right)^{-1} X_{it} \quad (3.182)$$

$$S_{it} = y_{it} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_i(t - p_i) - \hat{\delta}'_i D_{it} - \hat{\lambda}'_i f_t \quad (3.183)$$

$$\hat{\alpha}_i = y_{ip_i+1} - \hat{\beta}_i - \hat{\delta}'_i D_{ip_i+1} - \hat{\lambda}'_i f_{p_i+1} \quad (3.184)$$

$$\Delta y_{it} = \beta_i + \delta'_i \Delta D_{it} + \lambda'_i \Delta f_t + \Delta e_{it} \quad (3.185)$$

$$\Delta S_{it} = \rho_i S_{it-1} + \phi'_i X_{it} + \text{hata}. \quad (3.186)$$

$H_0: \rho_i = 0$ hipotezini $H_1: \rho_i < 0$ hipotezine karşı test etmek için t- istatistiği aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\tau_{\rho_i} = \frac{\sum_{t=p_i+2}^T Q_X \Delta S_{it} Q_X S_{it-1}}{\hat{\sigma}_i \sqrt{\sum_{t=p_i+2}^T (Q_X S_{it-1})^2}}. \quad (3.187)$$

$\hat{\sigma}_i$ hata varyansının tahminidir. Panel birim kök testi için önerilen test istatistiği her birim için bireysel τ_{ρ_i} istatistiğinin normalleştirilmiş yatay-kesit ortalamasıdır. Aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\tau_{\rho} = \frac{1}{\sqrt{N}\sigma_{\tau}} \sum_{i=1}^N (\tau_{\rho_i} - \mu_{\tau}). \quad (3.188)$$

3.4.4. Bahmani-Oskooe vd. Panel Birim Kök Testi (2013)

Panel setinin durağanlığını birleşik olarak sınavan panel birim kök testleri panel veri setinin tamamı için yorum yapar, paneli oluşturan birimlerin hangisinin I(1) hangisinin I(0) olduğunu belirleyemezler. Panel birimlerinin hangilerinin I(1) hangisinin I(0) olduğunu söyleyebilmek için Bahmani- Oskooe vd. (2013), Chortareas ve Kapetanios (2009) tarafından geliştirilen Ardışık Panel Seçim Metodunu (Sequential Panel Selection Method-SPSM) kullanmayı önermişlerdir. Bu şekilde panelin içerisindeki durağan ve durağan olmayan birimler şeklinde sınıflandırma yapılabilmektedir. Bahmani-Oskooe vd. (2013) geliştirdikleri testte kırılmaları ve doğrusal olmayan yapıyı da dikkate almışlardır. Kırılma yapısını Enders ve Lee (2009) tarafından geliştirilen Fourier kalıbını kullanarak, doğrusal olmayan yapıyı ise Ucar ve Omay (2009) tarafından önerilen Panel KSS birim kök testini kullanarak dikkate almışlardır.

Ucar ve Omay (2009), Kapetanios vd. (2003) tarafından önerilen doğrusal olmayan yapı ile Im vd. (2003) tarafından önerilen panel birim kök testini birleştirerek yeni bir doğrusal olmayan panel birim kök testi geliştirmişlerdir. Bu test Panel KSS testi olarak bilinir. Yani Bahmani-Oskooe vd. (2013), Chortareas ve Kapetanios (2009) tarafından önerilen SPSM ile fourier fonksiyonlu Panel KSS birim kök testi geliştirmişlerdir.

Kapetanios vd. (2003) tarafından geliştirilen KSS birim kök testinde kullanılan ESTAR modeli aşağıdaki şekildedir:

$$\Delta X_t = \gamma X_{t-1} \{1 - \exp(-\theta X_{t-1}^2)\} + v_t. \quad (3.189)$$

Bu süreçde temel hipotez altında γ parametresi belirlenemeyeceğinden Kapetanios vd. (2003), $\{1 - \exp(-\theta X_{t-1}^2)\}$ için birinci derece Taylor serisi yaklaşımı kullanılarak aşağıdaki yardımcı regresyon elde edilir:

$$\Delta X_t = \xi + \delta X_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^k \theta_i \Delta X_{t-i} + v_t; \quad t=1,2,\dots,T. \quad (3.190)$$

Bu süreç için durağan olmayan temel hipotez $\delta = 0$, doğrusal olmayan ESTAR durağanlık alternatif hipotezine $\delta < 0$ karşı sınanır. Ucar ve Omay (2009) denklem (3.189)'deki yapıyı panel veri yapısına uyarlayarak aşağıdaki modeli ele almışlardır:

$$\Delta X_{i,t} = \gamma_i X_{i,t-1} \{1 - \exp(-\theta_i X_{i,t-1}^2)\} + v_{i,t}. \quad (3.191)$$

Ucar ve Omay (2009) (3.191) nolu model için birinci derece Taylor serisi yaklaşımını kullanarak aşağıdaki modeli elde etmişlerdir:

$$\Delta X_{i,t} = \xi_i + \delta_i X_{i,t-1}^3 + \sum_{j=1}^k \theta_{i,j} \Delta X_{i,t-j} + v_{i,t}. \quad (3.192)$$

Denklem (3.192)'nin hipotezleri aşağıdaki şekildedir:

$H_0: \delta_i = 0$, bütün birimler için (doğrusal durağandsızlık)

$H_0: \delta_i < 0$, bazı birimler için (doğrusal olmayan durağanlık).

Bahmani-Oskooee vd. (2013) KSS denklem sistemine Fourier fonksiyonunu dahil ederek aşağıdaki modeli elde etmişlerdir:

$$\Delta X_{i,t} = \xi_i + \delta_i X_{i,t-1}^3 + \sum_{j=1}^k \theta_{i,j} \Delta X_{i,t-j} + a_{i,1} \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + b_{i,1} \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \varepsilon_{i,t} \quad t=1,2,\dots,T. \quad (3.193)$$

Chortareas ve Kapetanios (2009) tarafından önerilen SPSM prosedürü aşağıdaki adımlardan oluşur:

Adım 1: İlk olarak panelin bütünü için Fourier fonksiyonlu Panel KSS testi yapılır. Eğer birim kök temel hipotezi reddedilemezse prosedür durdurulur ve paneldeki tüm serilerin durağan olduğu söylenir. Eğer temel hipotez reddedilirse 2. adıma geçilir.

Adım 2: Minumun KSS istatistiğine sahip seriler durağan olduğu tespit edildiği için panelden çıkarılır.

Adım 3: 1. adıma geri dönülerek kalan seriler için panelden çıkarılacak seri kalmayana kadar süreç devam eder. Panelden çıkarılacak seri kalmadığında süreç durdurulur.

3.4.5. Karavias ve Tzavalis Panel Birim Kök Testi (2014)

Karavias ve Tzavalis (2014), AR(1) sürecine sahip panel veri modeli için doğrusal trendde veya bireysel etkilerde ortak bilinmeyen yapısal kırılmalara izin veren birim kök testi geliştirmişlerdir. Bu test panelin zaman boyutunun sabit yatay kesit boyutunun geniş olduğunu varsayar. Yani mikro paneller için uygulanan bir birim kök testidir. Nerilen bu test iki yönlü hata bileşenli panel veri modellerine de uygulanabilir. Böyle bir durumda hata terimleri arasındaki yatay kesit bağımlılığına izin verilmektedir.

Kırılma tarihlerinin bilindiği durum için aşağıda verilen doğrusal olmayan AR(1) panel veri modelleri oluşturulmuştur, $m=(M1,M2)$ 'dir.

$$M1: y_i = \varphi y_{i-1} + (1 - \varphi) \left(a_i^{(\lambda)} e^{(\lambda)} + a_i^{(1-\lambda)} e^{(1-\lambda)} \right) + u_i, \quad i=1,2,\dots,N \quad (3.194)$$

$$M2: y_i = \varphi y_{i-1} + \varphi \beta_i e + (1 - \varphi) \left(a_i^{(\lambda)} e^{(\lambda)} + a_i^{(1-\lambda)} e^{(1-\lambda)} \right) + (1 - \varphi) \left(\beta_i^{(\lambda)} \tau^{(\lambda)} + \beta_i^{(1-\lambda)} \tau^{(1-\lambda)} \right) + u_i. \quad (3.195)$$

Burada $y_i = (y_{i1}, \dots, y_{iT})'$ panel veri setinin zaman serisi gözlemlerini gösteren vektördür. $t=1,2,\dots,T$. $y_{i-1} = (y_{i0}, \dots, y_{iT-1})'$ ise $i=1,\dots,N$ yatay kesit birimleri boyunca y_i 'nin bir dönem gecikmeli değerlerinin vektörüdür, $u_{it} = (u_{i1}, \dots, u_{iT})'$, bütün t 'ler için hata terimleri vektörüdür, $\beta_i e = \beta_i^{(\lambda)} e^{(\lambda)} + \beta_i^{(1-\lambda)} e^{(1-\lambda)}$ 'dir ve burada e ($T \times 1$) boyutlu birimler vektörüdür;

$$e_t^{(\lambda)} = \begin{cases} 1, & t \leq T_0 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.196)$$

$$e_t^{(1-\lambda)} = \begin{cases} 1, & t > T_0 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.197)$$

Bu vektörler (3.194) ve (3.195) nolu modellerin birim etkilerindeki a_i ile gösterilen olası ortak kırılmaları yakalayacak şekilde tasarlanmıştır, $a_i^{(\lambda)}$ kırılma öncesi ve $a_i^{(1-\lambda)}$ kırılma sonrası oluşumu göstermektedir. Burada λ , kırılmanın olduğu kırılma

konumunu verir. M1 için $\lambda \in I = \left\{ \left[\frac{1}{T} \right], \left[\frac{2}{T} \right], \dots, \left[\frac{T-1}{T} \right] \right\}$ ve M2 için $\lambda \in I = \left\{ \left[\frac{2}{T} \right], \left[\frac{3}{T} \right], \dots, \left[\frac{T-2}{T} \right] \right\}$ şeklinde tanımlanmıştır. Model (3.195) deki β_i , birimlerin doğrusal trendinin eğim katsayısındaki kırılmaya izin vermek için kullanılır. $\tau^{(\lambda)}$ ve $\tau^{(\lambda-1)}$, trendlerin bu zaman noktalarını gösteren vektörlerdir:

$$\tau^{(\lambda)} = \begin{cases} t, & t \leq T_0 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.198)$$

$$\tau^{(\lambda-1)} = \begin{cases} t, & t > T_0 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (3.199)$$

M1 ve M2 modelleri için birim kök temel hipotezi $H_0: \varphi = 1$, kırılmalı birim etkileri durağanlık alternatif hipotezine $H_a: \varphi < 1$ karşı sınanır. M1 ve M2 modellerindeki otoregresif φ katsayısının havuzlanmış EKK tahmincisi şöyledir:

$$\hat{\varphi} = \left(\sum_{i=1}^N y'_{i-1} Q_m^{(\lambda)} y_{i-1} \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^N y'_{i-1} Q_m^{(\lambda)} y_i \right), \quad m=\{M1, M2\}, \quad (3.200)$$

Birim kök test istatistiği ise $\hat{\varphi}$ 'ya dayalıdır. Burada $Q_m^{(\lambda)}$ ($T \times T$) boyutlu panel setinin zaman serileri için grup-içi dönüşüm matrisidir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$Q_m^{(\lambda)} = I - X_m^{(\lambda)} \left(X_m^{(\lambda)'} X_m^{(\lambda)} \right)^{-1} X_m^{(\lambda)'}. \quad (3.201)$$

Burada M1 modeli için $X_{M1}^{(\lambda)} = (e^{(\lambda)}, e^{(1-\lambda)})$ ve M2 modeli için $X_{M2}^{(\lambda)} = (e^{(\lambda)}, e^{(1-\lambda)}, \tau^{(\lambda)}, \tau^{(\lambda-1)})$.

Bilinen T_0 kırılma noktasında $H_0: \varphi = 1$ temel hipotezi altında test istatistiği aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$Z(\lambda) \equiv \sqrt{N}(\hat{\varphi} - 1 - B(\lambda)) \xrightarrow{L} N(0, C(k, \sigma_u^2, \lambda)), \quad (3.202)$$

$$B(\lambda) = \lim_{N \rightarrow \infty}^p (\hat{\varphi} - 1) = \text{tr} \left[\Lambda' Q_m^{(\lambda)} \right] \left\{ \text{tr} \left(\Lambda' Q_m^{(\lambda)} \Lambda \right) \right\}^{-1}, \quad m=\{M1, M2\}, \quad (3.203)$$

$$C(k, \sigma_u^2, \lambda) = \left\{ k \sum_{j=1}^T a_{jj}^{(\lambda)^2} + 2\sigma_u^4 \text{tr}(A^{(\lambda)^2}) \right\} \left\{ \sigma_u^2 \text{tr}(\Lambda' Q_m^{(\lambda)} \Lambda) \right\}^{-2}. \quad (3.204)$$

$u_{it} \sim NIID(0, \sigma_u^2)$ şeklinde olduğu durumda test istatistiği aşağıdaki şekildedir:

$$Z(\lambda) \equiv \sqrt{N}(\hat{\phi} - 1 - B(\lambda)) \xrightarrow{L} N(0, C(\lambda)) \quad (3.205)$$

$$C(\lambda) = \{2tr(A^{(\lambda)^2})\} \left\{tr(\Lambda' Q_m^{(\lambda)} \Lambda)\right\}^{-2}. \quad (3.206)$$

T ve N büyük olduğunda test istatistiği şöyledir:

$$Z'(\lambda) \equiv T\sqrt{N}(\hat{\phi} - 1 - B(\lambda)) \xrightarrow{L} N(0, T^2, C(k, \sigma_u^2, \lambda)). \quad (3.207)$$

T ve N büyük ve $u_{it} \sim NIID(0, \sigma_u^2)$ ise test istatistiği aşağıdaki şekildedir:

$$Z'(\lambda) \equiv T\sqrt{N}(\hat{\phi} - 1 - B_m(\lambda)) \xrightarrow{L} N(0, D_m(\lambda)). \quad (3.208)$$

Kırılma noktasının bilinmediğinde kırılma noktası bütün λ değerleri içinden $C(k, \sigma_u^2, \lambda)$ değerini minimum yapan nokta olarak seçilir.

$$z \equiv \min_{\lambda \in I} C(k, \sigma_u^2, \lambda)^{-\frac{1}{2}} Z(\lambda) \xrightarrow{L} \min_{\lambda \in I} N(0, R). \quad (3.209)$$

Burada $R \equiv [Coor_{\lambda_s}]$, standartlaştırılmış test istatistiği $C(k, \sigma_u^2, \lambda)^{-\frac{1}{2}} Z(\lambda)$ ifadesinin kovaryans matrisidir.

Kırılmaların bilindiği durum için hatalar arasında yatay kesitsel bağımlılık durumunda test istatistiği:

$$Z^*(\lambda) \equiv \sqrt{N}(\hat{\phi}^* - 1) \xrightarrow{d} N(0, \Omega_{11} C(k, \sigma_u^2, \lambda)). \quad (3.210)$$

Kırılmaların bilinmediği durum için hatalar arasında yatay kesitsel bağımlılık durumunda test istatistiği:

$$z^* \equiv \min_{\lambda \in I} \Omega_{11}^{-1}(k, \sigma_u^2, \lambda) Z^*(\lambda). \quad (3.211)$$

3.4.6. Lee, Wu ve Yangs Panel Birim Kök Testi (2016)

Lee vd. (2016), Pesaran vd. (2013) tarafından önerilen panel birim kök testini deterministik trenddeki kırılmaların olduğu duruma genişletmişlerdir. Kırılmalar için fourier fonksiyonlarını kullanmışlardır. Geliştirilen test istatistiği kırılmalara genişletilmiş CIPS (BCIPS) test istatistiği olarak adlandırılmıştır. Lee vd. (2016) yaptıkları çalışmada ilk olarak kırılmalar ve yatay kesit bağımlılığı durumu için

genişletilmiş ADF (BADF) istatistiğini geliştirmişlerdir. Daha sonra heterojen yapıdaki tek frekanslı fourier fonksiyonunu ile yatay kesit bağımlılığı durumu için genişletilmiş ADF (CADF) regresyonunu birleştirerek regresyonların test istatistiklerinin ortalamasını elde etmişlerdir. Ardından yatay kesit bağımlılığına genişletilmiş IPS (CIPS) test istatistiğini, bireyler arası BCADF istatistiğinin ortalaması alınarak elde etmişlerdir.

Lee vd. (2016), kırılmalar ve yatay kesit bağımlılığı durumunda zamanın bir fonksiyonu olan ve bilinmeyen sabit terim $\delta_i(t)$ 'yi içeren veri yaratma sürecini aşağıdaki şekilde göstermişlerdir:

$$(1 - \phi_i L)(y_{it} - \delta_i(t) - \zeta_i t) = u_{it},$$

$$u_{it} = \gamma'_{iy} \mathbf{f}_t + \varepsilon_{iyt}, \quad t=1, \dots, T; i=1, \dots, N. \quad (3.212)$$

Burada $\zeta_i t$ doğrusal trendi, $\mathbf{f}_t$ $m \times 1$ boyutlu gözlenemeyen durağan stokastik ortak faktörü, γ_{iy} faktör yüklerini gösterir ve ε_{iyt} özdeş hatadır. Veri yaratma sürecinde Enders ve Lee (2012)'nin Fourier frekanslı deterministik bileşen yapısı aşağıdaki şekilde belirtilmiştir:

$$\delta_i(t) = \varpi_{i,\kappa,t} = \mu_i + \alpha_{iy,1} \sin(2\pi\kappa t/T) + \alpha_{iy,2} \cos(2\pi\kappa t/T). \quad (3.213)$$

Bu yapı tek bir frekans içermektedir. Burada κ örneklem periyodundaki devir sayısını yansıtan frekans parametresidir ve gruplar arasında homojen olduğu varsayılır, $\alpha_{iy,1}$ ve $\alpha_{iy,2}$ heterojen yapıyı ölçer, $\varpi_{i,\kappa,t}$ sabitteki yumuşak kırılmaları yakalar. (3.212) ve (3.213) numaralı modeller birleştirilerek aşağıdaki model elde edilmiştir:

$$\Delta y_{it} = \beta_i y_{i,t-1} - \beta_i \alpha'_{iy} \mathbf{d}_t + \phi_i \alpha'_{iy} \Delta \mathbf{d}_t + \gamma'_{iy} \mathbf{f}_t + \varepsilon_{iyt} \quad t=1, \dots, T; i=1, \dots, N, \quad (3.214)$$

$\Delta y_{it} = y_{it} - y_{i,t-1}$, $\beta_i = \phi_i - 1$, $\mathbf{d}_t = (1, \sin(2\pi\kappa t/T), \cos(2\pi\kappa t/T))'$ 4×1 boyutlu deterministik ortak bileşenler vektörüdür, $\Delta \mathbf{d}_t = (0, \Delta \sin(2\pi\kappa t/T), \Delta \cos(2\pi\kappa t/T))'$ ve $\alpha_{iy} = (\mu_i, \alpha_{iy,1}, \alpha_{iy,2}, \zeta_i)'$. Genelleştirmek için $\mathbf{d}_0 = \mathbf{0}$ varsayılır. Birim kök hipotezi bütün birimler için $\phi_i = 1$ aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$H_0: \beta_i = 0, \forall i.$$

Alternatif hipotez ise;

$$H_1: \beta_i < 0, i = 1, 2, \dots, N_1; \beta_i = 0, i = N_1 + 1, N_2 + 1, \dots, N,$$

şeklindedir. $\beta_i = 0 (\phi_i = 1)$ temel hipotezi altında (3.214) nolu eşitlik aşağıdaki şekilde olur:

$$\Delta y_{it} = \alpha'_{iy} \mathbf{d}_t + \gamma'_{iy} \mathbf{f}_t + \varepsilon_{iyt}, \quad t = 1, \dots, T; \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.215)$$

Daha sonra yukarıdaki denklemde $y_{i,t-j}, j = 1, \dots, t-1$ yinelemeli olarak yerine koyularak $\mathbf{d}_0 = \mathbf{0}$ varsayımı altında aşağıdaki denklem elde edilebilir:

$$y_{it} = y_{i0} + \alpha'_{iy} \mathbf{d}_t + \gamma'_{iy} \mathbf{s}_{ft} + s_{iyt}, \quad (3.216)$$

$\mathbf{s}_{ft} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \dots + \mathbf{f}_t$ ve $s_{iyt} = \varepsilon_{iy1} + \varepsilon_{iy2} + \dots + \varepsilon_{iyt}$. Bu şekilde H_0 altında fourier bileşenli bir deterministik bileşen ile y_{it} oluşturulur, $y_{i0} + \alpha'_{iy} \mathbf{d}_t$ 'dir; ortak stokastik bileşen, $\mathbf{s}_{ft} \sim I(1)$ 'dir; ve özdeş bileşen $s_{iyt} \sim I(1)$ şeklindedir. Geliştirilen bu testte temel hipotez altında $\alpha_{iy,1} = \alpha_{iy,2} = 0$ varsayımı yapılmadığı için (3.214) ve (3.215) numaralı modellerde temel ve alternatif hipotez altında heterojen kırılmalara izin verilmiştir.

Lee vd. (2016), gözlenemeyen m faktör ($m > 1$) durumunda, denklem sisteminin çözülebilmesi için en az m denemeye ihtiyaç olduğunu belirtmişlerdir. Pesaran vd.(2013) tarafından geliştirilen yapıya ek olarak $k(k + 1 \geq 1)$ sayıda ek değişken, x_{it} , $i=1, \dots, k$ eklemiştirler. $k \times 1$ boyutlu ek değişkenler vektörünün genelleştirilmiş doğrusal süreci aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$\Delta \mathbf{x}_{it} = \mathbf{A}_{ix} \Delta \mathbf{d}_t + \mathbf{\Gamma}_{ix} \mathbf{f}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_{ixt}, \quad i=1, 2, \dots, N; \quad t=1, 2, \dots, T. \quad (3.217)$$

Burada $\mathbf{x}_{it} = (x_{i1t}, x_{i2t}, \dots, x_{ikt})'$, $\mathbf{A}_{ix} = (\mathbf{a}_{ix1}, \mathbf{a}_{ix2}, \dots, \mathbf{a}_{ixk})'$, $\mathbf{\Gamma}_{ix} = (\gamma_{ix1}, \gamma_{ix2}, \dots, \gamma_{ixk})'$ ve $\boldsymbol{\varepsilon}_{ixt}$ özdeş bileşendir bütün i, t, s'ler için $\boldsymbol{\varepsilon}_{iys}$ 'nin aynı dağılımlı olduğu varsayılmıştır. (3.217) numaralı model yeniden yazılarak $\mathbf{x}_{it}$ 'nin düzey denklemi aşağıdaki gibidir:

$$\mathbf{x}_{it} = \mathbf{x}_{i0} + \mathbf{A}_{ix} \Delta \mathbf{d}_t + \mathbf{\Gamma}_{ix} \mathbf{s}_{ft} + \mathbf{s}_{ixt}, \quad i=1, 2, \dots, N; \quad t=1, 2, \dots, T. \quad (3.218)$$

Burada $s_{ixt} = \sum_{s=1}^t \varepsilon_{ixs}$. (3.216) ve (3.218) numaralı modeller birleştirilerek temel veri yaratma süreci aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$z_{it} = z_{i0} + A_i d_t + \Gamma_i s_{ft} + s_{it}. \quad (3.219)$$

Burada $z_{it} = (y_{it}, x'_{it})'$, $A_i = (\alpha_{iy}, A'_{ix})' \equiv (\mu_i, \alpha_{i,1}, \alpha_{i,2}, \zeta_i)$, $\Gamma_i = (\gamma_{iy}, \Gamma'_{ix})'$, ve $s_{it} = (s_{iyt}, s'_{ixt})'$.

Gözlenemeyen ortak etkiler f_t 'yi temsil edecek gözlemleri elde edebilmek için Lee vd. (2016) (3.214) ve (3.217) numaralı denklemleri birleştirerek matris formundaki denklemleri elde etmişlerdir. z_i 'nin fark denklemi aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$\Delta z_i = z_{i,-1} B'_i + D C'_i + F \Gamma'_i + \Delta D \ddot{A}'_i + \varepsilon_i. \quad (3.220)$$

Burada $\Delta z_i = (\Delta z_{i1}, \Delta z_{i2}, \dots, \Delta z_{iT})'$, $z_{i,-1} = (z_{i0}, z_{i1}, \dots, z_{iT-1})'$, $B_i = (\beta_i, 0')'$, $D = (d_1, d_2, \dots, d_t)'$, $C_i = (-\beta_i \alpha'_{iy}, 0')'$, $F = (f_1, f_2, \dots, f_T)'$, $\Delta D = (\Delta d_1, \Delta d_2, \dots, \Delta d_T)'$, $\ddot{A} = (\phi_i \alpha_{iy}, A'_{ix})'$ ve $\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{iT})'$ $\varepsilon_{it} = (\varepsilon_{iyt}, \varepsilon'_{ixt})'$.

(3.220) numaralı modelin yatay kesit ortalaması alınırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\Delta \bar{z} = \overline{z_{-1} B} + D \bar{C} + F \bar{\Gamma}' + \Delta D \bar{\ddot{A}}' + \bar{\varepsilon}. \quad (3.221)$$

Burada $\Delta \bar{z} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \Delta z_i$, $\overline{z_{-1} B} = N^{-1} \sum_{i=1}^N z_{i,-1} B_i$, $\bar{C} = N^{-1} \sum_{i=1}^N C_i$, $\bar{\Gamma} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \Gamma_i$, $\bar{\ddot{A}} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \ddot{A}$ ve $\bar{\varepsilon} = N^{-1} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i$. Eğer $\bar{\Gamma}$ full ranka sahipse (3.221) denklemindeki F aşağıdaki gibi çözülebilir:

$$F = \left(\Delta \bar{z} - \overline{z_{-1} B} - D \bar{C} - \Delta D \bar{\ddot{A}}' - \bar{\varepsilon} \right) \bar{\Gamma} (\bar{\Gamma}' \bar{\Gamma})^{-1}. \quad (3.222)$$

Bu tanımlamaların ardından EKK kullanılarak tahmin edilen kırılmalar ve yatay kesit bağımlılığı durumunda ADF denklemleri Lee vd. (2016) tarafından aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$\Delta y_{it} = c_{i,0} + c_{i,1} \sin\left(\frac{2\pi \kappa t}{T}\right) + c_{i,2} \cos\left(\frac{2\pi \kappa t}{T}\right) + c'_{i,3} \bar{z}_{t-1} + c'_{i,4} \Delta \bar{z}_t + b_i y_{i,t-1} + e_{it}, \quad t=1,2,\dots,T. \quad (3.223)$$

$b_i(\hat{b}_i)$ tahmininin t-istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$t_i(N, T) = \frac{\Delta y_i' M_z y_{i-1}}{\hat{\sigma}_i (y_{i-1}' M_z y_{i-1})^{1/2}}. \quad (3.224)$$

$$\begin{aligned} \Delta y_i &= (\Delta y_{i1}, \Delta y_{i2}, \dots, \Delta y_{iT})' \quad , \quad y_{i-1} = (y_{i0}, y_{i1}, \dots, y_{iT-1})' \quad , \quad M_z = I_T - \\ &Z(Z'Z)^{-1}Z' \quad , \quad Z = (\Delta \bar{z}, \tau, Y_1 Y_2, \bar{z}_{-1}), \quad \tau = (1, 1, \dots, 1)' \quad , \quad Y_1 = (\sin(2\pi k_1/T), \sin(2\pi k_2/T), \dots, \sin(2\pi k_T/T))' \quad , \\ &Y_2 = (\cos(2\pi k_1/T), \cos(2\pi k_2/T), \dots, \cos(2\pi k_T/T))' \quad , \\ &\Delta \bar{z} = (\Delta \bar{z}_1, \Delta \bar{z}_2, \dots, \Delta \bar{z}_T)' \quad , \quad \bar{z}_{-1} = (\bar{z}_0, \bar{z}_1, \dots, \bar{z}_{T-1})' \quad \text{ve} \quad \hat{\sigma}_i^2 = \frac{\Delta y_i' M_{iz} \Delta y_i}{T-2k-6} \quad , \quad M_{iz} = I_T - \\ &G_i(G_i' G_i)^{-1} G_i' \quad \text{ve} \quad G_i = (Z, y_{i-1}). \end{aligned}$$

Lee vd. (2016) tarafından kırılmalar ve yatay kesit bağımlılığına genişletilmiş ADF test istatistiği olan BCADF aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$BCADF_{if} = \frac{\int_0^1 W_i(r) dW_i(r) - q_{if}' \Psi_f^{-1} h_{if}}{(\int_0^1 W_i^2(r) d(r) - h_{if}' \Psi_f^{-1} h_{if})^{1/2}}. \quad (3.225)$$

BACD test istatistiği için kullanılan tanımlamalar Lee vd.(2016)'nin çalışmalarında ayrıntılı olarak yer almaktadır.

Kırılmaları fourier yapısında dikkate alan birim kök testi için Lee vd. (2016)'nin önerdiği veri yaratma süreci ve test istatistiği aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$t_i^{PSY,B}(N, T) \xrightarrow[N]{\frac{\epsilon_{iy}^{s_{iy,-1}}}{\sigma_i^2 T} \frac{o'}{q_{iT}} Y_{ft}^{-1} \frac{o}{h_{iT}}} \oplus \frac{o(T^{-1/2})}{o(T^{-1/4})}. \quad (3.226)$$

IPS testinin genelleştirilmiş versiyonu olan kırılmalar ve yatay kesit bağımlılığı durumu için geliştirilen BCIPS test istatistiği ise şöyledir:

$$BCIPS(N, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i(N, T). \quad (3.227)$$

Pesaran (2007) ve Pesaran vd. (2013) tarafından geliştirilen BCIPS test istatistiğinin kesikli versiyonu aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$BCIPS^*(N, T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i^*(N, T). \quad (3.228)$$

Burada;

$$-M_1 < t_i(N, T) < M_2 \text{ olduğunda,} \quad t_i^*(N, T) = t_i(N, T),$$

$$t_i(N, T) \leq M_1 \text{ olduğunda,} \quad t_i^*(N, T) = -M_1,$$

$$t_i(N, T) \geq M_2 \text{ olduğunda,} \quad t_i^*(N, T) = M_2,$$

M_1 ve M_2 iki pozitif sabittir.

Bu test için kritik değerler Lee vd. (2016) tarafından Monte-Karlo simölasyonu yapılarak elde edilmiştir.

BÖLÜM 4

4) NORMAL DAĞILMAYAN KALINTILAR İLE DAHA GÜÇLÜ PANEL BİRİM KÖK TESTİ

Yatay kesit bağımlılığını göz önünde bulundurmeyen panel birim kök testleri yatay kesit bağımlılığının olduğu durumlarda güvenilir olmayan sonuçlar vermektedirler. Birinci nesil panel birim kök testleri yatay kesit bağımlılığını dikkate almamaktadırlar. Bu nedenle ikinci nesil panel birim kök testleri geliştirilmiştir. Bu testler yatay kesit bağımlılığını dikkate alan testlerdir. Ancak tek denklem sistemine dayalı bu ikinci nesil birim kök testleri temel hipotezin reddi durumunda panelin hangi biriminin durağan hangilerinin $I(1)$ olduğunu söylemede yetersiz kalmaktadırlar. Bu eksikliği giderebilmek için Breuer vd. (2001, 2002) tek denklemlili yapıyı kullanmak yerine bir sistem yapısı olan SUR modellerini kullanan panel birim kök testini geliştirmişlerdir. Bu sayede panel birimlerinin hangilerinin durağan hangilerinin $I(1)$ olduğunun sınıflandırmasını yapabilmişlerdir. Yatay kesit bağımlılığı durumu panel veri setinin birim boyutu ile ilgili bir kısıtlama olup panel veri setlerinin zaman boyutu ile ilgili olarak da yapısal değişim kısıtı mevcuttur. Şöyle ki zaman boyunca sistemde meydana gelebilecek yapısal kırılmalar durumunda yapısal kırılmaları dikkate almayan testler güçlerini kaybedeceklerdir. Bu yüzden yapısal kırılmaları dikkate alan panel birim kök testleri geliştirilmiştir. Mevcut yapısal kırılmaları dikkate almanın farklı yolları vardır. Bunlardan biri zaman içerisinde oluşabilecek yapısal kırılmaların zamanının ve yapısının bilinmesini gerektirmeyen Fourier fonksiyonunu modele dahil etmektir. Geliştirilen Fourier panel birim kök testleri sayesinde panel setinin zaman boyutu içerisinde oluşabilecek muhtemel yapısal değişimleri daha güvenilir şekilde yakalamak mümkün hale gelmektedir.

Breuer vd. (2001, 2002) tarafından geliştirilen SURADF birim kök testi ile model yapısı sistem yaklaşımı ile çözüldüğünden panel içerisindeki her bir birimin durağanlığı hakkında ayrı ayrı bilgi verilebilmektedir. SURADF birim kök testinin bu avantajının yanı sıra bu test yapısal değişiklikleri dikkate almaz. Bu çalışmada öncelikle veri yaratma sürecinde var olan ve sayısı ile konumu hakkında önsel bilgiye sahip olunmayan yapısal değişimler fourier yapısı ile sisteme dahil edilecektir. Fourier fonksiyonlarının sayesinde yapısal değişim sayısının ve yerinin belirlenmesine gerek

yoktur. Sadece uygun frekans sayısının belirlenmesi gerekmektedir. Bu çalışmada Breuer vd. (2001,2002) tarafından geliştirilen SURADF birim kök testi, fourier fonksiyonları ve ilk kez Im, Schmidt (2008) tarafından geliştirilen ve normal dağılmama bilgisini de kullanan kalıntılarla genişletilmiş en küçük kareler (Residual Augmented Least Squares- RALS) tahmincileri ile genişletilecektir. RALS tahmincilerinin özelliği, kalıntılar normal dağılmadığında bile asimptotik olarak etkin olmalarıdır. Bu yüzden hatalar üzerindeki normal dağılım kısıtına karşı duyarlı olmayan RALS tahmincileri kullanılarak oluşturulan Fourier dağılımlı SURADF panel birim kök testinin daha güvenilir sonuçlar vermesi sağlanmış olacaktır.

4.1.Kalıntılarla Genişletilmiş EKK (RALS) Tahmincileri

EKK tahmini Gaussian olmayan dağılımlar için etkin olmayan sonuçlar vermektedir. Birçok iktisadi ve finansal serinin dağılımının kalın kuyruk yapısına sahip olduğu veya çarpık olduğu bilinir. Gaussian dağılım sergilemeyen seriler için Im (1996), kalıntılarla genişletilmiş en küçük kareler tahmincilerini modele eklemeyi önermiştir (Gallagher, Taylor, 2000). Im ve Schmidt (2008), Im tarafından 1996’da yapılan çalışmayı genişleterek RALS tahmincilerini daha ayrıntılı olarak ele almışlardır. Normallik varsayımı altında EKK tahmincilerinin etkin olduğunu ancak hataların normal dağılmadığı durumlarda etkinliğin sağlanması için bağımsız değişkenlere bağlı olmayan daha yüksek mertebeli moment varsayımı yapılarak etkin tahminciler elde edilebileceğini söylemişlerdir. Bağımsız değişkenlere bağımlı olmayan yüksek mertebe varsayımı için GMM yapısından nasıl yararlandıklarını belirtmişlerdir çalışmalarında EKK kalıntılarının fonksiyonları ile genişlettikleri doğrusal regresyon modelleri aracılığı ile tahmincileri hesaplamışlardır.

Im ve Schmidt (2008), ilk olarak y_i , $i=1,..., N$ değişkeninin gözlemlerinin μ ortalamalı ve σ^2 varyanslı rastsal bir örneklem olduğunu belirtmişlerdir. $\mu_j = E(y - \mu)^j$, $j = 2,3, ...$ ve bütün j değerleri için sonludur. Örneklem ortalaması $E(y - \mu) = 0$ moment koşuluna dayanır ve bu tahminci normallik varsayımı altında etkindir. İkinci moment koşulu $E((y - \mu)^2 - \sigma^2) = 0$ şeklindedir. Eğer σ^2 bilinmiyorsa μ ’nün GMM tahmini hala örneklem ortalamasıdır. Ama eğer σ^2 biliniyorsa Im ve Schmidt (2008) tarafından önerilen tahminci $\mu_3 = 0$ olmadığı sürece daha etkindir. Aynı şekilde üçüncü moment $\mu_4 = 3\sigma^4$ şartının sağlanmadığı durumlarda

örneklem ortalamasının elde edilmesine izin verir. $\mu_3 = 0$ ve $\mu_4 = 3\sigma^4$ koşulları normallik varsayımlarıdır. Ancak ortalamanın normal dağıldığı bilgisi olmadığı durumlarda Im ve Schmidt (2008), ortalamalardan üretilen kalıntıların fonksiyonları ve sabitlerden oluşan bağımsız değişkenler ile açıklanan y değişkeniyle kurulan regresyon modelinden elde edilen tahmincilerin daha etkin olduğunu göstermişlerdir. Önerdikleri bu tahmincileri kalıntılarla genişletilmiş en küçük kareler (RALS) tahmincileri olarak isimlendirmişlerdir. RALS tahmincilerinin elde edilme süreci için aşağıdaki basit regresyon modeli verilmiş olsun:

$$y_t = \phi' z_t + u_t. \quad (4.1)$$

Burada $t=1, \dots, T$, $z_t = (1x_t')'$, x_t t zamanında gözlemlenen $(k-1) \times 1$ boyutlu zaman serileri vektörüdür, $\phi = (\alpha\beta')'$ parametreler vektörüdür α sabittir ve β , $(k-1) \times 1$ boyutlu bağımsız değişkenlerin katsayı vektörüdür ve u_t sıfır etrafında bağımsız özdeş dağılım gösteren simetrik bir fonksiyondur.

RALS tahmincileri $E[z_t u_t] = 0$, $E[z_t(u_t^3 - \mu_3)] = 0$, $E[z_t(u_t^2 - \sigma^2)] = 0$ şartlı momentlerine dayalı genelleştirilmiş momentler metodu (GMM) tahmincileri şeklinde yorumlanabilir. Şartlı momentlerdeki σ^2 , u_t 'nin varyansını ve μ_i , u_t 'nin i . merkezi momentini ifade etmektedir. Im (1996), β 'nin GMM tahmincisi olan RALS tahmincisini β^* olarak ifade etmiştir.

β^* olarak gösterilen RALS tahmincilerini elde edebilmek için Im (1996) (4.1) nolu modele aşağıda gösterildiği şekilde elde edilen $\hat{w}_t$ serisini ekleyerek EKK uygulamıştır:

$$\hat{w}_t = [(\hat{u}_t^3 - 3\hat{\sigma}^2 \hat{u}_t)(\hat{u}_t^2 - \hat{\sigma}^2)]'. \quad (4.2)$$

Burada $\hat{u}_t$ EKK kalıntılarıdır ve $\hat{\sigma}^2$ (4.1) nolu modelden elde edilmiş standart varyans tahminidir. Aşağıdaki süreç izlenerek RALS tahmincileri hesaplanmıştır:

$$y_t = \alpha + \beta' z_t + \gamma' \hat{w}_t + e_t. \quad (4.3)$$

RALS tahmincisi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\beta^* = (\tilde{X}' M_{\tilde{W}} \tilde{X})^{-1} \tilde{X}' M_{\tilde{W}} Y. \quad (4.4)$$

Burada $M_{\tilde{W}}$ idempotent matristir ve $M_{\tilde{W}} = I_T - \tilde{W}'(\tilde{W}'\tilde{W})^{-1}\tilde{W}$, I_T , $T \times T$ boyutlu özdeş matristir. RALS tahmincisinin asimptotik dağılımı aşağıdaki şekildedir:

$$\sqrt{T}(\beta^* - \beta) \rightarrow N(0, \sigma_A^2 Var(X))^{-1} \quad (4.5)$$

$$\sigma_A^2 = \sigma^2 - \frac{\mu_3^2(\mu_6 - 6\mu_4\sigma^2 + 9\sigma^6 - \mu_3^2) - 2\mu_3(\mu_4 - 3\sigma^4)(\mu_5 - 4\mu_3\sigma^2) + (\mu_4 - 3\sigma^4)^2(\mu_4 - \sigma^4)}{(\mu_4 - \sigma^4)(\mu_6 - 6\mu_4\sigma^2 + 9\sigma^6 - \mu_3^2)(\mu_5 - 4\mu_3\sigma^2)^2}. \quad (4.6)$$

σ_A^2 yerine tutarlı tahmincisi $\hat{\sigma}_A^2$ kullanılarak β^* için tutarlı kovaryans matrisi $\hat{Var}(\beta^*) = \hat{\sigma}_A^2(\tilde{X}'M_{\tilde{W}}\tilde{X})^{-1}$ şeklinde elde edilir. Tahmincilerin anlamlılığı için ise kullanılan test istatistiği $\hat{\eta} = \hat{\sigma}_A^2/\hat{\sigma}^2$ 'dir.

4.2. Kalıntılarla Genişletilmiş Birim Kök Testleri

İlk kez Taylor ve Peel (1998), Im (1996) tarafından geliştirilen normallik varsayımı gerektirmeyen RALS tahmincilerini ADF regresyonunun yapısına dahil ederek RALS-DF birim kök testi için monte karlo simülasyonu ile kritik değerleri türetmişlerdir (Bonjean, Simonet, 2011). Ardından Im vd. (2009), Im ve Schmihdt (2008) tarafından geliştirilen RALS prosedürünü kullanarak ADF regresyonlarına RALS tahmincilerini dahil etmişlerdir. Böylece standart ADF testinden daha güçlü sonuçlar elde edileceğini göstermişlerdir. Meng (2013) yaptığı tez çalışmasında Schmidt ve Phillips (1992) tarafından önerilen Lagrange Çarpanı (Lagrange Multiplier-LM) birim kök testi yapısına RALS tahmincilerini ekleyerek RALS-LM birim kök testini geliştirmiştir. Geliştirdikleri RALS-LM birim kök testinin RALS-ADF testinden daha güçlü olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Meng (2013) aynı zamanda çoklu kırılmaların varlığı durumunda RALS ile genişletilmiş Fourier birim kök testini geliştirmiştir.

Bu çalışmanın alt bölümlerinde RALS uyarlanarak önerilen birim kök testlerine ayrıntılı olarak yer verilmiştir.

4.2.1. Kalıntılarla Genişletilmiş ADF (RALS-ADF) Birim Kök Testi

Im, Lee ve Tieslau (2009,2014), Im ve Schmidt (2008) tarafından yapılan çalışmayı referans almışlardır ve Genelleştirilmiş Momentler Metodunu (GMM) kullanarak RALS iki aşamalı prosedürüne dayalı metodu ADF yapısına uygulayarak yeni bir birim kök testi geliştirmişlerdir. RALS'a dayalı birim kök testlerinin normal dağılmayan hatalar durumunda geleneksel birim kök testlerinden daha güçlü sonuçlar verdiklerini yaptıkları Monte Carlo çalışmaları ile ortaya koymuşlardır. Im vd. (2009) ilk olarak birim kök testi için doğrusal olmayan moment koşulunu kullanarak GMM tahmincilerini tasarlamışlardır ve doğrusallaştırılmış RALS tahmincileri için aynı moment şartlarının kullanılmasının asimptotik olarak GMM tahmincilerine eşit olduğunu göstermişlerdir. Ardından normal olmayan hatalar durumunda daha yüksek moment koşullarının kullanılmasıyla RALS'a dayalı birim kök testlerinin daha güçlü sonuçlara sahip olduğunu göstermişlerdir.

Im vd. (2009) birim kök testleri için bazı moment kısıtlarını kullanarak GMM tahmincilerini ve asimptotik dağılımlarını türetmek için ilk olarak aşağıdaki zaman serisi sürecini ele almışlardır:

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t=1,2,\dots,T. \quad (4.7)$$

Burada $\{\varepsilon_t\}_{t=1}^{\infty}$ bir kalıntı dizisidir. Birim kök hipotezi için ele alınan temel hipotez $H_0: \phi = 1$ $H_A: \phi < 1$ alternatif hipotezine karşı sınanır.

Varsayımsal olarak $\varepsilon_t = \sum_{j=1}^p a_j \varepsilon_{t-j} + e_t$, $t=1,2,\dots,T$, burada $\{\varepsilon_t\}_{t=1}^{\infty}$ iid şartını sağlayan sıfır ortalamaya ve σ_e^2 sonlu ikinci momente sahip hata serisini gösterir ve bütün kökler $a(z) = 1 - \sum_{j=1}^p a_j z^j$ birim çemberin dışındadır. Bu varsayım sağlandıktan sonra Dickey-Fuller test denklemi aşağıdaki şekilde verilir:

$$\Delta y_t = \beta y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta y_{t-j} + e_t, \quad t=1,2,\dots,T. \quad (4.8)$$

Burada $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ şeklindedir. $\hat{\beta}_{EKK}$, (4.8) numaralı modeldeki β 'nin EKK tahmincisidir ve t-istatistiği t_{EKK} olarak gösterilmiştir. Temel hipotez altında;

$$T \hat{\beta}_{EKK} \Rightarrow a(1) \left(\int_0^1 W(r)^2 dr \right)^{-1} \int_0^1 W(r) dW(r), \quad (4.9)$$

$$t_{EKK} \Rightarrow \left(\int_0^1 W(r)^2 dr \right)^{-1} \int_0^1 W(r) dW(r) = DF. \quad (4.10)$$

Burada $a(1) = 1 - \sum_{j=1}^p a_j$ ve $W(r)$, standart Brownian döngüsüdür, $r \in [0,1]$.

$\xi_t = (\Delta y_{t-1}, \Delta y_{t-2}, \dots, \Delta y_{t-p})'$ ve $z_t = (y_{t-1}, \xi_t)'$ olmak üzere aşağıdaki moment koşulu verilmiştir:

$$E[g(e_t) \otimes z_t] = 0, \quad t=1,2,\dots \quad (4.11)$$

Burada $g(\cdot)$ aşağıdaki yeterli şartları sağlayan $J \times 1$ boyutlu vektördür.

$g(\cdot)$ farkı alınabilir ve bütün j 'ler ve bazı M 'ler için birinci derece Lipshitz yeter şartını $|g'_j(x) - g'_j(y)| < M|x - y|$ sağlar. Burada g_j , $g(\cdot)$ 'nin j . elemanıdır. Ayrıca $E[g(e_t)] = 0$, $g(e_t)$ 'nin ikinci momenti vardır ve $E[g'(e_t)] < \infty$.

$C = E[g(e_t)g(e_t)']$ ve $D = E\left[\frac{\partial g(e_t)}{\partial e_t}\right]$ ve $\psi(e_t) = D'C^{-1}g(e_t)$, $t=1,2,\dots,T$. Ayrıca e_t ve $\psi(e_t)$ arasındaki korelasyon aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$\rho = \frac{\sigma_{\psi e}}{\sigma_{\psi} \sigma_e}. \quad (4.12)$$

Burada $\sigma_{\psi}^2 = Var[\psi(e_t)] = Var[D'C^{-1}g(e_t)] = D'C^{-1}D$ ve $\sigma_{\psi e} = E[\psi(e_t)e_t] = DC^{-1}E[g(e_t)e_t]$.

(4.11) numaralı moment kısıtı kullanılarak GMM tahmincileri elde edilmiştir. GMM tahmincisi (4.8) numaralı model için $\tilde{\beta}_G$ ile gösterilmiştir ve birim kök temel hipotezi altında aşağıdaki gibidir:

$$T\tilde{\beta}_G \Rightarrow \frac{a(1)}{\sigma_e \sigma_{\psi}} \left(\int_0^1 W_1(r)^2 dr \right)^{-1} \int_0^1 W_1(r) dW_2. \quad (4.13)$$

Burada $[W_1(r)dW_2]'$, ρ korelasyonlu iki değişkenli Brownian döngüsüdür. t -istatistiği $t_g = \tilde{\beta}_G / se(\tilde{\beta}_G)$ şeklindedir.

$$se(\tilde{\beta}_G) = \tilde{\sigma}_{\psi}^{-1} \sqrt{(\sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 - \sum_{t=1}^T y_{t-1} \xi_t (\sum_{t=1}^T \xi_t \xi_t')^{-1} \sum_{t=1}^T \xi_t' y_{t-1})^{-1}},$$

$$\tilde{\sigma}_\psi^2 = \tilde{D}'\tilde{C}^{-1}\tilde{D}, \quad \tilde{D} = T^{-1} \sum_{t=1}^T g'(\tilde{e}_t), \quad \tilde{C} = T^{-1} \sum_{t=1}^T g(\tilde{e}_t)g(\tilde{e}_t)' \text{ ve } \tilde{e}_t \quad (4.8)$$

numaralı modelin GMM tahmininden elde edilen kalıntılardır.

$$t_G \Rightarrow \rho DF + \sqrt{1 - \rho^2} Z. \quad (4.14)$$

Buradaki ρ , (4.12) nolu eşitlikte tanımlanmıştır, DF Dickey-Fuller dağılımını gösterir ve Z standart normal dağılımı ifade eder.

ADF regresyonunun sabit içeren durumu için elde edilen GMM tahmincisi $\tilde{\beta}_{G,\mu}$, test istatistiği $t_{G,\mu}$ olarak verilmiştir:

$$T\tilde{\beta}_{G,\mu} = (\sigma_\psi^2 T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1}^2)^{-1} T^{-1} \sum_{t=1}^T \tilde{y}_{t-1} \psi(e_t) + o_p(1). \quad (4.15)$$

Burada $\tilde{y}_{t-1} = y_{t-1} - T^{-1} \sum_{t=1}^T y_{t-1}$, $t=1,2,\dots,T$. Sonuç olarak;

$$T\tilde{\beta}_{G,\mu} \Rightarrow \frac{a(1)}{\sigma_e \sigma_\psi} \left(\int_0^1 \tilde{W}_1(r)^2 dr \right)^{-1} \int_0^1 \tilde{W}_1(r^2) dr. \quad (4.16)$$

Burada $\tilde{W}_1(r)$ ortalamadan arındırılmış Brownian döngüsüdür: $\tilde{W}_1 = W_1(r) - \int_0^1 W_1(r) dr$.

Test istatistiği aşağıdaki şekildedir:

$$t_{G,\mu} \Rightarrow \rho DF_\mu + \sqrt{1 - \rho^2} Z. \quad (4.17)$$

ADF modelinin hem sabit hem doğrusal trend içerdiği durum için GMM tahmincisi $\tilde{\beta}_{G,\mu}$ ve test istatistiği $t_{G,\tau}$ aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$T\tilde{\beta}_{G,\tau} \Rightarrow \frac{a(1)}{\sigma_e \sigma_\psi} \left(\int_0^1 \tilde{W}_1(r)^2 dr \right)^{-1} \int_0^1 \tilde{W}_1(r^2) d\tilde{W}_2(r), \quad (4.18)$$

$$t_{G,\tau} \Rightarrow \rho DF_\tau + \sqrt{1 - \rho^2} Z. \quad (4.19)$$

Im vd. (2014), GMM prosedürünü verdikten sonra RALS'ye dayanan ADF birim kök testini geliştirmek için aşağıda anlatılan süreci izlemişlerdir.

İlk olarak (4.15) numaralı modeldeki sabitli modeli kullanmışlardır ve $x_t = (1, z_t')'$ şeklinde tanımlanmıştır. Im vd. (2014) $g(e_t) = (e_t, [h(e_t) - K]')'$ olmak üzere

$E[g(e_t) \otimes x_t] = 0$ moment koşulunu kullanmışlardır. Bu moment koşulu 2 kısım halinde verilmiştir. İlk kısım klasik EKK moment koşuludur:

$$E(e_t \otimes x_t) = 0. \quad (4.20)$$

İkinci kısım ek olarak $(J-1) \times (p+2)$ moment şartıdır:

$$E[(h(e_t) - K) \otimes x_t] = 0. \quad (4.21)$$

Bu koşullar altında C ve D matrisleri aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 & C'_{21} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}, \text{ ve } D = \begin{bmatrix} 1 \\ D_2 \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Burada $C_{21} = E[e_t h(e_t)]$, $C_{22} = E[h(e_t)h(e_t)']$ ve $D_2 = E[h'(e_t)]$.

Bu tanımlamadan sonra Im vd. (2014) RALS regresyonunu aşağıdaki şekilde vermişlerdir:

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \beta y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \delta_j \Delta y_{t-j} + \hat{w}_t' \gamma + v_t, \quad t=1,2,\dots,T. \quad (4.23)$$

$$\hat{w}_t = h(\hat{e}_t) - \bar{K} - \hat{e}_t \hat{D}_2, \quad t=1,2,\dots,T. \quad (4.24)$$

Burada $\hat{e}_t$ (4.15) numaralı modelden elde edilen EKK kalıntılarıdır, $\bar{K} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T h(\hat{e}_t)$ ve $\hat{D}_2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T h'(\hat{e}_t)$.

$h(\hat{e}_t) = [\hat{e}_t^2, \hat{e}_t^3]'$ ve olmak üzere aşağıda yeniden yazılan RALS tahmini RALS(2&3) olarak adlandırılmıştır ve gösterimi aşağıdaki şekildedir:

$$\hat{w}_t = [\hat{e}_t^2 - m_2, \hat{e}_t^3 - m_3 - 3m_2 \hat{e}_t]', \quad t=1,2,\dots,T. \quad (4.25)$$

Burada $m_j = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^j$, $j=2,3$ için.

(4.23) numaralı modelde RALS tahmincisi $\hat{\beta}_{R,\mu}$ şeklinde gösterilir ve asimptotik olarak GMM tahmincisi $\hat{\beta}_{G,\mu}$ 'ye aşittir. RALS'ye dayalı t-istatistiği ise $t_{R,\mu}$ olarak gösterilir ve bu test istatistiğinin limit dağılımı GMM t-istatistiği olan $t_{G,\mu}$ test istatistiği ile aynı limit dağılımına sahiptir.

4.2.2. Kalıntılarla Genişletilmiş LM (RALS-LM) Birim Kök Testi

Meng vd. (2014), Schmidt ve Phillips (1992) tarafından önerilen LM birim kök testi yapısı için RALS tahmincilerini kullanan yeni bir birim kök testi geliştirmişlerdir. Im vd. (2014) tarafından ADF birim kök yapısına RALS tahmincileri dâhil edilerek yapılan çalışmayı genişleterek RALS yapısını LM birim kök testi çerçevesinde ele almışlardır.

LM birim kök testi için Schmidt ve Phillips (1992) tarafından oluşturulan gözlenemeyen bileşenler modeli aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \psi + \xi t + x_t, \quad x_t = \beta x_{t-1} + e_t. \quad (4.26)$$

Birim kök temel hipotezi $\beta = 1$ temel hipotezi, $\beta < 1$ alternatif hipotezine karşı sınanır. LM ve DF prosedürü arasındaki fark trendden arındırma yöntemidir. LM tipi testlerde trendden ayırıştırma yöntemi olarak deterministik trend bileşenlerinin katsayısı Δy_t 'nin Δz_t üzerine kurulan regresyonundan tahmin edilir. Schmidt ve Phillips (1992) y_t 'nin trendden arındırılmış yapısını aşağıdaki şekilde göstermiştir:

$$\tilde{y}_t = y_t - \tilde{\psi} - \tilde{\xi}_t. \quad (4.27)$$

LM birim kök test istatistiği genel olarak aşağıdaki regresyondan elde edilir:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi \tilde{y}_{t-1} + e_t, \quad (4.28)$$

$$\tilde{y}_t = y_t - \tilde{\psi} - z_t \tilde{\delta}, \quad t=2, \dots, T.$$

Otokorelasyonu dikkate alan model aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^p c_j \Delta \tilde{y}_{t-j} + e_t. \quad (4.29)$$

LM test istatistiği aşağıdaki şekilde gösterilmiştir:

$$\tilde{\tau}_{LM} = t - \text{istatistiği } \phi = 0 \text{ temel hipotezi için.}$$

$\xi_t = (\Delta \tilde{y}_{t-1}, \Delta \tilde{y}_{t-2}, \dots, \Delta \tilde{y}_{t-p})'$, $f_t = (\tilde{y}_{t-1}, \xi_t)'$ ve $F_t = (\Delta z_t', f_t')'$ olmak üzere moment koşulu aşağıdaki şekilde verilmiştir:

$$E[g(e_t) \otimes F_t] = 0, \quad t=1, 2, \dots, T. \quad (4.30)$$

Burada $g(e_t) = (e_t, [h(e_t) - K]')'$ şeklinde tanımlanan fonksiyondur $K=E(e_t)$ ve $h(e_t)$, e_t hata teriminin doğrusal olmayan fonksiyonudur. Ardından aşağıdaki moment koşulu verilir:

$$E[e_t \otimes F_t] = 0 \quad (4.31)$$

$$E[(h(e_t) - K) \otimes F_t] = 0. \quad (4.32)$$

$\hat{e}_t$ (4.29) numaralı LM regresyon modelinden elde edilen kalıntılar olmak üzere aşağıdaki terim tanımlanır:

$$\hat{w}_t = h(\hat{e}_t) - \hat{K} - \hat{e}_t \hat{D}_2, \quad (4.33)$$

$$h(\hat{e}_t) = [\hat{e}_t^2, \hat{e}_t^3]', \hat{K} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T h(\hat{e}_t) \text{ ve } \hat{D}_2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T h'(\hat{e}_t). \quad m_j = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^j$$

olmak üzere aşağıdaki tanımlama yapılabilir:

$$\hat{w}_t = [\hat{e}_t^2 - m_2, \hat{e}_t^3 - m_3 - 3m_2\hat{e}_t]' . \quad (4.34)$$

$\hat{w}_t$ 'nin ilk terimi $E[(e_t^2 - \sigma_e^2)\tilde{y}_{t-1}] = 0$ moment koşulu ile ilişkilidir ve bu koşul değişen varyans olmama koşuludur. Bu koşul hata terimi simetrik olmadığı durumda ϕ 'nin tahmincisinin etkin olmasını sağlar. $\hat{w}_t$ 'nin ikinci terimi $m_4 = 3\sigma^4$ koşulunun gerçekleşmesine gerek kalmadan etkinliği sağlar. Etkinliğin sağlanabilmesi için $h(\hat{e}_t) = [\hat{e}_t^2, \hat{e}_t^3, \hat{e}_t^4, \dots, \hat{e}_t^k]'$ $k>3$ gibi daha yüksek mertebeden momentlerin kullanılması gerekir.

Son olarak RALS terimi eklenerek elde edilen regresyon modeli aşağıdaki şekildedir:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^p g_j \Delta \tilde{y}_{t-j} + \hat{w}_t' \gamma + e_t. \quad (4.35)$$

Temel hipotez altında RALS-LM t- istatistiği τ_{RLM} 'in limit dağılımı aşağıdaki şekilde türetilir:

$$\tau_{RLM} \Rightarrow \rho \tau_{LM} + \sqrt{1 - \rho^2} N(0,1). \quad (4.36)$$

ρ , e_t ve $\psi(e_t)$ arasındaki korelasyon olmak üzere aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\rho = \frac{\sigma_{\psi e}}{\sigma_{\psi} \sigma_e}. \quad (4.37)$$

4.2.2.1. Kalıntılarla Genişletilmiş Yapısal Değişime İzin Veren LM (RALS-LM) Birim Kök Testi

Meng vd. (2014), $H_a: \beta < 1$ durağanlık alternatif hipotezine karşı $H_0: \beta = 1$ birim kök temel hipotezinin sınındığı birim kök testi için deterministik terimin yapısal değişimleri içerdiği veri yaratma sürecini aşağıdaki şekilde vermişlerdir:

$$y_t = z_t' \delta + x_t, \quad x_t = \beta x_{t-1} + e_t. \quad (4.38)$$

$t=T_B$ zamanında oluşan seviyedeki kırılmalar için modele D_t kukla değişkeni eklenerek aşağıdaki model elde edilmiştir:

$$y_t = \psi + \xi t + dD_t + x_t, \quad x_t = \beta x_{t-1} + e_t, \quad (4.39)$$

$$D_t = \begin{cases} 1, & t \geq T_B + 1 \text{ durumunda} \\ 0, & t \leq T_B \text{ durumunda} \end{cases}$$

LM birim kök test istatistiği genel olarak aşağıdaki regresyondan elde edilir:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi \tilde{y}_{t-1} + e_t, \quad (4.40)$$

$$\tilde{y}_t = y_t - \tilde{\psi} - z_t \tilde{\delta}, \quad t=2, \dots, T.$$

Otokorelasyonu dikkate alan model aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$\Delta y_t = \delta' \Delta z_t + \phi \tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=1}^p c_j \Delta \tilde{y}_{t-j} + e_t. \quad (4.41)$$

$\phi = 0$ temel hipotezi için LM test istatistiği kullanılmıştır ve $\tilde{\tau}_{LM}$ ile gösterilmiştir.

Temel hipotez altında RALS-LM t- istatistiği τ_{RLM} 'in limit dağılımı aşağıdaki şekilde türetilir:

$$\tau_{RLM} \Rightarrow \rho \tau_{LM} + \sqrt{1 - \rho^2} N(0,1). \quad (4.42)$$

ρ , e_t ve $\psi(e_t)$ arasındaki korelasyon olmak üzere aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$\rho = \frac{\sigma_{\psi e}}{\sigma_{\psi} \sigma_e}. \quad (4.43)$$

4.3.Kalıntılarla Genişletilmiş (RALS) Fourier Fonksiyonlu SURADF Panel Birim Kök Testi

Bu bölümde Breuer vd. (2001,2002) tarafından geliştirilen SURADF panel birim kök testi yapısına fourier bileşenleri ile RALS tahmincilerinin nasıl eklendiği aşama aşama gösterilmiştir. Böylece RALS'li fourier SURADF panel birim kök testi için kullanılacak olan veri yaratma süreci elde edilmiştir.

Breuer vd. (2001, 2002) tarafından SURADF olarak tanımlanan birim kök testi, görünürde ilişkisiz regresyon modellerinin panel tahmin metoduna dayanan ADF birim kök testidir. Aşağıdaki (4.44) numaralı denklem ADF denklem sistemini gösterir:

$$\begin{aligned}\Delta y_{1,t} &= \alpha_1(t) + (\rho_1 - 1)y_{1,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{1,t-i} + u_{1,t} \\ \Delta y_{2,t} &= \alpha_2(t) + (\rho_2 - 1)y_{2,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{2,t-i} + u_{2,t} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \Delta y_{N,t} &= \alpha_N(t) + (\rho_N - 1)y_{N,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{N,t-i} + u_{N,t}.\end{aligned}\tag{4.44}$$

$i=1,2,\dots,N$ ve $t=1,2,\dots,T$ olmak üzere ρ_i i. birim için otoregresif katsayısı gösterir. Buradaki denklem sistemi SUR ile tahmin edilerek her bir $(\rho_i - 1)$ katsayısının anlamlılığı simülasyon ile oluşturulan kritik değerlerle karşılaştırılarak test edilir. (4.44) nolu denklem yapısındaki $\alpha_i(t)$ zamana bağlı deterministik bileşendir. Deterministik bileşenin bilinmediği durumda bu bileşenin yapısının yanlış modellenmesi incelenen değişkenin birim kök testi sürecinin hatalı işlemesine sebep olacaktır. $\alpha_i(t)$ bileşenini fourier fonksiyonları kullanılarak modele dahil eden yaklaşım sayesinde deterministik bileşenlerin yapısının ve konumunun bilinmesine gerek duyulmaz. $\alpha_i(t)$ bileşeninin yapısı Enders, Lee (2012) tarafından fourier yapısı kullanılarak aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$\alpha_i(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^n \alpha_k \sin(2\pi kt/T) + \sum_{k=1}^n b_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right); \quad n \leq T/2.\tag{4.45}$$

Burada k frekans sayısını gösterir. Tek frekans için fourier yapısının gösterimi aşağıdaki şekildedir:

$$\alpha_i(t) = \alpha_0 + \alpha_{1i} \sin(2\pi kt/T) + b_{1i} \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right). \quad (4.46)$$

Fourier fonksiyonları kullanılarak hesaplanan deterministik bileşenler (4.44) numaralı sistemde gösterilen yapıya eklenerek Fourier ADF regresyonları tek frekans için aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$\begin{aligned} \Delta y_{1,t} &= \\ \mu_1 + \beta_1 t + (\rho_1 - 1)y_{1,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{1,t-i} + \alpha_{11} \sin\left(\frac{2\pi k_1 t}{T}\right) + b_{11} \cos\left(\frac{2\pi k_1 t}{T}\right) + u_{1,t} \\ \Delta y_{2,t} &= \\ \mu_2 + \beta_2 t + (\rho_2 - 1)y_{2,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{2,t-i} + \alpha_{12} \sin\left(\frac{2\pi k_2 t}{T}\right) + b_{12} \cos\left(\frac{2\pi k_2 t}{T}\right) + u_{2,t} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \Delta y_{N,t} &= \mu_N + \beta_N t + (\rho_N - 1)y_{N,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{N,t-i} + \alpha_{1N} \sin\left(\frac{2\pi k_N t}{T}\right) + \\ b_{1N} \cos\left(\frac{2\pi k_N t}{T}\right) + u_{N,t} . \end{aligned} \quad (4.47)$$

Im (1996), tarafından önerilen RALS tahmincisini fourier dağılımlı SURADF yapısına dahil edebilmek için panelin her birimi için kalıntılardan elde edilmiş seri aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$\hat{w}_{1t} = [\hat{u}_{1t}^3 - 3\hat{\sigma}_{\hat{u}_{1t}}^2 \hat{u}_{1t}, \hat{u}_{1t}^2 - \hat{\sigma}_{\hat{u}_{1t}}^2]' \quad (4.48)$$

$$\hat{w}_{2t} = [\hat{u}_{2t}^3 - 3\hat{\sigma}_{\hat{u}_{2t}}^2 \hat{u}_{2t}, \hat{u}_{2t}^2 - \hat{\sigma}_{\hat{u}_{2t}}^2]' \quad (4.49)$$

$$\cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot$$

$$\hat{w}_{Nt} = [\hat{u}_{Nt}^3 - 3\hat{\sigma}_{\hat{u}_{Nt}}^2 \hat{u}_{Nt}, \hat{u}_{Nt}^2 - \hat{\sigma}_{\hat{u}_{Nt}}^2]' \quad (4.50)$$

Normal dağılmama bilgisini model yapısında kullanabilmek için elde edilen kalıntı fonksiyonlarından oluşturulmuş $\hat{w}_{Nt}$ serileri fourier fonksiyonlu SURADF denklem sistemine dahil edilir. Böylece normal dağılım sergilemeyen hatalar

durumunda diğer tahmin yöntemlerinden elde edilen sonuçlardan daha güçlü sonuçlar elde edilebilir.

SUR modelindeki kalıntılardan oluşturulan bu seriler sistem içerisine dahil edilerek yeni denklem sistemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\Delta y_{1,t} &= \mu_1 + \beta_1 t + (\rho_1 - 1)y_{1,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{1,t-i} + \alpha_{11} \sin\left(\frac{2\pi k_1 t}{T}\right) + \\
&b_{11} \cos\left(\frac{2\pi k_1 t}{T}\right) + \gamma'_1 \widehat{w}_{1t} + u_{1,t} \\
\Delta y_{2,t} &= \mu_2 + \beta_2 t + (\rho_2 - 1)y_{2,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{2,t-i} + \alpha_{12} \sin\left(\frac{2\pi k_2 t}{T}\right) + \\
&b_{12} \cos\left(\frac{2\pi k_2 t}{T}\right) + \gamma'_2 \widehat{w}_{1t} + u_{2,t} \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
\Delta y_{N,t} &= \mu_N + \beta_N t + (\rho_N - 1)y_{N,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{N,t-i} + \alpha_{1N} \sin\left(\frac{2\pi k_N t}{T}\right) + \\
&b_{1N} \cos\left(\frac{2\pi k_N t}{T}\right) + \gamma'_N \widehat{w}_{1t} + u_{N,t} .
\end{aligned} \tag{4.51}$$

$(\rho_i - 1) = \emptyset_i$, $i=1,2,\dots,N$ olmak üzere denklem sistemi aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\Delta y_{1,t} &= \mu_1 + \beta_1 t + \emptyset_1 y_{1,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{1,t-i} + \alpha_1 \sin\left(\frac{2\pi k_1 t}{T}\right) + b_1 \cos\left(\frac{2\pi k_1 t}{T}\right) + \\
&\gamma'_1 \widehat{w}_{1t} + u_{1,t} \\
\Delta y_{2,t} &= \mu_2 + \beta_2 t + \emptyset_2 y_{2,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{2,t-i} + \alpha_2 \sin\left(\frac{2\pi k_2 t}{T}\right) + b_2 \cos\left(\frac{2\pi k_2 t}{T}\right) + \\
&\gamma'_2 \widehat{w}_{1t} + u_{2,t} \\
&\cdot \\
&\cdot \\
&\cdot \\
\Delta y_{N,t} &= \\
&\mu_N + \beta_N t + \emptyset_N y_{N,t-1} + \sum_i^{\rho_i} \delta_i \Delta y_{N,t-i} + \alpha_N \sin\left(\frac{2\pi k_N t}{T}\right) + b_N \cos\left(\frac{2\pi k_N t}{T}\right) + \gamma'_N \widehat{w}_{1t} + \\
&u_{N,t} .
\end{aligned} \tag{4.52}$$

(4.52) numaralı denklem sistemi fourier fonksiyonlu kalıntılarla genişletilmiş SURADF denklem sistemidir. Bu model yapısında anlamlı ϕ_1 parametresi birim kökün varlığını ifade eder. Modelde uygun gecikme uzunluğu bilgi kriterleri kullanılarak elde edilir. Uygun frekans sayısını belirlemek için 1'den 5'e kadar frekans sayıları kullanılarak model tahminleri yapılır minimum kalıntı karelerini veren frekans sayıları uygun frekans sayısı olarak kabul edilir.

Test için oluşturulan temel ve alternatif hipotezler aşağıdaki şekildedir:

$$\begin{array}{ll}
 H_0^1: \phi_1 = 0; & H_A^1: \phi_1 < 0 \\
 H_0^2: \phi_2 = 0; & H_A^2: \phi_2 < 0 \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 H_0^N: \phi_N = 0; & H_A^N: \phi_N < 0.
 \end{array} \tag{4.53}$$

Test için kritik değerler özyineleme ile elde edilir. (4.52) numaralı denklem sisteminin SUR tahminlerinden elde edilen her bir β_j için hesaplanan t-istatistikleri belirlenen N tane temel hipotez için test istatistiklerini verir. Kritik değerler; örneklem boyutu, paneldeki birim sayısı, gecikme yapısı, seriler için tahmin edilen kovaryans matrisi ve frekans sayısına göre belirlenir ve Monte Karlo simülasyonu yapılarak elde edilir. Kritik değerler oluşturulurken Breuer vd. (2002) tarafından izlenen süreç takip edilmiştir. Fourier fonksiyonlu kalıntılarla genişletilmiş SURADF kritik değerlerinin gösterimi SURADF_{FRAIS} şeklinde tanımlanmıştır.

Sabitsiz ve rastsal yürüyüş sergileyen seri temel hipotez altında şu şekilde elde edilmiştir:

$$\begin{array}{ll}
 \Delta y_{1,t} = u_{1,t} & t=1,\dots,T \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot \\
 \Delta y_{N,t} = u_{N,t} & t=1,\dots,T.
 \end{array}$$

Burada her bir $u_{j,t}$, sabit varyanslıdır ve 1'e eşittir aynı zamanda sıfır olmayan korelasyonlu beyaz gürültü sürecidir. Bu hatalar yatay kesitsel bağımlılık altında üretilmiştir ve kısıt olarak alınan korelasyon aralıkları Breuer vd. (2002)'de alındığı şekilde 0.20-0.30, 0.45-0.55 ve 0.70-0.80 olarak belirlenmiştir. Bu aralıklar hatalar için düşük, orta ve yüksek yatay kesitsel korelasyonları tanımlamak için kullanılır. Panel boyutu (N) olarak 5, 10 ve 20 alınmıştır. Paneldeki herbir serinin gözlem sayısı (T) olarak 50, 100 ve 250 birim gözlemden oluşan seriler için kritik değerler üretilmiştir. Kritik değerler oluşturulurken 3 farklı panel boyutu, 3 farklı gözlem sayısı ve 3 farklı korelasyon aralığı için 27 farklı durum için 10000 tekrar yapılarak %5 düzeyinde kritik değerler elde edilmiştir. Elde edilen kritik değerler Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1: 0.05 SURADF_{FRAIS} Kritik Değerler

Korelasyon*	Gözlem Sayısı (T)	0.05 SURADF _{FRAIS} kritik Değerler**
Panel boyutu, N=5		
0.20-0.30	50	-4.1458
0.20-0.30	100	-3.959
0.20-0.30	250	-3.665
0.45-0.55	50	-4.1602
0.45-0.55	100	-4.16
0.45-0.55	250	-3.7786
0.70-0.80	50	-4.4168
0.70-0.80	100	-4.276
0.70-0.80	250	-3.6588
Panel boyutu, N=10		
0.20-0.30	50	-4.4203
0.20-0.30	100	-3.7312
0.20-0.30	250	-3.6768
0.45-0.55	50	-4.4999
0.45-0.55	100	-4.0631
0.45-0.55	250	-3.883
0.70-0.80	50	-5.0954
0.70-0.80	100	-4.5402
0.70-0.80	250	-4.0621
Panel boyutu, N=20		
0.20-0.30	50	-5.6036
0.20-0.30	100	-4.29955
0.20-0.30	250	-3.82725
0.45-0.55	50	-5.18785
0.45-0.55	100	-4.54505
0.45-0.55	250	-4.1338
0.70-0.80	50	-5.0244
0.70-0.80	100	-4.449
0.70-0.80	250	-4.2651

* yatay kesitsel korelasyonlu hataların korelasyon aralıkları

**0.05 Fourier Fonksiyonlu Kalıntılarla Genişletilmiş SURADF kritik değerleri, paneldeki her bir birimin 0.05 düzeyindeki kritik değerlerinin ortalamasıdır. Kritik değerler 10000 tekrarla elde edilmiştir.

BÖLÜM 5

5) OECD ÜLKELERİ İÇİN YAKINSAMA HİPOTEZİNİN SINANMASI

5.1.YAKINSAMA HİPOTEZİ

Yakınsama hipotezinin temeli Solow (1956)'ya dayanmaktadır. Neoklasik büyüme teorisine göre az gelişmiş ülkelerin ya da bölgelerin; gelişmiş ülkelerin gelir düzeyleri ile aralarındaki fark birbirine yakınsayacaktır ve böylece az gelişmiş ülkeler gelişmiş ülkelerin gelir düzeyini yakalayacaktır. Yakınsama hipotezi farklı teknikler kullanılarak sınanmaktadır. Literatürde yakınsama hipotezinin sınanması için en çok kullanılan üç farklı yakınsama türü bulunmaktadır. Bunlardan biri β (Beta) yakınsaması, diğeri σ (sigma) yakınsaması, üçüncüsü ise stokastik yakınsamadır. Kişi başına gelirin büyüme oranı ile başlangıçtaki gelir düzeyi arasında negatif ilişki varsa β yakınsaması durumu geçerlidir (Sala-i Martin,1996). Yani nispi olarak fakir olan ekonomiler nispi olarak zengin ekonomilere göre daha yüksek ekonomik büyüme gösteriyorsa β yakınsamasından söz edilir. β yakınsamasının geçerliliği aşağıdaki regresyon yardımıyla sınanır:

$$\frac{1}{T} \log \left(\frac{Y_{i,t-T}}{Y_{i,t}} \right) = \alpha + \beta \log(Y_{it}) + \varepsilon_{i,t}. \quad (5.1)$$

Bu denklemde $\beta > 0$ ve istatistiksel olarak anlamlıysa, β yakınsaması durumunun geçerli olduğu belirtilir (Sala-i Martin, 1996).

σ yakınsaması durumunda ise bir grubun kişi başına reel gayri safi yurtiçi hâsıla düzeyleri zaman içerisinde azalma eğilimi gösterir. $\sigma_{t+T} < \sigma_t$ ise σ yakınsaması geçerlidir. σ_t karşılaştırılan gruplar arasındaki logaritmik kişi başına gelirin t anındaki varyansının karekökünü gösterir.

Bernard ve Durlauf (1996), Durlauf ve Johnson (1995) karşılaştırılan birimlerin durağanlığını sınavarak yakınsama hipotezinin sınanabileceğini göstermişlerdir. Bu sınama sınıflandırması stokastik yakınsama olarak bilinmektedir. Stokastik yakınsama için kişi başı gelirin grup ortalamasına oranının logaritmasının durağanlığına bakılır. Eğer durağanlık varsayımı geçerliyse yakınsama hipotezinin sözü edilen gruplar arasında geçerli olduğu sonucuna varılır. Durağanlık sınaması için birim kök testleri kullanılır. $Y_{i,t}$ sözü geçen ülke için kişi başına düşen gelir ve n ülke sayısı olmak üzere

birim kök sınaması için değişken tanımlaması aşağıdaki şekilde yapılabilir (Darne, Diebolt, 2005):

$$RI_{i,t} = \ln \left(\frac{Y_{i,t}}{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_{j,t}} \right) \quad i=1, \dots, n. \quad (5.2)$$

Yakınsama hipotezinin geçerliliği az gelişmiş ülkeler için gelişme sürecinde önemli bir göstergedir. Yakınsama hızının yüksek olduğu durum bölgelerin ya da ülkelerin yakınsama durumunun incelendiği grubun gelişmişliğini kısa sürede yakalayacağını gösterir. Eğer yakınsama hipotezi geçerli değilse incelenen birim ya da birimlerin ekonomi politikalarını gözden geçirmeleri gerekebilir.

Yakınsama ile ilgili yapılan ekonometrik çalışmaların öncüsü olarak Baumol (1986) tarafından yapılan çalışma gösterilmektedir. Bu çalışma örneklem seçimi yanlışlığından dolayı DeLong (1988) tarafından ciddi bir eleştiriye maruz kalmıştır. β yakınsamasının ilk ampirik uygulamalarından biri de Barro ve Sala-i Martin (1991, 1992) tarafından ele alınmıştır. Yakınsama hipotezinin birim kök testleri kullanılarak sınanmasının başlangıcı Durlauf ve Johnson (1995) tarafından yapılmıştır. Greasley, Oxley (1997) belirledikleri ülke grupları için ikili karşılaştırmaları ADF ve Zivot-Andrews birim kök testleri ile yapmışlardır ve belirledikleri ülkeler için yakınsama hipotezinin geçerli olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Yakınsama analizi ile ilgili çalışmaların bazılarında Beta bazılarında ise stokastik yakınsama hipotezi incelenmiştir. (Bernard, Durlauf, 1996). Rassekh (1998) yaptığı çalışmada yakınsama hipotezinin ekonometrik olarak sınanması ile ilgili yapılan çalışmaları detaylı olarak anlatarak literatüre katkıda bulunmuştur.

Zaman serisi birim kök testleri literatürünün gelişmesi yakınsama hipotezini sınanan çalışmaları da genişletmiştir. OECD'ye üye ülkeler bazında yapılan araştırmalar yakınsama hipotezinin ekonometrik olarak araştırılması kapsamında önemli paya sahiptir. Li ve Papell (1999) yaptıkları yakınsama çalışmasında yapısal değişimlere izin veren birim kök testini kullanarak OECD ülkelerinin yakınsama durumunu incelemişlerdir. Bir başka yapısal değişime izin veren birim kök testini kullanarak yakınsama hipotezini OECD ülkeleri için sınanan çalışma da Strazicich, Lee ve Day (2004) tarafından yapılmıştır. Bu iki çalışmada da yakınsama hipotezinin bazı ülkeler için geçerli bazıları için geçersiz olduğu sonucuna varılmıştır. OECD ülkelerinin

yakınsama durumlarını inceleyen bir başka çalışma Yeşilyurt (2014) tarafından incelenmiştir. İkili karşılaştıma tekniği kullanılarak yapılan bu çalışmada 27 OECD üye ülkesi arasında yakınsama hipotezinin geçerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Rivas ve Villorroya (2017) kantil regresyon tekniğini kullanarak 21 OECD ülkesi arasındaki yakınsama ilişkisini panel kantil regresyon tekniği ile incelemişlerdir ve yakınsama hipotezinin geçerli olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Mishra ve Mishra (2017) yaptıkları çalışmada 1960-2014 dönemleri için 17 büyük gelişmiş ekonomiye sahip ülke için Carrion-i Silvestre vd. (2005) birim kök testini kullanarak yakınsama hipotezini sınamışlardır. Yakınsama hipotezinin, kullandıkları panel seti için geçerli olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

5.2.VERİ SETİ

Veri seti olarak OECD'ye üye 18 ülkenin gayri safi yurt içi hasıla (GSYİH) verileri kullanılmıştır. Panelin yatay kesit boyutunu oluşturan ülkeler şunlardır: Avusturya, Belçika, Kanada, Danimarka, Fransa, Almanya, Yunanistan, İzlanda, İrlanda, İtalya, Lüksemburg, Hollanda, Norveç, Portekiz, İspanya, İsveç, İsviçre, Türkiye ve Amerika Birleşik Devletleri (ABD)' dir. Zaman boyutu 1960-2015 dönemlerini kapsamaktadır. Veri setine www.worldbank.org.tr adresinden ulaşılmıştır. Bütün birimlere ait veriler 18 OECD ülkesinin ortalama GSYİH değerine bölündükten sonra logaritması alınarak kullanılmıştır. Serilere ait elde edilen sonuçlar bir alt bölümde sunulmuştur.

5.3.AMPRİK BULGULAR

18 ülke için yakınsama hipotezini sınanırken 5 ayrı birim kök testi kullanılmıştır. Bunlardan ilki birimleri tek tek zaman serisi olarak sınayan ADF birim kök testidir. İkinci olarak birimlerin ADF test istatistiklerinin ortalamasını kullanan ve panelin geneli için çıkarsama yapan IPS testi uygulanmıştır. Üçüncü olarak serideki yapısal değişimleri dikkate almayan SURADF birim kök testi yapılmıştır. Ardından SURADF yapısına yapısal değişimleri fourier dağılımı ile dahil ederek fourier fonksiyonlu SURADF birim kök testi yapılmıştır ve son olarak kalıntıların normal dağılmaması ihtimaline karşın normallik varsayımını gerektirmeyen kalıntılarla genişletilmiş fourier fonksiyonlu SURADF testi serilere uygulanarak sonuçlar tablolar halinde sunulmuştur.

Tablo 2, birimler için ayrı ayrı uygulanan ADF testi sonuçlarını vermektedir. Sonuçlar sabit içeren model (Model 1) ve hem sabit hem trend içeren model (Model 2) için ayrı ayrı elde edilerek sunulmuştur. Bu sonuçlara göre Model 1 için Amerika, Danimarka ve Fransa ülkelerinin GSYİH serileri %10 düzeyinde durağan bulunurken, Belçikanın GSYİH serisi hem %5 hem de %10 düzeyinde durağan, İzlanda'nın GSYİH serisi ise %1 düzeyinde durağan bulunmuştur. Diğer ülkelerin verilerinin ise Model 1 için ADF testi sonuçları birim köklü olduklarını göstermektedir. Model 2 için İzlandanın GSYİH serisi bütün anlamlılık düzeylerinde durağan bulunmuştur, Türkiye'ye ait veri seti ise %10 düzeyinde durağanlık şartını sağlamaktadır. Geriye kalan 16 ülkenin veri setinin ise birim köklü olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tablo 2'deki sonuçlara göre, Model 1 referans alındığında %1 düzeyinde İzlanda'nın OECD'nin gelir düzeyine yakınsadığı sonucuna varılır, %5 düzeyinde sadece Belçika'nın, %10 düzeyinde ise Belçika, Danimarka, Fransa ve Amerika için yakınsama hipotezinin geçerli olduğu görülmektedir. Model 2 için ise bütün anlamlılık düzeylerinde İzlanda için yakınsama hipotezinin geçerli olduğu görülürken Türkiye için %10 düzeyinde yakınsama hipotezi geçerlidir. Diğer ülkeler için yakınsama hipotezinin geçerli olmadığı sonucuna varılmıştır.

Tablo 2: ADF Birim Kök Testi Sonuçları

Ülkeler	Model 1					Model 2				
	Test İstatistiği	Uygun Gecikme Sayısı	Kritik Değerler			Test İstatistiği	Uygun Gecikme Sayısı	Kritik Değerler		
			%1	%5	%10			%1	%5	%10
Avusturya	-2.080284	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-2.040430	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
Belçika	-3.033494	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-2.964398	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
Kanada	-1.924577	0	-3.555023	-2.915522	-2.595565	-1.916873	0	-4.133838	-3.493692	-3.175693
Danimarka	-2.908798	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-2.629294	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
İspanya	-2.442515	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-2.595971	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
Fransa	-2.634239	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-2.574530	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
Yunanistan	-2.110661	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-1.465530	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
İrlanda	0.067512	0	-3.555023	-2.915522	-2.595565	-2.727309	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
İzlanda	-3.653874	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-4.283402	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
İtalya	-2.308288	0	-3.555023	-2.915522	-2.595565	-1.385472	0	-4.133838	-3.493692	-3.175693
Lüksemburg	-1.095858	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-2.918884	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
Hollanda	-2.527055	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-2.027833	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
Norveç	-1.720783	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-2.150591	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
Portekiz	-1.881827	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-2.349060	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
İsveç	-1.696840	0	-3.555023	-2.915522	-2.595565	-3.133409	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618
İsviçre	-1.971329	0	-3.555023	-2.915522	-2.595565	-3.069330	0	-4.133838	-3.493692	-3.175693
Türkiye	-1.443809	0	-3.555023	-2.915522	-2.595565	-3.438204	0	-4.133838	-3.493692	-3.175693
Amerika	-2.725651	1	-3.557472	-2.916566	-2.596116	-2.564042	1	-4.137279	-3.495295	-3.176618

Tablo 3, panel seti için IPS birim kök testi sonuçlarını vermektedir. Bu test panelin geneli için birim kök sonuçlarını gösterir. IPS birim kök testi sonucu panel setinin durağan olduğu sonucunu vermiştir. Bu test sonucu bize tek tek hangi ülke için yakınsama hipotezinin geçerli olup olmadığı bilgisini vermez bunun yerine 18 ülkeden oluşan bu panel grubu için yakınsama hipotezinin geçerli olduğu sonucuna varırız.

Tablo 3: IPS Birim Kök Testi Sonuçları

Birimler	t-istatistiği	Prob.	E(t)	E(Var)	Gecikme	Gözlem Sayısı
Avusturya	-2.0803	0.2532	-1.522	0.777	1	54
Belçika	-3.0335	0.0381	-1.522	0.777	1	54
Kanada	-1.9246	0.3189	-1.523	0.755	0	55
Danimarka	-2.9088	0.0509	-1.522	0.777	1	54
İspanya	-2.4425	0.1353	-1.522	0.777	1	54
Fransa	-2.6342	0.0925	-1.522	0.777	1	54
Yunanistan	-2.1107	0.2414	-1.522	0.777	1	54
İrlanda	0.0675	0.9603	-1.523	0.755	0	55
İzlanda	-3.6539	0.0077	-1.522	0.777	1	54
İtalya	-2.3083	0.1731	-1.523	0.755	0	55
Lüksemburg	-1.0959	0.7112	-1.522	0.777	1	54
Hollanda	-2.5271	0.1148	-1.522	0.777	1	54
Norveç	-1.7208	0.4153	-1.522	0.777	1	54
Portekiz	-1.8818	0.3382	-1.522	0.777	1	54
İsveç	-1.6968	0.4272	-1.523	0.755	0	55
İsviçre	-1.9713	0.2983	-1.523	0.755	0	55
Türkiye	-1.4438	0.5543	-1.523	0.755	0	55
Amerika	-2.7257	0.0763	-1.522	0.777	1	54
Ortalamalar	-2.1162		-1.522	0.769		
Im, Pesaran, Shin W-İstatistiği						
İstatistik: -2,87295				Prob: 0,0020		

Tablo 4, sabit içeren model için SURADF birim kök testi sonuçlarını vermektedir. Bu test birimler için ayrı ayrı birim kök testi sonuçlarını vermektedir. Bu sonuçlara göre Avusturya ve Danimarka'nın GSYİH serileri %5 ve %10 düzeyinde durağan bulunmuştur, Yunanistan'ın verisi %1 düzeyinde, Belçika, Lüksemburg ve Amerika'nın verisi ise bütün anlamlılık düzeylerinde durağan bulunmuştur. Yani sözü edilen ülkeler için yakınsama hipotezi geçerlidir. Diğer ülkeler ise SURADF birim kök testi sonucuna göre birim köklü bulunmuştur ve yakınsama hipotezi geçerli değildir.

Tablo 4: SURADF Birim Kök Testi Sonuçları-Sabitli Model

Ülkeler	Gecikme Sayısı	Test istatistiği	Kritik Değerler		
			%1	%5	%10
Avusturya	1	-5.674	-5.903	-4.945	-4.435
Belçika	2	-7.022	-6.380	-5.344	-4.845
Kanada	1	-3.196	-5.504	-4.455	-3.908
Danimarka	2	-6.303	-6.872	-5.805	-5.280
İspanya	2	-4.633	-6.083	-5.153	-4.655
Fransa	1	-4.303	-6.041	-4.960	-4.373
Yunanistan	2	-3.896	-5.196	-4.245	-3.786
İrlanda	1	0.02534	-5.462	-4.499	-3.962
İzlanda	1	-3.731	-5.728	-4.481	-3.829
İtalya	1	-3.261	-5.803	-4.713	-4.183
Lüksemburg	2	-1.133	-6.276	-5.142	-4.673
Hollanda	2	-8.001	-5.757	-4.816	-4.314
Norveç	3	-1.777	-5.548	-4.634	-4.160
Portekiz	2	-3.026	-6.230	-5.191	-4.692
İsveç	2	-2.072	-6.489	-5.465	-4.897
İsviçre	1	-1.899	-5.907	-4.959	-4.468
Türkiye	2	-1.949	-6.453	-5.346	-4.837
Amerika	2	-5.633	-5.055	-4.197	-3.685

Tablo 5, sabitli ve trendli model için SURADF birim kök testi sonuçlarını göstermektedir. Bu sonuçlara göre Avusturya, Belçika ve Hollanda ülkelerinin GSYİH verileri %5 ve %10 düzeyinde durağan bulunmuştur. Amerika'nın GSYİH verisi ise bütün anlamlılık düzeylerinde durağan bulunmuştur. Sözü geçen ülkeler için yakınsama hipotezi geçerlidir. Diğer ülkeler ise birim köklü bulunmuştur, yani yakınsama hipotezi bu ülkeler için geçerli değildir.

Tablo 5: SURADF Birim Kök Testi Sonuçları-Sabitli ve Trendli Model

Ülkeler	Gecikme Sayısı	Test istatistiği	Kritik Değerler		
			%1	%5	%10
Avusturya	1	-6.269	-7.038	-6.125	-5.640
Belçika	2	-7.707	-7.996	-6.913	-6.425
Kanada	1	-3.718	-6.598	-5.646	-5.158
Danimarka	2	-5.878	-7.789	-6.658	-6.211
İspanya	2	-5.690	-7.328	-6.326	-5.809
Fransa	1	-5.469	-7.193	-6.122	-5.580
Yunanistan	2	-2.976	-6.665	-5.674	-5.203
İrlanda	1	-3.460	-6.099	-5.176	-4.688
İzlanda	1	-4.192	-6.073	-4.979	-4.495
İtalya	1	-4.192	-6.872	-5.860	-5.362
Lüksemburg	2	-5.054	-7.516	-6.417	-5.890
Hollanda	2	-7.061	-7.627	-6.581	-6.066
Norveç	1	-3.756	-6.014	-5.038	-4.592
Portekiz	2	-4.063	-7.501	-6.479	-5.993
İsveç	2	-3.507	-7.179	-6.165	-5.671
İsviçre	1	-3.909	-7.041	-5.918	-5.436
Türkiye	2	-3.311	-8.551	-7.441	-6.903
Amerika	2	-6.894	-5.899	-5.048	-4.570

Tablo 6, sabitli model için fourier fonksiyonlu SURADF birim kök testi sonuçlarını göstermektedir. Bu sonuçlara göre Belçika, Danimarka Fransa ve İtalya %5 ve %10 düzeyinde durağandır. Hollanda ise bütün anlamlılık düzeylerinde durağan bulunmuştur. Bu ülkelerin gelirleri grup ortalamasına yakınsamaktadır. Diğer ülkelere ait veri setleri ise birim köklüdür, yakınsama hipotezi bu ülkeler için geçerli değildir.

Tablo 6: Fourier Fonksiyonlu SURADF Birim Kök Testi Sonuçları-Sabitli Model

Ülkeler	Frekans Sayısı	Gecikme Sayısı	Test istatistiği	Kritik Değerler		
				%1	%5	%10
Avusturya	3	1	-4.265	-5.918	-4.962	-4.493
Belçika	3	2	-6.032	-6.123	-5.172	-4.654
Kanada	2	1	-3.504	-5.667	-4.624	-4.097
Danimarka	3	2	-6.418	-6.720	-5.682	-5.105
İspanya	3	2	-4.070	-6.108	-5.150	-4.619
Fransa	1	1	-5.517	-6.221	-5.199	-4.610
Yunanistan	3	2	-3.243	-5.065	-4.037	-3.581
İrlanda	2	1	0.366	-5.591	-4.540	-4.026
İzlanda	5	1	-3.417	-5.326	-4.146	-3.651
İtalya	1	1	-5.515	-5.977	-4.877	-4.384
Lüksemburg	3	2	-0.038	-6.559	-5.188	-4.577
Hollanda	3	2	-7.898	-5.848	-4.798	-4.264
Norveç	2	3	-1.552	-5.650	-4.666	-4.177
Portekiz	3	2	-2.612	-6.228	-5.097	-4.556
İsveç	1	2	-4.917	-7.248	-6.052	-5.467
İsviçre	5	1	-2.158	-5.806	-4.805	-4.361
Türkiye	5	2	-1.426	-6.005	-4.749	-4.202
Amerika	3	2	-3.158	-5.348	-4.278	-3.771

Tablo 7, sabitli ve trendli model için fourier fonksiyonlu SURADF birim kök testi sonuçlarını göstermektedir. Bu sonuçlara göre Hollanda ve Amerika ülkelerine ait GSYİH verileri %5 ve %10 anlamlılık düzeyinde durağan bulunurken Belçika ve İzlanda'nın GSYİH serisi %10 düzeyinde durağandır. Bu ülkeler için yakınsama hipotezi geçerlidir. Diğer ülkelere ait veriler ise birim köklüdür, bu sonuç ise yakınsama hipotezinin geçerli olmadığını gösterir.

Tablo 7: Fourier Fonksiyonlu SURADF Birim Kök Testi Sonuçları-Sabitli ve Trendli Model

Ülkeler	Frekans Sayısı	Gecikme Sayısı	Test istatistiği	Kritik Değerler		
				%1	%5	%10
Avusturya	3	1	-3.909	-7.723	-6.688	-6.162
Belçika	3	2	-7.280	-8.941	-7.764	-7.145
Kanada	1	1	-5.236	-7.130	-6.154	-5.617
Danimarka	3	2	-6.850	-9.113	-7.816	-7.198
İspanya	3	2	-5.323	-7.545	-6.341	-5.756
Fransa	3	1	-4.880	-7.373	-6.318	-5.726
Yunanistan	3	2	-2.775	-6.416	-5.335	-4.797
İrlanda	2	1	-3.277	-7.124	-6.069	-5.491
İzlanda	1	1	-5.863	-7.081	-5.939	-5.408
İtalya	1	1	-4.301	-7.733	-6.671	-6.104
Lüksemburg	3	2	-3.934	-8.188	-7.009	-6.284
Hollanda	3	2	-6.621	-7.783	-6.418	-5.819
Norveç	2	3	-2.743	-7.190	-6.111	-5.506
Portekiz	3	2	-2.537	-8.042	-6.763	-6.089
İsveç	1	2	-5.080	-8.885	-7.730	-7.099
İsviçre	3	1	-5.072	-6.888	-5.719	-5.121
Türkiye	1	1	-3.720	-9.518	-8.507	-7.925
Amerika	3	1	-5.528	-6.159	-5.121	-4.635

Tablo 8, kalıntılarla genişletilmiş sabit içeren fourier SURADF birim kök testi sonuçlarını vermektedir. Bu sonuçlara göre Belçika, Danimarka ve İtalya ülkelerine ait GSYİH veriler için %5 ve %10 düzeyinde birim kök temel hipotezi reddedilerek serilerin durağan olduğu sonucu elde edilmiştir. Fransa ve İzlanda'ya ait seriler %10 düzeyinde durağan bulunmuştur. Hollanda ise bütün anlamlılık düzeylerinde durağandır. Geriye kalan ülkeler birim köklüdür. Bu sonuçlara göre Belçika, Danimarka, İtalya, Fransa, İzlanda ve Hollanda için yakınsama hipotezi geçerliyken diğer ülkeler için yakınsama hipotezi geçerli değildir.

Tablo 8: Kalıntılarla Genişletilmiş Fourier Fonksiyonlu SURADF Birim Kök Testi Sonuçları-
Sabitli Model

Ülkeler	Frekans Sayısı	Gecikme Sayısı	Test istatistiği	Kritik Değerler		
				%1	%5	%10
Avusturya	3	1	-3.763	-6.641	-5.376	-4.825
Belçika	3	2	-5.705	-5.719	-4.606	-3.981
Kanada	1	4	-2.936	-6.534	-5.498	-4.982
Danimarka	3	2	-5.600	-5.968	-4.869	-4.379
İspanya	3	2	-3.252	-5.981	-4.691	-4.116
Fransa	1	1	-5.501	-7.026	-5.897	-5.281
Yunanistan	2	2	-3.668	-5.323	-4.121	-3.498
İrlanda	5	1	0.956	-5.569	-4.592	-4.095
İzlanda	2	1	-4.057	-5.624	-4.476	-3.873
İtalya	1	1	-5.953	-6.782	-5.765	-5.213
Lüksemburg	3	2	0.248	-6.131	-4.991	-4.413
Hollanda	3	2	-6.909	-5.569	-4.532	-3.998
Norveç	4	2	-2.196	-5.439	-4.505	-3.978
Portekiz	4	2	-3.568	-5.430	-4.257	-3.720
İsveç	1	2	-4.326	-6.240	-5.248	-4.753
İsviçre	5	1	-2.345	-5.907	-5.027	-4.524
Türkiye	1	2	-3.614	-7.830	-6.508	-5.867
Amerika	3	2	-3.270	-5.257	-4.122	-3.589

Tablo 9, kalıntılarla genişletilmiş sabit ve trend içeren fourier fonksiyonlu SURADF birim kök testi sonuçlarını vermektedir. Bu sonuçlara göre Belçika, Hollanda ve Portekiz ülkelerine ait GSYİH veriler için %5 ve %10 düzeyinde birim kök temel hipotezi reddedilerek serilerin durağan olduğu sonucu elde edilmiştir. Danimarka'nın GSYİH serisi ise %10 düzeyinde durağan bulunmuştur. Geriye kalan ülkelerin birim köklü olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yani Belçika, Hollanda, Portekiz ve Danimarka için yakınsama hipotezi geçerliken diğer ülkeler için yakınsama hipotezi geçerli değildir.

Tablo 9: Kalıntılarla Genişletilmiş Fourier Fonksiyonlu SURADF Birim Kök Testi Sonuçları-
Sabitli ve Trendli Model

Ülkeler	Frekans Sayısı	Gecikme Sayısı	Test istatistiği	Kritik Değerler		
				%1	%5	%10
Avusturya	3	1	-4.971	-8.502	-7.132	-6.480
Belçika	3	2	-7.047	-7.391	-6.403	-5.855
Kanada	5	4	-2.252	-6.269	-5.235	-4.769
Danimarka	3	2	-6.398	-7.552	-6.471	-5.926
İspanya	3	2	-5.273	-7.495	-6.132	-5.406
Fransa	3	2	-4.462	-6.965	-5.871	-5.294
Yunanistan	3	2	-2.588	-6.086	-4.858	-4.288
İrlanda	3	1	-4.983	-7.356	-6.196	-5.601
İzlanda	2	1	-4.620	-7.227	-5.918	-5.297
İtalya	1	1	-6.105	-8.438	-7.181	-6.565
Lüksemburg	3	4	-4.146	-6.963	-5.840	-5.264
Hollanda	3	2	-6.490	-7.054	-6.030	-5.515
Norveç	4	1	-3.809	-6.602	-5.493	-4.978
Portekiz	1	2	-5.224	-6.089	-5.103	-4.644
İsveç	1	2	-4.860	-7.456	-6.430	-5.905
İsviçre	3	1	-4.921	-8.107	-6.785	-6.206
Türkiye	3	1	-2.248	-9.057	-7.903	-7.321
Amerika	3	2	-4.850	-6.549	-5.430	-4.886

Birim kök testlerinden elde edilen sonuçlar birbirinden farklılık göstermektedir. Birim kök testleri farklılaştıkça durağan bulunan serilerin de değiştiği görülmektedir. Sabitli model için farklı birim kök testlerinden elde edilen sonuçlar Tablo 10’ da özet olarak gösterilmiştir.

Tablo 10: Ülkelerin Gelirlerinin OECD Ortalamasına Yakınsaması

Sabitli Model İçin Birim Kök Testleri Sonucunda Durağan Çıkan Birimler					
	ADF	IPS	SURADF	SURADF _{Fourier}	SURADF _{FRALS}
%1	İzlanda	Panel Durağan	Belçika, Hollanda, Amerika	Hollanda	Hollanda
%5	Belçika	Panel Durağan	Avusturya, Belçika, Danimarka, Hollanda, Amerika	Belçika, Danimarka, Fransa, İtalya, Hollanda	Belçika, Danimarka, İtalya, Hollanda
%10	Belçika, Danimarka, Fransa, Amerika	Panel Durağan	Avusturya, Belçika, Danimarka, Yunanistan, Hollanda, Amerika	Belçika, Danimarka, Fransa, İtalya, Hollanda	Belçika, Danimarka, Fransa, İzlanda, İtalya, Hollanda

Bireysel olarak her bir seriye uygulanan ADF birim kök testi sonucuna göre yüzde beş düzeyinde sadece Belçika grup ortalamasına yakınsamaktadır. IPS panel setinin genel durağanlığı ile bilgi verirken tek tek birimlerin durağanlığı ile ilgili yorum yapmamıza izin vermez. IPS panel birim kök testi sonucuna göre panelin geneli için yakınsama hipotezinin geçerli olduğu sonucuna varılmaktadır. SURADF ikinci nesil birim kök testi sonucuna göre yüzde beş düzeyinde Avusturya, Belçika, Danimarka, Hollanda, Amerika ülkeleri için yakınsama hipotezi geçerlidir. Diğer ülkeler ise yakınsama hipotezinin geçerliliği için gerekli olan durağanlık şartını sağlayamamaktadırlar. Yapısal değişimlere izin veren fourier fonksiyonlu SURADF birim kök testi sonucuna göre yüzde beş düzeyinde Belçika, Danimarka, Fransa, İtalya, Hollanda ülkeleri için yakınsama hipotezi geçerlidir. Bu çalışmada önerilen, yapısal değişimleri dikkate alan ve hataların normal dağılmadığı durumlarda daha güçlü sonuçlar veren kalıntılarla genişletilmiş fourier fonksiyonlu SURADF panel birim kök testi sonucuna göre yüzde beş düzeyinde Belçika, Danimarka, İtalya ve Hollanda için yakınsama hipotezinin geçerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

SONUÇ

Birim kök literatürü sürekli gelişme göstermektedir. Son zamanlarda yapısal değişimlerin fourier fonksiyonları ile dikkate alınması sayesinde serideki yumuşak geçişli değişimler daha hassas şekilde modellenebilmektedir. Fourier fonksiyonları kullanılarak geliştirilen birim kök testleri sayesinde yapısal değişimlerin yapısının, sayısının ve konumunun bilinme gerekliliği ortadan kalkmaktadır. Fourier fonksiyonlarının bu avantajlarından dolayı yapısal değişimleri, fourier yaklaşımı ile dikkate alan birim kök testlerinin kullanımı yaygınlaşmaya başlamıştır. Yapılan bu çalışmada panel birim kök testlerinden biri olan ve yatay kesti bağımlılığını dikkate alan Breuer vd. (2001,2002) tarafından geliştirilen SURADF birim kök testinin, fourier fonksiyonları kullanılarak yapısal değişimleri dikkate alan yapıya nasıl genişletildiği gösterilmiştir. Aynı zamanda hataların normal dağılmadıkları durumlarda güçlü sonuçlar veren RALS tahmincileri Fourier SURADF birim kök testi yapısına dâhil edilerek hataların normal dağılmadığı durumlarda daha güçlü bir test önerisi yapılmıştır.

Önerilen birim kök testinde kalıntılarla genişletilmiş fourier SURADF sisteminin hataları yatay kesitsel bağımlılık altında üretilmiştir ve kısıt olarak alınan korelasyon aralıkları Breuer vd. (2002)'de alındığı şekilde 0.20-0.30, 0.45-0.55 ve 0.70-0.80 olarak belirlenmiştir. Bu aralıklar hatalar için düşük, orta ve yüksek yatay kesitsel korelasyonları tanımlamak için kullanılmıştır. Panel boyutu (N) 5, 10 ve 20 olarak belirlenmiştir. Paneldeki herbir serinin gözlem sayısı (T) 50, 100 ve 250 gözlemden oluşturulmuştur ve bu seriler için kritik değerler üretilmiştir. Kritik değerler oluşturulurken 3 farklı panel boyutu, 3 farklı gözlem sayısı ve 3 farklı korelasyon aralığında 27 farklı durum için 10000 tekrar yapılarak %5 düzeyinde kritik değerler elde edilmiştir.

Önerilen yapısal değişimleri ve yatay kesit bağımlılığını dikkate alan kalıntılarla genişletilmiş fourier fonksiyonlu SURADF birim kök testi yakınsama hipotezinin geçerliliğini sınamak için kullanılmıştır. OECD'ye üye 18 ülkenin GSYİH değerlerinin, OECD'nin ortalama GSYİH değerine yakınsayıp yakınsamadığı farklı birim kök testleri kullanılarak sınanmıştır.

Herbir birim kök testi, farklı birim ya da birimler için yakınsama hipotezinin geçerli olduğunu göstermektedir. Bireysel olarak her bir seriye uygulanan ADF birim kök testi sonucuna göre yüzde beş düzeyinde sadece Belçika grup ortalamasına yakınsamaktadır. IPS panel setinin genel durağanlığı ile bilgi verirken tek tek birimlerin durağanlığı ile ilgili yorum yapmamıza izin vermez. IPS panel birim kök testi sonucuna göre panelin geneli için yakınsama hipotezinin geçerli olduğu sonucuna varılmaktadır. SURADF ikinci nesil birim kök testi sonucuna göre yüzde beş düzeyinde Avusturya, Belçika, Danimarka, Hollanda, Amerika ülkeleri için yakınsama hipotezi geçerlidir. Diğer ülkeler ise yakınsama hipotezinin geçerliliği için gerekli olan durağanlık şartını sağlayamamaktadırlar. Yapısal değişimlere izin veren fourier fonksiyonlu SURADF birim kök testi sonucuna göre yüzde beş düzeyinde Belçika, Danimarka, Fransa, İtalya, Hollanda ülkeleri için yakınsama hipotezi geçerlidir. Yapısal değişimleri dikkate alan ve hataların normal dağılmadığı durumlarda daha güçlü sonuçlar veren kalıntılarla genişletilmiş fourier fonksiyonlu SURADF panel birim kök testi sonucuna göre yüzde beş düzeyinde Belçika, Danimarka, İtalya ve Hollanda için yakınsama hipotezinin geçerli olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Kaynakça

- Ajmani, V. B (2009). *Applied Econometrics Using the SAS System*. A John Wiley & Sons.
- Amsler, C., & Lee, J. (1995). An LM test for a unit root in the presence of a structural change. *Econometric Theory*, 359-368.
- Andrews, D. W. (1991). Heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 817-858.
- Arellano, C., & Pantula, S. G. (1995). Testing for trend stationarity versus difference stationarity. *Journal of Time Series Analysis*, 16(2), 147-164.
- Bahmani-Oskooee, M., Chang, T., & Hung, K. (2013). Revisiting purchasing power parity in Latin America: sequential panel selection method. *Applied Economics*, 45(32), 4584-4590.
- Bai, J., & Ng, S. (2002). Determining the number of factors in approximate factor models. *Econometrica*, 70(1), 191-221.
- Bai, J., & Ng, S. (2004). A PANIC attack on unit roots and cointegration. *Econometrica*, 72(4), 1127-1177.
- Bai, J., & Ng, S. (2010). Panel unit root tests with cross-section dependence: a further investigation. *Econometric Theory*, 26(4), 1088-1114.
- Bai, J., & Perron, P. (1998). Estimating and testing linear models with multiple structural changes. *Econometrica*, 47-78.
- Bai, J. & Perron P. (2001). Multiple structural change models: A simulation analysis. In D. Corbea, Durlauf, S., Hansen, B., E., (eds.), *Econometric Essays in Honor of Peter Phillips*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Baltagi, B.H., Bresson G., Pirotte A. (2006). Panel Unit Root Tests and Spatial Dependence. Center for Policy Research Working Paper, No:88.
- Baltagi, H. B. & Kao, C. (2015). Nonstationary Panels, Cointegration in Panels and Dynamic Panels: A Survey. *Nonstationary Panels, Panel Cointegration, and Dynamic Panels*, 7-51.
- Barro, R. J. & Sala-i Martin, X. (1992). Convergence. *Journal of Political Economy*, 100, 223-251.

Baumol, W. J. (1986). Productivity Growth, Convergence and Welfare: What the Long Run Data Show. *American Economic Review*, 76, 1072-1085.

Becker, R., Enders, W., Lee, J. (2006). A Stationary Test in the Presence of an Unknown Number of Smooth Breaks. *Journal of Time Series Analysis*, 27(3), 381-409.

Bernard, A. B. & Durlauf, S. N. (1996). Interpreting Tests of the Convergence Hypothesis. *Journal of Econometrics*, 71, 161-173.

Bhargava, A. (1986). On the Theory of Testing for Unit Roots in Observed Time Series, *Review of Economic Studies*, 53, 369-384.

Bhargava, A., Franzini, L., Narendranathan W. (1982). Serial Correlation and Fixed Effects Model. *Review of Economic Studies*, 49(4), 533-549.

Bierens, H., (1997). Testing for a Unit Root with Drift Hypothesis against Nonlinear Trend Stationarity, with an Application to the US Price Level and Interest Rate. *Journal of Econometrics*, 81, 29-64

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Bonjean, C. A. & Simonet, C. (2011). Are Grain Markets in Niger Driven by Speculation?, Document de travail de la serie, Etudes et Documents, E 2011.28.

Boumahdi, R. & Thomas, A. (1991). Testing for Unit Roots Using Panel Data. *Economics Letters*, 37, 77-79.

Box, G.E.P. & Tiao, G. C. (1975). Intervention Analysis with Applications to Economic and Environmental Problems. *Journal of the American Statistical Association*, 70, 70-79.

Breitung, J. (2000). The local power of some unit root tests for panel data. In *Nonstationary panels, panel cointegration, and dynamic panels* (pp. 161-177). Emerald Group Publishing Limited.

Breitung, J., & Meyer, W. (1994). Testing for unit roots in panel data: are wages on different bargaining levels cointegrated?. *Applied economics*, 26(4), 353-361.

Breuer, J. B., McNown, R., & Wallace, M. S. (2001). Misleading Inferences from Panel Unit-Root Tests with an Illustration from Purchasing Power Parity. *Review of International Economics*, 9(3), 482-493.

Breuer, J. B., McNown, R., & Wallace, M. (2002). Series-Specific Unit Root Tests with Panel Data. *Oxford Bulletin of Economics and statistics*, 64(5), 527-546.

Byrne, J. P., & Perman, R. (2006). Unit roots and structural breaks: a survey of the literature. *Paper provided by Business School-Economics, University of Glasgow in its series Working Papers with*, (2006_10).

Campbell, J. Y., & Perron, P. (1991). Pitfalls and opportunities: what macroeconomists should know about unit roots. *NBER macroeconomics annual*, 6, 141-201.

Caner, M., & Hansen, B. E. (2001). Threshold autoregression with a unit root. *Econometrica*, 69(6), 1555-1596.

Cao, C. Q., & Tsay, R. S. (1992). Nonlinear time-series analysis of stock volatilities. *Journal of Applied Econometrics*, 7(S1).

Carrion-i-Silvestre, J. L., Kim, D., & Perron, P. (2009). GLS-based unit root tests with multiple structural breaks under both the null and the alternative hypotheses. *Econometric theory*, 25(6), 1754-1792.

Lluís Carrion-i-Silvestre, J., Barrio-Castro, D., & López-Bazo, E. (2005). Breaking the panels: an application to the GDP per capita. *The Econometrics Journal*, 8(2), 159-175.

Cerrato, M., & Sarantis, N. (2007). A bootstrap panel unit root test under cross-sectional dependence, with an application to PPP. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(8), 4028-4037.

Chang, Y. (2002). Nonlinear IV unit root tests in panels with cross-sectional dependency. *Journal of Econometrics*, 110(2), 261-292.

Chang, Y. (2004). Bootstrap unit root tests in panels with cross-sectional dependency. *Journal of Econometrics*, 120(2), 263-293.

Chen, M. Y., (2013), Panel Unit Root and Cointegration Tests, Department of Finance, National Chung Hsing University.

Choi, I. (1993). Asymptotic normality of the least-squares estimates for higher order autoregressive integrated processes with some applications. *Econometric Theory*, 9(2), 263-282.

Choi, I. (2001). Unit root tests for panel data. *Journal of international money and Finance*, 20(2), 249-272.

Choi, I. (2002). Combination unit root tests for cross-sectionally correlated panels. First Draft: August, 2001.

Chortareas, G., & Kapetanios, G. (2009). Getting PPP right: identifying mean-reverting real exchange rates in panels. *Journal of Banking & Finance*, 33(2), 390-404.

Christopoulos, D. K., & León-Ledesma, M. A. (2010). Smooth breaks and non-linear mean reversion: Post-Bretton Woods real exchange rates. *Journal of International Money and Finance*, 29(6), 1076-1093.

Christopoulos, D. K., & Leon-Ledesma, M. A. (2011). International output convergence, breaks, and asymmetric adjustment. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 15(3).

Cuestas, J. C., & Ordóñez, J. (2014). Smooth transitions, asymmetric adjustment and unit roots. *Applied Economics Letters*, 21(14), 969-972.

Darné, O., & Diebolt, C. (2005). Non-stationarity tests in macroeconomic time series. In *New Trends in Macroeconomics* (pp. 173-194). Springer Berlin Heidelberg.

De Long, J. B. (1988). Productivity growth, convergence, and welfare: comment. *The American Economic Review*, 78(5), 1138-1154.

Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74(366a), 427-431.

Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1981). Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1057-1072.

Ding, Z., Granger, C. W., & Engle, R. F. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of empirical finance*, 1(1), 83-106.

Durlauf, S.N. & P.A. Johnson, (1995). Multiple regimes and cross-country growth: Theory and policy implications. *Journal of Political Economy*, 98, 1008-1038.

Elliott, Graham, T. J., Rothenberg, J. H. Stock (1996). Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root. *Econometrica*, 64(4), 813-836.

Enders, W., (2010). *Applied Econometric Time Series*. 3th Edition, John Wiley & Sons, ss. 53-54.

Enders, W., & Granger, C. W. J. (1998). Unit-root tests and asymmetric adjustment with an example using the term structure of interest rates. *Journal of Business & Economic Statistics*, 16(3), 304-311.

Enders, W., & Lee, J. (2004, April). Testing for a unit root with a nonlinear Fourier function. In *Econometric Society 2004 Far Eastern Meetings* (Vol. 457).

Enders, W., & Lee, J. (2009). *The Flexible Fourier Form and Testing for Unit Roots: an Example of the Term Structure of Interest Rates*. Department of Economics, Finance and Legal Studies. University of Alabama Working Paper, AL, USA.

Enders, W., & Lee, J. (2012). The flexible Fourier form and Dickey–Fuller type unit root tests. *Economics Letters*, 117(1), 196-199.

Enders, W., & Lee, J. (2012). A unit root test using a Fourier series to approximate smooth breaks. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 74(4), 574-599.

Enders, W., & Siklos, P. L. (2001). Cointegration and threshold adjustment. *Journal of Business & Economic Statistics*, 19(2), 166-176.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.

Engle, R. F., Lilien, D. M., & Robins, R. P. (1987). Estimating time varying risk premia in the term structure: the ARCH-M model. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 391-407.

Engle, R. F., & Ng, V. K. (1993). Measuring and testing the impact of news on volatility. *The journal of finance*, 48(5), 1749-1778.

Fisher, R. A. (1932). *Statistical methods for research workers*. Edinburgh: Oliver and Boyd, Edinburgh, 4. Edition.

Franses, P. H., & Van Dijk, D. (2000). *Non-linear time series models in empirical finance*. Cambridge University Press.

Gallagher, L. A., & Taylor, M. P. (2000). Measuring the temporary component of stock prices: robust multivariate analysis. *Economics Letters*, 67(2), 193-200.

Gallant, A. R. (1981). On the bias in flexible functional forms and an essentially unbiased form: the Fourier flexible form. *Journal of Econometrics*, 15(2), 211-245.

George, E. O. (1977). Combining Independent One-Sided and Two-Sided Statistical Tests-Some Theory and Applications. Doctoral Dissertation. University of Rochester.

Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The journal of finance*, 48(5), 1779-1801.

Granger, C. W. J., & Andersen, A. P. (1978). *An introduction to bilinear time series models*. Vandenhoeck & Ruprecht.

Granger, C. W., & Newbold, P. (1974). Spurious regressions in econometrics. *Journal of econometrics*, 2(2), 111-120.

Greasley, D., & Oxley, L. (1997). Time-series based tests of the convergence hypothesis: some positive results. *Economics Letters*, 56(2), 143-147.

Gujarati, D. N., Porter, D. C., Şenesen, Ü., & Günlük-Şenesen, G. (2012). *Temel ekonometri*. Literatür Yayıncılık, ss. 741.

Hadri, K. (1999). *Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root in panel data with serially correlated errors* (No. 1999_05).

Hadri, K. (2000). Testing for stationarity in heterogeneous panel data. *The Econometrics Journal*, 3(2), 148-161.

Hadri, K., & Kurozumi, E. (2012). A simple panel stationarity test in the presence of serial correlation and a common factor. *Economics Letters*, 115(1), 31-34.

Hall, A. (1994). Testing for a unit root in time series with pretest data-based model selection. *Journal of Business & Economic Statistics*, 12(4), 461-470.

Hamilton, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 357-384.

Caner, M., & Hansen, B. E. (2001). Threshold autoregression with a unit root. *Econometrica*, 69(6), 1555-1596.

Harris, R. D., & Tzavalis, E. (1999). Inference for unit roots in dynamic panels where the time dimension is fixed. *Journal of econometrics*, 91(2), 201-226.

Heston, S. L., & Nandi, S. (2000). A closed-form GARCH option valuation model. *The Review of Financial Studies*, 13(3), 585-625.

Hlouskova, J., & Wagner, M. (2006). The performance of panel unit root and stationarity tests: results from a large scale simulation study. *Econometric Reviews*, 25(1), 85-116.

Hurlin, C. (2010). What would Nelson and Plosser find had they used panel unit root tests?. *Applied Economics*, 42(12), 1515-1531.

Im, K. S. (1996). *Least square approach to non-normal disturbances* (No. 9603). Faculty of Economics, University of Cambridge.

Im, K. S., Lee, J., & Tieslau, M. (2005). Panel LM unit-root tests with level shifts. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 67(3), 393-419.

Im, S.K., Lee, J., Tieslau, M. (2009). More Powerful Unit Root Tests with Non-Normal Errors. University of North Texas, FDIC Center for Financial Research Working Paper, 9, 1-30.

Im, K., Lee, J., & Tieslau, M. (2010, October). Stationarity of inflation: evidence from panel unit root tests with trend shifts. In *20th annual meetings of the midwest econometrics group*.

Im, S.K., Lee, J., Tieslau, M. (2012). Panel LM Unit Root Tests with Level and Trend Shifts. Working Paper, 1-37.

Im, K. S., Lee, J., & Tieslau, M. A. (2014). More powerful unit root tests with non-normal errors. In *Festschrift in Honor of Peter Schmidt* (pp. 315-342). Springer New York.

Im, S.K., H. M. Pesaran, Y. Shin, (1997). Testing for Unit Roots in Heterogeneous Panels. Manuscript, Department of Applied Economics, University of Cambridge, United Kingdom.

Im, K. S., Pesaran, M. H., & Shin, Y. (2003). Testing for unit roots in heterogeneous panels. *Journal of econometrics*, 115(1), 53-74.

Im, K. S., & Schmidt, P. (2008). More efficient estimation under non-normality when higher moments do not depend on the regressors, using residual augmented least squares. *Journal of Econometrics*, 144(1), 219-233.

Glynn, J., Perera, N., & Verma, R. (2007). Unit root tests and structural breaks: a survey with applications. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, 3.

Kapetanios, G., Shin, Y., & Snell, A. (2003). Testing for a unit root in the nonlinear STAR framework. *Journal of econometrics*, 112(2), 359-379.

Karavias, Y., & Tzavalis, E. (2014). Testing for unit roots in short panels allowing for a structural break. *Computational Statistics & Data Analysis*, 76, 391-407.

Kennedy, P., Sarımeşeli, M., & Açıkgöz, Ş. (2006). *Ekonometri kılavuzu*. Gazi Kitabevi.

Kilic, R., & De Jong, R. (2006). *Testing a linear unit root against a stationary ESTAR process*. Working Paper, School of Economics, Georgia Institute of Technology.

Kwiatkowski, D., Phillips, P. C., Schmidt, P., & Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?. *Journal of econometrics*, 54(1-3), 159-178.

Lee, C., Wu, J. L., & Yang, L. (2016). A Simple Panel Unit-Root Test with Smooth Breaks in the Presence of a Multifactor Error Structure. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 78(3), 365-393.

Lee, J., & Strazicich, M. C. (2003). Minimum Lagrange multiplier unit root test with two structural breaks. *The Review of Economics and Statistics*, 85(4), 1082-1089.

Lee, J., & Strazicich, M. C. (2004). Minimum LM unit root test with one structural break. Manuscript, Department of Economics, Appalachian State University, 1-16.

Leybourne, S. J., & McCabe, B. P. (1994). A consistent test for a unit root. *Journal of Business & Economic Statistics*, 12(2), 157-166.

Leybourne, S., Newbold, P., & Vougas, D. (1998). Unit roots and smooth transitions. *Journal of time series analysis*, 19(1), 83-97.

Levin, A., C. F. Lin (1992). Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite- Sample Properties. Discussion Paper, 92,23, University of California, San Diego, Department of Economics.

Levin, A., Lin, C. F., & Chu, C. S. J. (2002). Unit root tests in panel data: asymptotic and finite-sample properties. *Journal of econometrics*, 108(1), 1-24.

Li, Q., & Papell, D. (1999). Convergence of international output time series evidence for 16 OECD countries. *International review of economics & finance*, 8(3), 267-280.

Liu, J., Wu, S., & Zidek, J. V. (1997). On segmented multivariate regression. *Statistica Sinica*, 497-525.

Ludlow, J., & Enders, W. (2000). Estimating non-linear ARMA models using Fourier coefficients. *International Journal of Forecasting*, 16(3), 333-347

Lumsdaine, R. L., & Papell, D. H. (1997). Multiple trend breaks and the unit-root hypothesis. *The review of economics and statistics*, 79(2), 212-218.

MacKinnon, J. G. (1990). Critical values for cointegration tests (pp. pp-267). San Diego: Department of Economics, University of California.

Maddala, G.S., Kim, I.M., (2004). Unit Roots Cointegration and Structural Change. Cambridge University Press.

Maddala, G. S., & Wu, S. (1999). A comparative study of unit root tests with panel data and a new simple test. *Oxford Bulletin of Economics and statistics*, 61(S1), 631-652.

Maddala, G. S., & Wu, S. (2000). Cross-country growth regressions: problems of heterogeneity, stability and interpretation. *applied Economics*, 32(5), 635-642.

Mahadeva, L., & Robinson, P. (2004). *Unit root testing to help model building*. Centre for Central Banking Studies, Bank of England.

Meng, M. (2013). *Three essays on more powerful unit root tests with non-normal errors*. The University of Alabama. Doktora Tezi.

Meng, M., Im, K. S., Lee, J., & Tieslau, M. A. (2014). More powerful LM unit root tests with non-normal errors. In *Festschrift in Honor of Peter Schmidt* (pp. 343-357). Springer New York.

Mishra, A., & Mishra, V. (2017). Re-examination of convergence hypothesis among Indian states in panel stationarity testing framework with structural breaks. *Applied Economics*, 1-19.

Moon, H. R., & Perron, B. (2004). Testing for a unit root in panels with dynamic factors. *Journal of econometrics*, 122(1), 81-126.

Moon, H. R., & Phillip, P. C. (1999). Maximum likelihood estimation in panels with incidental trends. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 61(S1), 711-747.

Nabeya, S., & Tanaka, K. (1988). Asymptotic theory of a test for the constancy of regression coefficients against the random walk alternative. *The Annals of Statistics*, 218-235.

Narayan, P. K., & Popp, S. (2010). A new unit root test with two structural breaks in level and slope at unknown time. *Journal of Applied Statistics*, 37(9), 1425-1438.

Nelson, C. R., & Plosser, C. R. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications. *Journal of monetary economics*, 10(2), 139-162.

Nelson, D. B. (1990). Stationarity and persistence in the GARCH (1, 1) model. *Econometric theory*, 6(3), 318-334.

Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 347-370.

Ng, S., & Perron, P. (1995). Unit root tests in ARMA models with data-dependent methods for the selection of the truncation lag. *Journal of the American Statistical Association*, 90(429), 268-281.

Ng, S., & Perron, P. (2001). Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power. *Econometrica*, 69(6), 1519-1554.

Nolte, I., Pohlmeier, W., & Voev, V. (2007). Financial Econometrics (WS 06/07). *Lecture Notes, University of Konstanz*.

O'Connell, P. G. (1998). The overvaluation of purchasing power parity. *Journal of international economics*, 44(1), 1-19.

Palm, F. C., Smeeke, S., & Urbain, J. P. (2011). Cross-sectional dependence robust block bootstrap panel unit root tests. *Journal of Econometrics*, 163(1), 85-104.

Park, J. Y., & Phillips, P. C. (1988). Statistical inference in regressions with integrated processes: Part 1. *Econometric Theory*, 4(3), 468-497.

Park, J. Y., & Shintani, M. (2005). Testing for a unit root against transitional autoregressive models. *Vanderbilt University Department of Economics Working Papers*, 5010.

Perron, P. (1989). The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1361-1401.

Perron, P. (1990). Testing for a unit root in a time series with a changing mean. *Journal of Business & Economic Statistics*, 8(2), 153-162.

Perron, P., & Vogelsang, T. (1991). The Great Crash, the Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis: Corrections and Extensions of Some Asymptotic Results. *Unpublished manuscript, Princeton University, Dept. of Economics*.

Perron, P., & Ng, S. (1996). Useful modifications to some unit root tests with dependent errors and their local asymptotic properties. *The Review of Economic Studies*, 63(3), 435-463.

Perron, P., & Ng, S. (1996). Useful modifications to some unit root tests with dependent errors and their local asymptotic properties. *The Review of Economic Studies*, 63(3), 435-463.

Perron, P. (1997). Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables. *Journal of econometrics*, 80(2), 355-385.

Perron, P., & Rodríguez, G. (2003). GLS detrending, efficient unit root tests and structural change. *Journal of Econometrics*, 115(1), 1-27.

Pesaran, M. H. (2004). General diagnostic tests for cross section dependence in panels. *Cambridge Working Papers in Economics*, Faculty of Economics, University of Cambridge, 435, 1-46.

Pesaran, M. H. (2006). Estimation and inference in large heterogeneous panels with a multifactor error structure. *Econometrica*, 74(4), 967-1012.

Pesaran, M. H. (2007). A simple panel unit root test in the presence of cross-section dependence. *Journal of Applied Econometrics*, 22(2), 265-312.

Pesaran, M. H., Smith, L. V., & Yamagata, T. (2013). Panel unit root tests in the presence of a multifactor error structure. *Journal of Econometrics*, 175(2), 94-115.

Phillips, P. C. (1987). Time series regression with a unit root. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 277-301.

Phillips, P. C., & Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 75(2), 335-346.

Phillips, P. C., & Moon, H. R. (1999). Linear regression limit theory for nonstationary panel data. *Econometrica*, 67(5), 1057-1111.

Phillips, P. C., & Sul, D. (2003). Dynamic panel estimation and homogeneity testing under cross section dependence. *The Econometrics Journal*, 6(1), 217-259.

Priestley, M. B. (1980). STATE-DEPENDENT MODELS: A GENERAL APPROACH TO NON-LINEAR TIME SERIES ANALYSIS. *Journal of Time Series Analysis*, 1(1), 47-71.

Rassekh, F. (1998). The convergence hypothesis: History, theory, and evidence. *Open economies review*, 9(1), 85-105.

Rodrigues, P. & Taylor, A. R. (2012). The flexible Fourier form and local GLS de-trending unit root tests. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 74, 5, 737-759.

Rivas, M. D. G., & Villarroya, I. S. (2017). Testing the convergence hypothesis for OECD countries: A reappraisal. *Economics*, 11(4), 1. E-Journal, ss. 1-22.

Rubin, H. (1950). Consistency of maximum likelihood estimates in the explosive case. *Statistical Inference in Dynamic Economic Models*, 356-364.

Saikkonen, P., & Luukkonen, R. (1993). Testing for a moving average unit root in autoregressive integrated moving average models. *Journal of the American Statistical Association*, 88(422), 596-601.

Sala-i-Martin, X. X. (1996). The classical approach to convergence analysis. *The economic journal*, 1019-1036.

Sentana, E. (1995). Quadratic ARCH models. *The Review of Economic Studies*, 62(4), 639-661.

Sargan, J. D., & Bhargava, A. (1983). Testing residuals from least squares regression for being generated by the Gaussian random walk. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 153-174.

Schmidt, P., & Phillips, P. C. (1992). LM tests for a unit root in the presence of deterministic trends. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54(3), 257-287.

Sevüktekin, M. & Çınar, M. (2014). *Ekonometrik Zaman Serileri Analizi*. 4. Baskı, Dora Yayıncılık, Bursa.

Shin, D. W., & So, B. S. (2001). Recursive mean adjustment for unit root tests. *Journal of Time Series Analysis*, 22(5), 595-612.

Schmidt, P., & Phillips, P. C. (1992). LM tests for a unit root in the presence of deterministic trends. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54(3), 257-287.

Smith, L. V., Leybourne, S., Kim, T. H., & Newbold, P. (2004). More powerful panel data unit root tests with an application to mean reversion in real exchange rates. *Journal of Applied Econometrics*, 19(2), 147-170.

So, B. S., & Shin, D. W. (1999). Recursive mean adjustment in time-series inferences. *Statistics & Probability Letters*, 43(1), 65-73.

Sollis, R. (2004). Asymmetric adjustment and smooth transitions: a combination of some unit root tests. *Journal of time series analysis*, 25(3), 409-417.

Solow, R. M. (1956). A contribution to the theory of economic growth. *The quarterly journal of economics*, 70(1), 65-94.

Stock, J.H., (1990). A class of tests for integration and cointegration. Manuscript, Harvard University.

Stock, J. H. (1999). A class of tests for integration and cointegration. *Cointegration, Causality and Forecasting. A Festschrift in Honour of Clive WJ Granger*, 137-167.

Stock, J. H., & Watson, M. W. (1998). Diffusion indexes (No. w6702). National bureau of economic research.

Stock, J. H., & Watson, M. W. (2011). *Ekonometriye Giriş*, Efil Yayınevi, 1. Baskı, Ankara.

- Stouffer, S. A., Suchman, E. A., DeVinney, L. C., Star, S.A., Williams, R.M. Jr. (1949). *The American Soldier*, I. Princeton University Press, Princeton, NJ.
- Strazicich, M. C., Lee, J., & Day, E. (2004). Are incomes converging among OECD countries? Time series evidence with two structural breaks. *Journal of Macroeconomics*, 26(1), 131-145.
- Sul, D. (2009). Panel unit root tests under cross section dependence with recursive mean adjustment. *Economics Letters*, 105(1), 123-126.
- Sul, D., Phillips, P. C., & Choi, C. Y. (2005). Prewhitening bias in HAC estimation. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 67(4), 517-546.
- Tanaka, K. (1996). *Time Series Analysis: Non-Stationary and Non-Invertible Distribution Theory*. John Wiley, New York.
- Tatoğlu, F. Y. (2012). *İleri panel veri analizi: Stata uygulamalı*. Beta.
- Taylor, M. P., & Peel, D. A. (1998). Periodically collapsing stock price bubbles: a robust test. *Economics Letters*, 61(2), 221-228.
- Taylor, M. P., & Sarno, L. (1998). The behavior of real exchange rates during the post-Bretton Woods period. *Journal of international Economics*, 46(2), 281-312.
- Tsay, R.S. (2002). *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley and Sons.
- Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*. Third Edition, John Wiley&Sons.
- Terasvirta, T. (1990). Specification, Estimation, and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models. Department of Economics, University of California, San Diego, Discussion Paper, ss. 9-39.
- Terasvirta, T., Anderson H. M. (1992). Characterizing Nonlinearities in Business Cycles Using Smooth Transition Autoregressive Models. *Journal of Applied Econometrics*, ss. 7:120.
- Teräsvirta, T. (1994). Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models. *Journal of the American Statistical Association*, 89(425), 208-218.
- Toda, H. Y., & Yamamoto, T. (1995). Statistical inference in vector autoregressions with possibly integrated processes. *Journal of econometrics*, 66(1), 225-250.

- Tong, H. & Lim, K.S. (1980). Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data. *Journal of the Royal Statistical Society*, ss. 245-292.
- Tong, H. (1978). On a threshold model in pattern recognition and signal processing,(Ed) C. Chen. *Sijhoff and Noonhoff, Amsterdam*.
- Tong, H. (1983). *Threshold Models in Non-linear Time Series Analysis*. Springer-Verlag, New York.
- Tong, H. (1990). *Nonlinear Time Series: A Dynamical System Approach*. Oxford University Press, Oxford.
- Ucar, N., & Omay, T. (2009). Testing for unit root in nonlinear heterogeneous panels. *Economics Letters*, 104(1), 5-8.
- Vogelsang, T. J., & Perron, P. (1998). Additional tests for a unit root allowing for a break in the trend function at an unknown time. *International Economic Review*, 1073-1100.
- Westerlund, J. (2012). Testing for Unit Roots in Panel Time-Series Models with Multiple Level Breaks. *The Manchester School*, 80(6), 671-699.
- White, J. S. (1958). The limiting distribution of the serial correlation coefficient in the explosive case. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1188-1197.
- Quah, D. (1994). Exploiting cross-section variation for unit root inference in dynamic data. *Economics letters*, 44(1), 9-19.
- Qin, X. (2004, August). Unit Root Tests with Markov-Switching. In *Econometric Society 2004 Australasian Meetings* (No. 145). Econometric Society.
- Yavuz, N.Ç. (2014). Finansal Ekonometri. Der Yayınları.
- Yeşilyurt, F. (2014). Yakınsama Hipotezinin OECD Ülkelerinde İkili Yaklaşımla Test Edilmesi. *Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, 27, 349-358.
- Yılanıcı, V. (2009). Yapısal Kırılmalar Altında Türkiye için İşsizlik Histerisinin Sınanması. *Doğuş Üniversitesi Dergisi*, 10(2), 324-335.
- Yılanıcı, V. & Eris, Z.A. (2012). Are Tourism markets of Turkey converging or not? A Fourier stationary analysis. *An International Journal of Tourism and Hospitality Research*, 23(2), 207-216.

Yılancı, V. & Eris, Z.A. (2013). Purchasing power parity in african countries: further evidence from fourier unit root tests based on linear and nonlinear models. *South African Journal of Economics*, 81(1), 20-34.

Yule, G.U. (1926). Why Do We Sometimes Get Nonsense Correlations Between Time Series, *Journal of the Royal Statistical Society*, 89, 1-64.

Zakoian, J. (1994). Threshold Heteroskedastic Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, 931-955.

Zivot, E. & Andrews, D. W. K. (1992). Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis. *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(3), 251-270.